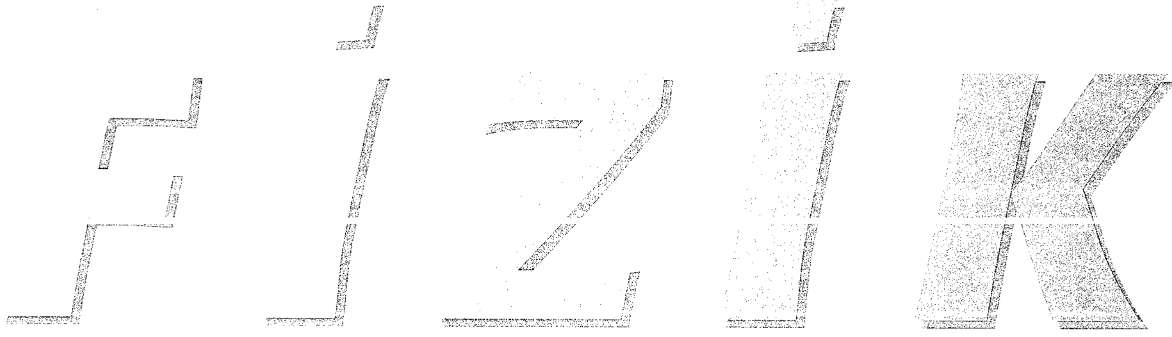
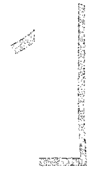
Fen ve Mühendislik İçin



FİZİK

BEŞİNCİ BASKIDAN ÇEVİRİ



Mekanik - Mekanik Dalgalar - Termodinamik

Raymond A. Serway

Robert J. Beichner
North Carolina State Üniversitesi

John W. Jevett, Jr., Katkıda Bulunan Yazar
California State Politeknik Üniversitesi–Pomona

Çeviri Editörü
Prof. Dr. Kemâl Çolakoğlu



PALME YAYINCILIK
ANKARA 2008

PALME YAYINCILIK: 196

Fen ve Mühendislik için FİZİK-1 (Mekanik, Mekanik Dalgalar, Termodinamik)
Raymond A. Serway, Robert J. Beichner/*Çev. Ed.:* Prof. Dr. Kemal Çolakoğlu

Nisan, 2007 © Palme Yayıncılık
ISBN 975-8624-22-9 (1. cilt)
975-8624-07-5 (Tk. no)

Kitabın Özgün Adı	: **PHYSICS For Scientists and Engineers with Modern Physics**
Baskı	: **5th Edition**
Yazarları	: **Raymond A. Serway, Robert J. Beichner**
Yayıncı Firma	: **Saunders College Publishing (© 2000)**
Orijinal ISBN	: **0-03-022657-0**

Baskı Hazırlık: Palme Yayıncılık Ltd. Şti.
Baskı: Özkan Matbaacılık Gazetecilik San. Tic. Ltd. Şti., Tel: (0 312) 395 48 91-92


PALME
YAYIN, DAĞITIM, PAZARLAMA, İÇ VE DIŞ TİCARET LTD. ŞTİ.
Merkez: A. Adnan Saygun Cad. No: 10/A Sıhhiye-ANKARA
Tel: 0.312-433 37 57 • Fax: 0.312-433 52 72
e-mail: palmeyayin@superonline.com • http://www.palmeyayinevi.com

Ankara Şubesi : Olgunlar Sok. No: 4/5 Bakanlıklar/ANKARA Tel: 0.312-417 95 28 Faks: 0312-419 69 64
Beytepe Şubesi: Hacettepe Üniv. Beytepe Alışveriş Mrk. No: 8 Beytepe/ANKARA Tel: 0.312-299 21 11/7379 Faks: 0312-299 21 12
Antalya Şubesi : Meltem Mah. Dumlupınar Blv. Başkent Sit. No: 4 ANTALYA Tel: 0.242-238 32 09 Faks: 0.242-238 45 02

Çeviri Editörünün Önsözü

Elinizdeki kitap, "Serway'in 2000 baskısının" Türkçe çevirisidir. Kitap, hemen hemen önceki çeviri ekibimizin özverili katkıları ile ortaya çıktı. Bize bu 5. baskıyı çevirten itici güç, Türkçe eğitim yapan üniversitelerimizin tamamına yakınında esas ders kitabı olarak kullanılıyor olması oldu.

Kaliteli Türkçe ders kitabına hasret olan üniversite gençliğine armağan ettiğimiz bu eser, önceki baskılarından epeyce farklıdır. Yazarları, bir çok konuyu daha kolay ve anlaşılır hale getirerek güncel örneklerle desteklemişler. Tüm okuma parçaları çıkartılmış olmasına karşın kitabın hacmi 100 sayfa kadar artmış, problemlerin %30 dan fazlası değiştirilmiştir. Bu yeni baskının farkı ve ayrıntıları yazarların önsözünde genişçe verilmiştir.

Bu baskıda da, kitabın tanıtıldığı ilk sayfaları öğrencilerin dikkatle okumalarını öneriyoruz. Orada, kitabın kullanımı, yardımcı kaynaklar, çeşitli işaretlerin anlamı ve problemlerin zorluk dereceleri açık bir dille anlatılmıştır.

Kitap, İngilizce aslı ile aynı mizampajda ve bire-bir sayfa düzeninde, yine Üç cilt olarak hazırlandı. Böyle bir dizgi zorluğu, alanında gerçek bir uzman olan Ahmet Akay'ın üstün çabaları ile aşıldı. Ayrıca, her zaman mükemmeli arayan Palme Yayıncılık sahiplerinden İhlan Budak, hiç bir özveriden kaçınmadı. Her ikisine de teşekkür ediyoruz.

Kaçınılmaz olan dizgi, baskı ve çeviri hatalarını en aza indirmeye özel çaba harcadık. Buna rağmen görülecek olası yanlışları bize bildirenlere sınırsız minnet duyarız.

Prof. Dr. Kemal Çolakoğlu
(kcolak@gazi.edu.tr)

Çeviri Kurulu

Kitapta İşlenen Bölümler

BİRİNCİ CİLT

I. kısım Mekanik 1

II. kısım Mekanik Dalgalar 489

III. kısım Termodinamik 579

İKİNCİ CİLT

IV. kısım Elektrik ve Manyetizma 707

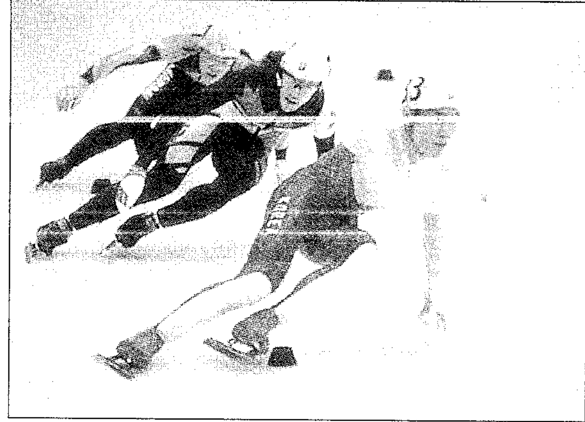
V. kısım Işık ve Optik 1105

ÜÇÜNCÜ CİLT

VI. kısım Modern Fizik 1245

İçindekiler

I. kısım Mekanik 1





III. kısım Termodinamik 579

Önsöz

Fen ve mühendislik için Fizik kitabının beşinci baskısını yazarken öğretme ve öğrenme sürecini desteklemeye yardım eden yeni pedagojik özellikler ekleyerek, sunuştaki anlaşılırlığı geliştirmeye büyük gayret gösterdik. Kitabın dördüncü baskısını kullanan ve eleştiricilerin olumlu önerilerinin ışığında öğretici ve öğrencilerin ihtiyaçlarını daha iyi karşılamak için gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Ayrıca Wide Web (www) ve etkileşimli problem çözümü bilgisayar paket program yazılımları ve öğrenci deneme sınavlarını içeren CD-ROM'da dahil olmak üzere bir yardımcı paket eklenmiştir.

Bu kitap, fen ve mühendislik dallarında öğrenim gören öğrenciler için genel fizik kitabı olarak hazırlanmıştır. Bu kitabın bütün içeriği üç–yarıyıl dersi olarak verilebilir. Fakat, kitaptaki bazı konuların atlanmasıyla daha kısa bir sürede de vermek mümkün olabilir. Bu kitaptaki konuları ders olarak alan öğrencinin matematik bilgi birikimi, bir yarı yıl matematik dersi alması ile karşılanabilir. Eğer bu mümkün olmamışsa, öğrenciye bu dersle birlikte genel matematik dersinin aldırılması gerekir.

AMAÇLAR

Kapsamı genel fizik olan bu kitabın iki ana amacı vardır: Bunlar fiziğin temel kavram ve prensiblerini öğrenciye açık ve mantıklı bir şekilde vermek ve gerçek dünyadaki ilginç uygulamalarla birlikte geniş bir bakış açısı içinde fiziğin temel prensip ve kavramlarının anlaşılırlığını sağlamaktadır. Bu amaçlara ulaşmak için, kitabın içeriği sağlam fiziksel tartışmalar üzerine kurulmuştur. Aynı zamanda, öğrencilere fiziği sevdirmek için, fiziğin mühendislik, kimya ve tıp gibi diğer bilim dalları üzerindeki rolü, pratik örneklerle gösterilmeye çalışılmıştır.

BEŞİNCİ BASKIDAKİ DEĞİŞİKLİKLER

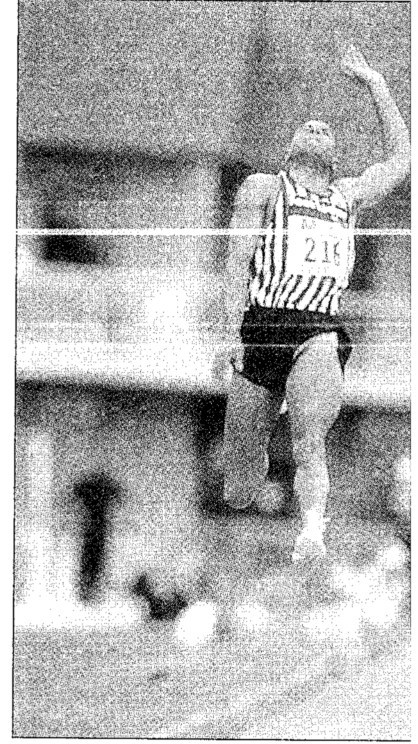
Bu kitabın beşinci kaskısını hazırlarken büyük oranda değişiklik ve geliştirmeler yapılmıştır. Bazı yeni özellikler, fen öğrenimindeki güncel eğilimler ve deneyimlere dayanmaktadır. Diğer, değişiklikler, dördüncü baskıyı kullananların ve eleştiricilerin öneri ve yorumlarını karşılamak üzere yapıldı. Beşinci baskıdaki ana değişiklikler aşağıda verilmiştir.

Geliştirilmiş Şekiller

- **Zamana bağlı olaylar** Bazı mekanik konularındaki şekiller daire içine alınarak harflerle gösterilmiştir. Örneğin Şekil 2.1b (bakınız sayfa 35), zaman-konum grafiğinde uygun yerde böyle bir harfi göstermektedir. Bu biçim öğrencilerin gözlediği hareketi grafiksel gösterime taşımaya yardım etmektedir.
- **Hareket Diyagramları** Kitabın ilk bölümlerinde, yeni başlayan öğrencile-

rin karıştırdığı hız ve ivme gibi kavramlar arasındaki farklılığı göstermek için kullanılmıştır (Örneğin, sayfa 34'deki Şekil 2.9; sayfa 81'deki Şekil 4.5 ve sayfa 84'deki şekil 4.8 gibi). Öğrencilere Bölüm 4'de verilen Sınama Sorularında sorulduğu gibi, kendi hareket diyagramlarını çizmeleri onlara büyük yarar sağlayacaktır.

- **Daha Büyük Gerçekcilik** fotografların üstüste bindirilmesi ve bazı şekllerin yeniden düzenlenmesi ile gerçeğe yakınlık sağlamıştır (Bakınız Sayfa 96 ve 97). Ayrıca mekanik konusu ile ilgili problem ve örneklerde kullanılan şekillerdeki blokların üç boyutlu gösterimi geliştirilmiştir (Bakınız sayfa 142 ve 143).



Daha Gerçekçi Çözülmüş Örnekler Bu kitabın dördüncü baskısını okuyanların aşina olduğu h yüksekliğindeki basamakta yükselen silindiri içeren Örnek 12.5'i hatırlayalım. Bu ideal örnekte, basamağın silindire uyguladığı etkileşme kuvvetinin yanısıra, silindirin yükselmesi için gerekli minimum **F** kuvveti hesaplandı. Beşinci baskıda ise bir kişinin tekerlekli sandalyenin büyük tekerleğini kaldırıma çıkarmak için yugulanması gereken kuvvetin hesaplandığı (sayfa 370) problem, yeniden Örnek 12.5 olarak değiştirilmiştir. Bu örnekte, dördüncü baskıdaki ile aynı hesaplamalar yapılmasına karşın (bazı notasyon değişikliklerle) gerçekçiliği attırarak örnek daha ilginç hale getirilmiş ve fizik derslerini çalışmada yeni motivasyon sağlanmak istenmiştir.

"Sizce Nedir"ler Her bölüm ilginç bir fotograf ve bir "Sizce Nedir" içeren kısa bir girişle başlamaktadır. Bunlar, öğrencilerin merakını arttırmak ve bölüm konularına ilgilerini çekmek amacıyla düşünce kullanmayı içeren sorulardır. Bunların kısmen veya tam cevabının bulunduğu yerler metin içinde: ikonu ile gösterilmiştir.

Bölüm İçerikleri Her bölümün açılış sayfası, bölümün ana hatlarının bir özetini içermektedir. Bu özetle öğrenci ve öğreticiler, bölümün bir içeriğini ilk başta görebilirler.

Ev Deneyleri Yeni olan bu özellik, öğrencilerin basit deneyleri kendi kendilerine yapmalarını teşfik ederek, öğrenme sürecine aktif olarak katılmalarını sağlamak için konulmuştur. Ev deneylerinin çoğu, yay, lastik bant, cetvel, balon çubuk gibi ucuz araçlarla yapılabilir. Bir çok durumda öğrencilere, deneylerde gözledikleri ve elde ettikleri sonuçları, bölümlerde öğrendikleriyle açıklanması sorulmuştur. Bazen ise, elde edilen verilerin yazılması ve sonuçların grafiginin çizilmesi istenmiştir.

Sınama Soruları Her bölüme öğrencilerin fiziksel kavramları anladıklanı kontrol etmeleri için bir çok sınama sorusu konulmuştur. Bir çok soru, çoktan seçmeli biçimde hazırlanmış, öğrencilerin nedenleri sorgulamaları ve karar vermeleri istenmiştir. Soruların bazıları ise, yaygın olarak yapılan yanlış yargıları ortadan kaldırmakta öğrenciye yardım amacıyla yazılmıştır. (Sınama Soruları için, "Öğrenciye Notlar" a bakabilirler. Bütün sınama sorularının cevapları bölüm sonlarında verilmiştir.

Marjin İkonları Öğrencilere daha fazla yardım için, yaygın yanlış yargılar ve hatalarla ilgili yorumlar kitabın boşluk kısımlarında belirtilmiştir. Genellikle bu yorumlarda faydalı Word Wide Web internet adresleri ve *Saunders'ın Fizik Kavramlarının Özü CR-ROM*'da referans olarak verilerek, öğrencilerin fizik kavramlarını anlamaları kolaylaştırılmak istenmiştir. Kitabın boşluklarında verilen işareti ve numarası verilerek incelenen konuda bir CD-ROM 'a atıfta

bulunulmuştur. işareti ile verilen problemler, Sınama Soruları örnek veya metin şekilllerinin "Etkileşimli Fizik" simulasyon (benzetim) paket programı ile yapılabileceği belirtilmek istenmiştir. Bu iki elektronik öğrenme paketine ait bilgisayar programının tanıtımı için *Öğrenci Yardımcı Paketleri CD-ROM*'una bakınız (sayfa xviii).

Uygulamalar Bazı bölümler, yaklaşık aynı uzunlukta veya biraz daha uzun çözülmüş örnek uygulamaları içermektedir. Bu Uygulamalarla öğrenciye, bölümde verilen fiziksel ilkelerin, günlük hayatta ve Mühendislikteki konuların pratik problemlere nasıl uygulandığı gösterilmiştir. Örneğin kinetik ve statik (Bölüm 5'e bakınız) sürtünme kavramından hareketle ABS (Antilock Brakes) fren sistemi, bir asma köprünün (Bakınız Bölüm 12) yapısal kısımlarındaki basınç ve gerilim kuvvetlerinin analizi; Dizel motor ve bir otomobilde güç dağıtımının araştırılması (Bakınız Bölüm 22) ve trafik lambalarının elektrik devresi ve yapısı (Bakınız Bölüm 28) uygulamalarla tartışılmıştır.

Problemler Bölüm sonundaki problemlerin anlaşılır olması ve kalitelerinin geliştirilmesi için gayret sarf edilerek bazı önemli düzeltmeler yapılmıştır. Problemlerin yaklaşık %20(si (650 kadar) yeni ve bu problemlerin çoğunluğu orta zorluktadır (mavi renkle numaralan problemler). Yani problemlerin çoğunda öğrencilerin biraz daha fazla hesaplama yapması gerekmektedir. Bütün problemler dikkatlice incelenmiş ve gerekli görülenler yeniden yazılmıştır. Bölüm sonu problemlerin yaklaşık %20'sinin çözümleri "*Öğrenci Çözüm Kitabı ve Çalışma Kılavuzu*" da verilmiştir. Bu problemlerin numaraları bir kutuya alınarak işaretlenmiştir. Çözümlerin küçük bir bölümü (**http://www.saunders college.com/physics**) internet sitesinde verilmektedir. "Fen ve Mühendislik için Fizik" kitabını kullanan, tüm öğretmen ve öğrenciler buraya erişebilirler. Bu problemler kitapta **WEB** işareti ile verilmiştir. Diğer problem grubunun özelliklerinin tanıtımı için gelecek bölüme bakınız.

Satır Satır Düzeltme Kitabın bütünü dikkatlice incelenerek, sunuştaki anlaşılırlık ve dildeki kesinlik arttırılmıştır. Sonuçta kitabın hem doğru hem de okunmasının daha zevkli hale geldiğine inanıyoruz.

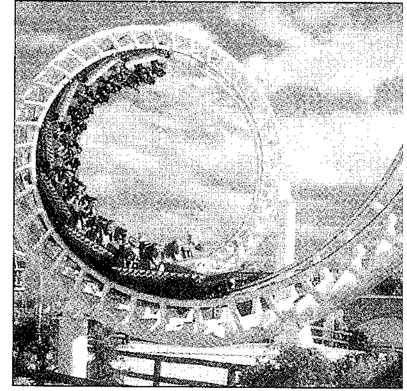
Grafiksel ve Gösterim Değişiklikleri Kitabın özellikleri bölümünde (Bakınız sayfa XVI) önemli tanımlar ve deyimleri vurgulamak için renkli yerler ve koyu baskı tipi kullanılmıştır. Kitabın beşinci baskısında koyu baskı satırlar, dördüncü baskıdaki italik (yatık) yazıların yerini almıştır. Benzer şekilde, vektörler beşinci baskıda çok koyu baskı şeklinde verilmiştir. Eşitlikleri daha açık ve dolayısıyla daha kolay analşılır yapmaya bir adım daha yaklaşmak için dördüncü baskıda kullanılan başlangıç ve son durumları gösteren "*i*" ve "*s*" harf alt indisleri yerine, başlangıç durumu "O" indisi ile son durum ise indissiz olarak gösterilmiştir. Denklemlerde anlaşılırlığı artırmak için, yön ve hareketi tanımlayan değişkenlerde x, y ve z alt indisleri kullanılmıştır.

İçindekiler'deki Değişiklikler İçindekiler sayfası incelendiğinde, kitabın içeriği ve düzeni temelde dördüncü baskı ile aynı olduğu izlenimi doğrulabilir. Buna karşılık, bir kaç önemli denilebilecek içerik değişikliği yapılmıştır. Bunlarla ilgili olanlar aşağıda verilmiştir:

- Kesim 16.8, bir ipteki sinüssel dalgalarla taşınan gücün (veya enerji transfer hızının) daha tam ve dikkatli bir türetilişini içerir. Benzer bir gelişme,

periyodik ses dalgalarının şiddeti ile ilgili olan Kesim 17.3'de de yapılmıştır.

- Kesim 18.2, duran bir dalga fonksiyonu zarfının geliştirilmiş bir tartışmasını içermektedir.
- Bölüm 20'de, iç enerji ile ısı arasındaki farklılığın güncelleştirilmiş bir tartışması verilmiştir. Hem ısı hem de iş, sistemin enerji değişimini açıklığa kavuşturacak şekilde tanımlanmıştır.
- Bölüm 22, Kesim 22.6'dan başlayarak bir sistemin mikrodurumu ve makrodurumunun yeni bir tanımını vermektedir.
- Kesim 24,3, Gauss yüzeyinin seçinimde yeni bir liste vererek, öğrenciler elektrik alanını saptarken, yük dağılımın simetrisindeki avantajları kullanmalarına fırsat verilmiştir.
- Bölüm 25'de bir elektrik dipolü ve bir nokta yük civarındaki elektriksel potansiyelin iki ve üç-boyutlu grafikleri verilmiştir.
- 27 ve bir sonraki bölümde yalnızca bazı maddelerde görülen elektrik alanla elektrik akımı arasında doğru orantılılık gösteren "Ohm Kanunu" kullanıyoruz. Tam açıklamaları için Kesim 27.2 ve bununla ilgili "Öğretici Notu"na bakılabilir
- Kesim 29.3, bir manyetik alandaki manyetik dipol ile bir elektrik alandaki elektrik dipolün potansiyel enerjilerinin bir karşılaştırmasını yapmaktadır. Burada ayrıca, uydu yükseklik kontrolü ve d'Arsonval Galvanometresi hakkındaki yeni örnekler bulunmaktadır.
- Bölüm 33 diyodları da içeren doğrultucu devreler hakkında yeni bilgiler içermektedir. Filitre devreler ve doğrultucu malzemeler, seçmeli olan kesim 33.9'da verilmiştir. Bu kesim güç taşınımı ve trafolar hakkında da bilgiler vermektedir.
- Bölüm 35'te, yansına ve kırınım ayrı kesimlerde verilmiş, Huygens ilkesinden sonra ayrı bir kesim olarak ele alınmıştır. Yeni Şekil 35.8, birçok pratik uygulaması olan geri yansımayı göstermektedir.
- Kesim 38.2'de, kırınım ve girişim etkisinin birlikte bulunduğu çift-yarıklı kırımın desenini içeren yeni bir alt-kesim bulunmaktadır.
- Kesim 39.4'da, uzay-zaman grafiği ve rölavistik doppler etkisini içeren yeni bir alt-kesim bulunmaktadır. "Durgun kütle" kavramı için verilen referanslar burada kaldırılmıştır.

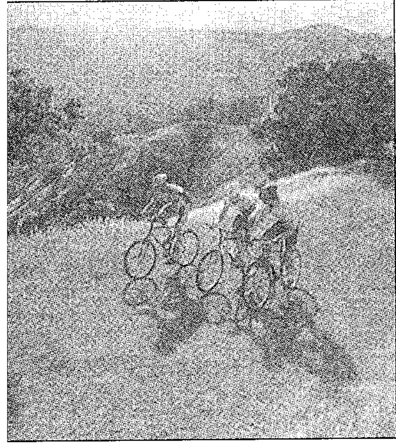


Bir çok kesim, bu ve diğer bölümlerde daha dengeli bir sunuş için ya yeniden yazıldı, silindi veya diğer kesimlerle birleştirildi. Kitabın bu baskısında, dördüncü baskısındaki eski 44. Bölüm ve süper iletkenlik konuları kaldırılmış ve bu konular bölüm 43 'e yeni bir kesim olarak eklenmiştir. Dördüncü baskıda bulunan fakat bu baskıda olmayan bu kesimler için internet sitelerinde ve başka kitaplara bakılabilir.

Öğreticiye Notlar İlk defa öğretici için uyarı ve yorumlar yapılmakta ve bunlar, "Öğreticiye Notlar Kitabında" verilmektedir. Bu açıklamalarda öğrenciler arasında sıkça görülen yanlış bilgiler, bazı çözülmüş örnekler, Sınama Soruları, Ev deneyleri ve bazı konularda fizik eğitimi araştırma yayınları ile ilgili bilgi verilmiştir. Bazı bölümlerde, bölüm sonu problemlerinde dipnot olarak "Öğretici notları" görülür; bunlar, kitabın öteki bölümlerinde bulunan problem gruplarını gösterir. "Öğreticiye Çıkma Notlar Kitabı" bölüm 1'den 39'a kadar olan konuları kapsar.

İÇERİK

Bu kitaptaki konular, klasik ve modern fizikteki temel konuları kapsar. Kitap altı ana kısıma ayrılmıştır. I. Kısım (Bölüm 1–15), Newton mekaniğinin temeli ve akışkanlar ile ilgilidir; II. kısım (Bölüm 16–18), ses ve dalgayı kapsar; III. Kısım (Bölüm 19–22), ısı ve termodinamikle ilgilidir; IV. Kısım (Bölüm 23–34), Elektrik ve manyetizmayı içerir; V. Kısım (Bölüm 35–38), optik ve ışığı içerir ve VI. Kısım, (Bölüm 39–47), görelilik (rölativite), kuantum fiziği ve Modern fizikte seçme konularla ilgilidir.



ÖZELLİKLER

Öğretmenlerin büyük çoğunluğu, bir ders için seçilen ders kitabının, o derste öğretilecek konuların anlaşılması ve öğrenilmesi için öğrenciye temel "rehber" olacağında hemfikirdirler. Ayrıca, ders kitabı kolay anlaşılır olmalı ve öğrenimi kolaylaştıracak şekilde yazılmalı ve düzenlenmelidir. Bu noktaları akılda tutarak, öğrenci ve öğretmenlere daha faydalı olması için bu ders kitabına bir çok pedagojik özellikler eklendi. Bu özellikler aşağıda verilmiştir?

Giriş Bölümlerin çoğu, bölümün amacı ve içeriğini belirten kısa bir girişle başlar.

Önemli İfade ve Denklemler Önemli ifadeler ve tanımları vurgulamak ve kolayca konuları özetleyebilmek için bunlar koyu harflerle veya mavi mürekkeple basılmıştır. Önemli eşitlikler, ifadeler, sonuçlar ve özetler renklendirilerek verilmiştir.

Problem-Çözümünde İpuçları Bazı özeliklere sahip olan problemlerin çözümleri için genel çözüm teknikleri verdik. Böylece öğrenciler, problem çözüm adımlarını buralarda kolayca görebilirler ve belirsizlikleri ortadan kaldırabilirler. Problem Çözümünde İpuçları olarak yazılan yerler, çabucak bulunabilmeleri için renkli zemin üzerinde basılmıştır.

Marjin Yazıları Yorumlar ve kısa notlar, metindeki kavramları, eşitlikleri ve önemli ifadeleri belirtmek için kenar boşluğuna basılmıştır.

Şekiller Kitabın beşinci baskısında bir çok şeklin üç-boyutlu görünümü geliştirilmiştir.

Matematiksel Düzey Matematik, genellikle bu kitabın okutulduğu derslerle aynı dönemde alınan bir ders olduğu akılda tutularak, öğrenciye yavaş yavaş tanıtıldı. Matematiksel adımların büyük çoğunluğu temel eşitlikler türetilirken verildi ve kitabın sonundaki matematikle ilgili ekler sıkça kaynak olarak gösterildi. Vektörel çarpımlar, fiziksel uygulamalarda gerekli olduğu yerlerde verildi. Nokta (skaler) çarpım 7. Bölümde İş ve Enerji konusunda tanıtıldı. Vektörel çarpım ise dönme dinamiği ile ilgili olan Bölüm 11'de verildi.

Çözülmüş Örnekler Kavramların anlaşılmasına yardımcı olması amacıyla, farklı zorluklarda toplam 394 çözülmüş örnek verildi. Bu örneklerin bir çoğu, bölüm sonunda bulunan problemlerin çözümü için model olarak kullanılabilir. Çözülen örnekler açık mavi çerçeveye alınmış, çözümün sonucu renkli zemin üzerine basılmıştır.

Çözümlü Örnek Alıştırmaları Bir çok çözümlü örnek, cevaplı alıştırmalarla hemen desteklenmiştir. Böyle uygulamalarla kitap, öğrenciye daha çekici ha-

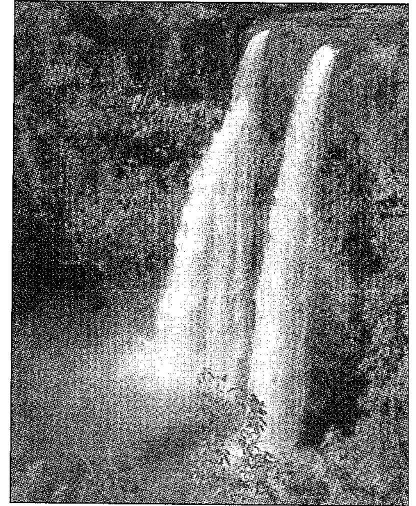
le getirilmek istenmiş ve öğrencinin problem çözme tekniklerini çabucak kavraması denenmek istenmiştir. Alıştırmalar, çözümlü örneklerin genişletilmesi şeklindedir.

Kavramsal Örnekler Dördüncü Baskıda olduğu gibi, bu baskıda da fizik kavramlarının öğretilmesi ve kritik düşünceleri vurgulamak için azami gayret gösterilmiştir. Bu amaçla kavramsal örnekler (sayfa 41'deki örnek gibi) eklenmiştir. Bu sorular, öğrencilerin bölümde verilen kavramları kendi kendilerine uygulayabilmeleri için verilmiştir. Kavramsal örneklerin bir kısmı, bölümde işlenen kavramlarla öteki bilim dalları arasındaki ilişkiyi vurgular. Kavramsal örnekler, bölüm sonundaki soruların cevaplandırılmasına da bir model oluştururlar; çünkü onların çoğu kavramsal sorulardır.

Sorular Sözel cevaplar gerektiren sorular her bölümün sonunda verilmiştir. Bu baskıda 1000'in üzerinde soru verilmiştir. Bazı sorular, öğrencilere, bölümde verilen kavramları kendi kendilerin sınamaları olanağı sağlamaktadır. Bir kısmı da sınıf içi yapılacak tartışmalarla anlaşılabilir. Seçilmiş bazı soruların cevabı "Öğrenci Çalışma ve Çözüm Kılavuzu"nda verilmiştir.

Anlamlı Rakamlar Anlamlı rakamlar, hem çözülmüş örneklerde hem de bölüm sonundaki problemlerde dikkatle işlenmiştir. Sayısal örnekler ve problemlerin çoğu, verilerin doğruluğuna bağlı olarak iki veya üç anlamlı rakamlı verilmiştir.

Problemler Her bölümün sonunda çok sayıda problem verilmiştir. Toplam problem sayısı 3000'in üzerindedir. Tek numaralı problemlerin cevapları kitabın sonunda verilmiştir. Bu cevapların verildiği sayfalar kolay ayırt edilebilinmesi için renklendirilmiştir. Hem öğretmen hem de öğrencilere kolaylık sağlamak için problemlerin yaklaşık üçte ikisinin hangi kesime ait oldukları belirtilmiştir. Geriye kalan problemler "Ek problemler" olarak verilmiştir.



Genellikle, alt kesimlerde verilen problemler, doğrudan çözülebilecek olanlardır ve ilk sıralarda verilmiştir. Biraz zor olan problemler ise bunları takip etmiştir. Orta zorluk düzeyindeki problemlerin belirlenmesinde kolaylık sağlamak için problem numaraları mavi renkle basılmıştır. Ayrıca, az sayıda oldukça zor problemler eklenmiştir. Bu problemlerin numaraları da koyu kırmızı renkle basılmıştır.

Tarama Problemeri Bir çok bölüme bu tip problemler konulmuştur. Bunlarla o ve önceki bölümlerde verilen çeşitli kavramlar üzerinde öğrencinin ilgisi yoğunlaştırılmak istenmiştir. Bu problemler, öğrencilerin kendilerini sınavlara hazırlaması ve öğreticilerin de özel değerlendirme ve sınıf içi tartışmaları için kullanılabilir.

İkili Gruplanmış Problemler Bölüm sonundaki bazı problemler, sayısal değerli ve sembolik olarak ikişer gruplanmıştır. Bu problemlerde soru zemini, renkli bir çerçeve içine alınmıştır.

Hesap Makinesi/Bilgisayar Problemleri Pek çok bölümde bir bilgisayar veya programlanabilir hesap makinesi kullanarak çözülebilecek problemler verilmiştir. Bu problemler işareti ile verilmiştir. Fiziksel olayların modellenmesi, öğrencilerin sayısal analizler yapmasına ve değişkenlerin grafiksel gösterimine olanak verir.

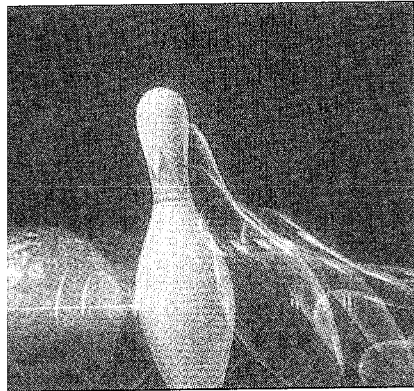
Birimler Uluslararası birim sistemi (SI) bütün kitap boyunca kullanılmıştır. İngiliz mühendislik birim sistemi (geleneksel sistem) sadece sınırlı olarak Mekanik, Isı ve termodinamik konularında kullanılmıştır.

Özetler Her bölümde, orada tartışılan önemli kavram ve denklemlerin gözden geçirildiği kısa bir özet bulunur.

Ekler ve Son Sayfalar Eklerin bir çoğu kitabın sonunda verilmiştir. Bu eklerin çoğu, kitapta kullanılan bilimsel notasyon, cebir, geometri, trigonomeri, diferansiyel ve integral hesaplamalardaki matematiksel tekniklerin özeti ile ilgilidir ve kitap boyunca kaynak olarak gösterilmiştir. Matematik özetlerin çoğunda, çözülmüş örnekler ve uygulamalarla bunların cevapları da verilmiştir. Bu matematik özetin yanında Eklerde, periyodik tablo, fiziksel çevirme çarpanları, atomik kütleler ve SI birim sistemindeki fiziksel büyüklükler verilmektedir. Diğer faydalı bilgiler, temel sabitler ve fiziksel veriler, gezegen sistemlerinin verileri, standart kısaltmalar sistemi, matematiksel semboller, Yunan alfabesi ve birimlerin standart kısaltmaları arka kapakta verilmiştir.

YARDIMCI KAYNAKLAR

Kitabın dördüncü baskısını kullananların önerileri üzerine, yardımcı paket büyük oranda değiştirilerek güncelleştirilmiştir. Öğrenci yardımcı paketinde yapılan temel değişiklikler; problem çözümüne odaklanan "Öğrenci çözüm el kitabı ve çalışma kılavuzu", "Öğrenci Araçları CD-ROM'u" ve Archipelago Production'un geliştirdiği "Saunders'ın Fizikteki Temel kavramlar CD-ROM'unda yapılmıştır. Yeni elektronik araçlarla öğreticilere (hocalara) destek vermek için çaba gösterilmiştir.



Öğrenci Yardımcı Kaynakları

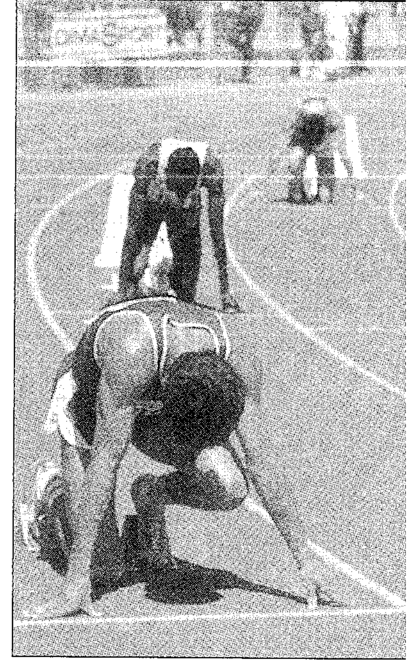
Çözümlü Öğrenci El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu, John R, Garden, Ralph Mc Grew ve Raymond A. Serway tarafından yazılmış ve Duane Deardorft'un katkılar ile hazırlanmıştır. İki ciltlik bu kitap, bölüm sonu problemlerin %20 'sinin ayrıntılı çözümünü içerecek şekildedir. Kitaptaki problemlerden tam olarak çözümü verilenlerin numaraları kutucuklar içine alınmıştır. Bazı problemlerin çözümünden sonra, kitapta tanımlanan (Bakınız Sayfa 47) GOAL kısaltması yer almıştır. Bu el kitabında ayrıca, seçilmiş bazı problemlerin Cevabının yanısıra, önemli eşitlikler ve kavramların bir listeside verilmiştir.

Cep Klavuzu V. Gordon Lind tarafından hazırlanmıştır. 5″ × 7″ ebadındaki kitapta, kesimlerin birer özeti, formüller, problem çözümlerine ipuçları ve bazı önemli kavramlar bulunmaktadır.

Öğrenci Araçları CD-ROM'u Bu CD-ROM, fiziksel kavramların öğrenilmesini hızlandıracak araçlar içermektedir. Böylece öğrencilerin daha iyi problem çözmeleri amaçlanmaktadır. Ayrıca, MSC Working Knowledge tarafından hazırlanan "Etkileşmeli Fizik™" adlı paket programı içerir ve kitapta, işareti ile verilmiştir. Burada, bazı Seçilmiş Problemler, Sınama Soruları, Çözülmüş örnekler, uygun şekiller ve 100'ün üzerinde etkileşimli fizik simulasyonu bulunmaktadır.

Saunders'in Fizikteki Temel Kavramlar CD-ROM'u Archipelago Production tarafından geliştirilen bu CD-ROM program paketi, fiziğe giriş amaçlı derslerin multimedyalı bilgisayarın gücünü kullanarak tam-hareketli video ve animasyon etkileşimli grafikler, anlaşılır ve içerikli metin ve rehberlik anlatımı sunmaktadır. Bu CD-ROM, öğrencilerin derste en zorlandıkları kavramları (optik, manyetik alan, elektrik alan, termodinamik ve mekanik konuları) üzerine yoğunlaşmıştır. Animasyon ve grafikler zor konuların doğru kavramsal model-

lerini geliştirmek için öğrencilere yardımcı olmak amacı ile verilmiştir. - Bu konular genellikle çok karmaşık ve söz ve tebeşirle açıklanması zor olan konulardır.- CD-ROM'da ayrıca, problem çözme stratejileri adım adım açıklanmış ve problemlerin animasyonu yapılarak, kavramsal anlama yolu ile problem çözme yeteniğinin oluşmasına çalışılmıştır. Kitaptaki bazı konular CD-ROM 'da daha ayrıntılı açıklanmış ve işareti ile belirtilerek ekran numaraları ve uygun modullerle verilmiştir. Öğrenciler bu konuları daha iyi anlamak için CD-ROM 'a bakabilirler.



Öğrenci Web Sitesi Öğrenciler http://www.saunderscollege. com/physics/ sitesinde bulunan bilgilere ulaşabilir. Bu web sitesinde, bazı bilim adamlarının ayrıntılı makaleleri cevaplı pratik problemler bu kitabın bazı bölümündeki "seçmeli" konuları bulabilirler. Ayrıca, Çözümlü Öğrenci Kitabı ve çalışma kılavuzu'ndan bazı çözümler, "Cep Klavuzu"nda verilen örneklerden çözümler ve 300'den fazla fizik terimi vardır. Öğrenciler ayrıca, Pratik Alıştırma ve Test bölümünde kendilerini deneyebilirler.

Fizik Laboratuar Kitabı, İkinci Baskı David Loyd tarafından yazılmıştır. Laboratuar işlemleri ve araçları ile kitabı yeniden düzenlenerek güncelleştirilmiştir. Her bölümde, laboratuar öncesi deneyin temelinde yatan teoriler, değerlendirme, amaç, araç listesi ve adım adım deneysel süreç ve sorular bulunmaktadır. Her deney için bir laboratuar rapor formu verilerek öğrencilerin yaptığı hesapları ve verileri kaydetmeleri amaçlanmıştır. Öğrencilerin elde ettiği verilere istatistiksel analiz uygulaması önerilerek, bulduğu sonuçların geçerliliğine karar verme yeteneklerinin gelişmesi sağlanmak istenmiştir.

Fizik Dersi Alacaklara Matematik Hazırlık Kursu Radney Cole tarafından hazırlanan giriş düzeyinde bu kitap matematiğe dayalı fizik dersi alan veya almadan önce fazladan hazırlanmak isteyen öğrenciler için faydalı olabilir. Böylece doğrudan matematik kullanılarak fiziğin anlaşılması kolaylaşır.

Fiziğin Sosyal Bilimlere Uygulanması Jerry Foughn tarafından hazırlanan bu kitapta, fizikle ilgili biyolojik problemlere, okuma parçalarına ve örneklere yer verilmiştir. "İnsan Eklemlerinde Sürtünme", "İnsan Dolaşım Sisteminin Fiziği", "Ultrases ve Uygulamaları", "Sinir Sisteminin Fiziği" gibi konuları içermektedir. Bu yardımcı kitap, tıp öğrenimine başlayan öğrenciler için faydalı olabilir.

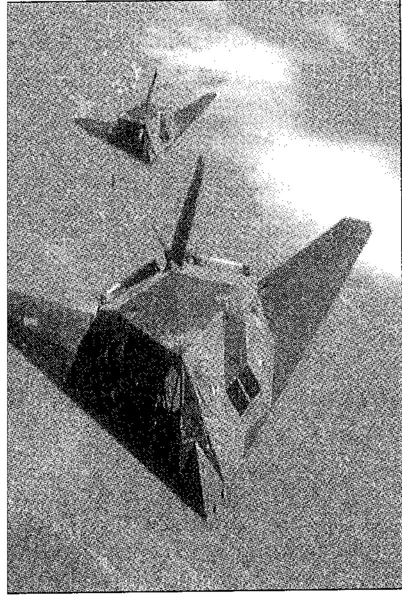
Öğretici Yardımcı Araçları

Öğretici Çözümlü El Kitabı Ralph McGrew, Jeff Saul, Charles Teague tarafından, Daune Deardorff ve Rhett Allian'ın katkılarıyla hazırlanmıştır. Bu kitap, özetler, çift numaralı problemlerin cevapları ve bölüm sonundaki problemlerin tümünün içermektedir. Beşinci baskıda yeni olan problemlerin çözümleri, daha kolay bulunması için işaretlenmiştir. Bu yeni kitapta, zor konuların nasıl öğretileceği ve öğrencilerin yanlış bilgilerinden nasıl kurtulacağı hakkında öneriler sunulmuştur. Bu öneriler, fizik öğrenimindeki yeni araştırmalara dayanarak yapılmıştır.

Öğretici Web Sitesi http://www.saunderscollege.com/physics/ 'deki, öğretmen alanı olarak ayrılan internet sayfasında, tepegözde kullanılan asetatların bir listesi, David Loyd tarafından hazırlanan "Fizik Laboratuar Kitabı, İkinci

Baskı"daki ilgili deneylerin açıklamaları bir kılavuz; bu kitabın kesimleri arası korelasyon (bağlaşım) rehberi ve "Saunders'ın fizikteki Temel kavramlar CD-ROM'undaki modüller, Ek Problemler ve Cevapları; bu kitaptaki seçmeli kesimler ve problem korelasyon rehberinin bir listesi bulunmaktadır.

Öğretici Kaynak CD-ROM'u Elinizdeki kitaba eşitlik eden bu CD-ROM, öğretmenlerin sınıf içi dersi daha çekici hale getirmelerine yardım edecek bir araç olarak hazırlanmıştır. CD-ROM'da, kitapta bulunan grafikler için dosyalar bulunmaktadır. Bu dosyalar doğrudan açılabilir, farklı paket programlarına eklenebilir ve CD-ROM'daki sunu programlarında kullanılabilir. Sınıfta kullanılmak için her bölümün görüntüsü büyütülmüş ve koyu baskı ile hazırlanmıştır. CD-ROM'da ayrıca, *Öğretici Kitabı, Soru Bankası ve Çözümlü Problem Uygulamaları* gibi elektronik dosyalar bulunmaktadır.



Bilgisayar Destekli Kişiye Özgü Yaklaşım Bu CAPA, şeklinde kısaltılan paket, öğrenme, öğretme ve değerlendirmelerle ilgili bilgisayar ağ sistemidir. Burada öğrencilere kişiye özgü problem setleri, deneme sınav soruları, nicel, nitel ve kavramsal problemler ve bu kitaptaki bazı problemler bulunmaktadır. Bu bilgisayar paketi, Michigan Üniversitesindeki, fizik, astronomi bilgisayar bilimi ve Kimya bölümlerinin işbirliği ile geliştirilmiştir. Öğrencilere ipuçları, gerekli bilgiler ve sınavlarda karşılaşılan sorunlar internet üzerinden anında verilebilmektedir. Sistem, her tür sınavları, değerlendirme raporları hazırlayan ve katılan her öğrenciye açıktır ve notlarını kaydetmektedir. Böylece kayıtlar, öğrenci ve öğreticilerin kullanımına sunulmuştur. Daha fazla bilgi, **http://www.pa.msu.edu/educ/CAPA/** internet adresinden alınabilir.

WebAssign: Web-Tabanlı Ödev Sistemi WebAssing, Nort-Carolina Üniversitesi tarafından geliştirilen web-tabanlı ödev verme, toplama, not verme ve kaydetme gibi servisler veren bir sistemdir. WebAssingn'a kayıt olan öğreticiler, kendi öğrencilerine ödev olarak verilen bu kitabın sonundaki problemleri bu siteden değerlendirilebilir. WebAssign, hızla ödevlerin hazırlanmasında kazanılan bilgi ve becerilerle, sınavlarda daha iyi not almalarına yardımcı olacaktır. WebAssign ile, ödevlere not verme, verilen notları kaydetme işlemleri ücretsiz yapılmakta, öğrencilere daha fazla zaman ayırma ve derse daha iyi hazırlanma imkanı verilmiş olmaktadır. WebAssign hakkında daha ayrıntılı bilgi **http://Webassign.net/info** internet adresinden alınabilir. Bu servisin hizmetlerinden faydalanmak için **webassign@ncsu.edu**'ya başvurabilirsiniz.

Ödev Servisi Bu servisle Öğreticiler World Wide Web'i kulanarak verdikleri ödev ve problemlerin değerlendirilmesine harcanan zamanını oldukça azaltmış olur. Öğreticiler, sitede bu kitaptaki problemleri de içeren soru bankasından soru seçerek öğrencilere ödev verebilir ve yine bu servisi kullanarak not verip öğrencilere aynı site üzerinden gönderebilir. Böyle bir sistem Teksas Üniversitesindeki Fred Moore (**moore@physics.utexas.edu**) tarafından geliştirilmiştir ve devamlılığı sağlanmıştır. Öğrenciler bu problemleri indirebilir, eğer cevapları yanlış ise yeniden cevap verebilir. Bu, hızlı not verme tekniği, etkin öğrenmeyi kolaylaştırır. Öğrenciler, değerlendirilmelerinden sonra problemin çözümünü de elde edebilirler. Çok kısa bir erişim zamanıyla bu başarılabilir. Ödev servisi, algoritma tabanlı problemler kullanılır: Bunun anlamı, her öğrencinin çözdüğü problem seti diğer öğrencilerden farklıdır. Bu si-

te hakkındaki ayrıntılı bilgi "**http://hw10.utexas.edu/instlnts.html**" adresinden alınabilir.

Basılmış Soru Bankası Edward Adelson tarafından hazırlanan bu kitap yaklaşık 2300 çoktan seçmeli soru içermektedir. Bilgisayar kullanma imkanı olmayan öğreticiler için hazırlanmıştır. Eski sınav sorularının yaklaşık %20'si yenileri ile değiştirilerek, kavram-tabanlı, düşünce içerikli sorulardan oluşturulmuştur.

Bilgisayarlı Soru Bankası Windows™ ve Macintosh® formatlı olarak elde edilebilir. "Bilgisayarlı Soru Bankası" nda, bu kitaptaki her bölümle ilgili 300'den fazla çoktan seçmeli sorular bulunmaktadır. Bilgisayarlı Soru Bankasında, Öğreticiler farklı sınavlar için yeni sorular ekleyerek veya soruları yeniden düzenleyerek yeni sınavlar yapabilirler. Bu bilgisayar yazılım programı, bütün soruları çözüp, cevap anahtarını hazırlayarak yazıcıdan çıkarma olanağı sağlamaktadır. Bütün soruların doğruluğu gözden geçirilmiştir.

Tepegöz Yansı Asetatları Bu geçirgen asetatlar, sınıflarda kolay görülebilmesi için büyük puntolarla basılmış ve kitaptan alınan 300 tam renkli şekilden oluşmaktadır.

Öğretici Laboratuar Kitabı David Loyd tarafından yazılan her bölüm, deneyin bir tartışmasını, ipuçlarını, bazı problemlerin cevaplarını içerir. Kitaba laboratuvar sonrası küçük sınavlar için, kolay ve kısa cevaplı sorular da konulmuştur. Ayrıca bilimsel cihazları sağlayan şirketlerin listesi ve deneylerde gerekli olan cihazların özeti de eklenmiştir.



ÖĞRETİMDE TERCİHLER

Bu kitap, aşağıda sıralanan konular üzerinde inşa edilmiştir: Klasik mekanik, madde dalgaları, ısı ve termodinamik, elektrik ve manyetizma, ışık dalgaları, optik, görelilik (rölativite) ve moden fizik. Bu sıralamada maddesel dalgalar konusu, elektrik ve manyetizmadan daha önce verilirse geleneksel bir sıralama olur. Bazı öğretmenler bu konuyu, elektrik ve manyetizmayı (Bölüm 34) tamamladıktan sonra vermeyi tercih edebilirler. Görelilik hakkındaki bölüm, kitabın sonlarına doğru konmuştur. Bunun nedeni, konunun genelde "Modern Fizik" alanına giriş olarak ele alınmasından ileri gelir. Eğer zaman yeterli olursa Öğretici, Bölüm 14 ten sonra Bölüm 39'u işleyebilir. Bu bölüm Newton Mekaniğini içermektedir.

İki yarıyıl eğitim veren öğreticiler, bazı kesim ve bölümleri devamlılık özelliğini kaybetmemek koşulu ile atlayabilirler. Bu konular, içindekiler bölümünde ve kitabın uygun yerlerinde yıldız (*) ile işaretlenmiştir. Bu bölümlerin, öğrenciye daha fazla bilgi vermesi açısından okunması önerilebilir.

TEŞEKKÜR

Bu kitabın beşinci baskısı, bir çok profesörün öğüt ve yardımları ile hazırlandı. Onlar, bütün müsveddeleri, yazılmış metinleri veya her ikisini birden gözden geçirdiler. Aşağıdaki meslektaşlarımıza teşekkürlerimizi sunarak, öneri, eleştiri ve cesaretlendirmelerinden dolayı samimi şükranlarımızı ifade etmek isteriz:

Edward Adelson, *Ohio State University*
Roger Bengtson, *University of Texas at Austin*
Joseph Biegen, *Broome Community Colege*
Ronald J. Bieniek, *University of Missouri at Rolla*
Ronald Brown, *California Polytechnic State Unversity–San Luis Obispo*
Michel E. Browne, *University of Idaho*
Tim Burns, *Leeward Community College*
Randall Caton, *Chiristopher Newport University*
Sekhar Chivukula, *Boston University*
Alfonso Diáz-Jiménez, *ADJOIN Research Center*
N. John Di Nardo, *Drexel University*
F. Eugene Dunnum, *University of Florida*
William Ellis, *Cornell University*
F. Paul Esposito, *University of Cincinnati*
Paul Fahey, *University of Scranton*
Arnold Feldman, *University of Hawai at Manoa*
Alexsander Firestone, *Iowa State University*
Robert Forsythe, *Broome Community College*
Philip Fraundorf, *University of Missouri at St. Louis*
John Gerty, *Bromme Community College*
John B. Gruber, *San Jose State University*
John Hubisz, *North Carolina Sate University*
Joey Huston, *Michigan State University*
Calvin S. Kalman, *Concordia University*
Natalie Kerr, M.D., *University of Tennesee, Memphis*
Peter Killen, *Universityof Queensland (Australia)*
Earl Koller, *Stevens Institute of Technology*
David LaGraffe, *U.S. Military Academy*
Ying-Cheng Lai, *University of Kansas*
Donald Larson, *Drexey University*
Robert Lieberman, *Conell University*
Raph McGrew, *Broome Community College*
David Millis, *Monash University (Australia)*
Clement J. Moses, *Utica College*
Peter Parker, *Yale University*
John Parsons, *Columbia University*
Arnold Perlmutter, *University of Miami*
Henry Schriemer, *Queen's University (Canada)*
Paul Snow, *University of Bath (A.K.)*
Edward W. Thomas, *Georgia İnstitute of Tecnology*
Charles C. Vuille, *Embry-Riddle Aeronautical University*
Xiaojun Wang, *Georgia Southern University*
Gail Welsh, *Salisbury State University*

Bu kitap, doğruluk açısından, James H. Smith (*University of Illinois at Orbana-Champaign*), Gregory Snow (*University of Nebraska—Lincoln*), Edward Gibson (*California State University—Sacramento*), Ronal Jodoin (*Rochester Instittute of Technology*), Arnold Perlmutter (*University of Miami*), Michael Paesler (*North Carolina State University*), ve Clement J. Moses (*Utica College*) tarafından dikkatle gözden geçirilmiştir.

Bu kitabın önceki baskılarının hazırlanışı sırasında yardım ve önerilerde bulunan aşağıdaki kişilere teşekkürlerimizi sunarız:

Georgia Alexsandrakis, *University of Miami*
Elmer E. Anderson, *University of Alabama*
Wallece Arthur, *Fairleigh Dickinson University*
Duane Aston, *California State University-Sacramento*
Stephan Baker, *Rice University*
Richard Barnes, *Iowa State University*
Stanley Bashkin, *University of Arizona*
Robert Bauman, *University of Alabama*
Marvin Blecher, *Virginia Poytechnic Institute and State University*
Jeffrey J. Braun, *University of Evansville*
Kenneth Brownstein, *University of Maine*
William A. Mutler, *Eastern Illinois University*
Lois H. Cadwell, *Providence CollegeRon Canterna, University of Wyoming*
Bo Casserberg, *University of Minnesota*
Soumya Chakravarti, *California Polytechnic State University*
C. H. Chan, The *University of Alabana at Huntsville*
Edward Chang, *University of Massachussetts at Amherst*
Don Chodrow, *James Madison University*
Clifton Bob Clark, *University of Nort California at Greensboro*
Walter C. Connolly, *Appalachian State University*
Hans Courant, *University of Minnesota*
Lance E. De Long, *University of Kentucky*
James L. DuBard, *Binghamton-Southern CollegeF. Paul Esposito, University of Cincinnati*
Jerry S. Faughn, *Eastern Kentucky University*
Paul Feldker, *Florissant Valley Community College*
Joe L. Ferguson, *Mississippi State University*
R. H. Garstang, *University of Colorado at Boulder*
James B. Gerhart, *University of Washington*
John R. Gordon, *James Madison University*
Clark D. Hamilton, *National Bureau of Standards*
Mark Heald, *Swarthmore College*
Herb Helbig, *Rome Air Development Center*
Howard Herzog, *Broome Community College*
Paul Holoday, *Henry Ford Community College*
Jerome W. Hosken, *City College of San Francisc*
Larry Hmurcik, *University of Bridgeport*
William İngham, *James Madison University*
Mario Iona, *University of Denver*
Karen L. Johonson, *Nort Carolina State University*
Brij M. Khorana, *Dose-Hulman Institute of Technology*
Larry Kirkpatrick, *Montana State University*
Carl Kacher, *Oregon State University*
Robert E. Kribel, *Jacksonville State University*
Barry Kunz, *Michigan Tecnological University*
Douglas A. Kurze, *Clarkson University*
Fred Lipschultz, *University of Connecticut*

Francis A. Liuima, *Boston College*
Robert Long, *Warcester Polytechnic Institute*
Roger Ludin, *California Polytechnic State University*
Nolen G. Massey, *University of Texas at Arlington*
Charles E. Mc Farland, *University of Missouri at Rolla*
Ralph V. McGrew, *Broome Community College*
James Monroe, *The Pennsylvania State University, Beaver Campus*
Bruce Morgan, *United States Naval Academy*
Clement J. Moses, *Utica College*
Curt Moyer, *Clarkson University*
David Murdock, *Tennessee Technological University*
A. Wilson Nolle, *University of Texas at Austin*
Thomas L. O'Kuma, *San Jacinto College North*
Fred A. Otter, *University of Connecticut*
George Parker, *Horth Carolina State University*
William F. Parks, *University of Missouri at Rolla*
Philip B. Peters, *Virginia Millitary Institute*
Eric Peterson, *Highland Community College*
Richard Reimann, *Boise State University*
Joseph W, Rudmin, *James Madison University*
Jill Rugare, *DeVry Institute of Technology*
Charles Scherr, *University of texas at Austin*
Eric Sheldon, *University of Massachusetts-Lowell*
John Shelton, *College of Lake County*
Stan Shepard, *The pennsylvania State University*
James H. Smith, *University of Illinois at Urbana-Champaing*
Richard R. Sommerfield, *Foothill College*
Kervork Spartalian, *University of Vermont*
Robert W. Stewart, *University of Victoria*
James Stith, *American Institute of Physics*
Charles D. Teague, *Eastern Kentucy University*
Edward W. Thomas, *Georgia Institute of Technology*
Carl T. Tomizuka, *University of Arizona*
Herman Trivilino, *San Jacinto College Nort*
Som Tyagi, *Drexel University*
Steve Van Wyk, *Chapman College*
Jaseph Veit, *Western Washington University*
T.S. Venkataraman, *Draxey University*
Noboru Wada, *Colorado School of Mines*
James Walker, *Washington State University*
Gray Williams, *University of California, Los angeles*
George Wiilams, *University of Utah*
Edward Zimmerman, *University of Nebraska, Lincoln*
Earl Zwicker, *Illinois Institute of Technology*

Bölüm sonlarındaki problemleri düzenleyen, bir çok yeni problem yazan ve kitabın içeriğinin geliştirilmesinde önerilerde bulunan Ralph McGrew'ye minnettarız. Liz McGrew, Alexandra Héder ve Richard McGrew'in önerileri ile, bölüm sonundaki yeni problemler, Rich Cohen, John DiNardo, Robert Forsythe, Ralp McGrew ve Ronald Bieniek tarafından yazıldı. Laurent Hodge', bölüm sonlarındaki bazı problemlerin kullanımına izin verdiği için teşekkür ediyoruz. *Öğrenci Çözüm Kitabı ve Çalışma Klavuzu*'nu yazdıkları için John R. Gordon, Ralph McGrew ve Duane Deadorff'a da minnettarız. Mükemmel düzenlemesinden dolayı Michael Rudmin'e teşekkür ediyoruz. Mükemmel bir *Öğretici Kitabı* hazırlayan Ralp McGrew, Jeff Saul ve Charles Teague'ye de teşekkürler. Web sitemizde görülen yardımcı araçlar ve *Öğretici Kitabı*'nın hazırlanışı sırasındaki çalışmalarından dolayı Gloria Langer, Linda Miller ve Jennifer Serway'e teşekkür ediyoruz.

Bu kitabın baskı ve hazırlanışı sırasında titiz çalışmalarından dolayı Saunders College Yayıncılık çalışanlarına, bilhassa, Susan Pashos, Sally Kusch, Carol Bleistine, Frank Messina, Suzanne Hakanen, Ruth Hoover, Alexandra Buczek, Pauline Mula, Walter Neary ve John Vondeling'e hasseten teşekkürler. Akıl dolu yazımından dolayı Irene Nunes'e, son nüshayı yazan Sue Nelson ve Mary Patton'a, kusursuz sanat eseri yaratan Rolin Graphics'e, fotoğraflar için Dena Digillo Betz'e çok çok minnettarız.

Son olarak, sevgi, destek ve uzun süreli özverilerinden dolayı eşlerimize ve çocuklarımıza en içten şükranlarımızı sunuyoruz.

Raymond A. Serway
Chapel Hill, North Carolina

Robert J. Beichner
Raleigh, North Carolina

John W.Jewett, Jr.
Pomona, California

Öğrenciye

Öğrenciye faydalı olabilecek bir kaç kelimelik önerinin verilmesinin uygun olacağı düşünülebilir. Bunu yapmadan önce, ders boyunca öğrenciye yardımcı olacak bu kitabın değişik özelliklerini anlatan önsözün okunduğu varsayılacaktır.

NASIL BİR ÇALIŞMA

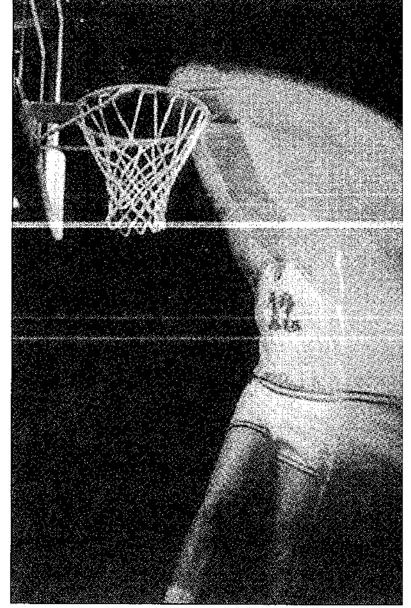
Öğretmenlere en çok "Fiziği nasıl çalışmalıyım ve sınava nasıl hazırlanayım" sorusu sorulur. Bu sorunun basit bir cevabı yoktur, fakat yıllar boyunca kendi öğrenme ve öğretme deneyimlerime dayanarak bazı önerilerde bulunabiliriz.

İlk olarak, bütün doğa bilimlerinin ana kaynağının Fizik olduğu akılda tutulursa, amaçlanan konuya daha olumlu bir tavırla yaklaşılabilir. Diğer fen derslerinde de aynı temel fiziki prensipler kullanıldığından, kitapta tartışılan değişmez teoriler ve kavramların anlaşılması ve uygulanabilimesi oldukça önemlidir.

KAVRAMLAR VE PRENSİPLER

Verilen problemleri çözmeye kalkışmadan önce, temel prensip ve kavramları anlamanız çok önemlidir. Bunu başarmanın en iyi yolu, kitaptaki konu ile ilgili bölümü derse gelmeden önce dikkatlice okumaktır. Bu aşamada, sizce anlaşılır olmayan kısımları not almak faydalı olur. Bunun için sayfaların yanında boşluklar bırakılmıştır. Ayrıca okunan konularla ilgili Sınama Sorularının cevabını, doğru verdiğinizden emin olmalısınız. Konuları kendi kendinize daha iyi anlamanızı sağlamak için sorular özenle hazırlanmıştır. Ev Deneyleri ile, bazen okumaya ara vererek, öğrenmek için uğraştığınız yeni kavramlar bazı deneyler yardımı ile verilmek istenmiştir. Sınıfta ise dikkatlice not alınız ve daha sonra da açığa kavuşmasını gerekli gördüğünüz kavramlarla ilgili soruları sorunuz. Bir bilimsel konunun çok az kişi tarafından bir defa okunduğunda tam olarak anlaşılabildiğini unutmayınız. Bu nedenle konuyu ve ilgili notları bir kaç kez okumak gerekebilir. Sınıfta dinledeğiniz ders ve labaratuar çalışması, daha zor konuların anlaşılmasında ve aydınlatılmasında kitaptaki bilgileri tamamlayıcı olmalıdır. Konuyu ezberlemeyi en aza indirmelisiniz. Kitaptaki bir konunun sorularını ve denklemlerini ezberlemek konuyu anladığınız anlamına gelmez. Konuyu anlamanız, kitaptaki problemleri çözme yeteneğinizle, öğretmeniniz ve diğer öğrenci arkadaşlarınızla olan tartışmalarınız ve etkili çalışma alışkanlığınızın bileşimi ile artabilecektir. Ne zaman olursa olsun, gerekliliğine inandığınız an soru sorunuz.

ÇALIŞMA PLANI



Düzenli bir çalışma planı yapmak önemlidir ve günlük plan tercih edilmelidir. Dersle ilgili müfredatı okumaya ve öğretmeninizin ders planına mutlaka uymaya çalışınız. Sınıfa gelmeden önce, konu ile ilgili metni okursanız dersi anlamanız çok daha kolay olacaktır. Bir genel kural olarak, sınıfta gördüğünüz herbir saatlik ders için iki saatlik çalışma zamanı ayırınız. Eğer ders ile ilgili bir sorununuz varsa öğretmeninizden veya bu dersi daha önce alan öğrencilerden öneriler almaya çalışınız. Daha deneyimli öğrencilerden de daha fazla bilgi almak sizin için faydalı olabilir. Öğretmeniniz, sık sık düzenli derslere ek olarak ders tekrarı teklif edecektir. Günlük ders çalışmalarınızı sınava bir veya iki gün kalana kadar ertelememeniz oldukça önemlidir. Eğer çalışmanızı ertelerseniz bu genelde bir felaketle sonuçlanabilir. Sınavdan önce bütün bir gece çalışmaktan ziyade temel kavramları ve soruları kısaca gözden geçirmek ve arkasından iyi bir uyku çok daha faydalı olacaktır. Sınava hazırlanırken, problem çözerken veya konuları anlamada fazladan yardıma ihtiyaç duyarsanız, size bu kitapla birlikte *Öğrenci Çözüm Kitabı ve Çalışma Klavuzu* kitabını da edinmenizi öneririz. Bu kitabı da kitapçılarda bulabilirsiniz.

ÖZELLİKLERİ KULLANMA

Önsözde bahsedildiği gibi, kitabın değişik özelliklerini tam olarak kullanmalısınız. Örneğin önemli deyim ve tanımlamalar **koyu** olarak basılmış, kısa notlar, önemli denklemler ve kavramlar uygun yerlere konmuştur. Bir çok faydalı tablo ekler bölümünde verilmiştir. Buna karşılık, çoğunlukla kullanıldıkları yerlerde konuyla birlikte verilmiştir. Ek B'de matematiksel tekniklerin uygun bir özeti verilmiştir.

Tek numaralı problemlerin cevapları kitabın sonunda verilmiştir. Ayrıca, bölüm sonu problemlerin cevaplarının büyük çoğunluğu *Çalışma Klavuzu*nda da verilmiştir. Çözümlü örnekleri takip eden uygulamalar (cevaplarıyla birlikte) ve uygulanan basit matematik hesapları da (sayfa 90'daki Örnek 4.7'ye bakınız) verilmiştir. Bu uygulamaların amacı, kitap boyunca okuduğunuz problemleri çözme yeteneğinizi sınamaktır. Problem çözme teknikleri ve ipuçları ile, size kitap boyunca seçilmiş bölümlerden problemleri çözmenize yardımcı olması için fazladan bilgi olarak sağlanmıştır. Bütün kitabın genel bir görünümü, içindekiler tablosunda verilmiştir. Dizin, özel konuları çabuk bir şekilde bulmanıza olanak sağlayacak biçimde düzenlenmiştir. Dipnotlar bazen tartışmalara yardımcı olmak amacıyla kullanılmış veya konu ile ilgili diğer kaynaklardan bahsedilmiştir.

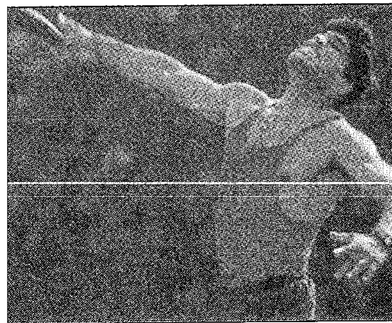
Bir bölümü okuduktan sonra, bölümde ilk defa tanıtılan büyüklükleri tanımlayabilmelisiniz ve anahtar önemdeki bağıntılara ulaşmak için prensipleri ve varsayımları tartışabilmelisiniz. Bölüm özetleri ve *Çalışma Klavuzu*nun özet kısımları bu açıdan size yardımcı olabilir. Bazı durumlarda, belli konuların yerlerini bulmak için kitabın dizinini kaynak olarak kullanabilirsiniz. Her sembolünün hangi fiziksel büyüklüğü temsil ettiği ve bir eşitliğin içindeki hangi büyüklükle ilgili olduğu doğru bir şekilde bilinmelidir. Dahası, her önemli bağıntıyı özlü ve doğru yazılmış cümlelerle ifade edebilmelisiniz.

PROBLEM ÇÖZMENİN ÖNEMİ

Nobel ödüllü fizikçilerden R.D. Feynman bir defasında, "bir şeyin pratiğini yapmadan onu bilemezsiniz" demişti. Bu cümleyi hatırlıyarak, çok değişik problemleri çözebilmek için yeteneğinizi geliştirmenizi şiddetle öneririz. Problemleri çözme yeteneği, sizin Fizik bilginizin temel kaynağı olacaktır. Bu yüzden, mümkün olduğu kadar çok problem çözmeye çalışmalısınız. Aynı problemi farklı yollardan çözmeyi denemek iyi bir alışkanlık sağlayacaktır. Örneğin, mekanikteki problemler Newton Mekaniği ile çözülebileceği gibi, daha kestirmeden, eneriji konusu gözönüne alınıp farklı bir yöntem kullanarakta çözülebilir. Problemlerin sınıftaki çözümünü gördükten sonra, anladığınızı düşünerek kendinizi aldatmayınız. Problemlerin benzerini, kendi kendinize çözmeyi mutlaka yapabilmelisiniz.

Problem çözme yöntemi dikkatlice planlanmalıdır. Bir problem bir çok kavram içerdiği zaman, bir sistematik plan yapmak oldukça önemlidir. İlk olarak ne sorulduğunu anladığınıza emin olana kadar, problemi bir kaç defa okumak, problemi yorumlamanıza yardımcı olacaktır. Anahtar kelimelere bakınız; belkide kendiniz belli varsayımlar oluşturursunuz. Soruyu doğru bir şekilde anlamak, problem çözme yeteneğinizin önemli ve gerekli bir bölümüdür. İkinci olarak problemde verilen bilgileri yazma alışkanlığı edinmelisiniz ve hangi büyüklüklerin verildiğine ve hangilerinin bulunacağına karar vermelisiniz. Örneğin, verilen ve istenen fiziksel büyüklükleri bir tablo şeklinde yazınız. Bu işlem kitapta çözülen örneklerde bazen kullanılmıştır. Problem için uygun olduğuna inandığınız yönteme karar verdikten sonra çözümü yapınız. Bu tür Genel problem çözme stratejisi metne dahil edilmiş ve mavi zemin üzerine yazılmıştır. Ayrıca karmaşık problemlerde öğrenciye rehberlik etmek amacı ile GOAL (Bakınız sayfa 47) adı verilen potokol geliştirilmiştir. Buradaki süreci adım adım izlerseniz (Bilgiyi birleştirme (G), yaklaşımı organize etme, (O), analiz yapma (A) ve buradan bir şeyler öğrenme (L) çözümlere kolayca ulaşılması ve sarf edilen gayretlerden daha fazlası kazanılmış olunacaktır.

Sık sık, öğrencilerin herhangi bir durum için gerekli olan fiziksel kanunların veya özel formüllerin geçerli olduğu aralığı belirlemede başarısız olduğuna tanık olunmuştur. Söz konusu teori ve formüllerin altındaki varsayımları hatırlamanız ve anlamanız çok önemlidir. Örneğin, kinematikteki denklemler sadece sabit ivme ile hareket eden parçacıklara uygulanır. Bu denklemler, yaya bağlı bir cismin hareketi veya bir akışkanda hareket eden cisim gibi ivmenin sabit olmadığı durumlarda geçersizdir.



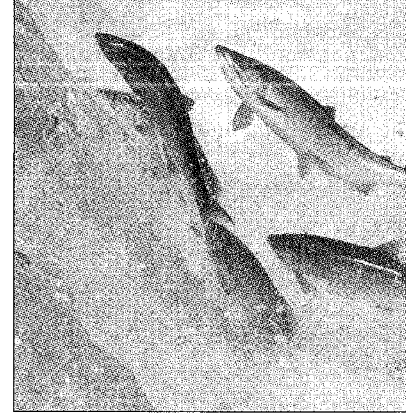
Problem Çözümleri İçin Genel Öneriler

Genel fizikte işlenen pekçok konu, öğrencilerin problem çözme yeteneğini geliştirmeyi amaçlar. Sınavlarda sorulan pekçok problemde de böyle bir yeteneğin oluşup oluşmadığı denenmek istenir. Bu özet kesimin amacı, problem çözümüne doğru bir yaklaşımda bulunmayı geliştirmek, fiziksel kavramların anlaşılırlığını artırmak, probleme hangi yönde yaklaşılacağını, başlangıçta oluşabilecek bir paniği önlemek ve çözümü nasıl düzenleyeceğinizi tanıtmaktır. Bu amaçların başarılmasına yardımcı olmak üzere, kitapta işlenen pek çok konunun sonunda "Problem Çözüm Önerileri" başlığı ile verilen tavsiyelere uyulması büyük yarar sağlar. Ayrıca, "İpucu" olarak verilen bilgiler, aslında probleme kabaca nasıl yaklaşılacağını gösterir.

Problem çözüm yöntemlerinin geliştirilmesinde genellikle şu beş temel adım kullanılır:

- Gerekiyorsa, verilenleri doğru bir şekilde gösteren uygun bir diyagram ve koordinat eksenlerini çizin.

- Problemde neyin sorulduğu incelenirken, ilgili olan temel fizik prensibini (veya prensiplerini) belirleyin, bilinenler ile bilinmiyenleri yazın.
- Bilinmiyeni bulurken kullanılacak temel bağıntıları seçin veya gerekli denklemi çıkarın; daha sonra, denklemdeki bilinmiyeni sembolik olarak çözün.
- Verilen değerleri uygun birimlerle denklemde yerine koyun.
- Bilinmiyen için sayısal bir değer elde edin. Aşağıdaki sorular uygun şekilde cevaplanabiliyorsa, problem çözümü doğrulanmış ve kontrol edilmiş demektir. Bu sorular; birimler uyumlu mudur? Cevap kabul edilebilir mi? Artı ve eksi işaretleri uygun ve anlamlı mı?



Bu önerinin bir amacı da, doğru sonuca kolayca ulaşmayı sağlamaktır. Uygun biçimde çizilen şekiller, bir çok işaret hatasını engeller. Ayrıca şekiller, problemin fiziksel prensibini ortaya çıkarmaya yardımcı olur. Sembolik çözümler ve problem çözümü sonunda yapılan birim kontrolü, mümkün olabilecek cebirsel hataları gösterebilir. Problemin fiziksel tertip ve düzeni, nihaî sonucu daha anlaşılır ve kolay izlenebilir hale getirecektir. Bir kere, problemi ve ilgili bilgileri ortaya çıkaran düzenli bir sistem geliştirebildiyseniz, sonrasında, kendine güvenen bir problem çözücüsü haline geldiniz demektir.

DENEYLER

Fizik, deneysel gözlemlere dayanan bir bilim dalıdır. Bu noktadan hareketle, önerimiz, bu kitabın yanında değişik tipteki "Yapılabilir–kolay" deneyleri evde veya laboratuarda yapmaya çalışmalısınız. Bölümlerin çoğu kendi kendinize yapabileceğiniz basit deneyleri içeren bir veya iki "Ev deneyi" içermektedir. Bunu yaparak kitapta veya sınıfta tartışılan modelleri ve fikirleri kontrol edebilirsiniz. Örneğin yayılan dalgaları çalışmak için en mükemmel yol, "çocuk oyuncakları" kullanmaktır; uzun bir ipin ucunda sallanan bir top, sarkaç hareketinin araştırılmasında kullanılabilir. Düşey bir yayın veya lastik bandın ucuna farklı kütleler ekleyerek esneklik doğalarını belirlemede kullanılabilir. Eski bir polaroid güneş gözlüğü ve farklı lensler ile büyüteçler bazı optik deneylerin elemanları olarak kullanılabilir. Bilinen bir yükseklikten bırakılan bir topun düşme hızını bir kronometre ile ölçerek yerçekimi ivmesini yaklaşık olarak elde edebilirsiniz. Buna benzer deneyler çok fazla sayıdadır. Fiziksel modeller olmadığı zamanlarda hayal gücünüzü kullanarak kendi modelinizi geliştirebilirsiniz.

YENİ MEDYA İMKANI

Öğrenciler, bu kitapla birlikte sunulan aşağıdaki multimedya imkanlarından bir veya bir kaçını kullanmasını onları cesaretlendirecektir. Kendinizi de bir faaliyet içinde bulursanız, fiziği anlamak koyaylaşır ve bu yeni ürünlerle kendiniz de bu eylemin bir parçası olabilirsiniz.

Öğrenci Araçları CD-ROM 'u bu kitapla birlikte edinilebilir. Bu CD-ROM, MSC Working Knowledge şirketi tarafından hazırlanan bir program olan "Etkileşimli Fizik" programının kitap versiyonudur. "Etkileşimli Fizik" simulasyonu (benzetimi), çözülmüş örnekler, Sınama Soruları ve bölüm sonu problemlerle ilgilidir ve kitapta işareti ile belirtilmiştir. Aşağıda verilen örnek ve problemleri içerir:

Bölüm 12

Örnek 12.1
Tahteravalli

Örnek 12.3
Kalas Üstündeki Adam

Örnek 12.4
Eğimli Merdiven

Problem 12.42

Problem 12.46

Problem 12.59

Bölüm 13

Örnek 13.3
Blok-Yay Sistemi

Şekil 13.10
Blok-Yay Sistemi İçin BHH

Örnek 13.4
Yatay Yüzeyde Salınımlar

Örnek 13.6
Sallanan Çubuk

Kesim 13.5
BHH'in Düzgün Dairesel Hareketle Kıyaslanması

Problem 13.21

Problem 13.53

Problem 13.60

Problem 13.62

Bölüm 14

Kesim 14.5
Gezegenlerin Hareketi ve Çekim Kanunu

Sınama Sorusu 14.3

Bölüm 18

Şekil 18.9
Genlik-Sürücü Frekans ilişkisi

Şekil 18.10
Rezonans

Bölüm 23

Problem23.52

Bölüm 29

Problem 29.43

Problem 29.56

Saunders 'ın Fizikteki Temel Kavramları CD-ROM u Ayrıca, Archipeloga Produktion tarafından geliştirilen bir CD-ROM'da satın alınabilir. CD-ROM'da mekanik, elektromanyetizma, termodinamik ve optik ile ilgili seçilmiş konuların multimedya sunumu yapılmaktadır. CD-ROM'da 350 'den fazla film, -animasyon ve video filmi-laboratuar gösterileri, "gerçek-hayat" örnekleri, grafiksel modeller, adım adım açıklanan temel matematik işlemler verilmiştir. Kitaba yardımcı olan bu CD-ROM modülleri, kitaptaki boşluklarda işareti ile verilmiştir.



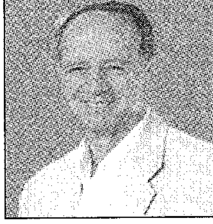
FİZİĞE DAVET

En büyük ümidimiz, sizin de fiziği, heyecanlı ve hoşlanılacak bir deneyim olarak görmeniz ve seçtiğiniz meslek dalı ne olursa olsun bu deneyimden faydalanacak olmanızdır. Fiziğin heyecan verici dünyasına hoş geldiniz.

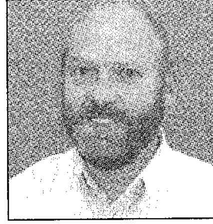
Bilim adamı doğa'yı faydalı olduğu için çalışmaz. Doğayı çalışır, çünkü içinde zevk ve eğlence bulur. Doğada zevk ve eğlence bulunur, çünkü doğa güzeldir. Doğa güzel olmasaydı, anlamsız olurdu. Doğa anlamsız olsaydı, hayat yaşanmaya değmezdi.

—Henri Poincaré

Yazarlar Hakkında



Raymond A. Serway doktora derecesini İllinois Teknoloji Enstitüsü'nden aldı, James Madison Üniversitesinde emekli profesördür. 17 yıl çalıştığı James Madison Üniversitesinde iken, 1990 'da Madison Bilim Ödülü aldı. Dr. Serway, ögretim kariyerine Clarkson Üniversitesinde başladı ve burada 1967 'den 1980 'e kadar araştırma ve hocalık yaptı. 1977 de Clarkson Üniversitesinden "Seçkin Eğitici" ödülü, 1985 te Utica Kolejinden "Mezun Öğrenci Başarı Ödülü" aldı. Zürih/İsviçre deki IBM Araştırma Laboratuvarında konuk bilim adamı olarak, 1987 'de Nobel Ödülü alan K.Alex Müller ile çalıştı. Dr. Serway ayrıca, Argonne Milli Laboratuvar 'ında misafir bilim adamı olarak bulundu; orada, akıl hocası ve dostu Sam Marshall ile işbirliği yaptı. Dr. Serway, *Fizik İlkeleri* (2. Baskı) kitabının tek yazarı, *Kolej Fiziği* (5. Baskı) ve *Modern Fizik* (2. Baskı) 'inde yazarlarından biridir. Ayrıca, bir lise ders kitabı olan *Fizik* (yayıncı: Holt, Rinehart & Winston)'nde yazarıdır. Dr. Serway 'ın basılmış Katıhal Fiziği ile ilgili 40 'tan fazla makalesi, ve bilimsel Kongrelerde sunulmuş 60 'tan fazla bildirisi bulunmaktadır. Dr. Serway ve eşi Elizabeth, seyahati ve golf oynamayı sever, dört çocuğu ve dört torunu ile birlikte olmaktan haz duyar.



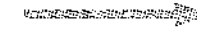
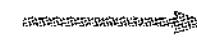
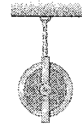
Robert J. Beichner doktora derecesini Buffalo'daki New York Devlet Üniversitesi 'nden aldı. Şu anda Kuzey Carolina Devlet Üniversitesi 'nde Fizik Doçentidir ve "Fizik Eğitimi Araştırma ve Geliştirme Grubu" nu yönetmektedir. Cemaat-koleji, dört-yıllık kolej ve üniversite düzeyinde 20 yılı aşkın öğretim hizmetinde bulunmuştur. Araştırma alanı, Fizik eğitiminin geliştirilmesi üzerinedir. Çalışmalarından bazıları, Video-tabanlı laboratuvar, Toplu öğrenme, Teknoloji-destekli öğrenme ortamları ve çeşitli fizik konularının anlaşılmasında öğrenci değerlendirmesi üzerindedir. Dr. Beichner, fizik eğitimi alanının da pek çok çalışmaya öncülük etti ve pek çok konferanslar verdi. Bu kitabın yazarlarından biri olmanın dışında, bir çok ticari yazılım paketi, 2 CD-ROM ve ilköğretim öğretmenlerine yönelik iki kitabın yazarıdır. Dr. Beichner bir kano düşkünüdür ve eşi Mary ve kızları Sarah ve Julie ile birlikte olmaktan hoşlanır.



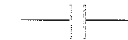
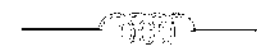
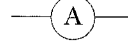
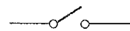
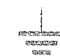
John W. Jewett, Jr. doktorasını Ohio Devlet Üniversitesi'nden aldı. Çalışmaları optik ve maddenin manyetik özellikleri üzerindedir. Pomona'daki California Devlet Üniversitesi Politeknik Okulu'nda şu anda; Fizik Profesörüdür. Dr. Jewett'in tüm öğretim kariyeri fen eğitimini geliştirme üzerine olmuştur. Dört kez Ulusal Bilim Vakfı Ödülü kazanmıştır. Güney California Bölgesi Modern Fizik Enstitüsü'nün kuruluş ve yönetiminde bulundu. Fen IMPACT (Institute for Modern Pedagogy and Creative Teaching) in başkanıdır; burada okul ve öğretmenlerle birlikte etkin fen programlarının geliştirmesi üzerinde çalışılır. Her iki organizasyon hem ABD hemde ABD dışında etkinliğini sürdürür. Dr. Jewett, Övülmeye Değer Performans ve Profesyonel Umut Ödülü, 1991-1992 'de California Devlet Politeknik Universitesinde "Seçkin Profesör" ünvanı ve 1998 'de Amerika fizik öğretmenleri Derneği (AAPT) 'nin verdiği Fizik Lisans Öğretiminde Mükemmellik ödüllerini almıştır. AAPT de, Amerika ve Amerika dışında pek çok sunumlarda bulunmuştur. Dr. Serway ve Dr. Jewett ile birlikte "Fizik İlkeleri"nin de yazarıdır. Piyano çalmak, seyahat etmek, antik, sahte tıbbi cihazları biriktirmek ve eşi Lisa ve çocukları ile birlikte olmaktan hoşlanır

Renklerin Pedagojik Kullanımı

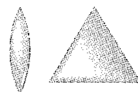
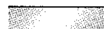
Bölüm 1 (1–15. Bölümler) : Mekanik

Yerdeğiştirme ve konum vektörü		Doğrusal (**p**) ve açısal (**L**) Momentum vektörleri	
Doğrusal (**v**) ve açısal (**ω**) hız vektörleri		Tork vektörleri (τ)	
Hızın bileşen vektörleri		Doğrusal veya dönme hareketi yönleri	
Kuvvet vektörleri (**F**)		Yaylar	
Kuvvetin bileşen vektörleri			
İvme vektörleri (**a**)		Makaralar	
İvme vektörü bileşenleri			

Bölüm 4 (23–34. Bölümler) : Elektrik ve Manyetizma

Elektrik alanları		Sığalar	
Manyetik alanlar		İndüktörler (Bobinler)	
Pozitif yükler		Voltmetreler	
Negatif yükler		Ampermetreler	
Dirençler		Galvanometreler	
Piller ve diğer dc güç kaynakları		ac jeneratörleri	
Anahtarlar		Topraklama sembolü	

Bölüm 5 (35–38. Bölümler) : Işık ve Optik

Işık ışınları		Cisimler	
Mercek ve prizmalar		Görüntüler	
Aynalar			



K ı s ı m 1

Mekanik

Fiziksel bilimlerin en temeli olan Fizik, evrenin temel prensipleri ile ilgilenir. Diğer fiziksel bilimlerin–astronomi, kimya ve jeoloji–temelidir. Fiziğin güzelliği, temel fiziksel teorilerinin basitliğinde yatar. Fizik, az sayıda temel kavram, denklem ve varsayımla çevremize bakış açımızı değiştirir ve genişletir.

Tüm fizik beş temel alana bölünebilir:

1. Klasik mekanik, ışık hızından çok daha küçük hızla hareket eden ve atomlara göre çok büyük olan cisimlerin hareketleri ile ilgilidir.
2. Herhangi bir hızda, veya ışık hızına yakın hızlarda cisimlerin hareketini inceleyen Rölativite Teorisi
3. Isı, iş, sıcaklık ve çok sayıdaki parçacıkların istatistiksel davranışı ile ilgili olan *Termodinamik,*
4. Elektrik, manyetizma ve elektromanyetik alanları içeren *Elektromanyetizma,*
5. Hem makroskobik hem de mikroskobik seviyedeki parçacıkların davranışı ile uğraşan teorilerin toplamı olan Kuantum mekaniği

Bu ders kitabının Birinci Kısmı, klasik mekanik veya Newton mekaniği de denilen mekanikle ilgilidir. Mekaniksel sistemleri anlamada kullanılan bir çok temel prensip; enerji transferi, dalgalar vb. gibi doğa olaylarının tanımlanmasında kullanıldığı için mekanik konusunu öne almak uygundur. Enerji ve momentum korunum kanunları da mekanik bölümünde tanıtılmaktadır. Bu kanunlar, daha sonra bahsedilecek olan modern fizik teorilerini de içeren temel teorilerde önemli olurlar.

Bugün klasik mekanik, tüm dallarda öğrenim gören öğrenciler için hayati öneme sahiptir. Mekanik; gezegenler, roketler ve beyzbol topu vb. maddesel cisimlerin hareketini tanımlamada oldukça başarılı bir şekilde kullanılmaktadır. Kitabın ilk kısmında, mekanik yasaları tanımlanacak ve ancak bu temel fikirlerle anlaşılabilecek geniş bir fiziksel olay yelpazesi incelenecektir. Klasik fiziğin çeşitli dallarını ayrı kesimler halinde işleyeceğiz; fakat göreceğiz ki mekanik ve elektromanyetizma dalları, klasik ve modern fiziğin bütün öteki alanlarının temelidir.

◁ Görüntünün telif hakkı Laurie Campbell/Tony Stone'a aittir.

Sizce Nasıl?

Binlerce yıldır dönen yerküre, zaman ölçümünde doğal bir standart sağlar. Buna karşılık, 1972 yılından beri saatlerimize yerküre ile eş zamanlılığı sağlamak için 20 "saniye"den fazla bir ekleme yapılmıştır. Bu düzenlemeye ne gerek vardır? Ne ile iyi bir standart sağlanabilir? (*Don Mason/ Borsa ve Nasa*)



b ö l ü m

1 Fizik ve Ölçme

Bölüm İçeriği

Diğer fen bilimlerde olduğu gibi fizik, deneysel gözlemler ve nicel ölçümlere dayanır. Fiziğin ana amacı, doğal olayları yöneten sınırlı sayıdaki temel yasaları bulmak ve ilerde yapılacak deneylerin sonuçlarını öngörecek teorilerin geliştirilmesinde kullanmaktır. Teorilerin geliştirilmesinde kullanılan bu temel kanunlar, deney ve teori arasında bir köprü görevi yapan matematik dili ile ifade edilirler.

Deney ve teori arasında bir uyumsuzluk ortaya çıktığında, bu uyumsuzluğu gidermek için, yeni teori ve deneyler geliştirmek gerekir. Pek çok defa teori, belirli koşullar altında iyi sonuç verir; daha genel bir teori, kısıtlamalar olmaksızın da yeterli olabilir. Örneğin, 17. yüzyılda Isac Newton (1642-1727) tarafından keşfedilen hareket yasaları, normal hızlarda hareket eden cisimlerin hareketini doğru bir şekilde tanımlayabilir, fakat ışık hızına yakın hızlarda hareket eden cisimlere uygulanamaz. Fakat, Albert Einstein (1879 – 1955) tarafından 1900'lerde geliştirilen özel görelilik (rölativite) teorisiyle, ışık hızına yakın hızlarda hareket eden cisimlerin hareketi de başarılı bir şekilde açıklanmıştır. Yani Rölâtivite teorisi hareket için daha genel bir teoridir.

Klasik fizik denince, 1900 yılından önce geliştirilen teoriler, kavramlar, kanunlar klasik mekanikteki deneyler, termodinamik, elektromanyetizma anlaşır.

Klasik mekaniğe en büyük katkıyı Isaac Newton (1642 – 1727) yapmıştır. Newton, klasik mekaniği sistematik bir teori olarak geliştiren ve hesaplamalarında metematiği bir araç olarak kullanan ilk araştırmacıdır. Klasik fizikteki gelişmeler, 18. yüzyılda da devam etmiştir. Fakat, termodinamik ile elektrik ve manyetizma 19. yüzyılın sonlarına kadar geliştirilememiştir. Bunun nedeni, deneyleri kontrol etmek için kullanılan araçların ya çok yetersiz ya da var olmamasıydı.

19. yüzyılın sonlarına doğru başlayan fizikteki yeni çağ, genellikle *modern fizik* olarak adlandırılır. *Modern fiziğin* gelişmesinin temel nedeni, klasik fiziğin bir çok fiziksel olayı açıklayamıyacağının ortaya çıkmasıdır. Modern çağdaki en önemli iki gelişme, kuantum mekaniği ve rölativite teorisidir. Einstein 'in rölavitie teorisi geleneksel uzay, zaman ve enerji kavramlarında bir devrim getirmiştir. Kuantum mekaniği ise hem mikroskopik hem de makroskobik dünyaya uygulanabilir ve atomik seviyedeki fiziksel olayların tanımlanmasını sağlamak için bir çok seçkin bilim adamı tarafından formüle edilmiştir.

Bilim adamları, temel yasaları anlamamızı ve yeni keşiflerin yapılmasını sağlamak için hiç durmadan çalışmaktadırlar. Birçok araştırma alanında –fizik, kimya, jeoloji, biyoloji ve mühendislik gibi– bilim dalları, artık iyice iç içe girmiş durumdadır. Son zamanlarda görülen gelişmelerden bazıları: (1) Uzay yolculukları ve Ay yüzeyine insanlı iniş, (2) Mikro-elektronik entegre devreler ve yüksek hızla çalışan bilgisayarlar, (3) Tıp ve temel bilim araştırmalarında kullanılan karmaşık görüntüleme teknikleridir. Bu tür icat ve gelişmelerin toplum üzerindeki etkisi gerçekten büyük olmuştur. Çok muhtemeldir ki, gelecekteki gelişmeler, bizlere heyecan verecek ve insanlık için büyük faydalar sağlayacaktır.



UZUNLUK, KÜTLE VE ZAMAN STANDARTLARI

Fizik kanunları, açık tanımları olan temel büyüklükler (nicelikler) cinsinden ifade edilirler. Mekanikte üç temel büyüklük vardır; bunlar uzunluk (L), zaman (T) ve kütle (M) dir. Diğer bütün fiziksel nicelikler bu büyüklükler cinsinden ifade edilirler.

Açıkca, bir ölçümün sonucunu, bu ölçümleri yeniden elde etmek isteyen birine sunmak istersek, mutlaka bir *standart* tanımlamak zorundayız. Örneğin başka bir gezegenden gelen bir ziyaretçinin, uzunluk için 8 "glitches" demesinden birşey anlamayız. Çünkü bu birimi tanımıyoruz. Öte yandan, kullandığımız ölçüm sisteminden haberdar olan birileri, bir duvarın uzunluğunun 2 m olduğunu söylerse, bu duvarın temel uzunluk biriminin iki katına eşit olduğunu anlarız. Benzer şekilde bize, bir kişinin, 75 kilogram olduğu söylenirse ve kütle birimimiz 1 kilogram olarak tanımlanmışsa, sözkonusu şahsın kütlesinin, tanımladığımız temel kütle biriminin 75 katı olduğu anlaşılır.[1] Standart olarak seçilen bir birim kolayca kabul edilebilmeli ve güvenilir ölçülebilirliğe sahip olmalıdır. Farklı kişilerle ve farklı yerlerde alınan ölçümler mutlaka aynı sonuçları vermelidir.

1960 yılında Uluslararası Birim Kurulu, uzunluk, kütle ve diğer temel büyüklükleri standart hale getiren kararlar aldı. Kabul edilen bu yeni sistem, metrik sistemin uyarlanmasıydı ve adına **Uluslararası Sistem** (SI) dendi. SI, Fransızcadaki "Systeme İnternationale" in kısaltmasıdır. Bu sistemde kütle birimi kilogram, uzunluk birimi metre ve zaman birimi saniyedir. Kurul tarafından oluşturulan diğer standart SI birimleri sıcaklık (*Kelvin*), elektrik akımı (*Amper*), aydınlatma şiddeti (*Kandil*), ve madde miktarı (*mol*) olarak belirlenmiştir. Bu yedi birim, SI sisteminin temelini oluşturur. Mekanikte sadece kütle, uzunluk ve zaman birimleri kullanılacaktır.

Uzunluk

M.S. 1120 yılında İngiltere kralı ülkesindeki uzunluk standardını *yarda* ismi ile tanımlamıştır. 1 yarda tam olarak burun ucundan, açılan kolun ucuna kadar olan mesafeye eşit olduğu şeklinde ifade edilmiştir. Benzer şekilde "foot/*ayak*" uzunluğu da Fransa kralı XIV. Louis'nin ayak uzunluğu tanımıydı. Fransa'nın resmi uzunluk standardının "metre" olarak kabul edildiği 1799 yılına kadar bu standart kullanılmıştır. Metre, Paristen geçen ekvatordan kuzey kutbuna kadar olan boylamın uzunluğunun 10 milyonda biri olarak tanımlamıştır.

Uzunluğu ölçmek için başka bir çok sistem yıllar boyunca geliştirildi, fakat Fransız sistemi hemen hemen bütün ülkelerde ve her bilimsel alanda kullanılır oldu. 1960 yılına kadar standart uzunluk birimi *metre,* kontrollü şartlar altında saklanan özel bir platin–İridyum çubuğundaki iki çizgi arasındaki mesafe olarak tanımlanmıştır. Bu standart da birkaç nedenden dolayı terkedilmiştir. Bu nedenlerin en önemlisi, çubukta ayrılan iki çizgi arasındaki mesafenin günümüz bilim ve teknolojisinin istediği duyarlılığı karşılıyamamasıdır. 1960-1970 lerde bir metre, kripton–86 lambasının yaydığı turuncu–kırmızı ışığının dalga boyunun 1650 763,73 katı olarak tanımlanıyordu. Fakat, Ekim 1983'de metre, aşağıdaki gibi yeniden tanımlanmıştır. **Bir metre (m) ışığın, boşlukta 1/299 792 458 saniyede aldığı yoldur.** Bu son tanımlama ile, ışığın boşluktaki hızının saniyede 299 792 458 metre olduğu da ortaya konmuştur.

Tablo 1.1, bazı ölçülmüş uzunlukların yaklaşık değerlerini gösteriyor.

[1] Deneyler aracılığı ile çeşitli fiziksel büyüklükleri sayısal değerlerle ifade etme gereksinimi Lord Kelvin (William Thomson) tarafından şöyle ifade edilmiştir: "Hakkında konuştuğunuzu ölçebilir ve onu sayılarla ifade edebilirseniz birşey biliyorsunuzdur; fakat, sayılarla ifade edemiyorsanız bilginiz zayıf ve yetersiz demektir. Bilginin başlangıcında olabilirsiniz ancak bilimin ilerlemesine bir katkıda bulunamazsınız".

TABLO 1.1 Ölçülmüş Bazı Uzunlukların Yaklaşık Değerleri

	Uzunluk (m)
Dünyadan bilinen en uzak quasar'a olan uzaklık	$1{,}4 \times 10^{26}$
Dünyadan bilinen en uzak normal galaksiye olan uzaklık	9×10^{25}
Dünyadan en yakın galaksiye (M 31, Andormeda galaksisi)	2×10^{22}
Güneşten en yakın yıldıza (proxima centuari) uzaklık	4×10^{16}
Bir ışık yılı	$9{,}46 \times 10^{15}$
Dünyanın Güneş etrafındaki ortalama yörünge yarıçapı	$1{,}50 \times 10^{11}$
Dünyadan Ay'a ortalama uzaklık	$3{,}84 \times 10^{8}$
Ekvatordan kuzey kutubuna uzaklık	1×10^{7}
Dünyanın ortalama yarıçapı	$6{,}37 \times 10^{6}$
Dünya etrafında dönen tipik uyduların yüksekliği	2×10^{5}
Bir futbol alanının uzunluğu	$9{,}1 \times 10^{1}$
Ev karasineğinin uzunluğu	5×10^{-3}
En küçük bir toz parçasının boyu	$\sim 10^{-4}$
Canlı bir organizma hücresinin boyutu	$\sim 10^{-5}$
Hidrojen atomunun çapı	$\sim 10^{-10}$
Atom çekirdeğinin çapı	$\sim 10^{-14}$
Protonun çapı	$\sim 10^{-15}$



www.bipm.fr sitesini veya Ulusal Standart Enstitüsü'nden **www.NIST.gov** sitesine girilebilir.

Kütle

Kütlenin SI temel birimi olan **kilogram, Fransa'nın Sevres Kentinde Uluslararası Ağırlık ve Ölçümler Bürosunda bulunan özel bir platin–iridyum silindir alaşımın kütlesi olarak tanımlanmıştır.** Bu kütle standardı 1887 yılında kabul edilmiştir. Platin–İridyum alaşımı çok kararlı yapıda olduğu için günümüze kadar hiçbir değişikliğe uğramamıştır (Şek. 1.1a). Bu silindir, 3,9 cm çapında ve 3,9 cm yüksekliğindedir. Bir benzeri, Gaithersburg, Md.'de Ulusal Standartlar Bürosunda (NIST) bulunmaktadır.

Tablo 1.2'de çeşitli cisimlerin yaklaşık kütleleri listelenmiştir.

Zaman

1960 yılından önce, zaman stantardı *ortalama güneş günü*[2] cinsinden tanımlanmıştı. *Ortalama "güneş saniyesi"*, bir güneş gününün $(\frac{1}{60})(\frac{1}{60})(\frac{1}{24})$ ü olarak alınmıştı. Yer kürenin dönmesi zamanla çok az değiştiği bilinmektedir. Bu nedenle bu hareketi bir standart tanım olarak kullanmak çok iyi değildir.

1967 yılında saniye, yeniden daha doğru bir şekilde tanımlandı. Tanımlamada kullanılan alet *atomik saat* olarak bilinir (Şekil 1.1b). Bu yeni alette, belli atomik geçişlerle ilgili olan frekanslar 10^{12}'de bir duyarlılıkla ölçülebilir. Bunun anlamı, her 30 000 yılda bir saniyeden daha az olan sapmaya karşılık gelmesidir. Böylece zaman birimi *saniye,* 1967 yılında sezyum atomunun (referans saat) karekteristik frekansı kullanılarak tekrar belirlendi. SI birim sisteminde zaman, **bir saniye, sezyum–133 atomunun 9 192 631 770 defa titreşim yapması için geçen zamandır**[3]. Bu atomik saatin aynı zamanı göstermesini sağ-

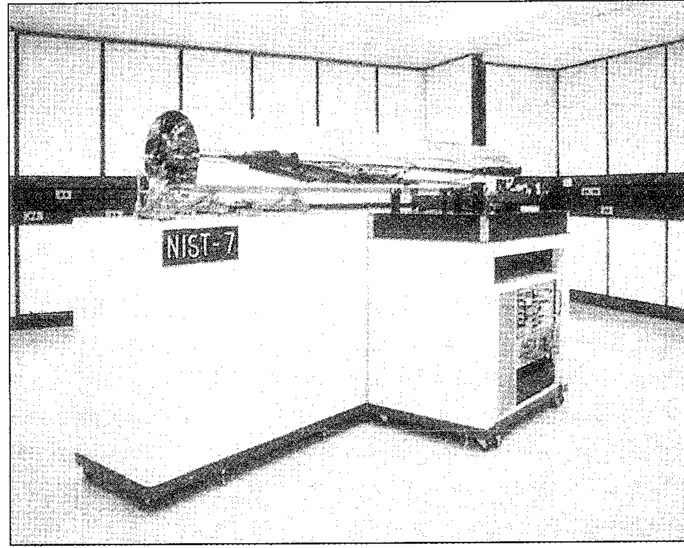
TABLO 1.2 Çeşitli cisimlerin kütleleri (Yaklaşık değerler)

Cisimler	Kütle (kg)
Görünen Evren	$\sim 10^{52}$
Samanyolu galaksisi	7×10^{41}
Güneş	$1{,}99 \times 10^{30}$
Dünya	$5{,}98 \times 10^{24}$
Ay	$7{,}36 \times 10^{22}$
At	$\sim 10^{3}$
İnsan	$\sim 10^{2}$
Kurbağa	$\sim 10^{-1}$
Sivri sinek	$\sim 10^{-5}$
Bakteri	$\sim 10^{-15}$
Hidrojen atomu	$1{,}67 \times 10^{-27}$
Elektron	$9{,}11 \times 10^{-31}$

[2] Bir güneş günü, güneşin her gün gökyüzünde ulaştığı en yüksek noktaya tekrar gelmesi için geçen zaman aralığına denir.

[3] *Periyot,* bir tam titreşimin oluşması için gerekli zaman aralığıdır.





Şekil 1.1 (*Üst*) Ulusal kilogram standartı No. 20, Fransanın Sèrves kentinde bulunan Uluslararası kilogram standartının tam bir kopyası. Bu saklanırken Ulusal standart ve teknoloji Enstitüsi (NIST)'de iç içe olan iki kavanoz içinde bulunmaktadır. (*Alt*) NIST'deki temel frekans standartı (Atomik saat). Bu araç zaman standartını yılda saniyenin yaklaşık 3 milyonda bir hassaslıkta saklamaktadır.

lamak için -ve dolayısıyla bunlardan ayarlanan bütün saatlerin- bazı durumlarda saatlerimize artık saniyeleri eklemek gerekir. Bu yeni bir fikir değildir. M.Ö. 46 yılında Julis Cesar, bazı yıllarda takvime ek günler eklemiş ve her yıl mevsimlerin aynı zamana rastlamasını sağlamıştır.

Eistein'ın uzay-zaman kavramları arasındaki ilişkiyi keşfetmesinden bu yana, zaman aralığının tam olarak ölçülmesi için, zaman aralığını ölçen saatin hareket durumunu ve konumunu bilmek gerekir. Aksi taktirde Global konum belirleme uydu sistemleri, hayat kurtarma gibi durumlarda, yeterli doğrulukta konumların belirlenmesini sağlanamaz.

Bazı zaman aralıklarının yaklaşık değerleri Tablo 1.3 verilmiştir.

SI standartlarına ek olarak, başka bir birim sistemi de *İngiliz Mühendislik Sistemi,* (bazen geneleksel sistem de denir) bütün dünyada SI sistemi kabul edilmesine rağmen Birleşik Devletlerde hala kullanılmaktadır. Bu birim siste-

TABLO 1.3 Bazı Zaman Aralıklarının Yaklaşık Değerleri

	Zaman aralığı (s)
Evrenin yaşı	5×10^{17}
Dünyanın yaşı	$1,3 \times 10^{17}$
Bir Lise öğrencisinin ortalama yaşı	$6,3 \times 10^{8}$
Bir yıl	$3,2 \times 10^{7}$
Bir gün (dünyanın ekseni etrafında dönüşünde geçen zaman)	$8,6 \times 10^{4}$
Normal kalb atışları arasında geçen zaman	8×10^{-1}
Duyulabilir ses dalgalarının periyodu	$\sim 10^{-3}$
Tipik radyo dalgalarının periyodu	$\sim 10^{-6}$
Bir katıdaki atomun titreşim periyodu	$\sim 10^{-13}$
Görünür ışık dalgalarının periyodu	$\sim 10^{-15}$
Bir nükleer çarpışmada geçen zaman aralığı	$\sim 10^{-22}$
Işığın bir protonu geçerken harcadığı zaman	$\sim 10^{-24}$

minde uzunluk, kütle ve zaman birimleri sırasıyla foot (ft), slug ve saniye'dir. Bilim ve endüstri de evrensel olarak kabul edildiği için, bu kitapta da SI birimleri kullanılacaktır. Klasik Mekanik konularında nadiren de olsa İngiliz Mühendislik birimleride kullanılacaktır.

Metre, kilogram ve saniye gibi temel SI birimlerinin yanı sıra, milimetre ve nanometre gibi önekler mili- ve nano- ile gösterilen ve on 'un farklı katları olan diğer birimler de kullanılacaktır. En çok kullanılan önekli birimlerin kı-

TABLO 1.4 10'un Kuvvetlerini Gösteren Ön Ekler

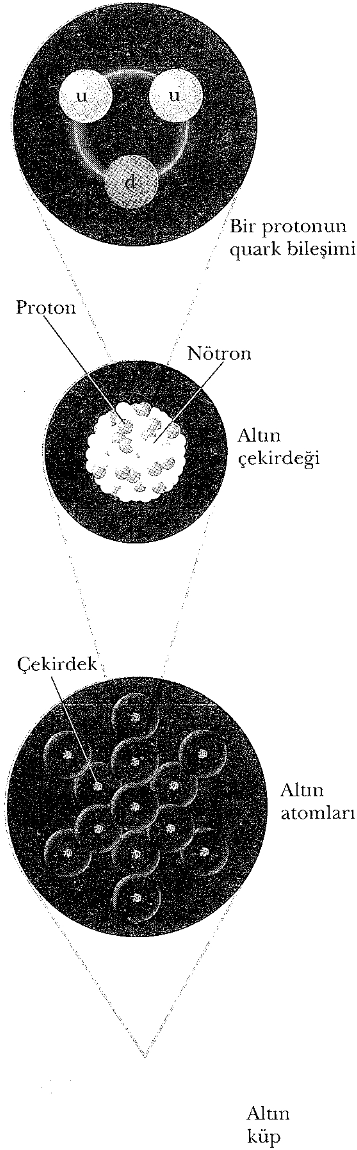
Kuvvet	Ön Ek	Kısaltma
10^{-24}	yocto	y
10^{-21}	zepto	z
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	piko	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	mikro	μ
10^{-3}	mili	m
10^{-2}	santi	c
10^{-1}	desi	d
10^{1}	deka	da
10^{3}	kilo	k
10^{6}	mega	M
10^{9}	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

saltmaları Tabo 1.4 'de listelenmiştir. Örneğin 10^{-3}m, 1 milimetre (mm) ye eşittir ve 10^3 m 1 kilometre (km) karşılık gelir. Aynı şekilde 1 kg, 10^3 gram (g) ve 1 megavolt (MV) da 10^6 volt (V) 'dur.



1.2 MADDENİN YAPI TAŞLARI

1 kg'lık katı bir altın kübün bir kenarı 3,73 cm 'dir. Bu küp, hiç boşluk olmayacak şekilde altın atomlarının yanyana dizilmesi ile mi oluşmaktadır? Bu küp ikiye bölünürse, kübün her bir parçası halâ katı altınla aynı kimyasal özelliklere sahiptir. Bu parçalar kesile kesile sonsuz küçük olacak şekilde parçalara bölünürse ne olur? Bu küçük parçalar yine altının özelliklerini taşır mı? Bu gibi sorular eski Yunan Filozoflarının zamanına kadar uzanır. Bu filozoflardan ikisi -Leucippus ve öğrencisi Democritus- bu şekilde parçalanmanın sonsuza kadar yapılabileceğini kabul etmemişlerdi. Bu işlemde bir parçanın artık bölünemeyeceğini, bu sürecin mutlaka sonlanacağı hakkında fikir yürütmüşlerdir. Eski Yunanca'da atomun anlamı "bölünemez" demektir. İngilizce'ye atom kelimesi buradan gelmektedir.



Şekil 1.2 Maddenin seviye düzenlemesi. Sıradan maddeler atomlardan oluşmuştur ve her atomun merkezinde proton ve nötron içeren çekirdek bulunur. Proton ve nötronlar quarklardan meydana gelmiştir. Bir protonu oluşturan quarklar gösterilmiştir.

Maddelerin yapısı hakkında bildiklerinizi kısaca özetliyelim. Bütün maddeler atomlardan, atomlar da merkezinde çekirdek bulunan ve bu çekirdek etrafında dolanan elektronlardan meydana gelmiştir. 1911 'de çekirdeğin keşfinden sonra, şu soru sorulmuştur. Acaba çekirdek bir tek parçacık mıdır? Çekirdeğin tam bileşimi bu gün bile henüz tam olarak bilinmemektedir. Fakat 1930 'ların başlarında ileri sürülen bir model, çekirdeğin davranışının anlaşılmasına yardımcı olmuştur. Bilim adamlarınca, çekirdeğin iki temel parçacıktan proton ve nötronlardan oluştuğu belirlenmiştir. *Proton,* pozitif elektrik yükü taşımakta ve her element çekirdekteki proton sayısı ile ayırtedilmektedir. Bu sayıya elementin **Atom Numarası** denir. Örneğin; Hidrojen atomunun çekirdeğinde bir proton (bu yüzden hidrojenin atom numarası 1 'dir) bulunmaktadır. Helyum atomunun çekirdeği ise iki proton (Atom numarası 2) içerir. Uranyum atomunun çekirdeğinde 92 proton bulunmaktadır (Atom numarası 92). Atom numarasına ilaveten, atomları, çekirdekteki protonların ve nötronların sayısının toplamı şeklinde ifade edilen **kütle numarası** da karakterize eder. Daha sonra göreceğiz ki, bir elementin numarası hiçbir zaman değişmezken (proton sayısı değişmediğinden) kütle numarası değişebilir (nötron sayısı değişebileceğinden). Aynı elementin atomları, iki veya daha fazla kütle numaralarına sahip olabilirler ve bunlar birbirlerinin **izotoplarıdırlar**.

Nötronların varlığı 1932 yılında tam olarak kanıtlanmıştır. Nötronların yükü yoktur, kütlesi de bir protonun kütlesine yaklaşık eşittir. Nötronların en önemli özelliği, çekirdeği bir "tutkal" gibi bir arada tutmasıdır. Nötronlar çekirdekte bulunmasalardı, pozitif yüklü protonlar arasında oluşacak itici kuvvet, çekirdeğin parçalanıp yok olmasına neden olacaktı.

Daha önce bahsettiğimiz parçalanma nereye kadar gider? Proton, nötron ve diğer bazı parçacıkların, quark denilen parçacıkların altı farklı türünün bileşiminden oluştuğu bugün bilinmektedir. Bunlara *yukarı, aşağı, acayip, sihirli dip* ve *tepe quark* isimleri verilmektedir. Yukarı, sihirli ve tepe quarklardan her biri proton yükünün $+\frac{2}{3}$'ü kadar, *aşağı, acayip* ve *dip* quarklar da protonun $-\frac{1}{3}$'ü kadar yük taşırlar. Proton, iki yukarı, bir aşağı quarktan oluşur (Şek. 1.2). Böylelikle protonun yükü kolayca doğrulabilir. Benzer şekilde nötron, iki *aşağı* ve bir *yukarı* quarktan oluştuğundan net yükün sıfır olduğu görülebilir.

1.3 YOĞUNLUK

Herhangi bir maddenin özelliği olan yoğunluk ρ(rho) birim hacimde bulunan madde miktarı olarak tanımlanır ve

Yunan alfabesinin bir tablosu kitabın arka sayfalarında verilmiştir.

$$\rho \equiv \frac{m}{V} \quad (1.1)$$

olarak ifade edilir. Örneğin, alüminyumun yoğunluğu 2,70 g/cm^3, kurşunun yoğunluğu 11,3 g/cm^3 dür. Yani, 10 cm^3 hacmindeki bir parça alüminyum 27,0 g'lık kütleye sahiptir. Aynı hacime sahip kurşun ise 113 g lık kütleye sahiptir. Tablo 1.5'de farklı maddelerin yoğunlukları listelenmiştir.

Alüminyum ile kurşunun yoğunlukları arasındaki fark, kısmen *atomik kütlelerinin* farklı olmasındandır. Bir elementin **atomik kütlesi**, tüm izotopları dahil olmak üzere bu element numunesindeki bir atomun ortalama kütlesidir. Burada izotopların bağıl miktarı, doğadaki bağıl miktarı ile aynıdır. Atomik kütlenin birimi de *atomik kütle birimi* (u) 'dir. 1u = 1,660 540 2 × 10^{-27} kg'dır. Kurşunun atomik kütlesi 207 u, Aluminyumunki 27 u dir. Bunların atomik kütlelerinin oranı olan 207/27 = 7,67 değeri, yoğunluklar oranı olan 11,3/2,70 = 4,19 değerine eşit değildir. Bu uyuşmazlığın nedeni, bu maddelerin kristal yapılarındaki atomik mesafe ve diziliş farklılığıdır.

Bir çekirdeğin kütlesi, çoğu kez ^{12}C şeklinde yazılan karbon–12 izotopunun kütlesine göre ölçülür. (Bu karbon izotopunda 6 proton, 6 nötron vardır Diğer karbon izotopları, 6 protona fakat farklı sayıda nötrona sahiptir.) Pratik olarak, bir atomun bütün kütlesi çekirdek içinde toplanır. ^{12}C'nin atomik kütlesi tam olarak 12 u olarak tanımlandığından, proton ve nötronların herbiri yaklaşık 1 u kütleye sahiptir.

Bir maddenin bir molü, 12 gram karbon-12 izotopunda bulunan atomlardaki bir çok parçacığın (atomlar, moleküller ve diğer parçacıklar) madde miktarı kadar madde içerir. Bir A maddesinin bir molünde, 1 mol 'luk başka bir B maddesinin içerdiği parçacık sayısı kadar parçacık bulunur. Örneğin; 1 mol alüminyumda, 1 mol kurşunda bulunan atom sayısı kadar atom bulunur. De-

TABLO 1.5 Maddelerin Yoğunlukları

Madde	Yoğunluk ρ (10^3 kg/cm^3)
Altın	19,3
Uranyum	18,7
Kurşun	11,3
Bakır	8,92
Demir	7,86
Alüminyum	2,70
Magnezyum	1,75
Su	1,00
Hava	0,0012

neyler, Avogadro sayısı olarak bilinen bu sayının değerini

$$N_A = 6{,}022\ 137 \times 10^{23} \text{ parçacık/mol}$$

olarak verir.

Avogadro sayısı, 1 mol karbon-12 atomunun kütlesi tam olarak 12g alınarak tanımlanır. Genel olarak, herhangi bir elementin 1 mol 'ünün kütlesi, o elementin atomik kütlesinin gram olarak ifadesidir. Örneğin 1 mol demirin (Atomik kütle = 55,85u) kütlesi 55,85g 'dır (buna *molar kütlesi* 55,85 g/mol deriz) aynı şekilde 1 mol kurşunun (atomik kütle = 207 u) kütlesi 207 g (molar kütlesi 207g/mol)'dır. Herhangi bir elementin 1 mol 'ünde $6{,}02 \times 10^{23}$ parçacık bulunduğunan, verilen bir elementin atom başına kütlesi

$$m_{\text{atom}} = \frac{\text{molar kütle}}{N_A} \qquad \textbf{(1.2)}$$

olur. Örneğin, demir atomunun kütlesi aşağıdaki gibidir:

$$m_{\text{Fe}} = \frac{55{,}85 \text{ g/mol}}{6{,}02 \times 10^{23} \text{ atom/mol}} = 9{,}28 \times 10^{-23} \text{ g/atom}$$

ÖRNEK 1.1 Bir Küpte Kaç Atom Vardır?

Bir alüminyum kübün (yoğunluğu 2,7 g/cm^3) hacmi 0,2 cm^3'tür. Küpte kaç tane alüminyum atomu vardır?

Çözüm Yoğunluk, birim hacim başına kütleye eşit olduğuna göre kübün kütlesi,

$$m = \rho V = (2{,}7 \text{ g/cm}^3)\ (0{,}2 \text{ cm}^3) = 0{,}54 \text{ g} \quad \text{olur.}$$

Atom sayısı N'yi bulmak için, bir mol alüminyumun (27 g), $6{,}02 \times 10^{23}$ atom içerdiği gerçeğini kullanarak bir oran oluşturabiliriz:

$$\frac{N_A}{27 \text{ g}} = \frac{N}{0{,}54 \text{ g}}$$

$$\frac{6{,}02 \times 10^{23} \text{ atom}}{27 \text{ g}} = \frac{N}{0{,}54 \text{ g}}$$

$$N = \frac{(0{,}54 \text{ g})\ (6{,}02 \times 10^{23} \text{ atom})}{27 \text{ g}} = 1{,}2 \times 10^{22} \text{ atom}$$



BOYUT ANALİZİ

Boyut kelimesinin fizikte özel bir anlamı vardır. Genellikle bir niceliğin fiziksel doğasını gösterir. Bir mesafeyi ölçerken birim olarak feet veya metre kullanılmasından çok mesafe olması önemlidir, bu mesafenin boyutuna -fiziksel doğasına- *uzunluk* adını veririz.

Uzunluk, kütle ve zamanı belirtmek için kullanılacak semboller, sırayla L, M ve T dir. Genellikle bir fiziksel büyüklüğün boyutu [ ] parantezi kullanılarak gösterilir. Örneğin bu gösterimlerle v hızının boyutu $[v]$= L/T olarak yazılır. Bir diğer örnek ise, A sembolü ile gösterilen A alanının boyutu $[A]$ = L^2 ile gösterilir. Alan, hacim, hız ve ivmenin boyutları Tablo 1.6'da en çok kullanılan üç birim sistemi cinsinden listelenmiştir.

Fizikteki problemleri çözerken, son derece faydalı ve etkili işlem olan *boyut analizine* başvurabilirsiniz. Boyut analizi her zaman kullanılabilir ve denklemlerin ezberlenmesinin en aza indirilmesine de yardımcı olur. Boyut analizi, **boyutların, cebirsel nicelikler olarak ele alınabileceği** gerçeğini kullanır. Ya-

TABLO 1.6 Alan, Hacim, Hız ve İvme Boyutları

Birim sistemi	Alan (L^2)	Hacim (L^3)	Hız (L/T)	İvme (L/T^2)
SI	m^2	m^3	m/s	m/s^2
İngiliz mühendislik	ft^2	ft^3	ft/s	ft/s^2

ni, nicelikler sadece aynı boyuta sahipseler toplanabilir ve çıkarılabilirler. Dahası, bir eşitliğin iki tarafındaki ifadeler aynı boyuta sahip olmak zorundadır. Bu basit kural uygulanırsa, boyut analizi kullanarak eşitliğin doğru şekilde yazılıp yazılmadığını saptamak kolay olur; çünkü ifadedeki ilişkiler, ancak ve ancak denklemin iki tarafındaki boyutlar aynı ise doğru olabilir.

Bu işlemi göstermek için, durgun halden harekete başlayan bir arabanın sabit a ivmesi ile t zamanda x kadar yol aldığını gösteren bir eşitlik türeteceğimizi varsayalım. 2. Bölümde bu özel durum için doğru ifadenin $x = \frac{1}{2}at^2$ olduğunu bulacağız. Şimdi bu ifadenin doğruluğunu boyut analizi yaklaşımı ile kontrol edelim. Sol taraftaki x niceliği uzunluk boyutundadır. Bir eşitliğin boyut açısından doğru olması için, eşitliğin sağ tarafındaki büyüklük de uzunluk boyutunda olmalıdır. Boyutu kontrol etmek için denklemdeki ivmenin temel boyutunu L/T^2 ve zaman boyutunu T alarak yerine koyalım. Yani, $x = \frac{1}{2}at^2$ denkleminin boyutsal şeklini

$$L = \frac{L}{\not{T}^2} \cdot \not{T}^2 = L$$

olarak yazabiliriz. Burada gösterildiği gibi, zaman birimleri birbirlerini yok eder ve uzunluk birimi kalır.

Boyut analizinin daha genel bir yöntemi,

$$x \propto a^n t^m$$

biçiminde bir ifade yazabilmektir. Buradaki n ve m, belirlenmesi zorunlu olan üstel değerlerdir. $\propto$ sembolü ise orantılılığı göstermektedir. Bu ilişki sadece, eşitliğin iki tarafının boyutu aynı ise doğrudur. Sol tarafın boyutu uzunluk olduğundan, sağ tarafın boyutu da uzunluk olmak zorundadır. Yani;

$$[a^n t^m] = L = LT^0$$

ivmenin boyutu L/T^2, zaman boyutu T olduğundan,

$$\left(\frac{L}{T^2}\right)^n T^m = L^1$$

veya

$$L^n T^{m-2n} = L^1$$

olur. L ve T nin üstleri, iki tarafta da aynı olmak zorundadır. Yani $m - 2n = 0$, $n = 1$ ve $m = 2$ olması gerektiği görülür. Dolayısıyla ilk $x \propto a^n t^m$ ifadesi ile karşılaştırıldığında $x \propto at^2$ olması gerektiği sonucuna ulaşırız. Bu sonuç, doğru ifade olan $x = \frac{1}{2}at^2$ den 2 çarpanı kadar farklıdır. $\frac{1}{2}$ boyutsuz bir sayı olduğundan, bunun boyut analizi yapılmaz.

Sınama Sorusu 1.1

Doğru veya Yanlış: Boyut analizi, bir cebirsel ifadede gözüken orantı sabitinin sayısal değerini de verebilir.

ÖRNEK 1.2 **Bir Eşitliğin Analizi**

$v = at$ ifadesinin boyutsal olarak doğru olduğunu gösteriniz. Burada v hızı, a ivmeyi, t 'de zamanı göstermektedir.

Çözüm Tablo 1.6 'daki bilgilerden hız terimi için

$$[v] = \frac{L}{T}$$

yazılabilir. Aynı tablo ivmenin boyutunu L/T^2 olarak verir. Bu durumda at teriminin boyutu

$$[at] = \left(\frac{L}{T^2}\right)(T) = \frac{L}{T}$$

olur. O halde ifade boyutsal olarak doğrudur (ifade $v = at^2$) olarak verilseydi, boyutsal olarak *yanlış* olacaktı. Bunu deneyerek görünüz.)

ÖRNEK 1.3 **Üstel Gösterimin Analizi**

Düzgün v hızı ile r yarıçaplı bir dairede hareket eden parçacığın ivmesi, r^n ve v^m ile orantılı olduğu varsayalıyor. v ve r'nin üslerini nasıl belirleyebiliriz?

Çözüm a'yı

$$a = kr^n v^m$$

olarak alalım. Burada k boyutsuz bir orantı sabitidir. a, r ve v nin boyutlarının bilinmesi halinde boyutsal eşitlik;

$$L/T^2 = L^n(L/T)^m = L^{n+m}/T^m$$

olmak zorundadır. Bu boyutsal eşitlik

$$n + m = 1 \quad \text{ve} \quad m = 2$$

koşulları altında dengededir. O halde, $n = -1$ alınarak ivmeyi

$$a = kr^{-1}v^2 = k\frac{v^2}{r}$$

olarak yazabiliriz. Daha sonra düzgün dairesel hareketi tartışırken, uygun birim kullanıldığında $k = 1$ olduğunu göreceğiz. Örneğin v km/saat (km/h) ise, a yı da m/s^2 olarak bulmak isterseniz k, 1 e eşit olamaz.

Ev Deneyi

İki büyük soda dolu şişenin ağırlığını (pound olarak) tahmin ediniz. 1 litre suyun yaklaşık 1 kg olduğunu hatırlayınız. 2,2lb ağırlığındaki bir cismin kütlesi yaklaşık 1 kg'dır. Buna benzer tahminlerde bulunun. Örneğin banyonuzun hacmi.



1.5 BİRİMLERİ ÇEVİRME

Bazen birimleri bir sistemden diğer bir sisteme çevirmek gerekir. SI sistemi ile İngiliz birim sisteminde, uzunluk birimleri arasındaki çevirim çarpanları aşağıdaki gibidir:

1 mil = 1609 m = 1,609 km   1 ft = 0,3048 m = 30,48 cm

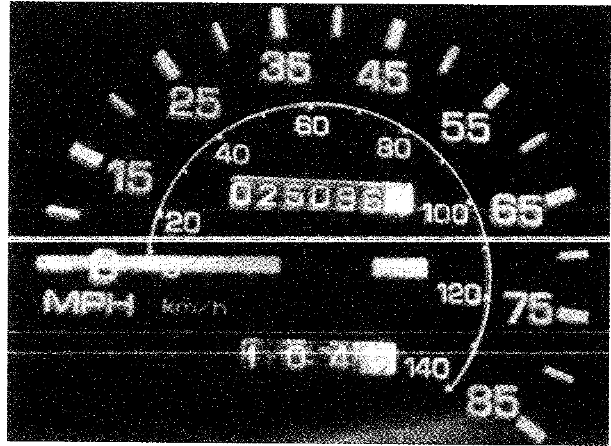
1 m = 39,37 inç = 3,281 ft   1 inç ≡ 0,0254 m = 2,54 cm (tam)

Çevirme çarpanlarının tam listesi Ek A'da görülebilir. Birimler birbirlerini götüren cebirsel büyüklükler gibi ele alınabilir. Örneğin 15 inç'i santimetreye çevireceğimizi varsayalım. 1 inç = 2,54 cm olduğundan

$$15 \text{ inç} = (15 \text{ inç})\ (2{,}54 \text{ cm/inç}) = 38{,}1 \text{ cm}$$

olarak bulunur. Bu yapılanlar doğrudur, çünkü $\left(\frac{2{,}54 \text{ cm}}{1 \text{ inç}}\right)$ ile çarpılarak elde edilen sonucu 1 ile çarpmak aynıdır. Çünkü pay ve payda aynı şeyi tanımlamaktadır.





(*sol*) North Carolina'daki bu yol işareti mesafeyi mil ve km olarak vermektedir. Çevirme ne kadar doğrudur?
(*sağ*) Araçların hız göstergesi, saatte alınan mil ve kilometreyi gösterir. Bir kaç değer için bu iki birimin birbirine çeviriminin doğruluğunu gösteriniz. (*Paul Silverman/Temel Fotoğraflar*)

ÖRNEK 1.4 **Bir Kübün Yoğunluğu**

Katı bir kübün kütlesi 856 g ve herbir kenarı 5,35 cm uzunluğa sahiptir. SI birim sisteminde, kübün yoğunluğu ρ'yu bulunuz.

Çözüm $1\ g = 10^{-3}$ kg ve $1\ cm = 10^{-2}$ m olduğundan SI sisteminde m kütlesi ve V hacmi

$$m = 856\ \text{g} \times 10^{-3}\ \text{kg/g} = 0{,}856\ \text{kg}$$

$$V = L^3 = (5{,}35\ \text{cm} \times 10^{-2}\ \text{m/cm})^3$$
$$= (5{,}35)^3 \times 10^{-6}\ \text{m}^3 = 1{,}53 \times 10^{-4}\ \text{m}^3$$

Buradan:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{0{,}856\ \text{kg}}{1{,}53 \times 10^{-4}\ \text{m}^3} = 5{,}59 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

1.6 BÜYÜKLÜK-MERTEBESİ HESAPLAMALARI VE TAHMİNLER

Verilen bir fiziksel problem hakkında az bir bilgiye sahip olunsa bile, yaklaşık bir cevap bulmak ekseriya yararlı olur. Böyle sonuçlar, daha kesin hesaplamaların gerekip gerekmediğini belirlemede kullanılabilir. Bu yaklaşık cevaplar çoğu zaman belli varsayımlara dayanır. Daha fazla duyarlılık gerekiyorsa, varsayımlar değiştirilmelidir. O halde belli bir niceliğin büyüklük mertebesini şöyle anlayacağız: 10 un kuvveti, o niceliği tanımlayan sayıdır. Dolayısıyla, bir niceliği tanımlayan sayıyı 10 un kuvveti şeklinde yazıp, bunu, belirli bir niceliğin büyüklük mertebesi olarak ifade ederiz. Bir niceliğin büyüklük mertebesi değerce üç çarpanı kadar artırılırsa, bu niceliğin değeri $10^3 = 1000$ çarpanı kadar artmış olur. Ayrıca bir büyüklük 3×10^3 olarak verilirse, bu büyüklüğün büyüklük mertebesinin 10^3 olduğu söylenir (Sembolik olarak $3 \times 10^3 \sim 10^3$ şeklinde olur). Benzer şekilde 8×10^7 'nin büyüklüğü $\sim 10^8$ olarak alınabilir.

Mertebe tahmininin özü şu alıntı sözde yatar: "Hesaplamadan önce bir tahminde bulunun, basit bir fiziksel tartışma yapın ...herbir ifadeyi türetmeden önce, problemin cevabını kestirin. Cesur olun: tahmininizin ne oluğunu

bilmeye başka bir kimsenin ihtiyacı yok."[4] Bir sayının çok küçük tahmin edilmesi sonucu oluşan yanlışlıklar, çoğu kez, bir başkası çok büyük tahmin edilerek dengelenebilir. Bol alıştırma yaparak tahminlerinizi iyileştirebilirsiniz. Tahmin problemlerinde, bilinmeyen sayılar için makul yaklaşık değerler alarak ve bazı basamakları almayarak bir takım basitleştirmelerle sorunun cevabı kafadan bulunabilir.

ÖRNEK 1.5 Bir Ömür Boyunca Nefes Sayısı

Ortalama bir insan ömrü boyunca alınan nefes sayısını tahmin ediniz.

Çözüm Ortalama ömrün yaklaşık 70 yıl olduğunu tahmin ederek işe başlayabiliriz. Yapılacak bir başka tahmin, kişinin bir dakikada ortalama ne kadar nefes aldığıdır. Bu sayı kişinin spor yapması, uyuması, kızgın olması, korkması, vb. durumlarda değişebilir. Seçilebilecek en yakın büyüklük mertebesi olarak, ortalama tahminimiz dakikada 10 nefes, olabilir. (Şüphesiz bu tahmin dakikada 1 nefes veya dakikada 100 nefes tahmininden daha çok gerçeğe yakındır). Bir yıldaki dakika sayısı

$$1\ \text{yıl} \times 400\frac{\text{gün}}{\text{yıl}} \times 25\frac{\text{saat}}{\text{gün}} \times 60\frac{\text{dakika}}{\text{saat}} = 6 \times 10^5\ \text{dakika}$$

olur. Burada gerçek değerler olan 365 gün × 24 saat yerine 400 gün × 25 saat alınması bu sayıların daha kolay çarpılabilmesindendir. Yaptığımız bu yaklaşıklar, amacımıza yeterince uygundur. O halde 70 yıl, (70 yıl) (6×10^5 dak/yıl) = 4×10^7 dakika olup 10 nefes/dak hızla, bir kişi ömür boyu 4×10^8 nefes almış olur.

ÖRNEK 1.6 San Jose'ye yürüyüş

Newyork 'tan Los Angeles 'a yürüyen bir kişinin attığı adım sayısını tahmin ediniz.

Çözüm Bu iki şehir arasındaki uzaklığın, coğrafya dersinden yaklaşık 3000 mil olduğunu hatırlayabiliriz. Bir sonraki tahminimiz, bir adımın ortalama ne kadar uzunlukta olduğudur. Tabi ki bu uzunluk kişiden kişiye değişir fakat her adımın yaklaşık 2 ft olduğunu varsayabiliriz. Bu tahminlerden sonra, 1 mil'deki adım sayısı belirlenebilir. Bu kaba bir hesaplama olduğundan, 5280 ft/mil yaklaşık 5000ft/mil olarak alınabilir (Bu durumda yapılan hataların oranı % kaçtır?). Buradan

$$\frac{5\ 000\ \text{ft/mil}}{2\ \text{ft/adım}} = 2\ 500\ \text{adım/mil}$$

bulunur. Şimdi bilimsel gösterime dönersek,

$$(3\times 10^3\ \text{mil})\ (2{,}5 \times 10^3\ \text{adım/mil}) = 7{,}5 \times 10^6\ \text{adım}$$
$$\sim 10^7\ \text{adım}$$

bulunur. Böylece Birleşik Devletler boydan boya yürünürse, 10 milyon civarında adım atılması gerekir. Bu tahmin kesinlikle çok küçüktür çünkü yolların kıvrımlı ve inişli-çıkışlı olması hesaba katılmamıştır. Her şeye rağmen muhtemelen doğru cevaba yakındır.

ÖRNEK 1.7 Ne Kadar Benzin Kullanıyoruz?

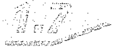
Birleşik Devletlerde bütün arabaların tükettiği benzini, galon olarak tahmin ediniz.

Çözüm Birleşik Devletlerde yaklaşık 270 milyon insan yaşamaktadır. Bu ülkede 100 milyon arabanın kullanıldığını tahmin edebiliriz (iki ve üç kişiye bir araba düştüğü düşünülürse). Ayrıca bir yılda, bir arabanın ortalama 10000 mil yol aldığı tahmininde bulunabiliriz. Tüketilen benzin miktarının 20 mil/galon veya 0,05 galon/mil olduğu varsayılırsa, her araba yaklaşık 500 galon/yıl benzin kullanır. Bu sayı araba sayısı ile çarpılırsa tahmini tüketim miktarı,

$$5 \times 10^{10}\ \text{galon} \sim 10^{11}\ \text{galon}$$

bulunur.

[4] E. Taylor ve J.A. Wheeler, *Spacetime Physics,* San Francisco, W.H. Freeman & Company, Publishers, 1966, p. 60.



ANLAMLI RAKAMLAR

Bazı fiziksel büyüklükler ölçüldüğünde, ölçülen değerler, sadece deneysel belirsizliklerin sınırları içinde bilinir. Belirsizliğin değeri ölçümde kullanılan aletlerin kalitesi, deneycinin yeteneği ve yapılan ölçümlerin sayısı gibi değişik etmenlere bağlı olabilir.

Varsayalım ki, bir bilgisayar disketinin etiketinin alanının bir metre ile ölçülerek bulunması sorulsun. Bu etiketin ölçtüğümüz değeri, ±0,1 cm doğrulukta olsun. Etiketin genişliği 5,5 cm olarak ölçülmüşse, genişliğin 5,6 cm ile 5,4 cm arasında bir değerde olduğu iddia edilebilir. Bu durumda ölçülen değerin iki anlamlı rakama sahip olduğunu söyleriz. Benzer şekilde etiket uzunluğu 6,4 cm ölçülmüşse, gerçek değer 6,3 cm ile 6,5 cm arasındadır. Anlamlı rakamlar, ilk tahmin edilen basamağı da içermektedir. O halde Ölçülen değerler (5,5 ± 01) cm ve (6,4 ± 01) cm olarak yazılabilir.

Şimdi de etiketin alanını, bu iki değeri birbiri ile çarparak bulmak istediğimizi varsayalım. Alanın (5, 5cm) (6,4 cm) = 35,2 cm^2 olduğunu iddia etse idik, o zaman yanıtımız üç anlamlı rakam içerdiği için doğru olmayacaktı. Çünkü buradaki anlamlı rakam sayısı, ölçülen uzunlukların anlamlı rakam sayısından fazla olmaktadır. Anlamlı rakamların sayısının belirlenmesinde rehber olarak kullanılabilecek iyi bir kural aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Bir kaç büyüklük çarpıldığında, elde edilen sonuçtaki anlamlı rakam sayısı, duyarlılığı en az olan çapandaki anlamlı rakam sayısı ile aynıdır. Burada "en az duyarlı" dan kasıt, en az sayıda anlamlı rakamı olandır. Ayni kural bölme işlemine de uygulanır.

Bu kuralı yukardaki çarpma örneğine uygulayarak, alan için cevabın sadece iki anlamlı rakama sahip olduğunu görürüz. Çünkü ölçülen uzunluklar yalnızca iki anlamlı rakama sahiptir. Böylece disket etiketinin alanı 35 cm^2 olduğunu iddia edebiliriz. Bu değer, (5,4 cm) × (6,3cm) = 34 cm^2 ile (5,6 cm) × (6,5 cm) = 36 cm^2 arasında bir değerdir.

Bir yanıttaki sıfırların varlığı yanlış yorumlanabilir. 0,03 ve 0,0075 gibi ondalık sayılarda, rakamlardan önce, gelen sıfırlar anlamlı değildir. Yani bunların anlamlı rakam sayısı bir ve ikidir. Sıfırlar, rakamlardan sonra geldiğinde ise, yanlış yorumlama olasılığı vardır. Örneğin bir cismin kütlesinin 1500 g olarak ölçüldüğünü varsayalım. Bu değer belirsizdir çünkü son iki sıfırın ayırma virgülü olup olmadığı veya bu sıfırların ölçümdeki anlamlı rakamları temsil edip etmediği bilinmemektedir. Bu belirsizliği ortadan kaldırmak için, anlamlı rakamların sayısını göstermek üzere bilimsel gösterim (notasyon) yaygın olarak kullanılır. Bu durumda kütleyi, iki anlamlı rakam varsa $1,5 \times 10^3$ g şeklinde, üç anlamlı rakam varsa $1,50 \times 10^3$ şeklinde ifade etmeliyiz. Benzer şekilde 0,00015 gibi bir sayı bilimsel gösterimde, eğer iki anlamlı rakamı varsa $1,5 \times 10^{-4}$ ile üç anlamlı rakama sahipse $1,50 \times 10^{-5}$ olarak ifade edilir. Bu kural, 1 'den küçük sayılar için de geçerlidir. Örneğin $2,3 \times 10^{-4}$ 'de iki anlamlı rakam vardır. (0,00023 olarak da yazılabilir) $2,30 \times 10^{-4}$ üç anlamlı rakama sahiptir (Bu rakam 0,000230 olarakta yazılabilir). Genelde bir **anlamlı rakam, güvenilirliği bilinen basamaktır** (Ondalık noktanın yerini belirtmek için kullanılan sıfır hariç).

Ev Deneyi

Bu kitabın bir sayfasının kalınlığını tahmin ediniz. Sayfa sayısı gibi hata içermeyen sayılar, hesaplamadaki anlamlı rakamı etkilemez). Anlamlı rakamlar açısından, mümkün olan çok sayfalı bir kalınlığı ölçmek ve sayfa sayısına bölmek neden daha doğrudur?

Toplama ve çıkarma işleminde, **sayılar toplanırken (veya çıkarılırken) sonuçtaki ondalık basamak sayısı, toplamdaki herhangi bir terimin en küçük ondalık basamak sayısına eşit olmalıdır.**

Örneğin 123 + 5,35 işlemini yapmak istiyorsak cevap 128,35 değil 128 olacaktır. Başka bir örnek olarak 1,0001 + 0,0003 = 1,0004 toplamını yaparsak, sonucun beş anlamlı rakama sahip olduğu görülür. Halbuki toplamdaki 0,0003 teriminde sadece bir tane anlamlı rakam vardır. Benzer şekilde 1,002 – 0,998 = 0,004 çıkarma işlemini yaparsak, sonuç, kurala uygun olarak üç ondalık basamağa, fakat sadece bir anlamlı rakama sahiptir. Biz bütün kitap boyunca, **verilen verilerin tam doğru yanıtı vermesi için, üç anlamlı rakama sahip olmasının yeterli olacağını kabul edeceğiz.** Yapacağımız tahmini sonuçlarda ise bir basamak anlamlı rakam olarak yeterli olacaktır.*

Sınama Sorusu 1.2

Bir metre ile, bir sandalyenin konumunun ölçüldüğü ve sandalyenin merkezinin bir duvardan 1,0438605642 metre uzakta olduğu varsayılırsa, okuyucu bu ölçümden ne gibi bir sonuç çıkartabilir?

ÖRNEK 1.8 Bir Dikdörtgenin Alanı

Bir dikdörtgen levha (21,3 ± 0,2) cm uzunluğa ve (9,80 ± 0,10) cm genişliğe sahiptir. Levhanın alanı ve hesaplamadaki belirsizliği (ölçme hatası) bulunuz.

Çözüm

$$\text{Alan} = \ell w = (21{,}3 \pm 0{,}2)\ \text{cm} \times (9{,}80 \pm 0{,}1)\ \text{cm}$$

$$\approx (21{,}3 \times 9{,}80 \pm 21{,}3 \times 0{,}1 \pm 9{,}80 \times 0{,}2)\ \text{cm}^2$$

$$\approx (209 \pm 4)\ \text{cm}^2$$

Giriş verilerinin sadece üç anlamlı rakam ile verildiğine dikkat edelim. Dolayısıyla sonucumuzun da daha fazla anlamlı rakam içermesini istemeyiz. 0,2 cm ve 0,1 cm belirsizliklerini niçin çarpmak ihtiyacı duymadığımızı görüyor musunuz?

ÖRNEK 1.9 Bir Halının Yerleştirilmesi

Bir halı, uzunluğu 12,71 m (dört anlamlı rakam) ve genişliği 3,46 m (üç anlamlı rakam) olarak ölçülen bir odaya yerleştirilmektedir. Odanın alanını bulunuz.

Çözüm 12,71 m, ile 3,46 m yi hesap makinası ile çarparsanız. 43,9766 m^2 bulunur. Bu rakamlardan kaç tanesini kullanabiliriz? Çarpım kuralımız, ölçülmüş olan büyüklüklerdeki en az doğruluktakileri anlamlı rakam olarak kullanabileceğimizi söyler. Bu örnekte, en az doğruluk ölçümünde sadece üç anlamlı rakam vardır, dolayısıyla son yanıtımızı $44{,}0\ \text{m}^2$ olarak ifade etmeliyiz.

Cevabımızda 43,9766 değerini üç anlamlı rakama indirmede, genel yuvarlama kaidesi olan son rakam 5 veya büyükse (Bu örnekte son rakam 9) ondan bir öncekine 1 ilave etmeyi uyguladık (Uzun hesaplamalarda hata birikimlerini önlemek için kullanılan teknik yuvarlamayı geciktirmektir. Anlamlı basamakların sayısını yuvarlamadan önce, hesap makinenizdeki cevabı almaya hazır oluncaya kadar bekleyiniz).

* *Çevirici notu:* Özellikle tamsayılı rakamlarda, bazen, anlamlı rakam sayısı iki veya bire indirilmiştir.

ÖZET

Mekaniksel nicelikler üç temel büyüklük olan *kütle, uzunluk* ve *zaman* cinsinden ifade edilebilir. Bu niceliklerin birimleri, SI birim sisteminde sırasıyla *kilogram* (kg) *metre* (m) ve *saniye* (s) olarak verilir. Bu üç temel birimle birlikte, on'un çeşitli kuvvetlerini gösteren örnekler kullanılır. Bir cismin **yoğunluğu,** *birim hacim başına kütle* olarak tanımlanır. Farklı cisimler farklı yoğunluklara sahiptir. Bu farklılık, atomik kütleler ve atomik yapının düzeninden kaynaklanır.

Herhangi bir element veya bileşiğin bir molündeki atom sayısına **Avogadro sayısı** (N_A), denir; ve bu sayı 6,02 × 10^{23} atom /mol değerine sahiptir.

Boyut analizi metodu, fizik problemlerinin çözümünde çok önemli bir yöntemdir. Boyutlar cebirsel büyüklük gibi ele alınabilir. Bir problemin tam çözümü için yeterli bilgi verilmemişse, problemin cevabına yaklaşık bir tahmin yapılabilir.

Bir kaç defa ölçülen sayıdan bir sonuç elde edildiği zaman, her sayı belirli bir doğruluğa sahip olur. Bu durumda sonuç, doğru anlamlı rakam sayısı ile verilmelidir.

SORULAR

1. Bu bölümde dünyanın kendi ekseni etrafında günlük dönme zamanı kullanılarak standart bir zaman birimi tanımlamıştık. Hangi başka doğa olayları, başka bir zaman standartı olarak kullanılabilir?
2. Metrik sistemde üç temel standartın uzunluk, kütle ve zaman değil de, uzunluk, yoğunluk ve zaman olduğu varsayılırsa, böyle bir sistemdeki yoğunluk standartı suyun yoğunluğu alınabilir. Standart olarak almak için, su hakkında neleri gözönüne almak gerekir?
3. Bir el 4 inç, bir foot (ayak) 12 inç olarak tanımlanır. Neden el birimi, her zaman kullanılan foot biriminden standart olarak daha az kabul görür?
4. Tablo 1.4'de verilen ön-ekleri kullanarak aşağıda verilen büyüklükleri ifade ediniz: (a) 3 × 10^{-4} m. (b) 5 × 10^{-5} s, (c) 72 × 10^{2} g.
5. A ve B gibi iki büyüklüğün farklı boyutlara sahip olduğunu varsayalım. Aşağıda verilen aritmetik işlemlerin hangilerinin fiziksel olarak anlamlı olduklarını belirleyiniz. (a) $A + B$, (b) A/B, (c) $B - A$, (d) AB
6. Büyüklük-mertebesi hesaplamaları, ne kadarlık bir doğruluk gösterir?
7. Hergün karşılaştığınız bir duruma, büyüklük-mertebesi hesabı uygulayınız. Örneğin, hergün ne kadar yürür veya araba sürersiniz?
8. Yaşınızı saniye olarak tahmin ediniz.
9. Bu kitabın kütlesini kilogram olarak tahmin ediniz. Bir tartı aleti varsa bulduğunuz sonucu kontrol ediniz.

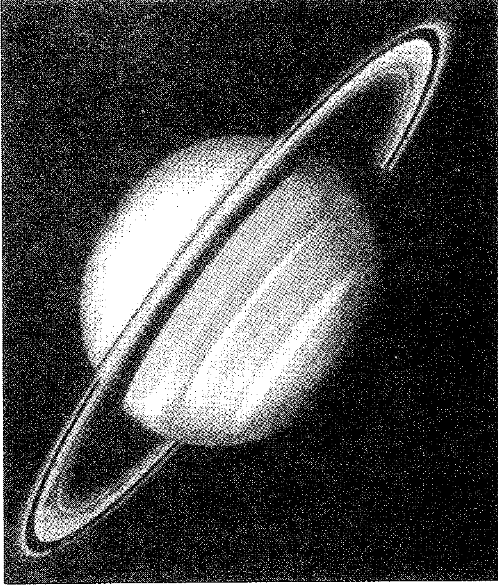
PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir □ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir □ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 1.3 Yoğunluk

1. Bir standart kilogram, yüksekliği 39 mm yarıçapı 39m olan platin-iridyum dan yapılmış bir silindirdir. Bu maddenin yoğunluğu nedir?
2. Satürn gezegeninin kütlesi (Şek. P1.2) 5,64 × 10^{26} kg, Yarıçapı 6,00 × 10^{7}m 'dir. Yoğunluğunu hesaplayınız.
3. İç yarıçapı 5,70 cm ve dış yarıçapı 5,75 cm olan, içi boş bir küresel halka yapmak için, kaç gram bakıra ihtiyaç vardır? Bakırın yoğunluğu 8,93 g/cm^3.
4. İç yarıçapı r_1, dış yarıçapı r_2 olan içi boş küresel bir halka yapmak için, yoğunluğu ρ olan bir maddenin kütlesi ne olmalıdır?
5. Demirin molar kütlesi 55,8 g/mol 'dür. (a) 1 mol demirin hacmini bulunuz, (b) (a) 'da bulunan hacim değeri kullanılarak bir demir atomunun yaklaşık hacmini bulunuz, (c) Atomik hacmin küp kökünü hesaplayınız ve katılarda atomlar arası mesafe yaklaşık ne olur? (d) Hesaplamalarınızı uranyum için tekrarlayın; molar kütle için Ek-C'deki periyodik tabloya bakınız.



Şekil P1.2 Voyager 2 'nin gönderdiği Satürn 'ün görünümü (*NASA'nın izniyle*)

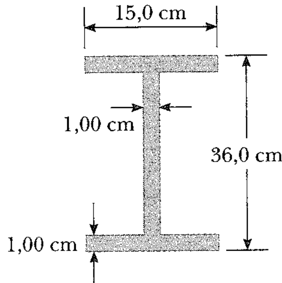
6. İki küre düzgün homojen bir kayadan yapılmıştır. Bu kürelerden birinin yarıçapı 4,50 cm 'dir. Öteki kürenin kütlesi beş kat büyükse, yarıçapı ne olur?

WEB 7. (a) Helyum, (b) demir, (c) kurşun atomlarının kütlelerini hesaplayınız. Yanıtları atomik kütle ve gram birimleri cinsinden bulunuz. Verilen bu atomların molar kütleleri sırası ile 4; 55,9 ve 207 g/mol'dur.

8. Bir düğünde sevgiliniz, kütlesi 3,80 g altın yüzük armağan ediyor. 50 yıl sonra kütlesi 3,35 g oluyorsa, evlilik süresi boyunca her saniye, altın yüzükten, kaç atom kopmuştur? Altının molar kütlesi 197 g/mol 'dir.

9. Küp şeklinde küçük bir demir parçası, mikroskop altında incelenmiş ve kübün kenarlarının 5×10^{-6} cm uzunluğa sahip olduğu görülmüştür. (a) Kübün kütlesini, (b) Bu parçadaki demir atomlarının sayısını bulunuz. Demirin molar kütlesi 55.9 g/mol ve yoğunluğu 7,86 g/cm^3 dir.

10. I-şeklinde bir yapı çelikten yapılmıştır. Bu yapının boyutları ve arakesiti Şekil P1.10 'da gösterilmiştir. (a) 1,5 m uzunluğundaki kısmın kütlesi nedir? (b) Bu kısımda kaç atom vardır? Çeliğin yoğunluğu $7,56 \times 10^3$ kg/m^3 'dir.



Şekil P1.10

11. Sahildeki bir çocuk, kumda bir çukur açarak çukuru 1,20 kg kütleli su ile dolduruyor. Suyun molar kütlesi 18 g/mol ise (a) Bu çukurdaki suyun molekül sayısını bulunuz. (b) Yeryüzündeki su miktarının $1,32 \times 10^{21}$ kg olduğunu ve sabit kaldığını varsayarak, bir dinazorun ayak izini dolduran su miktarı, bu çukurdaki su miktarına eşit alınırsa, suyun molekül sayısı hakkında neler söylenebilir?

Kesim 1.4 Boyut Analizi

12. Kenar uzunlukları *a*, *b* ve *c* olan bir üçgenin içine çizilen dairenin yarıçapı

$$r = [(s-a)(s-b)(s-c)/s]^{1/2}$$

ile verilmektedir. Burada *s*, $(a+b+c)/2$ 'ye eşittir. Bu formülün boyutsal olarak tutarlı olduğunu gösteriniz.

13. Sabit ivme ile hareket eden bir parçacığın yerdeğiştirmesi, zaman ve ivmenin fonksiyonudur. Yerdeğiştirmenin $s = ka^m t^n$ ile ifade edildiği varsayılıyor. Burada *k* boyutsuz bir sabittir. $m = 1$ ve $n = 2$ olduğunda bu ifadenin sağlandığını boyut analizi ile gösteriniz. Bu analizle *k*'nin değeri bulunabilir mi?

14. Bir basit sarkaçın *T* periyodu zaman birimindedir ve

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

olarak verilmiştir. Burada *l* sarkacın uzunluğu, *g* yerçekimi ivmesidir. *g*, uzunluk biriminin zamanın karesine bölündüğünde elde edilen birime sahiptir. Bu eşitliğin boyutsal olarak tutarlı olduğunu gösteriniz.

15. Aşağıdaki eşitliklerin hangisi boyutsal olarak doğrudur?
(a) $v = v_0 + ax$
(b) $y = (2\text{ m})\cos(kx)$; burada $k = 2\text{ m}^{-1}$ dir.

WEB 16. Newton'un evrensel çekim kanunu

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

ile verilir. Burada *F* çekim kuvvetini, *M* ve *m* kütleleri, *r* iki kütle arasındaki uzaklığı göstermektedir. Kuvvet, kg·m/s^2 birimine sahiptir. SI birim sisteminde orantılık sabiti *G*'nin birimi nedir?

17. Bir şirketin doğal gaz tüketimi $V = 1,5\,t + 0,008\,t^2$ ampirik eşitliği ile verilmiştir. Burada *V*, $10^6 \times (\text{ft})^3$ olarak hacmi; *t*, ay olarak zamanı göstermektedir. Bu eşitliği (ft)^3 ve saniye birimleri cinsinden ifade ediniz. Katsayılara, uygun birimler yükleyiniz. Bir ayın 30 gün olduğunu kabul ediniz.

Kısım 1.5 Birim Çevirme

18. Saçınızın günlük büyüme hızı 1/32 inç olduğunu varsayarak, büyüme hızını saniyede nanometre olarak

bulunuz. Bir moleküldeki atomlar arası uzaklık yaklaşık 0,1 nm olduğuna göre, bu protein sentezinde saçın atom tabakalarının hangi hızla oluştuğunu kestirebilirsiniz?

19. Bir arsanın boyutları 100 ft × 150 ft ise arsanın alanını m^2 olarak bulunuz.

Bir kapalı salonun boyutları 40 m × 20 m × 12 m ve havanın yoğunluğu 1,2 kg/m^2 ise (a) Salonun iç hacmi kaç feet küptür. (b) Salondaki havanın ağırlığını paund olarak bulunuz.

21. Bir tanka 30 galon benzin 7 dakikada doldurulduğu varsayılıyor. Tanka giren benzini (a) Saniyede galon olarak, (b) Saniyede metre küp olarak bulunuz. (c) Aynı doldurma hızı ile, 1 metre küp benzini doldurmak kaç saat alır? (1U.S. galonu = 231 $inç^3$).

22. Bir yaratık, fortnight başına 5 furlong (pek yaygın olmayan hız birimi) hızla hareket etmektedir. 1 furlong = 220 yarda ve 1 fortnight = 14 gün olarak verilirse, yaratığın hızını saniyede metre olarak bulunuz. Bu yaratık ne olabilir?

23. Bir toprak parçasının alanı 1 mil^2 veya 640 acre 'dir. 1 acre kaç metrekare olur?

24. Bir quart'lık (1 galonun 1/4 i) dondurma kabı küp biçiminde yapılmıştır. Kabın bir kenarının uzunluğu cm olarak ne olmalıdır? (1 galon = 3,786 litredir (L).)

25. Bir katı kurşun parçasının kütlesi 23,94 g, hacmi 2,10 cm^3 'tür. Bu verilerden kurşunun yoğunluğunu SI birimleri (kg/m^3) cinsinden bulunuz.

26. Bir astronomik birim (AU), dünya ile güneş arasındaki ortalama mesafe olarak tanımlanmıştır. (a) Bir ışık yılında kaç astronomik birim vardır? (b) Dünyadan Andromeda galaksisine olan uzaklığı AU cinsinden bulunuz.

27. Güneş'in kütlesi yaklaşık $1{,}99 \times 10^{30}$ kg dır. Güneş'in hemen hemen tümünü oluşturan hidrojen atomunun kütlesi ise $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg dır. Güneşte kaç tane hidrojen atomu vardır?

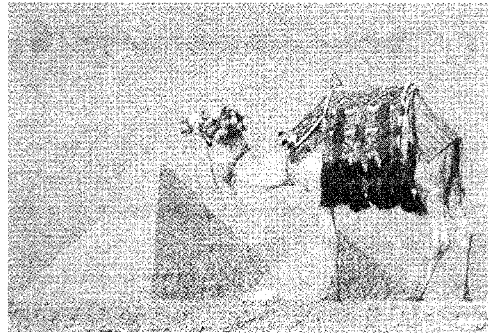
28. (a) mil/saat i km/saat a çeviren çevirme çarpanını bulunuz. (b) Son zamanlara kadar kara yollarındaki hız sınırı 55 mil/saat olarak uygulanmaktaydı. (a) şıkkındaki çevirme çarpanını kullanarak hız sınırını km/saat cinsinden bulunuz. (c) Kara yollarındaki hız sınırı, bazı yerlerde 55 mil den 65 mil/saat e yükseltilmiştir. km/saat olarak bu sınır ne kadar yükselmiştir?

Bu kitap basıldığında U.S. 'nin ulusal borcu yaklaşık 6 trilyon dolardır. (a) Ödeme 1000$/s hızla yapılırsa, 6 trilyon dolar borcu ödemek için, faiz olmadığını varsayarak, kaç yıl gerekir? (b) Bir dolarlık banknot 15,5 cm uzunluğunda olduğuna göre 6 trilyon dolar ekvatorda ucuca eklendiğinde dünyayı kaç defa dolanır? Dünyanın ekvator yarıçapını 6 378 km alınız. (*Not*: Bu hesaplamayı yapmadan önce, cevabı tahmin ediniz. Sonuca çok şaşırabilirsiniz!).

(a) Bir yıl kaç saniyedir? (b) Ay'ın bir metre karesine saniyede bir mikrometeor (çapı 10^{-6} m olan bir küre) düşüyorsa, derinliği 1 m olacak şekilde ay'ın yüzeyini kaplaması için kaç yıl geçmesi gerekir? (*İpucu:* Kenar uzunluğu 1 metre olan kübik bir kutunun ay'da olduğunu varsayınız. Bu kutunun ne kadar zamanda dolacağını bularak hesaplamayı kolaylaştırabilirsiniz.)

Bir galon boya (hacim = $3{,}78 \times 10^{-3}$ m^3), 25 m^2 alanı boyuyor. Duvardaki boyanın kalınlığı nedir?

32. Bir piramidin tabanı 13 acre'lik (1 acre = 43560 ft^2) alana ve 481 ft yüksekliğe sahiptir. Piramidin hacmi $V = (1/3)\, B\, h$ ifadesi ile verilirse, bu piramidin hacmini metre küp cinsinden bulunuz. Burada B taban alanı h ise yüksekliği göstermektedir.



Şekil P1.32 Problem 32 ve 33.

33. 32. problemde tanımlanan piramitte, herbiri ortalama 2,50 ton olan yaklaşık 2 milyon taş blok bulunmaktadır. Bu piramidin ağırlığını paund olarak bulunuz.

34. Yer yüzeyinin %70 'i ortalama 2,3 mil derinliğinde su ile kaplıdır. Dünyadaki suyun kütlesini kilogram olarak tahmin ediniz.

Su rezerv miktarı genellikle acre-ft olarak ölçülür. Bir acre-ft, alanı bir acre, derinliği 1 ft olan hacimdir. Bir acre 43580 ft^2 'dir. 25 acre-ft suyun hacmini SI birimlerinde bulunuz.

Bir hidrojen atomunun çapı yaklaşık $1{,}06 \times 10^{-10}$ m olup bu, çekirdeğin etrafındaki küresel bulutun yarıçapıdır. Hidrojen çekirdeğinin çapı ise yaklaşık $2{,}40 \times 10^{-15}$ m 'dir. (a) Hidrojen atomunun çapı, Amerikan futbolunda kullanılan uzunluk yarda (100 yarda = 300 ft) alarak, çekirdeğin çapını milimetre olarak belirleyiniz. (b) Atomun hacmi, çekirdeğinkinden kaç defa büyüktür?

37. Disk şeklindeki samanyolu galaksimizin çapı yaklaşık 10^5 ışık yılıdır. En yakın galaktik komşumuz Andromeda, yaklaşık 2 milyon ışık yılı uzaklıktadır. Galaksi-

mizi 25 cm çaplı bir tabakla temsil edersek bu en yakın komşu tabağa olan uzaklığı bulunuz.

38. Dünyanın ortalama yarıçapı $6,37 \times 10^6$ m, ay'ın yarıçapı $1,74 \times 10^8$ cm olduğuna göre; (a) Dünya'nın yüzey alanının ay'ın yüzey alanına oranını (b) Dünya'nın hacminin ay'ın hacmine oranını hesaplayınız. Bir kürenin yüzey alanı $4\pi r^2$ ve kürenin hacmi $\frac{4}{3}\pi r^3$ dür.

WEB 39. Bir metre küp ($1,0\ m^3$) alüminyum $2,70 \times 10^3$ kg kütleye ve $1\ m^3$ demir $7,86 \times 10^3$ kg kütleye sahiptir. 2 cm yarıçaplı bir demir küreyi terazide dengeleyecek alüminyum kürenin yarıçapını bulunuz.

40. ρ_{Al} alüminyum, ρ_{Fe} demirin yoğunluğunu göstersin. Bir terazide bulunan r_{Fe} yarıçaplı katı demir küreyi dengeleyecek alüminyum kürenin yarıçapını bulunuz.

Kısım 1.6 Tahminler ve Büyüklük–Mertebesi Hesaplamaları

WEB 41. Ortalama boyutlara sahip bir odaya kaç tane pin–pon topunun (ezmeden) sığabileceğini tahmin ediniz. Burada aldığınız değerleri, ölçtüğünüz veya tahmin ettiğiniz nicelikleri söyleyiniz.

42. McDonalds, yılda 250 milyon kızarmış patates paketi satmaktadır. Bu patatesler uç uca eklenirse ne kadar uzunluğa ulaşır?

43. Bir otomobil lastiği 50000 mil yol gittiğine göre, bu lastiğin kaç defa döndüğünü tahmin ediniz.

44. 1 acre'lık (= $43560 ft^2$) yüzeye, 1 inç. yüksekliğinde yağmur yağarsa yaklaşık kaç tane yağmur damlası düşmüş olur?

45. Çeyrek acre'lik bir bahçede çim büyütülmüştür. Bu toprak parçasındaki çimlerin yaprak sayılarını tahmin ediniz. Nasıl bulduğunuzu ifade ediniz (1 acre = $43560 ft^2$).

46. Bir dolarlık banknotlardan oluşan 1 milyar doları saymanız şartıyla bütün paranın tamamının size verileceği söylenirse bunu kabul eder misiniz? Şu anda 18 yaşında olduğunuz, saniyede bir banknotu saydığınızı ve sayma işleminin dışında 8 saati uyku ve beslenmeye ayırdığınız varsayılıyor.

47. Yarısına kadar su ile dolu bir küvetteki suyun kütlesi ile, yarısı bozuk para ile doldurulmuş küvetteki paranın kütlesinin büyüklük mertebesini hesaplayınız. Her biri için ölçtüğünüz veya tahmin ettiğiniz değerlerle, aldığınız verileri söyleyin.

48. Meşrubatlar genellikle alüminyum kutular içinde satılır. ABD'li tüketici tarafından her yıl atılan kutuların sayılarını tahmin ediniz. Bu kutular yaklaşık kaç ton alüminyuma karşılık gelir?

49. New York kentinde yaşayan piyano akortçularının sayısını tahmin ediniz. Bu problemi, büyüklük–mertebesi hesaplamayı çok seven ünlü fizikçi Enrico Fermi bir doktora sınavı savunmasında sormuştur.

Kısım 1.6 Anlamlı Rakamlar

50. Aşağıdaki ölçtüğünüz değerlerde anlamlı rakamların kaç tane olduğunu saptayınız. (a) 23 cm, (b) 3,589 s, (c) $4,67 \times 10^3$ m/s (d) 0,0032 m.

51. Bir dairenin yarıçapı $10,5 \pm 0,2$ m olarak ölçülmüştür. Buna göre a) Dairenin alanını, b) Çevresini hesaplayınız ve her bir değer için belirsizlikleri bulunuz.

52. Aşağıdaki aritmetik işlemleri yapınız. (a) 756 37,2, 0,83 ve 2,5 sayılarının toplamı, (b) $0,0032 \times 356,3$ çarpımı, (c) $5,620 \times \pi$ çarpımı.

53. Bir katı kürenin yarıçapı $(6,50 \pm 0,20)$cm, kütlesi $(1,85 \pm 0,02)$ kg olarak ölçülmüştür. Kürenin yoğunluğunu kg/m^3 olarak bulun ve yoğunluktaki belirsizliği tayin ediniz.

54. Aşağıdaki sayılarda kaç tane anlamlı rakam vardır? (a) $78,9 \pm 0,2$, (b) $3,788 \times 10^9$, (c) $2,46 \times 10^{-6}$, (d) 0,0053.

55. Bir çiftçi dikdörtgen biçimindeki tarlasını ölçmektedir. Uzun kenarı 38,44 m, kısa kenarı 19,5 m olarak ölçülmüştür. Dikdörtgen tarlanın çevre uzunluğunu bulunuz.

56. Ölçüleri $(10.0 \pm 0,1)$ m × (17.0 ± Kaldırım, $(1,00 \pm 0,1)$ m genişliğinde ve $(9,0 \pm 0,1)$ cm kalınlığında olursa, ne kadar hacimde beton gereklidir ve bu hacimin yaklaşık belirsizliği (ölçüm hatası) nedir?

EK PROBLEMLER

57. Verilerin üç anlamlı rakam olması halinde 6,379 m = 6,38 m ve 6,374 m = 6,37 m şeklinde yazılır. Rakamlar 5 ile bittiği zaman 6,375 m = 6,38 m olarak alınır. Aynı şekilde 6,375 m = 6,37 m alarak da yazılabilirdi. Şimdi büyüklük merteberi tahminini ele alalım. Burada artışları değil, çarpanları inceliyoruz. 500 m 'yi $\sim 10^3$m; yazarız; çünkü 500, 100 'den 5 çarpanı kadar farklıdır; halbuki 500, 1000 'den sadece 2 çarpanı kadar farklıdır. Yine 437 m $\sim 10^3$ m; 305 m $\sim 10^2$ m gibi, yazılabilir. Büyüklük mertebelerini $\sim 10^2$ m veya $\sim 10^3$ m almış olsa idik, 100 m ve 1000 m 'den eşit çarpan kadar farklı olan uzaklık ne olurdu?

58. Bir yağ damlası düzgün bir yüzeye çarptığında yağ tabakası yaklaşık bir molekül kalınlığında yayılmaktadır. Kütlesi 9×10^{-7} kg ve yoğunluğu $918\ kg/m^3$ olan bir yağ damlası, su yüzeyinde yarıçapı 41,8 cm olan bir daire şeklinde yayıldığına göre, yağ molekülünün çapı ne kadardır?

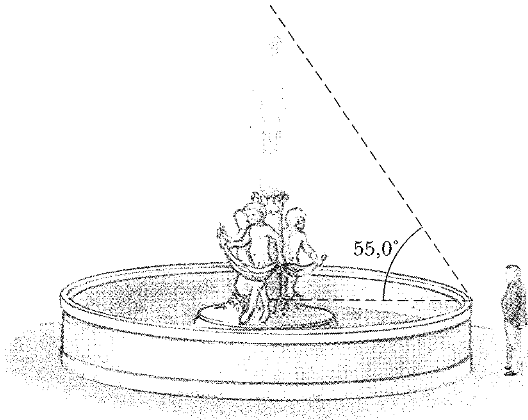
59. Bir otomobilin karbiratörünün temel fonksiyonu, benzini parçalayıp hava ile karıştırarak hızla püskürtmektir. Örneğin, 30 cm^3 benzinin, herbirinin yarıçapı 2×10^{-5}m olan N tane küresel damlaya parçalandığını varsayalım. Bu N küresel damlanın toplam yüzey alanı nedir?

60. Fizikte, matematiksel yaklaşıklığı kullanmak çok önemlidir. Küçük açılar için (<20°)

$$\tan\alpha \approx \sin\alpha \approx \alpha = \pi\alpha'/180°$$

olduğunu gösteriniz. Burada α radyan, α' derece olarak verimiştir. Bir hesap makinasını kullanarak, hata oranı % 10'dan daha az olacak şekilde $\tan\alpha$ 'nın $\sin\alpha$ 'ya yaklaşık olarak eşit olduğu en büyük açıyı bulunuz.

61. Bir su fıskiyesi Şekil P1.61'deki gibi dairesel bir havuzun merkezine yerleştirilmiştir. Bir öğrenci, havuz çevresini 15 m olarak tahmin ediyor. Daha sonra öğrenci havuzun kenarında duruyor ve bir iletki kullanarak fıskiyenin tepesinin yatayla yaptığı açıyı 55° olarak ölçüyor. Fıskiyenin yüksekliği ne kadardır?



Şekil P1.61

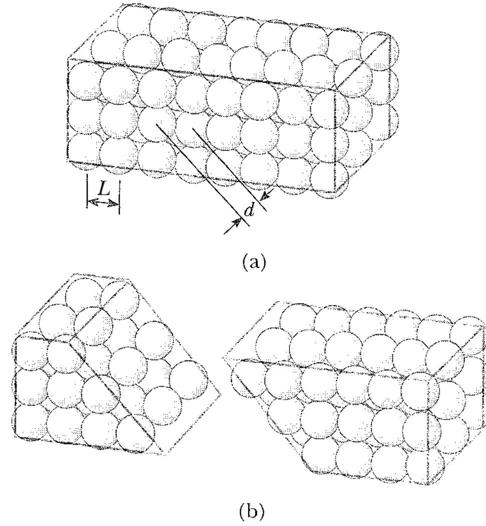
62. A alanına sahip bir cismin, düzgün bir h yüksekliği olsun. Yükseklik boyunca kesit alanı, A ise hacmı $V = ah$ olarak verilir a) $V = Ah$ 'nin boyut olarak doğru olduğunu gösteriniz. b) A 'nın belirtilmesi halinde silindir ve dikdörtgenler prizmasının hacmının $V = Ah$ olduğunu gösteriniz. (*Not:* A alanı yerine bazen "ayak izi", yükseklik yerine de ortalama kalınlık alınabilir.)

63. Bir yılda yaklaşık $\pi \times 10^7$s olduğu gerçeğini kullanarak, bu yaklaşıklıktaki yüzde hatayı bulunuz. Burada yüzde hata,

$$\frac{|\text{Varsayılan değer} - \text{gerçek değer}|}{\text{gerçek değer}} \times \%100$$

olarak tanımlanır.

64. Bir katı kristal yapı, Atomların biraraya gelmesi ile oluşan örgünün tekrarı ile oluşur. Şekil P1.54 a 'daki kristalde, atomlar, kenarları $L = 0{,}200$ nm olan kübün köşelerinde bulunmaktadır. Atomların düzenli dizildiklerinin delili, bir kristal yarıldığında veya kırıldığında yeni yüzeyin düzlüğü ile görülebilir. Şekil P1.64b 'de böyle bir kristalin diyagonal yüzey boyunca ikiye bölündüğünü varsayarsak, kristalin bu iki parçası birbirinden ayrıldığında düzenli iki atomik tabaka arasındaki d uzaklığını hesaplayınız.



Şekil P1.64

Her bir yatay kesitinin çapı bir birinden farklı daireler olan bir plastik şişe şampuan ile duldurulmaktadır. Şampuan 16,5 cm^3/s akış hızı ile şişeye döküldüğünde (a) şişenin çapı 6,30 cm iken, (b) 1,35 cm iken şampuanın yükselme hızı nedir?

66. Bir çocuğa kaşıkla (yaklaşık 12 cm^3) verilen ilaç, bir yüzeye döküldüğünde 23 cm yarıçaplı daire şeklinde yayılmakta ise ilacın kalınlığı ne kadardır?

67. ABD'de 100 milyon yolcu arabası bulunduğunu ve ortalama petrol tüketiminin de 20 mil/gal olduğunu varsayalım. Her araba tarafından kat edilen ortalama yol 10000 mil/yıl ise, yıllık ortalama petrol tüketimi ne olur? Her bir arabanın tüketimi 25 mil/gal olursa yılda ne kadar benzin tasarruf edilir?

68. Bir santimetre küp su $1{,}0 \times 10^{-3}$ kg kütleye sahiptir. (a) 1,0 m^3 suyun kütlesini hesaplayın. (b) Bir biyolojik maddede %98 su bulunur. 1 μm çaplı bir hücrenin, bir insan böbreğinin ve bir sineğin kütlesini tah-

min ediniz. Bir böbrek kabaca 4 cm yarıçaplı bir küre; bir sinek kabaca 4,0 mm uzunluğunda ve 2 mm çapında bir silindir olarak gözönüne alınabilir.

69. Güneşten en yakın yıldıza olan uzaklık 4×10^{16} m 'dir. Samanyolu galaksisinin, kabaca çapı $\sim 10^{21}$ m ve kalınlığı $\sim 10^{19}$m 'dir. Samanyolundaki yıldız sayısının büyüklük mertebesini tahmin edin.

70. Aşağıdaki Tablo'da verilen değerler alüminyum, bakır, pirinç, teneke ve demirden yapılan katı silindirlerin boyutları ve kütle değerleridir. Bu verileri kullanarak, bu maddelerin yoğunluklarını hesaplayınız. Alüminyum, bakır ve demir için bulduğunuz bu sonuçları Tablo 1.5'de alüminyum için verilen sonuçlarla karşılaştırınız.

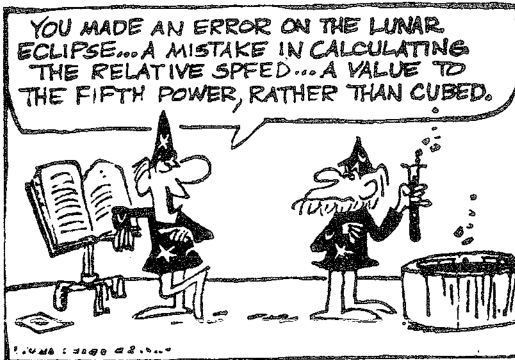
Madde	Kütle (kg)	Yarıçap (cm)	Uzunluk (cm)
Alüminyum	51,5	2,52	3,75
Bakır	56,3	1,23	5,06
Pirinç	94,4	1,54	5,69
Teneke	69,1	1,75	3,74
Demir	216,1	1,89	9,77

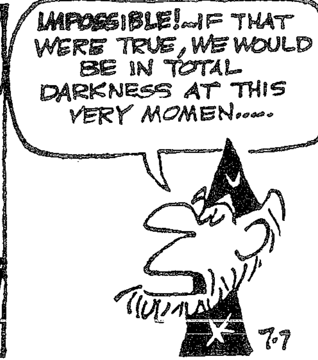
SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

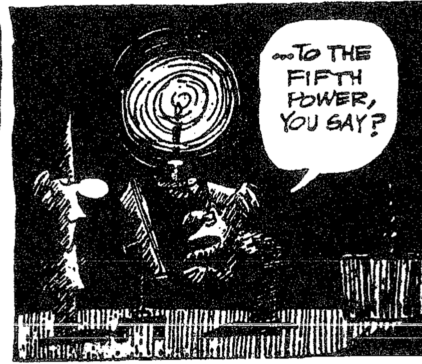
1.1 Yanlış, Boyut analizi, orantı sabitinin birimlerini verir, fakat sayısal değerleri hakkında herhangi bir bilgi vermez. Örneğin deneyler göstermektedir ki, bir katı kürenin yarıçapını 2 katına çıkardığımızda kütlesi 8 katına, yarıcapı 3 katına çakırtıldığında kütle 27 katına çıkmaktadır. Dolayısıyla kütle kübün yarıçapının kübü ile orantılıdır. $m \propto r^3$ olduğundan $m = kr^3$ yazılır. Boyut analizi, k sabitinin kg/m^3 birimine sahip olduğunu göstermektedir; fakat sayısal değeri deney veya geometrik yolla saptanabilir.

1.2 Bu kadar sayılar vermenin anlamı sandalyenin merkezinin yaklaşık ±0,000 000 000 1 metre duyarlılıkla bulunacağını ifade etmektedir. Bu rakam kabaca, metre çubuktaki atomların sayılmasına olanak verir; çünkü her bir atom yaklaşık bu büyüklüktedir! Muhtemelen ölçü 1,044 m alınsa daha iyi olurdu; çünkü metre çubuğun bölmeleri milimetre olduğu varsayılırsa o zaman konumu milimetre hassasiyeti ile biliyoruz demektir.

THE WIZARD OF ID By Parker and Hart









Sizce Nasıl?

USS Nimitz uçak gemisine 140 mil/saat hız ile iniş yapan F/A 18 Hornet uçağına bağlı tutucu kablo aniden gerilerek uçağı durduracaktır. Pilot motoru durdurur ve uçak 2 saniyeden daha kısa bir zamanda durur. Eğer tutucu kablo uçağa düzgün olarak takılmamış olsaydı, pilot uçuş pisti sona ermeden tekrar havalanmak zorunda kalırdı. Uçağın bu hareketi detaylıca çalışılarak, uçak tasarımcılarına ve pilotlara bir "posta pulu" üzerine iniş yapabilmeleri öğretilebilir mi? *(USS* Nimitz*/U.S. Navy'nin izniyle)*

b ö l ü m

2

Bir Boyutlu Hareket

Bölüm İçeriği

Klasik mekanikte bir hareketi incelerken ilk adım, hareketi oluşturan öğeleri göz ardı ederek hareketi uzay ve zaman cinsinden ifade etmektir. Klasik mekaniğin bu kısmına *Kinematik* denir (*Kinematik* sinema ile aynı kelime kökünden gelir, nedenini tahmin edebiliyor musunuz?). Bu bölümde Bir-boyutlu hareketi inceleyeceğiz. Öncelikle yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi tanımlayıp, daha sonra bu kavramları kullanarak, sabit ivme ile bir-boyutlu hareketi inceleyeceğiz.

Günlük deneyimlerimizden biliyoruz ki hareket, bir cismin konumundaki sürekli değişimi temsil eder. Fizikte üç çeşit hareketle ilgileniriz: ötelenme, dönme ve titreşim. Yokuş aşağıya inen bir arabanın hareketi; ötelenme hareketine, Dünyanın kendi ekseni etrafında dönmesi; dönme hareketine ve ileri geri sallanan bir sarkacın hareketi ise titreşim hareketine birer örnektir. Bu ve sonraki bölümlerde sadece ötelenme hareketini inceleyeceğiz (kitabın ilerleyen kısımlarında dönme ve titreşim hareketlerini de tartışacağız).

Ötelenme hareketini incelerken, hareket eden cismi büyüklüğüne bakmaksızın bir *parçacık* olarak ele alacağız. Genel olarak, **parçacık terimi ile çok küçük, noktasal bir kütleyi anlayacağız.** Örneğin, Dünyanın Güneş etrafındaki hareketini incelemek istersek, Dünyayı bir parçacık olarak ele alırız, bu yaklaşıma rağmen Dünyanın yörüngesi ile elde ettiğimiz verilerin, gerçek değerlerine çok yakın olduğunu buluruz. Yaklaşımımızı geçerli kılan şey, Dünya ve Güneşin yarıçaplarının Dünya yörünge yarıçapı ile kıyaslandığında çok küçük olmasıdır. Bu yaklaşıma küçük ölçekte bir örnek olarak da, gaz moleküllerinin içinde bulunduğu kabın duvarına yaptıkları basıncı hesaplarken, gaz moleküllerini birer parçacık olarak almamız verilebilir.



2.1 YERDEĞİŞTİRME, HIZ VE SÜRAT

TABLO 2.1
Bir arabanın farklı zamanlardaki konumu

Konum	t(s)	x(m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	−37
Ⓕ	50	−53

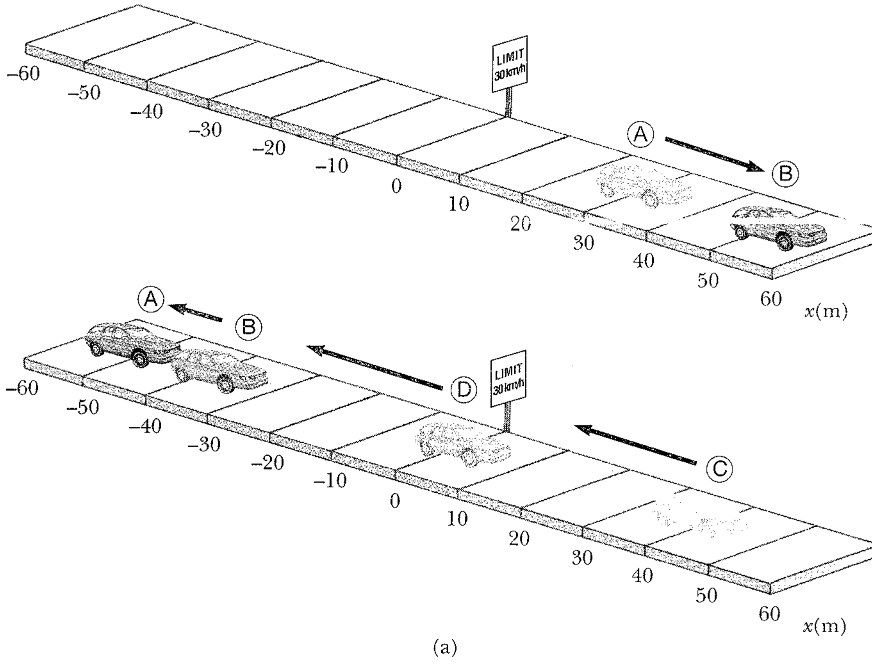
Bir parçacığın hareketi, uzaydaki konumu her an biliniyorsa tamamen bellidir. Bir arabanın Şekil 2.1a'da gösterildiği gibi x ekseni boyunca ileri-geri hareketini inceleyelim. Konum verilerini toplamaya başladığımızda araba, hız sınırını gösteren işaretin 30 m sağındadır (Bu örnekte anlamlı rakam sayısının iki olduğunu varsayalım, bu durumda arabanın ilk konumunu 3×10^1 m olarak vermeliyiz. Bu yazım şekli tartışmamızı kolaylaştırır.). Saatimizi çalıştırarak, Tablo 2.1'den görüldüğü gibi her 10 s'de arabanın işarete göre yerini kaydediyoruz. Araba ilk 10 s'de sağa doğru (pozitif yönü sağa doğru seçtik) Ⓐ noktasından Ⓑ noktasına hareket etmektedir. Araba Ⓑ noktasından Ⓕ noktasına hareket ederken konum değerleri azalmaktadır, bu durumda araba geriye doğru gitmektedir. Gerçekte, harekete başladıktan 30 s sonra araba Ⓓ noktasına gelir, bu nokta ölçüme başladığımızda arabanın bulunduğu noktadır. Ölçmeyi durdurduğumuz altıncı veri noktasına kadar araba 50 m daha sola hareket eder. Bu bilginin grafiksel gösterimine *konum-zaman* grafiği denir ve Şekil 2.1b'de verilmiştir.

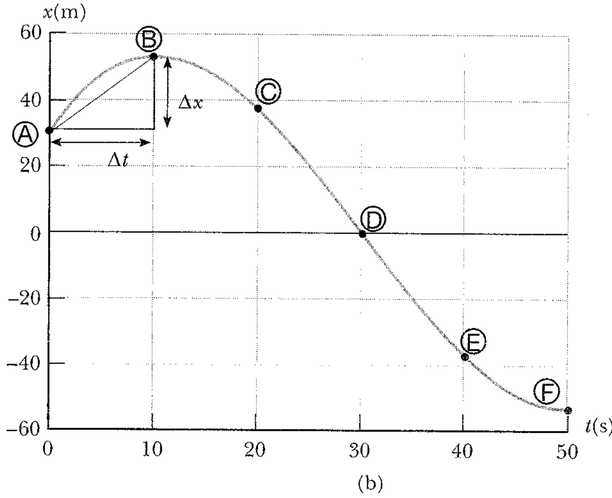
Hareket eden bir parçacığın konumundaki değişmeyi kolayca belirleyebiliriz. ***Parçacığın konumundaki değişim, onun yerdeğiştirmesi olarak tanımlanır.*** x_i başlangıç konumundan x_s son konumuna hareket eden bir parçacığın yerdeğiştirmesi $x_s - x_i$ ile verilir. Bir nicelikteki *değişim,* Yunan alfabesindeki (Δ) simgesi ile gösterilir. O halde bir parçacığın yerdeğiştirmesi ya da konumundaki değişim

$$\Delta x \equiv x_s - x_i \tag{2.1}$$

olarak yazarız. Bu tanımdan, Δx'in x_s, x_i'den büyükse pozitif, küçükse negatif olduğu görülür.







Şekil 2.1 (a) Bu araba, x ekseni olarak alınan doğrusal bir yol boyunca ileri-geri hareket edebilir. Biz sadece arabanın ötelenme hareketi ile ilgilendiğimizden, arabayı bir parçacık olarak ele alabiliriz. (b) "Parçacık" hareketinin konum-zaman grafiği.

Kolay düşülen bir hata, parçacığın aldığı yol ile yerdeğiştirmesinin birbirine karıştırılmasıdır (Şekil. 2.2). Bir beyzbol oyuncusunun yaptığı home run vuruşundan sonra saha etrafında bir tur atarak tekrar vuruş yaptığı noktaya gelmesi sonucunda aldığı yol 360 ft dır. Fakat yerdeğiştirmesi, x_s, x_i'ye eşit olduğundan sıfırdır.

Yerdeğiştirme vektörel niceliğe bir örnektir. Hız, ivme gibi bir çok fiziksel nicelik de vektördür. Genel olarak **vektör, yönü ve büyüklüğü olan fiziksel bir niceliktir. Skaler nicelik ise, yönü olmayan sadece büyüklüğü olan bir niceliktir.** Bu bölümde vektörlerin yönlerini, artı ve eksi işaretleri kullanarak göstereceğiz. İncelediğimiz hareket bir-boyutlu olduğundan, yani hareket sadece doğrusal olduğundan, bu gösterimin bir sakıncası yoktur. Örneğin bir yatay hareket için sağa doğru olan yönü keyfi olarak pozitif seçelim. Buradan, sağa doğru hareket eden bir cismin yerdeğiştirmesinin pozitif $+\Delta x$, benzer şekilde

Şekil 2.2 Bir beyzbol alanının kuşbakışı görünüşü. Beyzbol vuruşu yapan bir oyuncu, saha etrafında 360 ft'lik bir yol alır ancak yerdeğiştirmesi sıfırdır. *(Mark C. Burnett/Photo Researchers, Inc.)*

sola doğru hareken eden bir cismin yerdeğiştirmesinin ise negatif $-\Delta x$ olduğunu söyleyebiliriz. Vektörleri Bölüm 3'te daha ayrıntılı inceleyeceğiz.

Henüz bahsetmediğimiz önemli bir nokta ise, Şekil 2.1b'de verilen grafiğin sadece altı nokta ile oluşmuş bir eğri değil, yumuşak ve sürekli bir eğri olmasıdır. Bu grafik arabayı izlediğimiz 50 s'lik konum-zaman bilgilerinin tümünü içermektedir. Arabanın yerdeğiştirmesini bir grafikten izlemek, sözel anlatımdan veya bir tablodan görmekten çok daha kolaydır. Örneğin grafikten, arabanın 50 s'lik zaman diliminin ilk yarısında, ikinci yarısından daha çok yol aldığı açıkça görülmektedir. Ⓒ ve Ⓓ noktaları arasında araba 40 m yol almışken Ⓔ ve Ⓕ noktaları arasında bu yolun yarısından daha az yol almıştır. Bu farklı hareketleri karşılaştırmanın alışılmış bir yolu; Δx yerdeğiştirmesini zaman aralığı Δt 'ye oranlamaktır. Oldukça kullanışlı olan ve sık kullanılan bu orana *ortalama hız* denir. **Bir parçacığın ortalama $\bar{v}_x$ hızı, parçacığın yerdeğiştirmesi olan Δx in, bu yerdeğiştirme süresi olan Δt ye oranı olarak tanımlanır:**

Ortalama hız

$$\bar{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.2)$$

3.2 Burada x indisi, hareketin x ekseni boyunca olduğunu gösterir. Tanımı gereğince ortalama hızın birimi, uzunluğun zamana (L/T) bölümüdür ve SI birim sisteminde m/s ile verilir.

Herhangi bir hareket süresince alınan yol mutlaka pozitif iken ortalama hız pozitif ya da negatif olabilir. Bu tamamen yerdeğiştirmenin işaretine bağlıdır (zaman aralığı Δt daima pozitiftir). Parçacığın koordinatı ilerleyen zamanla birlikte artıyorsa (yani $x_s > x_i$), o zaman Δx pozitiftir, dolayısı ile $\bar{v}_x = \Delta x/\Delta t$ de pozitif olur. Hareket de pozitif x yönünde olur. Eğer parçacığın konumu ilerleyen zamanla birlikte azalıyorsa (yani $x_s < x_i$), o zaman Δx negatiftir; yani $\bar{v}_x$ de negatif olur. Bu durum hareketin negatif x yönünde olduğunu gösterir.

Ortalama hız, Şekil 2.1.b'deki herhangi iki nokta arasında bir doğru çizerek geometrik olarak da yorumlanabilir. Bu doğru, Δx yüksekliğinde ve Δt tabanlı bir dik üçgenin hipotenüsünü oluşturur ve eğimi $\Delta x/\Delta t$ ile verilir. Örneğin, Ⓐ ve Ⓑ noktaları arasındaki doğrunun eğimi, bu noktalar arasında hareket eden arabanın ortalama hızını verir ve değeri (52 m – 30 m) / (10 s – 0) = 2,2 m/s 'dir.

Günlük hayatta *hız* ve *sürat* kelimeleri aynı anlamda kullanılırlar. Oysa fizikte bu iki terim arasında açık bir anlam farkı vardır. 40 km 'lik koşu yapan ancak koşu sonunda başladığı noktaya dönen bir maraton koşucusu düşünelim. Koşucunun ortalama hızı sıfırdır! Buna karşın ne kadar hızlı koştuğunu bilmek isteriz. Bunun için ortalama hızın tanımına benzer bir tanım kullanırız. **Skaler bir nicelik olan bir parçacığın ortalama sürati, alınan toplam yolun geçen toplam zamana oranı olarak verilir**:

$$\text{Ortalama sürat} = \frac{\text{toplam yol}}{\text{toplam zaman}}$$

Ortalama sürat

Ortalama süratin SI sisteminde birimi, ortalama hızın birimi ile aynıdır ve m/s ile verilir. Ortalama hızdan farklı olarak, ortalama süratin yönü yoktur, bu nedenle pozitif, negatif gibi yön belirleyen cebirsel işaretlere de gerek yoktur.

Ortalama sürat, bize hareketin ayrıntıları hakkında herhangi bir bilgi vermez. Örneğin, arabanızla 280 km 'lik bir yolu 8 saatte aldığınızı varsayalım. Bu seyahat boyunca ortalama süratiniz 35 km/saat'dır. Fakat, seyahat esnasında muhtemelen farklı süratlerde yol aldınız. Dolayısı ile ortalama süratiniz olan 35 km/saat değerinin çok sayıdaki değişik sürat değerinden oluştuğu açıktır.

ÖRNEK 2.1 Hareket Değişkenlerinin Hesaplanması

Şekil 2.1a ile verilen araba hareketi için Ⓐ ve Ⓕ noktaları arasındaki yerdeğişirmeyi, ortalama hız ve ortalama sürati hesaplayınız.

Çözüm Yerdeğiştirmenin birimi metre olmalı ve sayısal hesaplamalarımızın sonucu verilen konum değerleri ile aynı büyüklük mertebesinde olmalıdır. (Yani 10 kat veya yüz kat daha büyük ya da küçük olmamalıdır.). Şekil 2.1.b'deki konum-zaman grafiğinde, $t_A = 0$ s 'de $x_A = 30$ m ve $t_F = 50$ s 'de $x_F = -53$ m 'dir. Bu değerler ve 2.1 Eşitliği ile verilen yerdeğiştirme tanımı kullanılarak,

$$\Delta x = x_F - x_A = -53 \text{ m} - 30 \text{ m} = -83 \text{ m}$$

bulunur. Bu sonuç arabanın başladığı noktadan negatif yönde (bu durumda sol tarafa doğru) 83 m yol aldığını gösterir. Bulunan bu değer hem birim, hem de mertebe olarak verilerle aynıdır. Şekil 2.1a'ya göz atarak sonucun doğruluğunu görebiliriz.

Hesap yapmaksızın ortalama hızı tahmin etmek zordur. Fakat, biriminin m/s olması gerektiğini biliyoruz. Arabanın son konumu başlangıç noktasına göre solda olduğundan, ortalama hızın negatif olması gerektiğini biliyoruz. Eşitlik 2.2 kullanılarak,

$$\bar{v}_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_s - x_i}{t_s - t_i} = \frac{x_F - x_A}{t_F - t_A}$$

$$= \frac{-53 \ m - 30 \ m}{50 \ s - 0 \ s} = \frac{-83 \ m}{50 \ s} = 1{,}7 \text{ m/s}$$

bulunur.

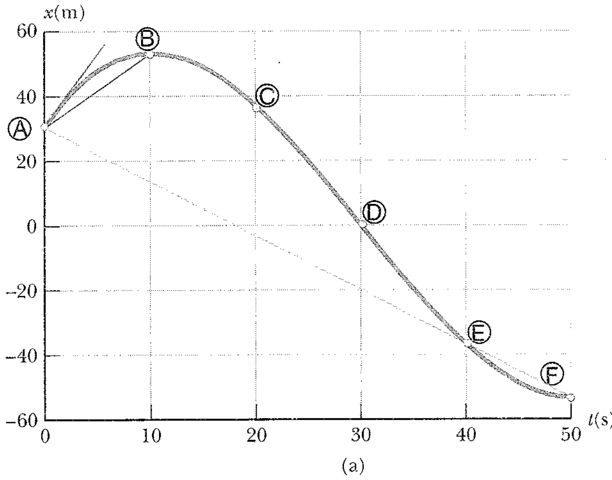
Arabanın ortalama süratini ise, bu hareket boyunca alınan tüm yolun toplamını, toplam zamana bölerek elde ederiz:

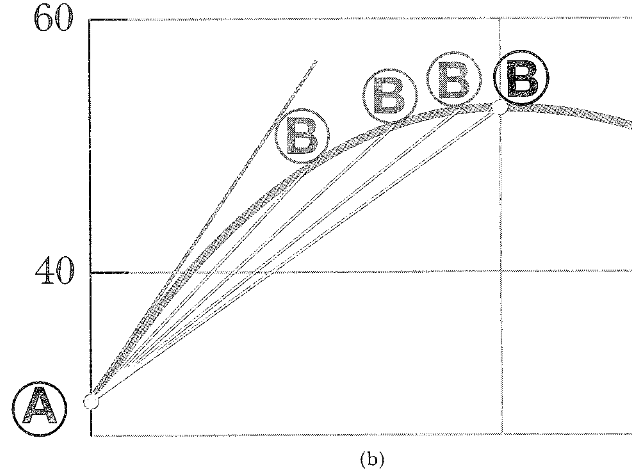
$$\text{Ortalama sürat} = \frac{22 \text{ m} + 52 \text{ m} + 53 \text{ m}}{50 \text{ s}} = 2{,}7 \text{ m/s}$$



ANİ HIZ VE İVME

Bir parçacığın hızını, sadece belirli bir zaman aralığı için değil, herhangi bir an için de bilmek isteriz. Örnek olarak, araba ile yaptığınız bir yolculukta ortalama hızınızı bilmek istersiniz. Ancak, durmakta olan bir polis otosunu gördüğünüz an, bilmek istediğiniz o *andaki* hızınızdır. Başka bir deyişle, tam o es-





Şekil 2.3 (a) Şekil 2.1'deki arabanın hareketini gösteren grafik. (b) Grafiğin sol üst köşesinin büyütülmüş hali, Ⓐ ile Ⓑ noktaları arasındaki mavi çizginin, Ⓑ noktası Ⓐ noktasına yaklaştıkça eğriye teğet olacağını gösterir.

nada konumunuzu tam olarak belirlediğiniz gibi hızınızı da belirlemek isterseniz. Basitçe söylediğimiz bu işin nasıl yapılacağı hiç de açık değildir. Nitekim, diferansiyel hesabın bulunduğu 1600'lere kadar da açık olarak anlaşılamamıştır. Bilim adamları, ancak diferansiyel hesap yardımı ile bir parçacığın anlık hareketini açıklamayı başardılar.

Bunun nasıl yapıldığını görmek için Şekil 2.3a'yı inceleyelim. Ⓐ, Ⓑ aralığında hareket eden arabanın ortalama hızı (ince mavi doğrunun eğimi) ile Ⓐ, Ⓕ aralığındaki ortalama hızını (kalın mavi doğrunun eğimi) zaten tartışmıştık. Sizce bu doğrulardan hangisinin eğimi arabanın ilk hızına yakındır? Çıkışta, arabanın sağa doğru olan hareketi pozitif olarak tanımlanmıştı. O halde, Ⓐ-Ⓑ aralığında ortalama hızın pozitif değeri, muhtemelen ilk değere, Ⓐ ve Ⓕ aralığındaki ortalama hızdan daha yakındır; ki bunu Örnek 2.1'de belirlemiştik. Şimdi, Şekil 2.3b'deki gibi, Ⓐ-Ⓑ noktaları arasında çizdiğimiz doğrular vasıtası ile, Ⓑ noktasını sola Ⓐ noktasına doğru kaydıralım. Doğrunun eğimi gittikçe artarak iki noktanın birbirlerine yaklaştıkları yerde bu doğru eğriye yeşil çizgi ile gösterildiği gibi teğet olur. Bu teğetin eğimi, veri almaya başladığımız anda Ⓐ noktasında bulunan arabanın ilk hızını temsil eder.

Ani hızın tanımı

Yaptığımız bu işleme Ⓐ noktasında bulunan arabanın *ani hızını* bulma denir. Başka bir deyişle, v_x **ani hızı, $\Delta x/\Delta t$ oranının, Δt sıfıra yaklaşırken aldığı limit değeridir:**[1]


3.3

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (2.3)$$

[1] Burada Δt sıfıra yaklaşırken, Δx yerdeğiştirmesinin de sıfıra yaklaştığına dikkat edin. Hem Δx hem de Δt değerleri küçüldükçe $\Delta x/\Delta t$ oranı x-t eğrisine bu noktada teğet olan doğrunun eğimine eşit olur.

Matematiksel yazımla bu limite x 'in t 'ye göre *türevi* denir ve dx/dt ile gösterilir.

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \qquad \textbf{(2.4)}$$

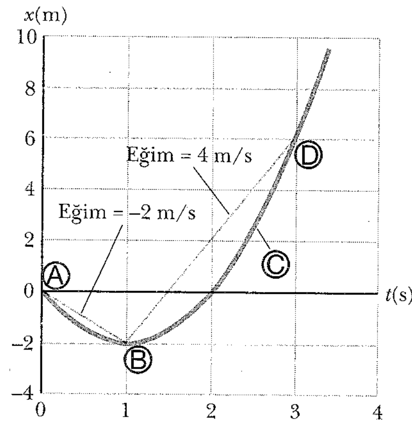
Ani hız pozitif, negatif ya da sıfır olabilir. Konum zaman grafiğinin eğiminin pozitif olması, Şekil 2.3 ile verilen grafiğin ilk 10 s 'sinde olduğu gibi, v_x'in pozitif olmasını sağlar. Ⓑ noktasından sonra v_x negatiftir. Çünkü, bu noktadan sonra eğim de negatif olur. Konum-zaman grafiğinin tepe noktasında, hem eğim hem de ani hız sıfırdır.

Bundan böyle ani hız yerine *hız* kelimesini kullanacağız. *Ortalama hız* ile ilgilendiğimizde ise *ortalama* kavramını açıkça ifade edeceğiz.

Bir parçacığın ani sürati, onun hızının büyüklüğü olarak tanımlanır. Ortalama süratte olduğu gibi, ani süratin de yönü yoktur, bu yüzden cebirsel bir işaret taşımaz. Örnek olarak, zıt yönlerde 25 m/s 'lik ve –25 m/s 'lik hızlara sahip iki parçacığın sürati[2] de 25 m/s dir.

ÖRNEK 2.2 Ortalama ve Ani Hız

Bir parçacık x ekseni boyunca hareket etmekte olup, x koordinatı $x = -4t + 2t^2$ ifadesine göre zamanla değişmektedir. Burada x, m ve t, s cinsindendir.[3] Bu hareket için konum-zaman grafiği Şekil 2.4'de gösterilmiştir. Parçacığın, önce, hareketin birinci saniyesi için negatif x doğrultusunda hareket ettiğini, $t = 1$. s de aniden durduğunu ve sonra $t > 1$ s için pozitif x doğrultusunda geri döndüğüne dikkat ediniz. (a) $t = 0$ ile $t = 1$ s ve $t = 1$ s ile $t = 3$ s zaman aralıklarında parçacığın yerdeğiştirmesini bulunuz.



Şekil 2.4 x koordinatı zamana göre $x = -4t + 2t^2$ şeklinde değişen bir parçacığın konum-zaman koordinatı

Çözüm Birinci zaman aralığında, negatif eğime ve böylece negatif hıza sahibiz. Ⓐ ve Ⓑ arasındaki yerdeğiştirmenin metre cinsinden negatif değerde olduğunu biliyoruz. Benzer şekilde, Ⓑ ve Ⓓ aralığındaki yerdeğiştirmenin pozitif olmasını bekleriz.

Birinci zaman aralığında, $t_i = t_A = 0$ ve $t_s = t_B = 1$ s alalım. $x = -4t + 2t^2$ olduğundan, birinci yerdeğiştirme için

$$\Delta x_{A \to B} = x_s - x_i = x_B - x_A$$
$$= [-4(1) + 2(1)^2] - [-4(0) + 2(0)^2]$$
$$= -2 \text{ m}$$

elde ederiz.

Aynı şekilde, ikinci zaman aralığında $t_i = t_B = 1$ s ve $t_s = t_D = 3$ s alabiliriz. O nedenle, bu aralıkdaki yerdeğiştirme

$$\Delta x_{B \to D} = x_s - x_i = x_D - x_B$$
$$= [-4(3) + 2(3)^2] - [-4(1) + 2(1)^2]$$
$$= +8 \text{ m}$$

Bu yerdeğiştirmelerin, konum zaman grafiğinden de doğrudan doğruya okunabileceğine dikkat ediniz.

[2] Aynen hızda olduğu gibi, ani sürate de sadece "sürat" diyeceğiz.

[3] Okunması kolay olsun diye $x = (-4 \text{ m/s})t + (2 \text{ m/s}^2)t^2$ yerine $x = -4t + 2t^2$ şeklinde yazdık. Elinizde deneysel sonuçlardan türetilmiş bir denklem varsa, bu denklemin katsayılarının veriler ile aynı anlamlı rakam sayısına sahip olduğunu ve birimlerinin doğru birimleri verecek şekilde seçilmiş olduğunu düşünün. Saatimizi $t = 0$ anında başlatmış olmamız zaman ölçümlerinde sadece tek anlamlı rakama sahip olduğumuz anlamına gelmez. Bu kitap boyunca gördüğünüz sıfır değerlerinin gerektiği kadar anlamlı rakam sayısına sahip olduğunu varsayın.

(b) $t = 0$ ile $t = 1$ s ve $t = 1$ s ile $t = 3$ s zaman aralıklarındaki ortalama hızı hesaplayınız.

Çözüm Birinci zaman aralığında, $\Delta t = t_s - t_i = t_B - t_A = 1$ s 'dir. O nedenle, 2.2 Eşitliği ve (a)'dan elde edilen sonuçların kullanılması halinde

$$\bar{v}_{x(A\to B)} = \frac{\Delta x_{A\to B}}{\Delta t} = \frac{-2\text{ m}}{1\text{ s}} = -2\text{ m/s}$$

olur. Aynı şekilde, ikinci zaman aralığında, $\Delta t = 2$ s dir; o nedenle de

$$\bar{v}_{x(B\to D)} = \frac{\Delta x_{B\to D}}{\Delta t} = \frac{8\text{ m}}{2\text{ s}} = +4\text{ m/s}$$

dir. Bu değerler, Şekil 2.4'de bu noktaları birleştiren doğruların eğimleriyle aynı değerlere sahiptir.

(c) $t = 2{,}5$ s 'de parçacığın ani hızını bulunuz.

Çözüm Bu ani hızın, bir önceki sonuçla aynı mertebede olduğunu kestirebiliriz. Grafiği incelersek, Ⓒ noktasındaki eğimin Ⓑ ve Ⓓ yi birleştiren mavi çizginin eğiminden büyük olduğunu görürüz. Yani cevabın 4 m/s'den büyük olmasını bekleriz. Konum-zaman grafiğinin t = 2,5 s'deki eğimini ölçerek,

$v_x = +6$ m/s buluruz.

2.3 İVME

Son örnekte, parçacık hareket ederken hızı da değişmekte idi. Bu durumla oldukça sık karşılaşırız (Şehiriçi otobüste giderken hızınız sabit midir?). Hızın zamana göre değişimini, aynen konumun zamana göre değişimindeki gibi hesaplayabiliriz. Bir parçacığın hızı zamana göre değişiyorsa parçacık *ivmeli* hareket ediyor denir. Örneğin, bir arabanın gaz pedalına bastığımızda araba hızlanır, frene bastığımızda yavaşlar. Fakat, ivme için bundan daha iyi bir tanıma ihtiyacımız vardır.

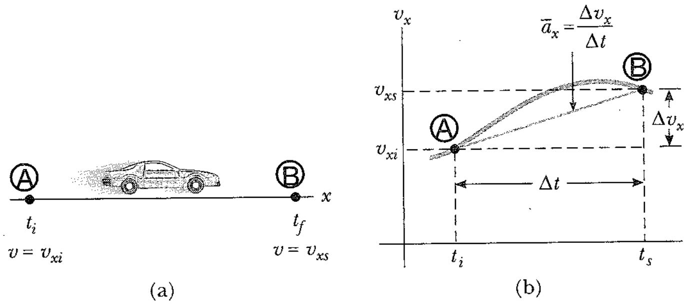
x ekseni boyunca giden bir parçacığın t_i anındaki hızı v_{xi}, t_s anındaki hızı v_{xs} olduğunu varsayalım (Şek. 2.5a).

Bir parçacığın ortalama ivmesi, parçacığın hızındaki *değişmenin,* bu değişimin olduğu Δt zaman aralığı oranı olarak tanımlanır:

Ortalama ivme

$$\bar{a}_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} \tag{2.5}$$

Hızda olduğu gibi, bir-boyutlu harekette de ivmenin yönünü belirtmek için pozitif ya da negatif işaretleri kullanırız. İvmenin birimi; hız birimi olan uzunluk/zamanın, zamana oranı olduğundan uzunluk/(zaman^2) 'dır. SI bi-



Şekil 2.5 (a) Ⓐ dan Ⓑ ye x ekseni boyunca hareket eden bir "parçacığın" $t = t_i$ anında hızı v_{xi}, $t = t_s$ anında hızı v_{xs} dir. (b) Parçacığın hız-zaman grafiği. Ⓐ noktasını Ⓑ noktasına birleştiren mavi doğrunun eğimi, $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında ortalama ivmeyi verir.

rim sisteminde ivmenin birimi m/s^2 ile verilir. Örneğin, 2 m/s^2 lik ivmeyi kafamızda, bir doğru boyunca her 1 s lik sürede 2 m/s lik bir artış olarak canlandıralım. Cisim durgun halden harekete başlıyorsa, cismin 1 s sonra 2 m/s hızla, 2 s sonra ise 4 m/s lik bir hızla hareket ettiğini düşünmeliyiz.

Bazı durumlarda ortalama ivme değeri farklı zaman aralıklarında farklı değerlerde olabilir. Bunun için *ani ivme* kavramını kullanmalıyız. Ani ivme, ortalama ivmenin Δt sıfıra yaklaşırken limiti olarak tanımlanır. Bu tanım, önceki kesimdeki ani hız tanımına benzer. Eğer Şekil 2.5a'daki Ⓑ noktası Ⓐ noktasına yaklaştırıldığında, $\Delta v_x / \Delta t$ oranının Δt sıfıra yaklaşırken limitini alırsak ani ivmeyi buluruz:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \qquad (2.6)$$

Ani ivme

Yani, ***ani ivme, hızın zaman göre türevidir***. Bu ise hız-zaman grafiğindeki (Şekil 2.5b) doğrunun eğimidir. O halde, aynı ani hız, konum-zaman grafiğinin eğimi ile verildiği gibi, ani ivme de hız-zaman grafiğinin eğimi ile verilir. Hızın zamana göre türevi hızın zaman göre değişme hızı olarak yorumlanabilir. a_x pozitifse, ivme $+x$ ekseni yönünde, negatifse $-x$ ekseni yönündedir.

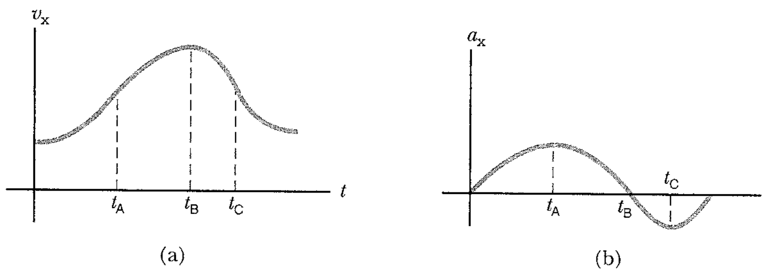
Bundan sonra ani ivme terimi yerine, sadece *ivme* terimini kullanacağız. Ortalama ivmeden bahsederken, *ortalama* terimini açıkça belirteceğiz.

$v_x = dx/dt$ olduğundan, ivme

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2.7)$$

şeklinde de yazılabilir. Başka bir deyişle, bir-boyutlu hareketin ivmesi konumun zamana göre *ikinci türevine* eşittir.

Şekil 2.6'da, ivme-zaman grafiğinin hız-zaman grafiğine nasıl bağlı olduğu gösterilmiştir. Herhangi bir andaki ivme, hız-zaman grafiğinin o andaki eğimi ile verilir. İvme, Şekil 2.6a'da hızın pozitif x yönünde arttığı noktalarda pozitif değerlere sahiptir. İvme t_A anında maksimum değerini alır; tam bu nokta-



Şekil 2.6 Ani ivme v_x-t grafiğinden elde edilebilir. (a) Bir hareketin hız-zaman grafiği, (b) Ayni Hareketin ivme-zaman grafiği. Herhangi bir t anı için a_x-t grafiği ile verilen ivme, o anda v_x-t grafiğine çizilen teğetin eğimine eşittir.

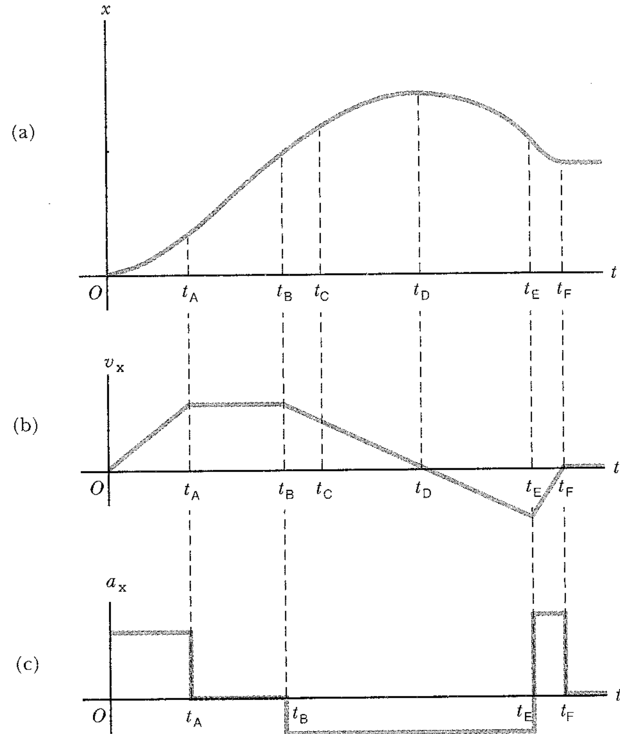
da hız-zaman grafiğinin eğimi de maksimumudur. t_B anında ivme sıfırdır, yine bu noktada hız maksimum değerindedir (yani burada v_x-t grafiğinin eğimi sıfırdır). Hız, pozitif x yönünde azalmaya başladığında ivme negatif olur ve t_C anında ivme en büyük negatif değerine ulaşır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 2.3 x, v_x ve a_x Arasındaki Grafiksel İlişkiler

Şekil 2.7a'da, bir cismin x ekseni boyunca hareketinin zamana bağlı konumu verilmiştir. Hareketin hız-zaman ve ivme-zaman grafiklerini çiziniz.

Çözüm Herhangi bir anda hız, x-t grafiğinde o andaki teğetin eğimi ile verilir. $t = 0$ ve $t = t_A$ anları arasında x-t grafiğinin eğimi düzgün olarak artar, dolayısı ile hız doğrusal olarak artar (Şekil 2.7b). t_A ve t_B noktaları arasında x-t grafiğinin eğimi sabittir. Dolayısıyla hız da sabittir. t_D noktasında, x-t grafiğinin eğimi sıfırdır, dolayısı ile burada hız da sıfırdır. t_D ve t_E noktaları arasında x-t grafiğinin eğimi negatiftir, bu nedenle hız da negatiftir ve düzgün olarak azalır. t_E-t_F aralığında ise, x-t grafiğinin eğimi halâ negatiftir ve t_F noktasında hız sıfır olur. Son olarak $t > t_F$ için, x-t grafiğinin eğimi sıfır olur ve bu, cismin durduğu anlamına gelir.

Herhangi bir anda ivme, o noktada v_x-t grafiğinin teğetinin eğimi ile verilir. Cismin ivme-zaman grafiği Şekil 2.7c'de gösterilmiştir. 0-t_A aralığında ivme sabit ve pozitiftir. Çünkü bu aralıkta v_x-t grafiğinin eğimi pozitiftir. $t_A - t_B$ ve $t > t_F$ aralığında v_x-t grafiğinin eğimi sıfır olduğundan, ivme de bu aralıklarda sıfırdır. t_B-t_E aralığında ivme negatiftir, çünkü, bu aralıkta v_x-t grafiğinin eğimi negatiftir.



Şekil 2.7 (a) x ekseni boyunca hareket eden bir cismin konum-zaman grafiği. (b) Cismin hız-zaman grafiği, her bir an için konum-zaman grafiğine çizilen teğetin eğiminden elde edilir. (c) Cismin ivme-zaman grafiği, hareketini her anında hız-zaman grafiğinin eğiminden bulunur.

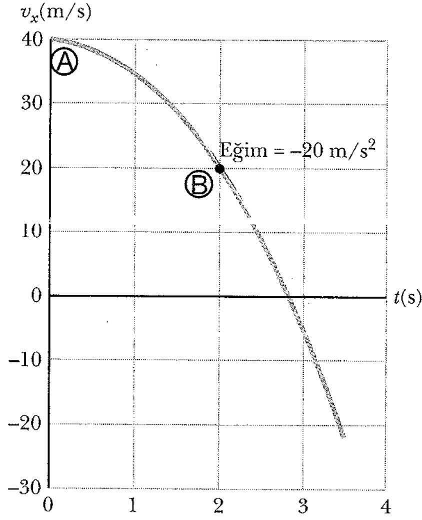
Sınama Sorusu 2.1

Şekil 2.1a'da verilen araba hareketi için hız-zaman grafiğini çizerek arabanın işarette belirlenmiş olan azami hızı (30 km/saat) aşıp aşmadığını belirleyin?

ÖRNEK 2.4 Ortalama ve Ani İvme

x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın hızı $v_x = (40 - 5t^2)$ m/s ifadesine göre zamanla değişmektedir. Burada t, s cinsindendir. (a) $t = 0$ ile $t = 2$ s zaman aralığındaki ortalama ivmeyi bulunuz.

Çözüm Şekil 2.8, problemdeki ifade kullanılarak oluşturulmuş $v_x - t$ grafiğini göstermektedir. $v_x - t$ eğrisinin tamamının eğimi negatif olduğundan, ivmenin de negatif olmasını bekleriz.



Şekil 2.8 $v = (40 - 5t^2)$ m/s bağıntısına göre x ekseni boyunca hareket eden bir parçacık için hız – zaman grafiği. $t = 2$ s 'deki ivmenin o andaki mavi renkli teğet çizginin eğimine eşit olduğuna dikkat ediniz.

$t_i = t_A = 0$ ve $t_s = t_B = 2$ s 'deki hızlar, t 'nin değerleri hız için verilen ifadede yerine konarak şu şekilde bulunur:

$$v_{xA} = (40 - 5t_A^2)\ \text{m/s} = [40 - 5(0)^2]\ \text{m/s} = +40\ \text{m/s}$$

$$v_{xB} = (40 - 5t_B^2)\ \text{m/s} = [40 - 5\ (2)^2]\ \text{m/s} = +20\ \text{m/s}$$

O halde $\Delta t = t_B - t_A = 2$ s zaman aralığında ortalama ivme,

$$\bar{a}_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} = \frac{v_{xB} - v_{xA}}{t_B - t_A} = \frac{(20 - 40)\ \text{m/s}}{(2 - 0)\ \text{s}}$$

$$= -10\ \text{m/s}^2$$

ile verilir. Eksi işareti, hız – zaman grafiği üzerindeki ilk ve son noktaları birleştiren doğrunun eğiminin negatif olduğu gerçeği ile uyumludur.

(b) $t = 2$ s 'deki ivmeyi bulunuz.

Çözüm t anındaki hız $v_{xi} = (40 - 5t^2)$ m/s ile $t + \Delta t$ anındaki hız

$v_{xs} = 40 - 5\ (t + \Delta t)^2 = 40 - 5t^2 - 10\ t\Delta t - 5\ (\Delta t)^2$ ile verilir. O nedenle, Δt zaman aralığında hızdaki değişim,

$$\Delta v_x = v_{xs} - v_{xi} = [-\ 10t\,\Delta t - 5\ (\Delta t)^2]\ \text{m/s}$$

dir. Bu ifadeyi Δt ye bölerek ve sonucun Δt sıfıra yaklaşırkenki limitini alarak, *herhangi* bir t zamanındaki ivmeyi şu şekilde buluruz:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} (-10t - 5\Delta t) = -10t\ \text{m/s}^2$$

$t = 2$ s de,

$$a_x = (-10)\ (2)\ \text{m/s}^2 = -20\ \text{m/s}^2$$

buluruz. Ⓐ ve Ⓑ arasındaki ortalama ivmeyi (-10 m/s^2) Ⓑ 'deki ani ivmeyle (-20 m/s^2) kıyaslayarak yaptığımız şey, Ⓐ 'yı Ⓑ 'ye bağlayan doğrunun (şekilde gösterilmemiştir) eğimini Ⓑ 'deki eğimle kıyaslamaktır.

Bu örnekte ivmenin sabit olmadığına dikkat ediniz. Sabit ivmeyi içeren durumlar kesim 2.5'de ele alınacaktır.

Şimdiye kadar bir fonksiyonun tanımı ile başlayıp sonra belli bir oranın limitini alarak fonksiyonun türevlerini hesapladık. İntegral hesapla aşina olanlarınız, değişik fonksiyonların türevlerini almak için belirli kurallar olduğunu bilirler. Ek B. 6'da listelenen bu kurallar türevleri çabucak hesaplamamızı sağlar. Farzedelim ki x, t 'nin herhangi bir kuvveti ile orantılı; yani

$$x = At^n$$

olsun. Burada A ve n sabitlerdir. (Bu çok genel fonksiyonel bir biçimdir.) x'in t 'ye göre türevi

$$\frac{dx}{dt} = nAt^{n-1}$$

ile verilir. Bu kuralı 2.4 Örneğine uygularsak, $v_x = 40 - 5t^2$ olduğundan $a_x = dv_x/dt = -10t$ olacaktır.



HAREKET DİYAGRAMLARI

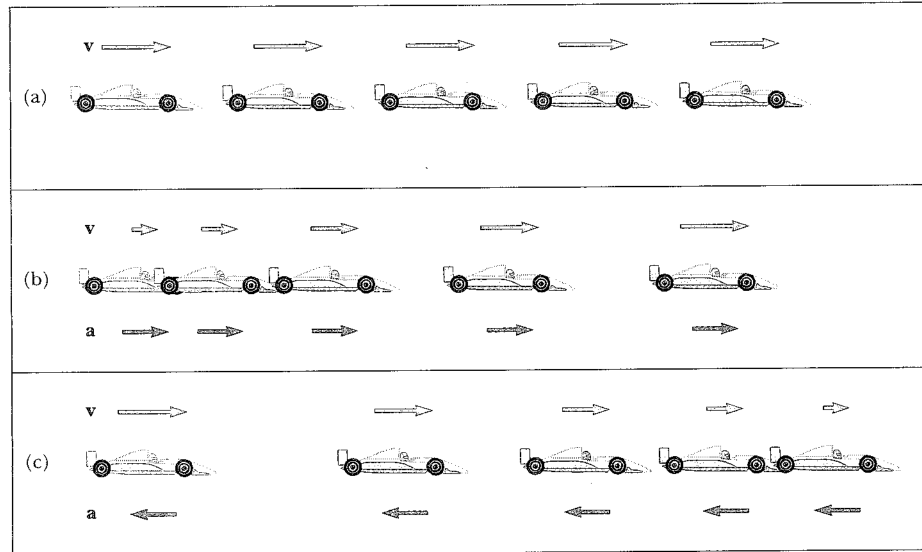
Hız ve ivme kavramları, gerçekte farklı nicelikler oldukları halde sık sık birbirlerine karıştırılırlar. Hareket halindeki bir cismin hız ve ivmesini betimlemek için, hareket diyagramları kullanmak öğreticidir. Yön ve büyüklüğe sahip olan bu vektörel nicelikleri birlerinden ayırt etmek için hız vektörlerini kırmızı, ivme vektörlerini mor renk ile göstereceğiz (Şek. 2.9). Cismin hareketinin çeşitli anlarını gösteren vektörler çizilmiş ve ardışık konumlar arasındaki zaman azalırken eşit olduğu varsayılmıştır. Şekil, soldan sağa doğru düzgün bir yolda hareket eden bir arabanın hız ve ivme vektörleri straboskop fotoğrafları ile temsil edilmiştir.

Şekil 2.9a'da araba görüntüleri arasında eşit aralık vardır, bu bize arabanın eşit zaman aralıklarında eşit yollar aldığını, yani *sabit, pozitif hızla ivmesiz* hareket ettiğini gösterir.

Şekil 2.9b'de zaman ilerledikçe arabaların arası açılmakta, dolayısı ile de arabanın hızı artmaktadır; çünkü ardışık konumları arasında yerdeğiştirmesi artmaktadır. Araba *pozitif hız* ve *pozitif ivme* ile hareket edecektir.

Şekil 2.9c'de, araba sağa doğru gittikçe yavaşladığını söyleyebiliriz. Çünkü araba şekilleri arasındaki mesafe zaman arttıkça azalmaktadır. Bu durumda araba sağa doğru sabit negatif bir ivme ile hareket etmektedir. Hız vektörü zamanla küçülür ve sonunda sıfır olur. Diyagramdan da görüldüğü gibi burada, hız ve ivme vektörleri aynı yönlü *değil*dir. Araba *pozitif hız*, fakat *negatif ivme* ile hareket etmektedir.

Siz de, sola doğru sabit, pozitif veya negatif ivme ile hareket eden bir arabanın hareket diyagramını çizebilmelisiniz.



Şekil 2.9 (a) Sabit hızla (ivmesiz) hareket eden bir arabanın hareket diyagramı (b) Sabit ivmesi, hızı ile aynı yönde olan bir arabanın hareket diyagramı. Hız vektörü kırmızı, ivme vektörü mor renkle gösterilmiştir. (c) Sabit ivmesi hareket yönüne *zıt* olan bir arabanın hareket diyagramı.

Sınama Sorusu 2.2

a) Doğuya doğru hareket eden bir arabanın ivmesi batıya doğru olabilir mi? b) Yavaşlayan bir arabanın, ivmesi pozitif olabilir mi?

2.5 BİR-BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

Bir parçacığın ivmesi zamanla değişirse, hareketi, karmaşık ve analiz edilmesi zor olabilir. Fakat, bir-boyutlu hareketin çok genel ve basit bir tipi, ivmenin sabit veya düzgün olduğu durumdur. İvme sabit olduğunda, ortalama ivme ani ivmeye eşittir. Bu tür harekette hız, hareketin başından sonuna kadar aynı oranda artar veya azalır.

2.5 Eşitliğinde $\bar{a}_x$ yerine a_x koyarsak ve $t_i = 0$, daha sonraki t_s yerine de t alırsak

$$a_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t}$$

veya

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \qquad (a_x \text{ sabit}) \tag{2.8}$$

Zamanın fonksiyonu olarak hız

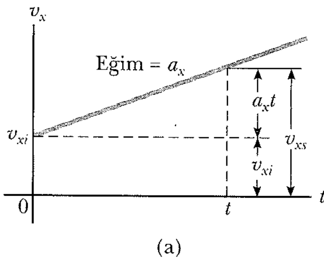
buluruz.

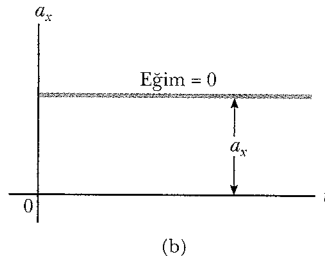
İlk hız, ve ivme (sabit) bilinirse, bu ifade yardımı ile *herhangi bir* andaki hızı kolayca bulabiliriz. Sabit ivmeli bir hareket için hızın zamana göre grafiği Şekil 2.10a'da gösterilmiştir. Grafik, $a_x = dv_x/dt$'nin sabit olması gerçeği ile uyumlu ve eğimi, a_x ivmesi olan bir doğrudur. Eğim, pozitiftir; Bu, ivmenin de pozitif olduğunu gösterir. İvme negatif olsaydı, Şekil 2.10a'daki çizginin eğimi de negatif olacaktı.

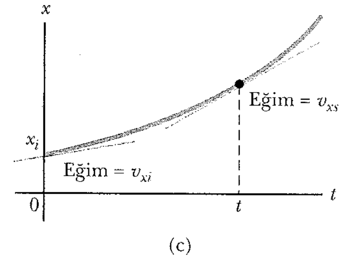
İvme sabit olduğunda, ivme-zaman grafiği (Şek. 2.10b), eğimi sıfır olan bir doğru olur.

Sınama Sorusu 2.3

2.8 Denklemindeki her terimin anlamını açıklayınız.







Şekil 2.10 Sabit *a* ivmesiyle *x* ekseni boyunca hareket eden bir parçacık; (a) hız–zaman grafiği, (b) ivme–zaman grafiği ve (c) konum–zaman grafiği

2.8 Eşitliğine göre, hız zamanla doğrusal olarak değiştiğinden, herhangi bir zaman aralığındaki ortalama hız, v_{xi} ilk hızı ile v_{xs} son hızın aritmetik ortalaması olarak ifade edilebilir:

$$\bar{v}_x = \frac{v_{xi} + v_{xs}}{2} \quad (\text{sabit } a_x \text{ için}) \qquad \textbf{(2.9)}$$

Bu ifadenin *sadece*, ivme sabit olduğu zaman uygulanabileceğine dikkat ediniz.

Şimdi 2.1, 2.2 ve 2.9 Eşitliklerini, yerdeğiştirmeyi zamanın fonksiyonu olarak elde etmek için kullanabiliriz. 2.2 Eşitliğindeki Δx'in $x_s - x_i$ anlamına geldiğini anımsayarak (ilk anı $t_i = 0$ seçip) Δt yerine t alarak

Hız ve zamanın fonksiyonu olarak yerdeğiştirme

$$x_s - x_i = \bar{v}_x t = \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xs})t \quad (\text{sabit } a_x \text{ için}) \qquad \textbf{(2.10)}$$

elde ederiz. 2.8 Eşitliğini 2.10 Eşitliğinde yerine koyarak, yerdeğiştirme için başka bir kullanışlı ifade elde edebiliriz:

$$x_s - x_i = \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xi} + a_x t)\, t$$

$$x_s - x_i = v_{xi} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \quad (\text{sabit } a_x \text{ için}) \qquad \textbf{(2.11)}$$

Şek. 2.10c'de gösterilen sabit (pozitif) ivmeli hareketin konum-zaman grafiği, 2.11 Eşitliğinden elde edilir. Eğri, bir paraboldür. Bu eğriye $t = t_i = 0$ noktasında çizilen teğetin eğimi, v_{xi} ilk hızına eşit olur. Daha sonraki bir t anında çizilen teğet doğrunun eğimi de, o andaki v_{xs} hızına eşit olur.

2.11 Eşitliğinin geçerliliği, zamana göre türevi alınarak kontrol edilebilir:

$$v_{xs} = \frac{dx_s}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x_i + v_{xi}\, t + \frac{1}{2}a_x t^2\right) = v_{xi} + a_x t$$

olur.

Son olarak, 2.8 Eşitliğinden elde edilen t değerini 2.10 Eşitliğinde yerine koyarak zamanı içermeyen bir ifade elde edebiliriz:

$$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xs})\left(\frac{v_{xs} - v_{xi}}{a_x}\right) = \frac{v_{xs}^2 - v_{xi}^2}{2a_x}$$

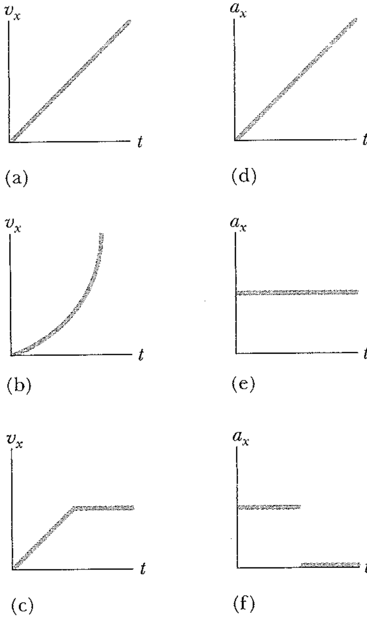
veya

$$v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i) \quad (\text{sabit } a_x \text{ için}) \qquad \textbf{(2.12)}$$

İvmenin *sıfır* olduğu bir hareket için, 2.8 ve 2.11 Eşitliklerden

$$\left.\begin{aligned} v_{xs} &= v_{xi} = v_x \\ x_s - x_i &= v_x t \end{aligned}\right\} \quad (a_x = 0 \text{ iken})$$

olur. Yani, ivme sıfır olduğu zaman hız sabittir ve yerdeğiştirme zamanla doğrusal olarak değişir.



Şekil 2.11 (a), (b) ve (c) şekilleri bir-boyutta hareket eden v_x-t grafikleridir. Her cismin, mümkün olan ivmeleri zamanın fonksiyonu olarak (d), (e) ve (f)'de gösterilmiştir.

Sınama Sorusu 2.4

Şekil 2.11'de, hareketi en iyi tanımlayacak her v_x-t'ye, hangi a_x-t grafikleri karşılık gelir?

2.8 Denkleminden 2.12'ye kadar olan denklemler, **sabit ivmeli, bir boyutlu hareketle ilgili herhangi bir problemi çözmek için kullanılabilen kinematik**

TABLO 2.2 Sabit İvmeli Doğrusal Hareketin Kinematik Denklemleri

Denklem	Denklem Tarafından Verilen Bilgi
$v_{xs} = v_{xi} + a_x t$	Zamanın fonksiyonu olarak hız
$x_s - x_i = \frac{1}{2}(v_{xi} + v_{xs})t$	Hızın ve zamanın fonksiyonu olarak yerdeğiştirme
$x_s - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	Zamanın fonksiyonu olarak yerdeğiştirme
$v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$	Yerdeğiştirmenin fonksiyonu olarak hız

Not: Hareket x ekseni boyuncadır.

ifadedir. Bu bağıntıların bazı basit cebirsel işlemlerle birlikte, hız ve ivme tanımından türetildiklerini ve ivmenin sabit olması gerektiğini hatırlayınız.

En çok kullanılan dört kinematik eşitlik topluca Tablo 2.2'de listelenmiştir. Hangi kinematik eşitlik veya eşitliklerin kullanılacağı, eldeki mevcut bilgilere göre seçilir. Örneğin herhangi bir anda yer değiştirme ve hız gibi, iki bilinmeyeni çözmek için, bu eşitliklerin ikisini kullanmak zorunludur. v_{xi} ilk hızı ile a_x ivmesinin verildiğini kabul edelim: (1) bir t zamanı geçtikten sonra hızı, $v_{xs} = v_{xi} + a_x t$ kullanarak, (2) bir t zamanı geçtikten sonra ivmeyi $x_s - x_i = v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ kullanarak bulabilirsiniz. Hareket sırasında değişen niceliklerin hız, yerdeğiştirme ve zaman olduğunu bilmelisiniz.

Çok sayıda alıştırma ve problem çözerek bu denklemlerin kullanımında önemli ölçüde deneyim kazanacaksınız. Çoğu zaman, bir çözüm elde etmek için birden fazla yöntemin var olduğunu keşfedeceksiniz. Kinematiğin bu eşitliklerinin ivmenin zamanla değiştiği hareketlerde kullanıla*maya*cağını unutmayınız. Bunlar sadece sabit ivmeli hareket için kullanılabilirler.

KAVRAMSAL ÖRNEK 2.5 Farklı Cisimlerin Hızları

Aşağıda verilen bir-boyutlu hareketleri tartışınız: (a) Yukarı doğru atılıp, maksimum yüksekliğe ulaştıktan sonra atan kişinin eline dönen top. (b) Durgun halden 100 m/s'lik hıza ulaşan bir yarış arabası. (c) Sabit hızla uzayda sürüklenen uzay gemisi. Bu farklı hareketlerin tüm hareketleri boyunca ani hız ile ortalama hızın aynı olduğu noktalar var mıdır? Yanıtınız evetse, bu nokta(ları) belirleyin.

Çözüm (a) Atılan topun ortalama hızı sıfırdır, çünkü top atıldığı noktaya geri dönmüştür; o halde yerdeğiştirmesi sıfırdır (ortalama hızın $\Delta x/\Delta t$ şeklinde tanımlandığını hatırlayın). Bu harekette sadece *tepe* noktasında anî hız sıfırdır ve ortalama hıza eşittir.

(b) Yarış arabasının ortalama hızı, verilen bilgiler yetersiz olduğundan hesaplanamaz. Fakat 0 ile 100 m/s arasında bir değer olabilir. Araba hızlanırken herhangi bir andaki ani hızı, 0 ile 100 m/s arasında bir yerde olabileceğinden, ani hız ile ortalama hızın birbirlerine eşit oldukları bir an mutlaka vardır.

(c) uzay gemisinin hızı sabit olduğundan, *herhangi* bir andaki anî hızı, *herhangi* bir zaman aralığındaki ortalama hızına eşittir.

ÖRNEK 2.6 Akan Trafiğe Girmek

(a) Bir otoyola tali yoldan giren arabanın ortalama ivmesini tahmin ediniz.

Çözüm Bu, yaptığımız tahminlerden biraz daha zor olacak, çünkü bu sefer a_x gibi tahmin edilmesi zor olan bir kavramı tartışıyoruz. Kinematikte gerekli olan diğer kavramlar, konum, hız ve zamandır. İçlerinde en kolay tahmin edebileceğimiz nicelik hızdır. Son hızınız 100 km/saat olsun. Bu değeri km'den m'ye çevirmek için 1000 ile çarpıp saatten saniyeye geçiş için de 3600 ile bölelim. Kabaca bu

işlem 3 ile bölmeye eşdeğerdir. Daha da kolaylaştırarak son hızımızın $v_s \cong 30$ m/s olduğunu varsayalım. (Bu tip yaklaşımlar ile daima hesaplama yapabileceğinizi, akıldan hesaplamalarda basamakları düşürebileceğinizi hatırlayın. Örneğin, eğer İngiliz birimleri ile çalışıyor olsaydınız 1 mi/saat değerini yaklaşık 0,5 m/s alarak hesap yapabilirdiniz.)

Şimdi otoyola çıkış hızınızın, son hızınızın üçte biri yani $v_i \cong 10$ m/s olduğunu varsayalım. Son olarak da, ilk hızdan son hıza 10 s 'de ulaştığımızı daha önceki tecrübelerimize dayanarak tahmin edelim. Artık, Eşitlik 2.8'i kullanarak ivmeyi hesaplayabiliriz:

$$a_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t} \approx \frac{30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{10 \text{ s}} = 2 \text{ m/s}^2$$

Bu sonucu elde ederken bir çok yaklaşımda bulunduk, fakat bu şekildeki akıl yürütmeler oldukça faydalıdır ve çoğu zaman bulunan sonuçlar, dikkatlice ölçülerek bulunan sonuçlardan çok farklı değildir.

(b) Hızlanırken geçen zamanın ilk yarısında ne kadar yol aldınız?

Çözüm Eşitlik 2.11 'i kullanarak ilk 5s 'de alınan yolu hesaplayabiliriz:

$$x_s - x_i = v_{xi}t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \approx (10 \text{ m/s})\ (5 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}\ (2 \text{ m/s}^2)\ (5 \text{ s})^2$$
$$= 50 \text{ m} + 25 \text{ m} = 75 \text{ m}$$

Bu sonuç, hızlanmamış olsaydınız, 5s sonra 50 m yol alacağınızı ve 25 m'lik yolun da tamamen hızınızdaki artıştan kaynaklandığını gösterir.

Rakamları basitleştirerek kolaylaştırdığınız akıldan hesaplama ve bilgiye dayanan tahminler yapmaktan korkmayın. Fizikçiler bu şekildeki düşünce analizlerini her zaman yaparlar.

ÖRNEK 2.7 Uçak Gemisine İniş

Bir jet, uçak gemisine 140 mi/saat (63m/s) hızla 2 s'de iniyor. (a) Jet, 2 s sonra duruyorsa, ivmesi nedir?

Çözüm *x* ekseni jetin hareket yönünde olsun. Soruyu dikkatlice okuyunca, ilk hızının 63 m/s ve son hızın sıfır olduğunu görüyoruz. Ayrıca jet yavaşlarken ne kadar yol aldığı da verilmemiştir. Tablo 2.2'de, içerisinde konumu içermeyen tek denklem Eşitlik 2.8'dir. İvmeyi bulmak için bu eşitliği kullanabiliriz:

$$a_x = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t} \approx \frac{0 - 63 \text{ m/s}}{2 \text{ s}} = -31 \text{ m/s}^2$$

(b) Uçak yavaşlarken yerdeğiştirmesi nedir?

Çözüm Tablo 2.2'deki öteki denklemlerden birini kullanarak yerdeğiştirmeyi bulabiliriz. Eşitlik 2.10'u seçelim:

$$x_s - x_i = \tfrac{1}{2}\ (v_{xi} + v_{xs})t = \tfrac{1}{2}\ (63 \text{ m/s} + 0)\ (2 \text{ s}) = 63 \text{ m}$$

Uçak daha fazla yol alacak olsa idi okyanusa düşebilirdi. Her ne kadar uçak inişlerinde güvenlik açısından tutucu kabloların kullanılması Birinci Dünya Savaşından kalma bir fikirse de, günümüz uçak gemilerinde de vazgeçilemez bir gereçtir.

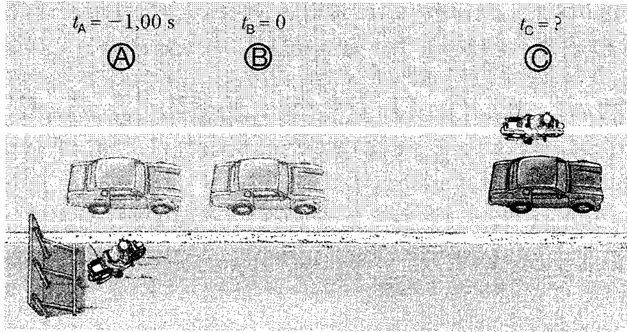
ÖRNEK 2.8 Hız Sınırına Dikkat!

45 m/s'lik sabit hızla giden bir araba, bir ilan tahtası arkasına saklanan trafik polisini geçiyor. Bundan 1 s sonra trafik polisi 3 m/s^2 lik sabit bir ivme ile arabayı kovalamaya başlıyor. Trafik polisi arabayı ne kadar zamanda yakalar?

Çözüm Dikkatlice okuyunca bunun bir sabit-ivmeli soru olduğunu anlıyoruz. Trafik polisi 1 s'lik gecikme ile takibe başladığından, arabanın hızına ulaşması için 15 s 'lik süre geçecektir. Bu zaman zarfında araba hareketine devam ettiğinden, cevabımızın 15 s 'den büyük olmasını bekliyoruz. Şekil 2.12 'de olay şematik olarak gösterilmiştir.

İlk olarak her biri için konumu zamana göre gösteren bağıntıları yazmalıyız. İlan tahtasının olduğu noktayı orijin ve trafik polisinin harekete geçtiği zamanı da $t_B \equiv 0$ seçelim. O ana kadar otomobil zaten 45 m yol almıştır, çünkü v_x = 45 m/s sabit hızla 1 s hareket etmiştir. Dolayısı ile otomobilin başlangıç konumunu 45 m almalıyız.

Otomobilin hareketi ivmesiz olduğundan, Eşitlik 2.11'i



Şekil 2.12 Saklanmış polisi geçen bir araba.

kullanarak herhangi bir t anı için otomobilin konumunu

$$x_{araba} = x_B + v_{x\,araba}\, t = 45 \text{ m} + (45 \text{ m/s})\ t$$

şeklinde yazabiliriz. Elde ettiğimiz denklemi kontrol etmek için $t = 0$ alalım, gerçekten de arabanın başlangıç konumu için $x_{araba} = x_B = 45$ m değerini buluruz. Sonuçlarınızın doğruluğu açısından bu şekilde sınır değerlerine bakmak oldukça faydalıdır.

Trafik polisi $t = 0$ anında durgun halden harekete başlar ve 3.00 m/s^2 lik bir ivme ile hızlanır. Bu yüzden her hangi bir t anındaki konumu 2.11 Eşitliği ile verilir:

$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}\ a_x t^2$$

$$x_{polis} = 0 + 0t + \tfrac{1}{2}\ a_x t^2 = \tfrac{1}{2}\ (3 \text{ m/s}^2)\ t^2$$

Trafik polisi, otomobili her ikisinin de konumunun aynı olduğu Ⓒ noktasında yakalar:

$$x_{polis} = x_{araba}$$

$$\tfrac{1}{2}\ (3 \text{ m/s}^2)\ t^2 = 45 \text{ m} + (45 \text{ m/s})\ t$$

Buradan ikinci mertebeden bir denklem elde edilir:

$$1{,}5t^2 - 45t - 45 = 0$$

Bu denklemin pozitif kökü $t =$ 31 s dir.

(İkinci mertebeden denklemlerin çözümü için Ek B.2'ye bakınız.) 31 s'de trafik polisin 1440 m lik yol aldığına dikkat edin. [Bu mesafe, arabanın sabit hızı kullanılarak da hesaplanabilir: (45 m/s) (31 + 1) s = 1 440 m]

Alıştırma Bu problem grafik yolla da çözülebilir. Aynı grafik üzerinde, her bir aracın konum-zaman grafiğini çiziniz ve eğrilerin kesim noktalarından, polisin otomobili yakaladığı noktayı bulunuz.

2.6 SERBEST DÜŞEN CİSİMLER

Hava sürtünmesinin olmadığı durumlarda, Dünya yüzeyine yakın bir noktadan bırakılan bütün cisimlerin Dünyaya doğru, Dünyanın çekiminden ileri gelen sabit bir ivme ile düştükleri bilinen bir durumdur. Büyük düşünür Aristo'nun (384-322 M.Ö) ağır cisimler hafif cisimlerden daha hızlı düşer şeklindeki öğretisi, 1600'lere kadar kabul görmüştü.

Bizim düşen cisimler ile ilgili bu günkü bilgilerimizi ilk olarak İtalyan Galileo Galilei (1564-1642) ortaya koymuştur. Onun eğik pizza kulesinden aynı anda aşağıya bıraktığı farklı ağırlıktaki iki cismin hemen hemen aynı zamanda yere düştüğünü gösteren bir deney yaptığına dair söylentiler vardır. Her ne kadar bu deneyin yapıldığı hakkında bazı kuşkular varsa da, Galileo'nun eğik düzlemler üzerinde hareket eden cisimlerle bir çok deney yaptığı bilinmektedir. Deneylerinde, küçük bir topu eğimi az olan bir eğik düzlemden bırakarak ardışık zaman aralıklarında topun aldığı yolu ölçmüştür. Eğik düzlemi kullanmasının sebebi ivmeyi azaltmaktı, böylelikle zaman aralıklarının ölçümünü hassas bir şekilde yapabildi. Eğimi yavaş yavaş arttırarak sonunda serbest düşen cisimler hakkında yorum yapabildi, çünkü serbest düşen bir cisim dik açılı bir eğik düzlemden düşen cisim ile özdeştir.



Astronot David Scott bir çekiç ve bir tüyü aynı anda bırakıyor, bu cisimler ay yüzeyine birlikte düşüyorlar. (NASA'nın izniyle)

Ev Deneyi

Kağıttan bir bardağın tabanına kurşun kaleminizi kullanarak bir delik açın, deliği elinizle kapatarak bardağı su ile doldurun ve sonra bırakın. Bardak yere doğru düşerken tabanındaki delikten su akar mı, akmaz mı? Niçin akar, niçin akmaz? Açıklayınız

Siz de aşağıdaki deney ile bunu görebilirsiniz, bir bozuk para ile buruşturulmuş bir kağıt parçasını aynı anda, aynı yükseklikten bırakın. Hava sürtünmesinin etkisi fazla değilse, her ikisinin de aynı hareketi yaparak aynı zamanda yere düşeceğini görürsünüz. Hava sürtünmesinin olmadığı ideal durumda bu düşme hareketine *serbest düşme* denir. Bu deneyi vakum içerisinde yapmış olsaydık, hava direnci gerçekten de ihmal edilebilir olduğu için, kağıt parçasını buruşturmasak da kağıt ile paranın aynı ivme ile düştüğünü görürdük. 2 Ağustos 1971 tarihinde böyle bir deney, astronot David Scott tarafından Ay'da gerçekleştirilmiştir. Aynı anda bıraktığı bir çekiç ile bir tüy, eşzamanlı olarak Ay yüzeyine düşmüştür. Bu gösteri mutlaka Galileo'nun hoşuna giderdi!

Serbest düşmenin tanımı

Serbest düşme terimini kullandığımızda elbette sadece durgun halden bırakılan cisimleri kastetmiyoruz. **Serbest düşen cisim, başlangıçtaki hareketi ne olursa olsun sadece yerçekimi etkisi ile düşen cisimdir. Yukarı doğru veya aşağı doğru atılan cisimler veya durgun halden bırakılan cisimlerin hepsi de harekete başladıkları andan itibaren serbest düşen cisimlerdir. Aşağıya doğru düşen her cisim, başlangıçtaki hareketi ne olursa olsun, *aşağıya* doğru bir ivme etkisinde kalır.**

Serbest düşme ivmesi $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$

Serbest düşme ivmesinin büyüklüğünü g harfi ile göstereceğiz. Dünya yüzeyine yakın yerlerde g'nin değeri yükseklik arttıkça azalır. Ayrıca, dünya üzerinde enlem ve boylamlara bağlı olarak da g'nin değeri biraz değişir. Genelde kinematik denklemlerde yukarı yön $+y$ olarak seçilir ve konumu belirten değişken olarak da y kullanılır. Dünya yüzeyinde g'nin değeri yaklaşık olarak 9,80 m/s^2 dir. Aksi söylenmedikçe hesaplamalarımızda g'nin bu değerini kullanacağız. Hızlı tahmin gerektiren hesaplamalarınızda g'nin değerini 10 m/s^2 alabilirsiniz.

Hava sürtünmesini ihmal edersek ve kısa düşey mesafelerde g'nin değerinin değişmediğini varsayarsak, o zaman serbest düşen bir cismin hareketi sabit ivmeli bir-boyutlu harekete özdeş olur. Bu durumda, Bölüm 2.5'de geliştirdiğimiz sabit ivmeli harekete ait eşitlikler geçerli olur. Sadece eşitlikleri hareketin yatay x doğrultusunda değil düşey y doğrultusunda olduğu ve sabit ivme yerine aşağıya doğru yönelmiş ve büyüklüğü 9,80 m/s^2 olan ivme değerlerini koyarak değiştirmeliyiz. Yani, her zaman $a_y = -g = -9{,}80\ \text{m/s}^2$ almalıyız, buradaki – işareti serbest düşen cismin ivmesinin aşağıya doğru olduğunu gösterir. g'nin yükseklikle nasıl değiştiğini Bölüm 14'te inceleyeceğiz.

KAVRAMSAL ÖRNEK 2.9 Cesur Hava Dalgıçları

Bir hava dalgıcı, havada sabit duran bir helikopterden atlar, birkaç s sonra başka bir dalgıç onu takip eder. Hava sürtünmesini ihmal ederek, aynı düşey çizgi üzerinde düşen bu dalgıçların aynı ivme ile hareket ettiklerini söyleyebiliriz. Süratleri arasındaki fark düşüş süresince aynı kalır mı? Aralarındaki düşey mesafe, düşüş süresince aynı kalır mı? Bir birlerine bangi ipi (esnek bir ip)ile bağlanmışlarsa, düşüş sırasında bu ipteki gerilme artar mı, azalır mı, yoksa aynı mı kalır?

Çözüm Birisi daha önceden harekete başladığı için herhangi bir anda iki dalgıcın süratleri biri birinden farklıdır. Buna rağmen dalgıçların ivmeleri aynı olduğundan, herhangi bir Δt zaman aralığında süratlerindeki artış miktarı aynıdır. Dolayısı ile düşüş süresince süratleri arasındaki fark aynı kalır.

İlk dalgıcın sürati, herhangi bir zaman için ikinci dalgıcın süratinden fazladır; bu yüzden birinci dalgıç aynı zaman aralığında daha fazla yol alır, dolayısı ile düşüş sırasında aralarındaki düşey uzaklık artar.

Dalgıçlar arasındaki uzaklık, Bangi ipinin boyuna eriştikten sonra ip gerilmeye başlar. İp gerildikçe de dalgıçlar arasındaki mesafe artar.



ÖRNEK 2.10 Havaya Atılan Top

25 m/s lik bir hızla düşey olarak yukarı atılan bir topun hızını 1 s'lik aralıklarla bulunuz.

Çözüm Yukarı yönü pozitif seçelim. Top havada kaldığı sürece hareket yönü ister yukarı ister aşağı olsun, düşey hızı saniyede yaklaşık -10 m/s değişir. Top yukarı doğru 25 m/s lik hızla harekete başlıyor, 1 s sora hızı 15 m/s ve halâ yukarı doğru, ivmesi ise aşağıya doğrudur (aşağı doğru olan ivme hızını azaltır). Bundan 1 s sonra hızı 5 m/s'ye düşer. Şimdi dikkat etmemiz gereken noktadayız, yarım s sonra hızı sıfır olur. Top çıkabileceği kadar yükseğe çıkmıştır. Son 1 s'lik zaman aralığının ikinci yarısının sonunda topun hızı –5 m/s dir (eksi işareti, topun *aşağı* doğru hareket ettiğini gösterir. Topun hızı son 1s'lik aralıkta +5 m/s'den –5 m/s'ye değişmiştir. Dolayısı ile 1 s'de hızın değişim miktarı yine –5 – (+5) = –10 m/s'dir. Top hareketine aşağıya doğru devam eder ve sonraki 1 s de hızı –15m/s olur. Son 1 s'lik zaman aralığı sonunda top başladığı noktaya döner aşağıya doğru hareket etmektedir ve hızı –25 m/s dir. Eğer topu bir uçurum kenarından yukarı doğru atmış olsaydık, top aşağıya doğru hareketine her 1 s'de hızını –10 m/s azaltarak devam edecekti.



KAVRAMSAL ÖRNEK 2.11 Zıplayan Top

Omuz yüksekliğinden (yaklaşık 1,5 m) bırakılan bir pinpon topu yakalanmadan önce üç kere zıplamıştır. $+y$ yönünü yukarı doğru alarak, topun konumunu, hızını ve ivmesini zamana göre çiziniz.

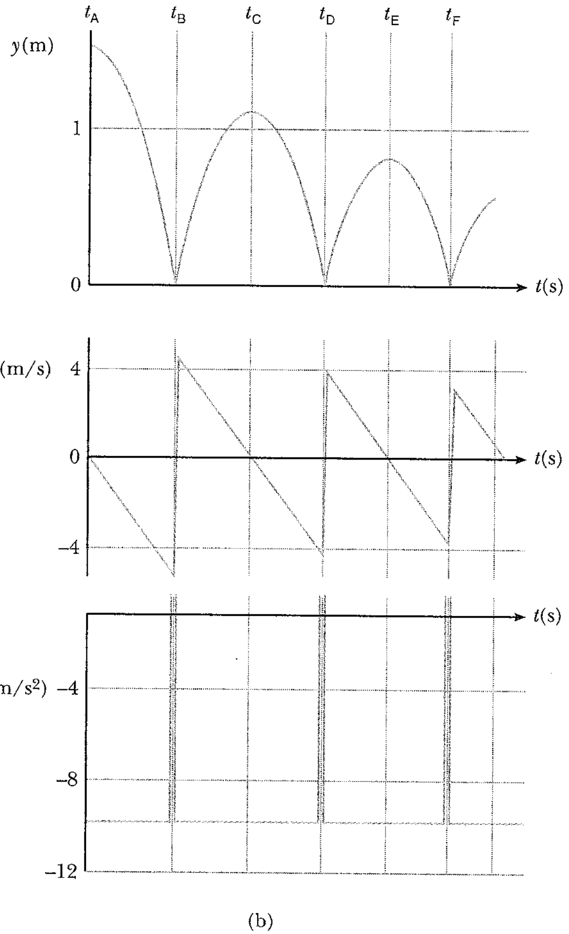
Çözüm Olayı daha iyi görebilmek için şematik çizimimizi yatayda genişletelim (topun hareketi sadece yatay doğrultuda da olsa bu durum hareketin düşey bileşenini hiç etkilemez).

Şekil 2.13'den topun yere Ⓑ, Ⓓ ve Ⓕ noktalarında temas ettiğini görüyoruz. Bu temaslar esnasında topun hızı üç kere negatiften pozitife geçtiğine göre, konum-zaman grafiğinin eğimi de aynı davranışı göstermelidir. Zıplamalar arasındaki sürenin gittikçe kısaldığını görüyoruz, neden?

Topun hareketinin zıplamalar dışında kalan kısmında hız-zaman grafiğinin eğimi –9,80 m/s^2 olmalıdır. İvme-zaman grafiği bu sürelerde bir yatay doğrudur, çünkü top serbest düşme yaparken ivme değişmez. Top yerle temasta iken, esasen çok çok küçük bir zaman içinde hızı değişir, dolayısı ile de bu ivme çok büyük olmalıdır. Bu durum, hız-zaman grafiğindeki düşey çizgilere, ivme-zaman grafiğinde de düşey çift çizgilere karşılık gelir.

Ⓐ Ⓒ Ⓔ
1,5
1,0
0,5
0,0
Ⓑ Ⓓ Ⓕ

(a)



(b)

Şekil 2.13 (a) 1,5 m yüksekten bırakılan bir top, yere çarparak zıplar (Buradaki yatay hareket, düşey hareketi etkilemediğinden incelenmemiştir). (b) Zamana göre konum, hız ve ivme grafikleri

Sınama Sorusu 2.5

Şekil 2.13'teki Ⓐ, Ⓒ ve Ⓔ noktalarında hız ve ivme değerleri aşağıdakilerden hangisidir?

(a) $v_y = 0$, $a_y = 0$
(b) $v_y = 0$, $a_y = 9{,}80$ m/s^2
(c) $v_y = 0$, $a_y = -9{,}80$ m/s^2
(d) $v_y = -9{,}80$ m/s^2, $a_y = 0$

ÖRNEK 2.12 Bir acemi için, iyi bir atış!

Bir binanın tepesinden yukarı doğru düşey olarak 20 m/s ilk hızla bir taş atılmıştır. Taş düşerken yüksekliği 50 m olan binanın çatısını Şekil 2.14'te gösterildiği gibi sıyırarak geçer. Taşın atıldığı Ⓐ noktasında $t_A = 0$ seçerek, (a) taşın maksimum yüksekliğe ulaştığı zamanı, (b) Maksimum yüksekliği, (c) Taşın atıldığı noktaya geri dönüş zamanını, (d) taşın bu andaki hızını ve (e) $t = 5$ s'deki taşın hızını ve konumunu bulunuz.

Çözüm (a) Taş, Ⓐ dan Ⓑ ye giderken hızı 20 m/s lik bir değişime uğramalıdır. Çünkü, Ⓑ'de durur. Serbest düşmede, yerçekiminden kaynaklanan hız değişimi her saniye yaklaşık 10 m/s olduğuna göre, taşın Ⓑ noktasına ulaşma süresi 2 s'dir (Böyle problemler için şekil çizmek çok yararlıdır.). Taşın maksimum yüksekliğe ulaşma zamanı t_B'yi hesaplamak için 2.8 Eşitliğini, yani $v_{yB} = v_{yA} + a_y t$'yi kullanırız. Burada $v_{yB} = 0$ dır. Ayrıca başlangıç zamanı ve saat $t_A = 0$ çalışmaya başlıyor:

$$20 \text{ m/s} + (-9{,}80 \text{ m/s}^2)\ t = 0$$

$$t = t_B = \frac{20 \text{ m/s}}{9{,}80 \text{ m/s}^2} = 2{,}04 \text{ s}$$

Bu, tahminimize oldukça yakın bir sonuçtur.

(b) Hareket sırasınca ortalama hız 10 m/s (0 m/s ile 20 m/s değerlerinin ortalaması) ve toplam hareket süresi yaklaşık 2 s olduğundan, taşın 20 m gitmesini bekleriz. Eşitlik 2.11'e bulduğumuz süreyi koyarsak, taşın atıldığı noktadan ($y_i = y_A = 0$) itibaren ölçülen maksimum yüksekliği hesaplarız:

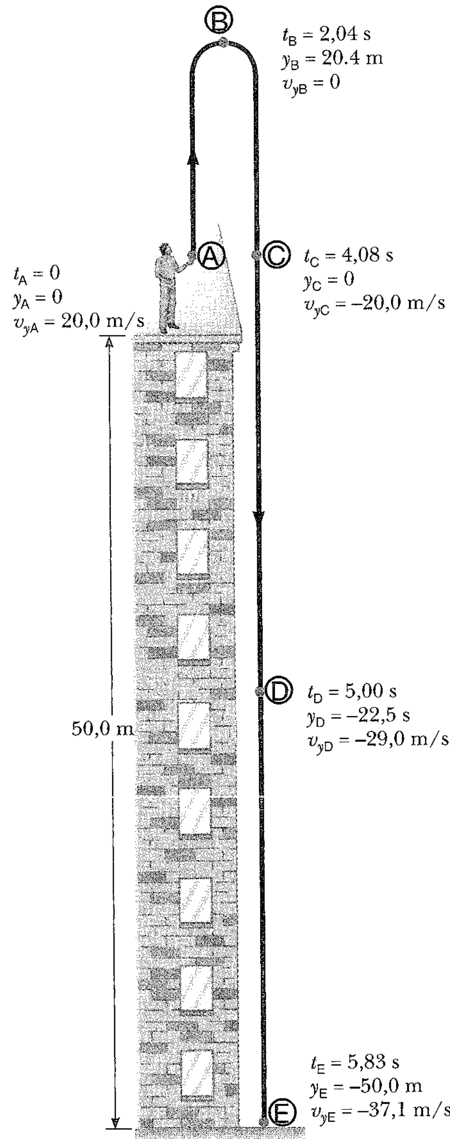
$$y_{\text{maks}} = y_B = v_{yA} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2$$

$$y_B = (20 \text{ m/s})\ (2{,}04 \text{ s}) + \tfrac{1}{2}\ (-9{,}80 \text{ m/s}^2)\ (2{,}04 \text{ s})^2$$

$$= 20{,}4 \text{ m.}$$

Tahminlerimiz yine oldukça doğru görünüyor.

(c) Taşın Ⓑ den Ⓒ ye kadar olan hareketi, Ⓐ dan Ⓑ ye kadar olan hareketinin tam tersidir. O halde Ⓐ dan Ⓒ ye kadar geçen süre Ⓐ dan Ⓑ ye kadar geçen zamanın iki katıdır. Taş tekrar atıldığı noktaya geldiğinde (Ⓒ



Şekil 2.14 Yukarı doğru v_{yi} = 20 m/s hızla atılan bir taşın serbest düşme hareketinin çeşitli zamanlarda konum ve hız değerleri.

noktası) y koordinatı yine sıfırdır. $y_s = y_C = 0$ ve $y_i = y_A = 0$ olarak 2.11 Eşitliğini kullanırsak

$$y_C - y_A = v_{yA}t + \tfrac{1}{2}\,a_y t^2$$

$$0 = 20t - 4{,}9t^2$$

elde ederiz.

Bu ikinci dereceden bir denklemdir ve $t = t_c$ için iki çözümü vardır. Eşitliği çarpanlarına ayırırsak,

$$t(20 - 4{,}9t) = 0$$

olur. Çözümlerden biri $t = 0$ olup, bu, taşın harekete başladığı andır. Diğeri $t = 4{,}08$ s'dir ve aradığımız çözümdür. Bu sonucun t_B değerinin iki katı olduğuna dikkat edin.

(d) Ⓐ ve Ⓒ noktasında, hızların zıt yönlü olması dışında her şey aynıdır. (c) şıkkında bulunan t değerini Eş. 2.8'de yerine koyarak

$$v_{yC} = v_{yA} + a_y t = 20\text{ m/s} + (-9{,}80\text{ m/s}^2)\,(4{,}08\text{ s})$$

$$= -20\text{ m/s}$$

bulunur. Taş, atıldığı noktaya geri geldiğinde hızı büyüklükçe aynı, yönce zıt olduğundan hareket simetriktir.

(e) Bu şık için, taşın Ⓑ noktasından ilk hızsız olarak Ⓓ noktasına serbest düşmesini inceleyelim. Bu hareket için geçen süre yaklaşık 3 s olduğundan, yerçekimi ivmesi, hızı 30 m/s değerine kadar değiştirebilecektir. Eş. 2.8'i kullanarak bunu hesaplayabiliriz. $t = t_D - t_B$ alınarak,

$$v_{yD} = v_{yB} + a_y t = 0\text{ m/s} + (-9{,}80\text{ m/s}^2)\,(5\text{ s} - 2{,}04\text{ s})$$

$$= -29\text{ m/s}$$

bulunur.

Zaman aralığını doğru seçerek, hareketi Ⓐ dan Ⓓ ye kadar da inceleyebilirdik, bu durumda $t = t_D - t_A = 5$ s alınacaktı ve sonuçta

$$v_{yD} = v_{yA} + a_y t = 20\text{ m/s} + (-9{,}80\text{ m/s}^2)\,(5\text{ s})$$

$$= -29\text{ m/s}$$

bulunacaktı.

Kinematik denklemlerinin ne kadar kullanışlı olduğunu göstermek için, Eşitlik 2.11 kullanarak, $t_D = 5$ s'de taşın konumunu, Ⓒ ve Ⓓ noktaları arasındaki yerdeğişimi hesaplanarak bulabiliriz. Bu durumda zamanı $t = t_D - t_C$ alarak,

$$y_D = y_C + v_{yC}t + \tfrac{1}{2}\,at^2$$

$$= 0\text{ m} + (-20\text{ m/s})\,(5\text{ s} - 4{,}08\text{ s})$$

$$+\tfrac{1}{2}\,(-9{,}80\text{ m/s}^2)\,(5\text{ s} - 4{,}08\text{ s})^2$$

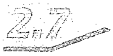
$$= -22{,}5\text{ m.}$$

bulunur.

Alıştırma (a) Taşın yere çarptığı andaki (Ⓔ noktası) hızını, (b) Taşın havada geçirdiği toplam süreyi bulunuz.

Cevap (a) –37,1 m/s (b) 5,83 s

Seçmeli Kesim

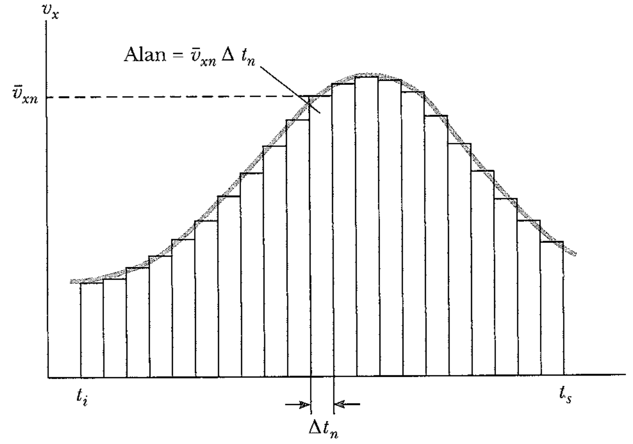


KİNEMATİK DENKLEMLERİN MATEMATİK YÖNTEMLE TÜRETİLMESİ

Bu kesim, okuyucunun integral hesap tekniklerini bildiği varsayımına dayanan seçmeli bir kesimdir. Henüz integral almayı bilmiyorsanız, bu kesim atlanabilir veya öğrendikten sonra çalışabilirsiniz.

Doğru boyunca hareket eden bir parçacığın hızı, konumu zamanın fonksiyonu olarak bilinirse elde edilebilir. Matematik olarak hız, konumun zamana göre türevine eşittir. Bir parçacığın hızı, zamanın fonksiyonu olarak bilinirse yerdeğiştirmesini de bulmak mümkündür. İntegral hesapda, bu işlem *integral alma* veya anti–türev olarak nitelendirilir. Grafik olarak bu, bir eğri altında kalan alanı bulmaya eşdeğerdir.

x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın v_x -t, grafiği Şekil 2.15'de gösterildiği gibi olsun. $t_s - t_i$ zaman aralığını birçok küçük Δt_n zaman aralıklarına bölelim. Ortalama hız tanımından, örneğin Şekil 2.15'deki taralı aralık gibi, herhangi küçük bir aralıktaki yer değiştirmenin $\Delta x_n = \bar{v}_{xn}\,\Delta t_n$ ile verildiğini anlarız. Buradaki $\bar{v}_{xn}$, aynı aralıktaki ortalama hızdır. O, bu küçük aralık-



Şekil 2.15 x ekseni boyunca hareket eden bir parçacık için hızın zamana göre türevi. Taralı dikdörtgenin alanı Δt_n zaman aralığında Δx yer değiştirmesine eşittir, oysa eğri altındaki toplam alan parçacığın toplam yerdeğiştirmesidir.

taki yer değiştirme, basitçe taralı bölgenin alanıdır. $t_s - t_i$ aralığı için toplam yerdeğiştirme bütün dikdörtgenlerin alanları toplamıdır:

$$\Delta x = \sum_n \bar{v}_{xn}\,\Delta t_n$$

Buradaki $\sum$ sembolü, bütün terimler üzerinden alınan toplamı ifade eder. Bu durumda toplam; t_i'den t_s'ye kadar bütün diktörtgenler üzerinden alınır. Şimdi her aralık gittikçe küçültülürse, toplam içindeki terimlerin sayısı artar ve toplam, hız–zaman grafiği altındaki alana eşit bir değere yaklaşır. Böylece, $n \to \infty$ veya $\Delta t_n \to 0$ durumunda yerdeğiştirme,

$$\Delta x = \lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn}\,\Delta t_n \qquad \textbf{(2.13)}$$

ile verilir veya,

Yerdeğiştirme = $v_x - t$ grafiğinin altındaki alan olur.

$\bar{v}_{xn}$ ortalama hız yerine, toplamda v_{xn} ani hızı aldığımıza dikkat ediniz. Şekil 2.15'den görebildiğiniz gibi, bu yaklaşım ancak çok küçük aralıkların limitinde geçerlidir. Doğru boyunca olan bir hareket için hız–zaman grafiği bilinirse, herhangi bir zaman aralığı sırasındaki yerdeğiştirme, eğrinin altında kalan alan ölçülerek elde edilebileceği sonucuna varırız.

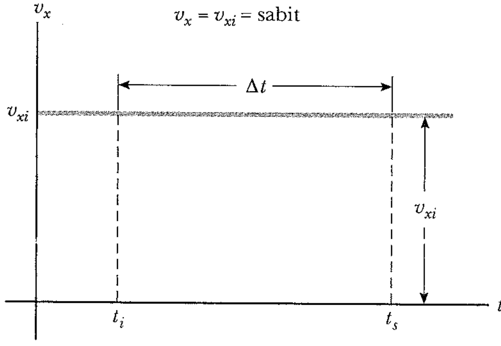
2.13 Eşitliğindeki toplamın limitine **belirli integral** denir ve

Belirli integral

$$\lim_{\Delta t_n \to 0} \sum_n v_{xn}\,\Delta t_n = \int_{t_i}^{t_s} v_x(t)\,dt \qquad \textbf{(2.14)}$$

olarak yazılır. Burada $v_x(t)$, herhangi bir t zamanındaki hızı göstermektedir. $v_x(t)$ fonksiyon olarak açıkca bilinirse belirli integral hesaplanabilir.

Hareketli bir parçacık için $v_x - t$ grafiği, bazen, Şekil 2.15'de gösterilenden daha basit bir şekle sahiptir. Örneğin bir parçacık Şekil 2.16'daki gibi sabit bir



Şekil 2.16 Sabit v_{xi} hızıyla hareket eden parçacık için hız-zaman grafiği. Parçacığın $t_s - t_i$ zaman aralığındaki yerdeğiştirmesi, taralı dikdörtgenin alanına eşittir.

v_{xi} hızıyla hareket ederse, Δt zaman aralığındaki yerdeğiştirmesi açıkça taralı dikdörtgenin alanıdır, yani,

$$\Delta x = v_{xi}\ \Delta t \quad (v_{xs} = v_{xi} = \text{sabit ise})$$

dır.

İkinci bir örnek olarak, Şekil 2.17'deki gibi t ile orantılı bir hızla hareket eden bir parçacık alalım. a_x (ivme) orantı sabiti olmak üzere, $v_x = a_x t$ alarak, $t = 0$ ile $t = t_A$ zaman aralığı sırasında parçacığın yerdeğiştirmesi, Şekil 2.17'deki taralı üçgenin alanı olduğu görülür:

$$\Delta x = (\tfrac{1}{2}\, t_A)\ (a_x t_A) = \tfrac{1}{2}\, a_x t_A^{\,2}$$

Kinematik Denklemler

Şimdi 2.8 ve 2.11 Eşitlikleri ve ile ifade edilen kinematik denklemlerini elde etmek üzere hız ve ivmenin tanımlarını kullanacağız.

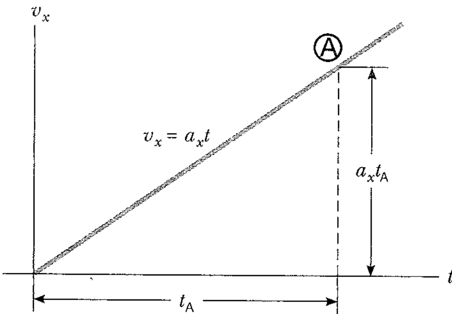
İvmenin tanımı olan,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}$$

ifadesinden $dv_x = a_x dt$ yazılarak, integral (veya ters türev) yardımıyla

$$v_x = \int a_x\ dt + C_1$$

elde edilir.



Şekil 2.17 Zamanla orantılı bir hız ile hareket eden parçacığın hız-zaman grafiği.

Burada C_1 integral sabitidir. a_x ivmesinin sabit olduğu özel durumda bu ifade,

$$v_x = a_x \int dt + C_1 = a_x t + C_1 \qquad \textbf{(2.15)}$$

olur. C_1 'in değeri hareketin başlangıç şartlarına bağlıdır. Eğer $t=0$ olduğu zaman $v_x = v_{xi}$ alırsak ve bunları son eşitlikte yerine koyarsak,

$$v_{xi} = a_x (0) + C_1$$

$$\text{veya } C_1 = v_{xi}$$

olur. $v_x = v_{xs}$ dersek, yani bu t süresi sonunda ulaşılan hız olursa, bunu ve C_1 in değerini 2.15'te yerine koyarsak 2.8 Eşitliği ile verilen kinematik denklemimiz

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \qquad (\text{sabit } a_x \text{ için})$$

olur. Şimdi Eş. 2.4 ile verilen hızın tanımını ele alalım:

$$v_x = \frac{dx}{dt}$$

Bunu $dx = v_x dt$ alarak integral biçiminde

$$x = \int v_x \, dt + C_2$$

şeklinde yazabiliriz. Burada C_2 başka bir integral sabitidir. $v_x = v_{xs} = v_{xi} + a_x t$ olduğundan bu ifade,

$$x = \int (v_{xi} + a_x t) \, dt + C_2$$

$$x = \int v_{xi} \, dt + a_x \int t \, dt + C_2$$

$$x = v_{xi} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 + C_2$$

olur. C_2 'yi bulmak için, $t = 0$ olduğu zaman $x = x_i$ olan başlangıç şartından yararlanırız. Bu $C_2 = x_i$ verir. O halde, x yerine x_s konulursa,

$$x_s = x_i + v_{xi} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \qquad (\text{sabit } a_x \text{ için})$$

elde ederiz. Bu, Eş. 2.11 ile verilen kinematiğin ikinci denklemidir. $x_s - x_i$ cismin yerdeğiştirmesine eşit olup, x_i cismin ilk konumudur.

Bu derste, önemli fizik kavramlarını öğrenmenizin yanı sıra, karmaşık problemleri de çözebilmek için gerekli olan teknikleri öğrenmeyi amaçlamalısınız. Fizikçilerin, karmaşık problemleri çözebilmek için küçük parçalara ayırma yöntemi oldukça faydalıdır. Bunun için problem çözerken kullanacağınız adımları gösteren bir ayrıntılı çözüm reçetesi hazırladık. Problemler üzerinde çalışırken, GOAL'ü unutmayın!*

Problem Çözüm Adımları (GOAL)

Bilgi toplama (G)

Probleme yaklaşırken atılacak ilk adım soruyu anlamaktır. Problemi dikkatlice okuyun, *durgun, serbest düşme* gibi anahtar kavramlara dikkat edin. Hangi bilgiler verilmiş? Tam olarak ne soruluyor? Günlük deneyimlerinizden ve sağduyunuzdan gelen bilgileri değerlendirmeyi unutmayın. Makûl cevap ne olabilir? Bir arabanın hızını 5×10^6 m/s bulacağınızı beklemeyin. Sonucunuzun birimlerini biliyor musunuz? Dikkate almanız gereken sınır durumları var mı? Bir açı 0° ya da 90° yaklaşırken veya bir kütle çok büyük ya da sıfır olduğunda ne oluyor? Ayrıca problemde verilen şekilleri dikkatlice incelemeyi unutmayın.

Yaklaşımınızı organize edin (O)

Problemi iyice anladıktan sonra ne yapmanız gerektiğini düşünün. Bu tip bir soru ile daha önce karşılaşmış mıydınız? Problemi sınıflandırmak, uygulayacağınız yöntemi belirlemede yardımcı olur. Durumu gösteren basit bir çizimi hemen hemen her problem için mutlaka yapın. Önemli noktaları daire içine alınmış harflerle belirleyin. Bilinen değerleri çiziminiz üzerinde veya bir tabloda gösterin.

Problemin analizi (A)

Problemi sınıflandırdıktan sonra, kullanmanız gereken eşitlikleri belirlemeniz hiç de zor değildir. Verilenleri kullanarak, istenenleri elde etmek için gerekli matematiksel işlemleri yapın. Uygun rakamları yerlerine koyun, gerektiği kadar anlamlı rakam kullanarak sonuçları elde edin.

Çabalarınızdan öğrendikleriniz (L)

Burası en önemli kısımdır. Sayısal sonuçlarınızı kontrol edin. Birinci adımdan beklediklerinizle uyuşuyor mu? Henüz sayısal değerleri koymadan ifadenizin biçimi mantıklı görünüyor mu? (değişkenlere bakarak, değerlerini çok büyültüp, küçülttüğünüzde veya sıfır değerini verdiğinizde elde ettiğiniz sonuçlar fiziksel olarak anlamlı kalıyor mu?) Diğer çözdüğünüz problemler ile karşılaştırın. Benzer yönleri nelerdir? Hangi yönlerden çok farklıdır? Bu problem neden ödev olarak verildi? Problemin çözümünden bir şeyler öğrenmeniz amaçlanmıştır, bunların neler olduğunu bulabiliyor musunuz?

Zor problemleri çözerken, onları küçük problemlere ayırarak bu adımları (GOAL) her birine uygulayınız. Çok basit problemler için bu adımlara ihtiyacınız olmayabilir. Fakat zor bir problemle karşılaştığınızda ne yapacağınızı bilmiyorsanız, GOAL'ı mutlaka hatırlayıp uygulayınız.

*İngilizce metinde, bu adımların baş harflerinden oluşan sözcüğe GOAL denilmiştir.

ÖZET

Bir parçacık, x ekseni boyunca bir x_i ilk konumundan bir x_s son konumuna vardığında **yerdeğiştirmesi**

$$\Delta x \equiv x_s - x_i \quad (2.1)$$

olur.

Herhangi bir zaman aralığında bir parçacığın **ortalama hızı**, Δx yerdeğiştirmesinin, Δt zaman aralığına oranına eşittir:

$$\bar{v}_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.2)$$

Bir parçacığın **ortalama sürati**, alınan toplam yolun, bu yolu almak için geçen toplam zamana oranıdır.

Bir parçacığın **ani hızı**, Δt sıfıra yaklaşırken $\Delta x/\Delta t$ oranının limiti olarak tanımlanır. Tanıma göre, bu , x'in t'ye göre türevine veya konumun zamanla değişme hızına eşittir:

$$v_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (2.4)$$

Bir parçacığın **ani sürati**, hızının büyüklüğüne eşittir.

Herhangi bir zaman aralığında bir parçacığın **ortalama ivmesi** onun, Δv_x hız değişiminin, Δt zaman aralığına oranı olarak tanımlanır:

$$\bar{a}_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{xs} - v_{xi}}{t_s - t_i} \quad (2.5)$$

Ani ivme $\Delta t \to 0$ iken, $\Delta v_x/\Delta t$ oranının limitine eşittir. Tanıma göre bu, v_x in t'ye göre türevine veya hızın zamanla değişim hızına eşittir:

$$a_x \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt} \quad (2.6)$$

x ekseni boyunca düzgün a_x ivmesiyle (büyüklük ve doğrultuca sabit) hareket eden bir parçacık için **kinematik denklemler:**

$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t \quad (2.8)$$

$$x_s - x_i = \bar{v}_x t = \tfrac{1}{2}(v_{xi} + v_{xs})\, t \quad (2.10)$$

$$x_s - x_i = v_{xi}\, t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \quad (2.11)$$

$$v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x (x_s - x_i) \quad (2.12)$$

Sabit ivme ile hareket eden bir cismin hareketini incelemek için, bu denklemlerle bu bölümde verilen tanımları kullanmalısınız.

Yer çekiminin bulunduğu ortamda serbest düşen bir cisim, yerin merkezine doğru yönelmiş serbest-düşme ivmesi etkisinde kalır. Havanın sürtünmesi ihmal edilir ve hareketin yüksekliği yerin yarıçapına oranla küçükse, g serbest-düşme ivmesinin hareketin menzili içinde sabit olduğu kabul edilebilir. Burada g, 9,80 m/s^2 ye eşittir. Karmaşık problemlere, en iyisi organize bir şekilde yaklaşmaktır. İhtiyacınız olduğunda, GOAL'ın adımlarını hatırlayarak uygulayabilmelisiniz.

SORULAR

1. Ortalama hız ve ani hız, genelde farklı niceliklerdir. Bunlar özel bir hareket için eşit olabilirler mi? Açıklayınız.
2. Ortalama hız, herhangi bir zaman aralığı için sıfır değilse; bu, ani hızın, gözönüne alınan zaman aralığında asla sıfır olmaması mı demektir? Açıklayınız.
3. Ortalama hız, herhangi bir Δt zaman aralığı için sıfıra eşit, ve $v\ (t)$ sürekli bir fonksiyon ise, ani hızın bu zaman aralığı içinde herhangi bir an sıfıra gitmesi gerektiğini gösteriniz. (İspatınızda x'in t'ye göre bir çizimi yararlı olabilir.)
4. Hız ve ivmenin zıt işaretlere sahip olduğu bir durum mümkün müdür? Öyle ise, düşüncenizi kanıtlamak için bir hız–zaman grafiği çiziniz.
5. Bir parçacığın hızı sıfır değilse, ivmesinin sıfır olduğu bir durum mümkün müdür? Açıklayınız.
6. Bir parçacığın hızı sıfırsa, ivmesi sıfırdan farklı olur mu? Açıklayınız.
7. Sabit ivmeli bir cisim durabilir mi? Durgun kalabilir mi?
8. Bir taş bir binanın çatısından yukarı doğru fırlatılmaktadır. Taşın yerdeğiştirmesi, koordinat sisteminin orijininin yerine bağlı mıdır? Taşın hızı orijine bağlı mıdır? (Koordinat sisteminin binaya göre kararlı olduğunu kabul ediniz.) Açıklayınız.
9. Yüksekliği h olan bir binanın tepesindeki öğrenci, yukarı doğru bir v_0 ilk hızıyla bir top atmakta ve sonra aynı ilk hızla aşağı doğru ikinci bir top fırlatmaktadır. Toplar yere vardıkları zaman son hızları ne olur?
10. Bir cismin ani hızı, ortalama hızdan büyüklükçe daha büyük olabilir mi? Küçük olabilir mi?
11. Bir cismin ortalama hızı herhangi bir zaman aralığında sıfırsa, bu aralık için cismin yerdeğiştirmesi hakkında ne söyliyebilirsiniz?
12. Çok çabuk büyüyen bir bitkinin boyu her hafta iki kat uzamaktadır. 25'inci günün sonunda, bitki bir binanın yüksekliğine ulaşır. Bitki ne zaman binanın yüksekliğinin dörtte birindedir?
13. İki otomobil bir kara yolunda aynı yönde paralel şeritlerde gitmektedir. Herhangi bir anda, A otomobilinin hızı, B otomobilinin hızını aşar. Bu, A'nın ivmesinin B'nin ivmesinden daha büyük olduğu anlamına gelir mi? Açıklayınız.
14. Bir elma, yerden belirli bir yükseklikten bırakılıyor. Hava direncini ihmal ederek, hareketin her saniyesinde hızındaki artış ne olur?
15. x ekseni boyunca hareket eden bir parçacığın hızının ve ivmesinin değişimi aşağıda verilmiştir.

Hız	**İvme**
a. Pozitif	Pozitif
b. Pozitif	Negatif
c. Pozitif	Sıfır
d. Negatif	Pozitif
e. Negatif	Negatif
f. Negatif	Sıfır
g. Sıfır	Pozitif
h. Sıfır	Negatif

Bunlara bakarak her durum için parçacığın hareketini açıklayınız. Doğuyu pozitif yön seçerek, doğu-batı doğrultusunda hareket eden bir araba için hareket nasıl olur?

16. Bir çakıl taşı Şekil Q2.16 gösterildiği gibi, bir su kuyusuna düşmekte ve çarpış sesi 2 s sonra işitilmektedir. Kuyunun yaklaşık derinliği nedir?
17. Ortalama hız kavramı kolaylık olması açısından üretilmiş bir kavramdır. Farklı problemler için başka kavramları kullanmak daha uygun olabilir. Örneğin, jeofizikçiler kıta tabakalarının hareketlerini tartışırken, "yavaşlık" adı verilen oranı kullanırlar. Bu niceliğin anlamını açıklayınız.

B.C. John Hart










John Hart ve Field Enterprises Inc.'in izniyle.

Şekil Q2.16

PROBLEMLER

1, 2, = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm http = // www.saunderscollege.com/physics/ de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

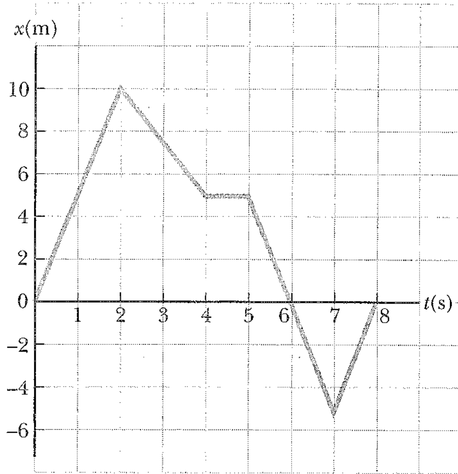
Kesim 2.1 Yerdeğiştirme, Hız ve Sürat

1. Bir arabanın konumu değişik zamanlarda gözlenmiş ve sonuçlar aşağıdaki tabloda verilmiştir. Arabanın ortalama hızını (a) ilk saniye, (b) son üç saniye, (c) tüm gözlem zamanı için bulunuz.

x (m)	0	2,3	9,2	20,7	36,8	57,5
t (s)	0	1	2	3	4	5

2. Bir motosikletli 85 km/saat ile 35 dakika kuzeye gider ve sonra 15 dakika durur. Sonra 2 saat, 130 km yol alarak kuzeye devam eder. (a) Motosikletlinin toplam yerdeğiştirmesi nedir? (b) Ortalama hızı nedir?

3. x ekseni boyunca hareket eden belli bir parçacık için yerdeğiştirmenin zamana göre değişimi Şekil P2.3'de görülmektedir. (a) 0 ile 2 s, (b) 0 ile 4 s, (c) 2 s ile, 4 s (d) 4 s ile 7 s, (e) 0 ile 8 s zaman aralıklarında ortalama hızı bulunuz.



Şekil P2.3 Problem 3 ve 11

4. Bir parçacık $x = 10\ t^2$ denklemine göre hareket etmekte olup, x metre ve t saniye cinsindendir. (a) 2s'den 3 s'ye kadar olan zaman aralığı için ortalama hızı bulunuz. (b) 2 s'den 2,1 s'ye kadar olan zaman aralığı için ortalama hızı bulunuz.

5. Düzgün bir doğru boyunca yürüyen bir kişi A noktasından B noktasına 5 m/s lik sabit hız ile yürür ve B den A ya 3 m/s lik sabit hız ile geri döner. Bu kişinin (a) tüm hareketi boyunca ortalama süratini, (b) tüm hareketi boyunca ortalama hızını bulunuz.

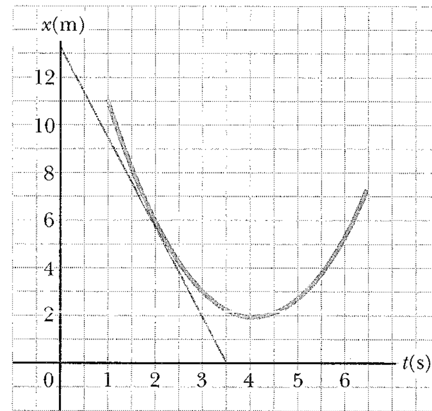
6. Düzgün bir doğru boyunca yürüyen bir kişi, A noktasından B noktasına v_1 m/s'lik sabit hız ile yürür ve B'den A'ya v_2 m/s'lik sabit hız ile geri döner. Bu kişinin; (a) tüm hareketi boyunca ortalama süratini, (b) tüm hareketi boyunca ortalama hızı bulunuz.

Kesim 2.2 Anî Hız ve Sürat

7. Sabit hızla hareket eden bir parçacık $t = 1$ s'de, $x = -3$ m de ve $t = 6$ s'de $x = 5$ m'de bulunmaktadır. (a) Bu bilgiden, konumun grafiğini zamanın fonksiyonu olarak çiziniz. (b) Bu grafiğin eğiminden parçacığın hızını hesaplayınız.

8. Bir parçacık, x ekseni boyunca $x = 3t^2$ denklemine göre hareket ediyor, x, m ve t, s cinsindendir. (a) $t = 3$ s'deki (b) $t = 3$ s + Δt 'deki konumlarını hesaplayarak, (c) Δt sıfıra yaklaşırken $\Delta x / \Delta t$ oranını hesaplayarak $t = 3$ s anındaki hızı bulunuz.

WEB 9. x ekseni boyunca hareket eden bir parçacık için konum – zaman grafiği Şekil P2.9'da gösterildiği gibidir. (a) $t = 1,5$ s'den $t = 4$ s'ye kadar geçen zaman aralığındaki ortalama hızı bulunuz. (b) Grafikte görülen teğet çizginin eğimini ölçerek $t = 2$ s deki ani hızı hesaplayınız. (c) t'nin hangi değerinde hız sıfırdır?



Şekil P2.9

10. (a) Problem 1'deki verileri kullanarak düzgün bir konum-zaman grafiği çiziniz. (b) Arabanın ani hızını, konum-zaman grafiğine teğetler çizerek değişik zamanlar için bulunuz. (c) Ani hız-zaman grafiğini çizerek, grafikten arabanın ortalama ivmesini bulunuz. (d) Arabanın ilk hızı ne idi?

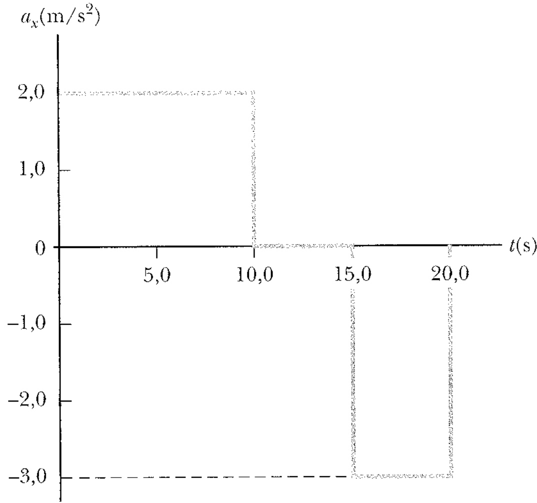
11. Şekil P2.3'de tanımlanan parçacığın ani hızını şu zamanlarda bulunuz: (a) $t = 1$ s, (b) $t = 3$ s, (c) $t = 4{,}5$ s ve $t = 7{,}5$ s.

Kesim 2.3 İvme

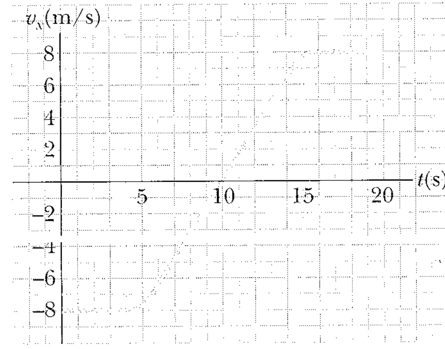
12. Bir parçacık $t = 0$'da $v_0 = 60$ m/s hız ile hareket etmektedir. $t = 0$ ve $t = 15$ s arasında hız düzgün olarak sıfıra gitmektedir. Bu 15 s'lik aralık sırasında ortalama ivme nedir? Cevabınızdaki negatif işaretin anlamı nedir?

13. 50 g'lık esnek bir top, 25 m/s hızla bir duvara çarpıyor ve 22 m/s'lik bir hızla geri dönüyor. Bu olayı hızlı bir kamera kaydediyor. Top duvar ile 3,50 ms temasta oluyorsa bu zaman aralığında topun ortalama ivmesinin büyüklüğü nedir? (1 ms = 10^{-3} s)

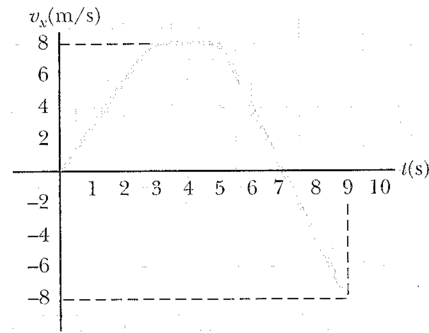
14. Durgun halden hızlanan bir parçacığın ivme-zaman grafiği Şekil P2.14 ile verilmiştir. Buna göre, (a) Parçacığın $t = 10$ s ve $t = 20$ s'deki süratini hesaplayınız. (b) ilk 20 s'de parçacığın aldığı yolu bulunuz.



Şekil P2.14



Şekil P2.15



Şekil P2.16

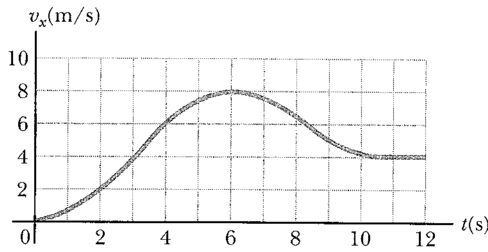
15. x ekseni boyunca hareket eden bir cisim için hız zaman grafiği Şekil 2.15'de görüldüğü gibidir. (a) İvmenin zamana göre grafiğini çiziniz. (b) $t = 5$ s'den $t = 15$ s'ye kadar ve $t = 0$'dan $t = 20$ s'ye kadar olan zaman aralıklarında cismin ortalama ivmesini hesaplayınız.

16. Bir öğrencinin doğrusal bir yol boyunca sürdüğü mopedinin hız-zaman grafiği Şekil P2.16 ile veriliyor. Bu grafiği bir kağıt üzerine yeniden çiziniz. (a) çizdiğiniz grafiğin üzerinde zaman eksenini ortak kullanarak, konum-zaman grafiğini çiziniz. (b) Çizdiğiniz grafiğin hemen altına, zaman eksenleri alt alta olacak şekilde v_x–t grafiğiniz çiziniz, grafikler üzerinde dönüm noktalarındaki x ve a_x değerlerini yazınız. (c) $t = 6$s deki ivmeyi bulunuz, (d) $t = 6$ s deki konum değerini başlangıç noktasına göre bulunuz, (e) $t = 9$ s de mopedin son konumu nedir?

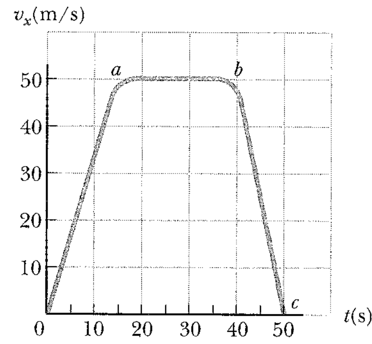
WEB 17. Bir parçacık $x = 2 + 3t - t^2$ denklemine göre x ekseni boyunca hareket etmekte olup, x, m ve t, s cinsindendir. $t = 3$ s de (a) parçacığın konumunu, (b) hızını ve (c) ivmesini bulunuz.

18. Bir cisim $x = 3t^2 - 2t + 3$ denklemine göre x ekseni boyunca hareket etmektedir. (a) $t = 2$ s ve $t = 3$ s arasında cismin ortalama hızını hesaplayınız. b) $t = 2$ s ve $t = 3$ s anlarında cismin ani hızını hesaplayınız. (c) $t = 2$ s ve $t = 3$ s arasında cismin ortalama ivmesini hesaplayınız. (d) $t = 2$ s ve $t = 3$ s anlarında cismin ani ivmesini hesaplayınız.

19. Şekil P2.19, bir motosikletlinin durgun halden, doğrusal bir yol boyunca olan hareketi için, v_x'nin t'ye göre grafiğini göstermektedir. (a) $t = 0$ ile $t = 6$ s 'ye kadar zaman aralığı için ortalama ivmeyi bulunuz. (b) İvmenin en büyük pozitif değerindeki zamanı ve bu andaki değerini tahmin ediniz. (c) İvme ne zaman sıfırdır? (d) İvmenin maksimum negatif değerini ve bu değere karşılık gelen zamanı tahmin ediniz.



Şekil P2.19



Şekil P2.26

Kesim 2.4 Hareket Diyagramları

20. Aşağıdaki durumlar için hareket diyagramlarını çiziniz. (a) Sabit hızla sağa doğru hareket eden bir cisim, (b) Düzgün olarak hızlanan ve sağa doğru hareket eden bir cisim, (c) Düzgün yavaşlayarak sağa doğru hareket eden bir cisim, (d) Düzgün olarak hızlanan ve sola doğru hareket eden bir cisim, (e) Düzgün yavaşlayan ve sola doğru hareket eden bir cisim, (f) Eğer hızdaki değişimler düzgün olmasaydı, çizimleriniz nasıl değişirdi?

Kesim 2.5. Sabir İvmeli Bir-Boyutlu Hareket

21. 1865 de Jules Verne, 220 m uzunluğundaki bir top içerisine yerleştirilen bir kapsülü 10,97 km/s hıza ulaşacak şekilde fırlatarak insanları aya göndermeyi önerdi. Fırlatma esnasında uzay yolculuğu yapacak kişinin gerçek olamayacak kadar büyük olan ivmesi nedir? Bu değeri 9,8 m/s^2 ile karşılaştırınız.

22. Bir otomobil üreticisi, ürettikleri süper lüks yarış otosunun 8 s 'de durgun halden 42 m/s 'lik hıza ulaştığını iddia etmektedir. İvmenin sabit kaldığını (gerçekçi olmasa da) varsayarak, (a) Otomobilin ivmesini bulunuz, (b) İlk 8 s 'de otomobilin aldığı yolu bulunuz, (c) Araba aynı ivme ile harekete devam ederse, 10 s sonra sürati ne olur?

23. Bir kamyon 8,50 s 'de 40 m yol alarak düzgün yavaşlıyor ve süratini 2,80 m/s 'ye düşürüyor. (a) Kamyonun ilk hızını, (b) İvmesini bulunuz.

24. 35 mil/saat hızla giden bir arabanın minimum durma mesafesi 40 ft 'dir. Buna göre arabanın hızı 70 mil/saat olsaydı, durabileceği minimum mesafe ne olurdu?

WEB **25.** Düzgün ivmeyle hareket eden bir cismin x koordinatı 3 cm olduğu zaman hızı 12 cm /s 'dir. 2 s sonra x koordinatı –5 cm ise, ivmesinin büyüklüğü nedir?

26. Şekil P2.26, bir fizik öğrencisinin sahip olduğu otomobilin performans verilerinin bir kısmını göstermektedir. (a) Grafikden, gidilen toplam uzaklığı hesaplayınız. (b) t = 10 s ve t = 40 s arasında ne kadar uzağa gider? (c) Hareketlinin ivmesinin t = 0 ve t = 50 s arasında zamana göre grafiğini çiziniz. (d) (i) Oa (ii) ab, (iii) bc ile gösterilen, hareketin herbir evresi için zamanın fonksiyonu olarak x için bir eşitlik yazınız. (e) t = 0 ve t = 50 s arasında otomobilin ortalama hızı nedir?

27. Bir parçacık, $x = 2 + 3\,t - 4\,t^2$ denklemine göre x ekseni boyunca hareket ediyor. x, metre ve t saniyedir. (a) yön değiştirdiği andaki konumunu, (b) ilk konumuna geri geldiğindeki hızını bulunuz.

28. Bir cismin ilk hızı 5,2 m/s dir. Cisim (a) 3 m/s^2 ivme ile düzgün olarak hızlanırsa (b) –3 m/s^2 ivme ile düzgün olarak hızlanırsa (yani, negatif x yönünde hızlanırsa) 2,5 s sonra cismin hızı ne olur?

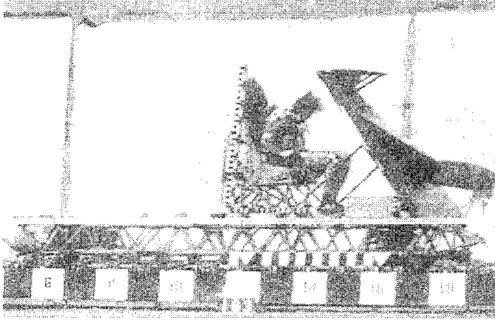
29. Bir atlı araba yarışçısı arabasını durgun halden harekete geçirir ve 400 m ($\frac{1}{4}$ mil) 'lik yolun tamamı için 10 m/s^2 ivme ile hızlanır (a) Yarış arabasının bu mesafeyi gitmesi için geçen zaman nedir? (b) Yarışın sonunda yarış arabasının hızı nedir?

30. 30 m/s 'lik sabit bir hızla giden otomobil, bir tepenin eteğinde aniden hızını keser. Otomobil tepeyi çıkarken –2 m/s^2 'lik sabit bir ivme (hareketine zıt) etkisindedir (a) Tepenin eteğinde x = 0 ve v_i = 30 m/s alarak, hız ve konumu zamanın fonksiyonu olarak yazınız, (b) Otomobil hızını kestikten sonra çıkabileceği yolun uzunluğunu bulunuz.

31. Bir jet 100 m/s lik bir hızla inmekte ve durgun hale gelirken maksimum –5 m/s^2 ivmeye sahip olabilmektedir. (a) Piste dokunduğu andan itibaren, durmadan önce geçen minimum zaman nedir? (b) Bu uçak, pisti 0,80 km uzunluğunda olan küçük bir tropikal adanın hava alanına inebilir mi?

32. Bir şoför, yolu kapatan bir ağaç gördüğü anda frene basar ve –5,60 m/s^2 'lik bir ivme ile 4.20 s 'de 62,4 m 'lik fren izi bırakarak ağaca çarpar. Otomobilin ağaca çarpış hızını bulunuz.

33. *İmdat! Bir denklem kayıp!* Sabit ivmeli hareketi, v_{xi}, v_{xs}, a_x, t ve x_s-x_i cinsinden tanımladık. Tablo 2.2 'deki ilk denklemde x_s-x_i, ikincide a_x, üçüncü de v_{xs} ve sonuncuda *t yoktur.* Denklemlerimizin tamamlanması için bir de v_{xi} i içermeyen bir denklem bulmalıyız. Bu




Şekil P2.37 *(Solda)* Subay John Stapp roket kızağında *(ABD Hava Kuvvetlerinin izniyle)*. *(Sağda)* Subay Stapp'in yüzü ani negatif ivmenin gerginliğiyle değişmiştir. *(Photri Inc.)*

denklemi diğer denklemlerden yaralanarak türetin ve problem 32 'yi tek adımda çözün.

34. 2 cm boyunda bir mermi, kalınlığı 10 cm olan bir ağaca doğrudan doğruya ateşlenmektedir. Mermi ağaca 420 m/s süratle çarpar ve 280 m/s süratle ağaçtan çıkar. (a) Merminin ağacın içinden geçerken ortalama ivmesi ne olur? (b) Merminin ağaçla temasta olduğu toplam süre nedir? (c) mermiyi durduracak olan ağacın kalınlığı nedir? Merminin ağacı geçtiği süre içinde aynı ivmede olduğunu kabul ediniz.

35. Düzgün bir yol boyunca durgun halden harekete geçen bir kamyon 20 m/s lik hıza ulaşana kadar 2 m/s^2 lik bir ivme ile hareket ediyor. Kamyon, bu hızla 20 s hareket ettikten sonra 5 s 'de duracak şekilde fren yapıyor. (a) Kamyonun toplam hareket süresini, (b) Bu hareket için kamyonun ortalama hızını bulunuz.

36. 20 m/s 'lik hızla giden bir tren, fren yaparak hareket ettiği sürece -1 m/s^2 'lik ivme ile yavaşlıyor. Frenlediği andan itibaren 40 s 'lik bir sürede trenin aldığı yolu bulunuz.

37. Dünyaya iniş hızı rekoru uzun bir süre Albay John P. Stapp, USAF a aittir (Şek. P2.37). 19 Mart 1954 de roket itmeli bir kızak kullanarak raylar üzerinde 632 mi/saat hızla hareket ederken 1,40 s içerisinde güvenli bir şekilde durduruldu. (a) Üzerine uygulanan negatif ivmenin büyüklüğünü, b) Yavaşlama sırasında aldığı toplam yolu bulunuz.

38. Katot ışını tüpündeki bir elektron, 2×10^4 m/s den 6×10^6 m/s 'lik hıza 1,50 cm 'lik bir mesafede hızlandırılmıştır. (a) elektronun, 1,50 cm 'lik mesafeyi alış süresini, (b) ivmesini bulunuz.

39. 9 m uzunluğundaki bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden harekete başlayan bir top 0,5 m/s^2 lik ivme ile eğik düzlemden iniyor ve başka bir eğik düzleme tırmanarak hareketine 15 m devam ettikten sonra duruyor. (a) Topun ilk eğik düzlemden indiği andaki süratini, (b) Topun ilk eğik düzlemden iniş süresini, (c) Topun ikinci eğik düzlemdeki ivmesini, (d) Topun İkinci eğik düzlemin 8 m'sindeki süratini bulunuz.

40. Hızlı Sue, arabasını 30 m/s hızla sürerken tek şeritli bir tünele giriyor ve önünde 5 m/s hızla gitmekte olan bir minibüs görerek frene basıyor. Yol ıslak olduğundan ivmesi sadece -2 m/s^2 dir. Bir çarpışma olur mu? Eğer çarpışma olacaksa, tünelin içerisinde ne kadar yol aldıktan sonra olur, olmayacaksa Sue'nun arabası ile minibüsün birbirlerine olan en kısa mesafesi nedir?

Kesim 2.6 Serbest Düşen Cisimler

Not: Bu kesimdeki problemler için hava direncini ihmal ediniz.

41. Bir golf topu, yüksek bir binanın tepesinden bırakılıyor. (a) Konumunu, b) hızını, top bırakıldıktan 1 s, 2 s ve 3 s sonrası için bulunuz.

42. *İncecikten kar yağır*
tozar Elif Elif diye
deli gönlüm apdal olmuş
gezer Elif Elif diye

Elif'in uğru nakışlı
yavru balaban bakışlı
yayla çiçeği kokuşlu
kokar Elif Elif diye

Elif kaşlarını çatar
gamzesi sineme batar
ak elleri kalem tutar
yazar Elif Elif diye

Evlerinin önü çardak
Elif'in elinde bardak
sanki yeşil başlı ördek
yüzer Elif Elif diye

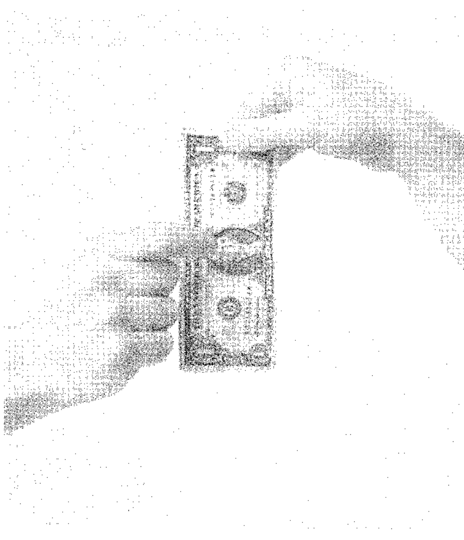
Karacaoğlan

(Çevirici notu: Burada, bir Amerikan halk şarkısı vardı.)

WEB 43. Bir öğrenci, 4,0 m yukarıda bulunan bir penceredeki kız kardeşine düşey olarak yukarı doğru bir anahtar takımı fırlatır. Kız kardeş anahtarları 1,5 s sonra tutmuştur. (a) Anahtarlar hangi ilk hız ile fırlatılmıştır? (b) Anahtarların yakalanmadan hemen öncesi hızı nedir?

44. Bir top, 30 m yükseklikten 8 m/s 'lik bir ilk hız ile aşağıya doğru fırlatılmaktadır. Top yere ne zaman çarpar?

45. Emily arkadaşı David ile aşağıdaki bir dolarlık banknotu yakalayacağına dair iddiaya girer. Buna göre Emily banknotu Şekil P.2.45 'de görüldüğü gibi tutacak, ve David baş parmağı ve işaret parmağını banknotun merkezine gelecek şekilde bekleyecek ve banknot bırakıldığında, elini aşağı doğru hareket ettirmeksizin banknotu yakalayacaktır. Eğer David'in reaksiyon süresi 0,2 s ise iddiayı kim kazanır? Neden açıklayınız.



Şekil P2.45 *(George Semple)*

46. Bir top h yüksekliğinden durgun halden düşmeye bırakıldığı anda, yukarı doğru başka bir top düşey olarak atılmıştır. İki topun h/2 yüksekliğinde karşılaşabilmeleri için, ikinci topun ilk hızı ne olmalıdır?

47. Bir beyzbol topuna beyzbol sopasıyla yukarı yol alacak şekilde vurulmaktadır. Bir seyirci topun maksimum yüksekliğine ulaşması için 3 s gerektiğini gözler. (a) Topun ilk hızını ve (b) Maksimum çıkış yüksekliği bulunuz. Hava direncini ihmal ediniz.

48. Bir kadın bir binanın 17. katından 144 ft düşüyor ve düştüğü kutunun üzerinde 18 inç derinliğinde ezikliğe neden oluyor. Kadın hafifçe yaralanıyor. Hava direncini ihmal ederek, (a) kutuya çarpmadan hemen önce kadının hızını, (b) kutuyla temas halinde iken ivmesini ve (c) kutunun ezilmesi için geçen zamanı hesaplayınız.

WEB 49. Bir ağacın dalı üstünde oturan cesur bir kovboy, ağacın altından dört nala geçen bir atın üstüne düşey olarak atlamak istemektedir. Atın sürati 10 m/s dir ve eyerin daldan uzaklığı 3 m 'dir. (a) Kovboy harekete geçtiği zaman eyer ve dal arasındaki yatay uzaklık ne olmalıdır? (b) Kovboy havada ne kadar kalır?

50. Düşey olarak yukarı doğru fırlatılan bir top, fırlatan tarafından 20 s sonra yakalanmaktadır. (a) Topun ilk hızını ve (b) ulaştığı maksimum yüksekliği bulunuz.

51. Bir top 15 m/s lik bir ilk hızla yerden yukarı doğru düşey olarak fırlatılmaktadır. (a) Topun maksimum yüksekliğine ulaşması için geçen zaman nedir? (b) Maksimum yükseklik nedir? (c) Topun t = 2 s deki hızını ve ivmesini hesaplayınız.

52. Bir helikopterin yerden yüksekliği $h = 3.00t^3$ denklemi ile verilmektedir; burada h metre, t saniye cinsindendir. Havalandıktan 2 s sonra helikopterden bir posta çantası bırakılıyor. Çantanın yere ulaşma süresini bulunuz.

(Seçmeli)

Kesim 2.7 Kinematik Denklemlerin Matematik Yoldan Türetilmesi

53. Makine mühendisleri ivmenin zamana göre değişimini "jerk"(J) olarak tanımlarlar. Bir-boyutta sabit jerk ile hareket eden bir cisim için, (a) ivme (a_x), hız (v_x) ve konumu (x) veren ifadeleri, ilk ivme (a_{xi}), ilk hız (v_{xi}) ve ilk konum (x_i) cinsinden bulunuz. (b) $a_x^2 = a_{xi}^2 + 2J\ (v_x - v_{xi})$ olduğunu gösteriniz.

54. Bir tüfek namlusundan çıkan merminin sürati $v = (-5 \times 10^7)t^2 + (3 \times 10^5)t$ ile verilmektedir, burada v metre/saniye ve t saniyedir. Merminin namludan ayrıldığı anda ivmesi sıfırdır. (a) Mermi namludayken ivmesini ve konumunu zamanın fonksiyonu olarak bulunuz, (b) Merminin ne kadar süre ivmeli hareket ettiğini bulunuz, (c) Merminin namludan çıkış hızını bulunuz, (d) Namlunun uzunluğunu bulunuz.

55. Bir bilyenin belirli bir sıvı içerisindeki hareketi, $v > 0$ olmak üzere, $a = -3v^2$ şeklinde veriliyor. Bilye, 1,50 m/s lik bir hız ile sıvıya girmiş ise, bilyanın hızı ilk hızının yarısına düşene kadar geçen süreyi bulunuz.

EK PROBLEMLER

56. Bir motosikletli 18 m/s 'lik hızla giderken, 38 m ilerisinde bir geyik görür. (a) Aracın maksimum ivmesi $-4,5$ m/s^2 ise, motosikletlinin geyiğe çarpmaması için mümkün olan Δt reaksiyon süresi nedir? Bu reaksiyon süresi 0,30 s ise, geyiğe vurduğu zaman hızı ne kadardı?

57. Ünlü çizgi film karakteri Loderunner, yine tilki Wile E. Coyote'nin elinden kurtulmuş ve 25 m yükseklikten tilkiye doğru düşen bir kaya ile onu baş başa bırakmıştır. Tilki kayayı, 15 m düştükten sonra gördüğüne göre, kaçmak için ne kadar zamanı vardır?

58. Bir köpeğin kılları her gün 1,04 mm uzamaktadır. Fakat kış gelince her hafta uzama hızı 0,132 mm/gün olmaktadır. Köpeğin kılları 5 haftada ne kadar uzamış olur?

59. Bir roket 80 m/s lik bir ilk hızla düşey olarak yukarı doğru ateşlenmektedir. Roket 1000 m yüksekliğe ulaşana kadar yukarı yönde 4 m/s^2 lik ivmeyle hızlanır. O noktada, roketin motorları arızalanır ve roket $-9{,}80$ m/s^2 lik ivmeyle serbest düşme haline geçer. (a) Roket ne kadar süre havada kalmıştır? (b) Maksimum yüksekliği nedir? (c) Yer yüzüne çarpmadan hemen önce hızı nedir? (*İpucu*: Hareketi, motor serbest uçuş hareketinden ayrı çalışırken gözönüne alınız.)

60. Bir motorsikletli bir doğru yol boyunca 15 m/s 'lik sabit bir hızla gitmektedir. Motosikletli, parketmiş motosikletli bir polis memurunu geçer geçmez, polis 2 m/s^2 'lik ivmeyle harekete geçer. Bu sabit ivme değerini koruyarak, (a) Polis memurunun motorsikletliye yetişmesi için geçecek zamanı hesaplayınız. (b) Polis memurunun hızını ve (c) motorsikletliyi geçerken toplam yer değiştirmeyi bulunuz.

61. Şekil 2.10a 'daki hız-zaman eğrisinin altında kalan alan, yerdeğiştirmeyi verir. Bir dikdörtgen ve bir üçgenden oluşan bu alanların toplamını, Eş. 2.11'in sağ tarafı ile karşılaştırınız.

62. Bir banliyö treni, bir t_1 süresinde hızlanıyor ($a_1 = 0{,}1$ m/s^2); bir t_2 süresince frenlerini kullanarak negatif bir ivmenin ($a_2 = -0{,}5$ m/s^2) etkisinde kalıyor. Böylece iki istasyon arasındaki t zamanını minimuma indirebilmektedir. İstasyonlar birbirlerinden sadece 1 km uzakda olduklarından, tren asla maksimum hızına ulaşmamaktadır. Minimum t seyahat süresini ve t_1 süresini bulunuz.

63. Bir 100 m yarışında, Maggie ve Judy, her ikisi 10,2 s koşarak aynı anda bitiş çizgisini geçerler. Düzgün şekilde hızlanarak yarışın geri kalan kısmında koştukları maksimum hıza Maggie 2,0 s 'de ve Judy 3,0 s 'de ulaşmaktadır. (a) her iki kısa mesafe yarışçısının ivmesi nedir? (b) Birbirlerine göre maksimum hızları nedir? (c) Hangi koşucu 6 s işaretinde ne kadar öndedir?

64. Sert bir lastik top, göğüs hizasından bırakıldıktan sonra yere çarparak aynı yüksekliğe geri sıçrıyor. Top yere çarptığında alt kısmı geçici olarak düzleşir. Bu düzleşmenin maksimum derinliğini 1 cm varsayarak, top yerle temasta iken maksimum ivmesini tahmin ediniz. Varsayımları, tahmin edeceğiniz nicelikleri ve bunların değerlerini belirtiniz.

65. 3 m/s^2 ile hızlanabilen ve $-4{,}50$ m/s^2 ile yavaşlayabilen arabası ile alışverişe giden bir genç, durgun halden 12m/s lik bir hıza çıkıyor ve 5 s bu sabit hızda hareket ederek bir kavşağa gelip aniden duruyor. Sonra tekrar hızlanarak 18m/s lik bir hıza ulaşıyor ve 20 s bu hızda yoluna devam ettikten sonra 2,67 s 'de yavaşlar ve 4 s de bu hızda yoluna devam ettikten sonra duruyor. (a) gezintisi ne kadar sürmüştür?, (b) Ne kadar yol almıştır?, (c) Tüm gezintisi için ortalama hızı nedir?, (d) Eğer 1,50 m/s hızla yürüse idi, alışverişe gidip gelmesi ne kadar sürerdi?

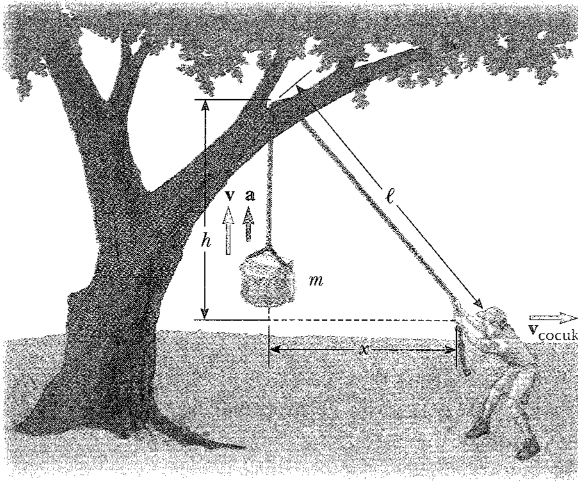
66. Bir taş durduğu yerden bir kuyunun içine düşer. (a) Suya çarpma sesi 2,40 s sonra işitilirse, su, kuyunun ağızından ne kadar aşağıda bulunur? Sesin havadaki hızı (mevcut sıcaklık için) 336 m/s dir. (b) Sesin yol alma zamanı ihmal edilirse, kuyunun derinliği hesaplandığı zaman yüzde kaç hata yapılır?

67. Meraklı bir fizik öğrencisi ve bir dağcı durgun bir su birikintisinin üzerinde asılı kaldıkları 50 m yüksekliğindeki bir uçuruma tırmanırlar. 1 s ara ile düşey olarak aşağıya doğru iki tane taş fırlatırlar ve bir tek çarpma sesine neden olduklarını gözlerler. Birinci taş 2 m/s 'lik bir ilk hıza sahiptir. (a) Birinci taşın atılmasından ne kadar zaman sonra iki taş suya çarpar? (b) İki taş aynı anda suya çarpıyorlarsa, ikinci taşın ilk hızı ne olmalıdır? (c) Suya çarptıkları sırada her bir taşın hızı ne olacaktır?

68. Bir otomobil ve bir tren 25 m/s ile paralel yollar boyunca beraber gitmektedirler. Otomobil kırmızı ışık nedeniyle $-2{,}5$ m/s^2 'lik düzgün bir ivmenin etkisinde kalır ve durur. Otomobil 45 s hareketsiz kalır, sonra 2,5 m/s^2 lik bir ivme ile 25 m/s 'lik hıza ulaşır. Trenin hızının 25 m/s 'de kaldığını kabul ederek, otomobil 25 m/s 'lik hıza ulaştığı zaman trenin ne kadar gerisindedir?

69. Kathy Kool isimli genç bir bayan, 16 ft/s^2 lik bir ivmeyle hızlanabilen superlüks bir otomobil satınalır. Başka bir sürat meraklısı, Stan Speedy ile yarışarak otomobili test etmeye karar verir. Her ikisi durgun halden harekete geçerler, fakat Stan, Kathy'den 1 s önce başlama yerini terkeder. Eğer Stan 12 ft/s^2 'lik sabit bir ivmeyle giderse ve Kathy 16 ft/s^2 'lik bir ivmeyi korursa; (a) Kathy'nin Stan'i geçtiği zamanı, (b) Kathy'nin, Stan'e yetişmeden önce aldığı yolu ve (c) Stan'i geçtiği anda her iki otomobilin hızını bulunuz.

70. Yiyeceğini ayılardan korumak için, bir erkek izci, kütlesi m olan yiyecek paketini ellerinin yukarısında h yüksekliğindeki bir ağaç dalının üstünden fırlatılan bir ip ile yukarıya kaldırır. İpin serbest ucunu ellerinde tutarak düşey ipden sabit v_0 hızıyla yürüyerek uzaklaşır. (Şekil 2.70 'e bakınız). (a) Yiyecek pa-



Şekil P2.70

ketinin v hızının $x(x^2 + h^2)^{-1/2} v_0$ olduğunu gösteriniz. Burada x izcinin düşey ipden uzağa yürüdüğü uzaklıktır. (b) Yiyecek paketinin a ivmesinin $h^2 (x^2 + h^2)^{-3/2} v_0^2$ olduğunu gösteriniz. (c) İzci düşey ipi bıraktıktan kısa bir zaman sonra, ivme ve v hızının değerleri nedir? (d) x uzaklığı sürekli artarken hız ve ivme hangi değerlere ulaşır?

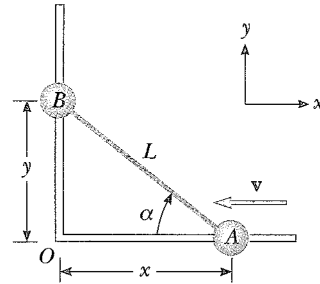
71. Problem 70 'de h yüksekliği 6 m ve v_0 hızı 2 m/s 'ye eşit olsun. Yiyecek paketinin erkek izcinin ellerinin aşağısında 6 m 'lik bir uçurumun tepesindeki bir kaya çıkıntısı üzerinden durgun halden harekete geçtiği kabul edilmektedir. (a) Hız–zaman grafiğini tablo halinde gösteriniz ve grafiğini çiziniz. (b) İvme–zaman grafiğini tablo halinde gösteriniz ve grafiğini çiziniz. (zaman süresi 0 s 'den 6 s 'ye kadar ve zaman aralıkları 0,5 s olsun)

72. Uzak bir gezegende bulunan bir astronot, elindeki taşı havaya atarak bir fotoğraf makinesi ile eşit zaman aralıklarında resim çekerek taşın konumunu zamana göre ölçer. Sonuçlar, Tablo P2.72'de verilmiştir. (a) Ardışık iki ölçüm arasındaki ortalama hızı bulunuz. (b) Bulduğunuz değerleri kullanarak iki ölçümün tam orta noktasındaki ani hızı yaklaşık olarak belirleyip, hız-zaman grafiğini çiziniz. Taş sabit bir ivme ile mi hareket etmektedir? Eğer öyle ise, grafiğe en iyi uyan bir doğru çizerek, eğiminden ivmeyi tayin ediniz.

TABLO P2.72 Zamana Göre Taş Yüksekliği

Zaman (s)	Yükseklik (m)	Zaman (s)	Yükseklik (m)
0,00	5,00	2,75	7,62
0,25	5,75	3,00	7,25
0,50	6,40	3,25	6,77
0,75	6,94	3,50	6,20
1,00	7,38	3,75	5,52
1,25	7,72	4,00	4,73
1,50	7,96	4,25	3,85
1,75	8,10	4,50	2,86
2,00	8,13	4,75	1,77
2,25	8,07	5,00	0,58
2,50	7,90		

73. İki A ve B cismi, uzunluğu L olan katı bir çubukla bağlıdır. Cisimler, Şekil P2.73 'de görüldüğü gibi, düşey kılavuz raylar boyunca kayar. A sabit bir v hızıyla sola kayarsa, $\alpha = 60°$ olduğu zaman B'nin hızını bulunuz.



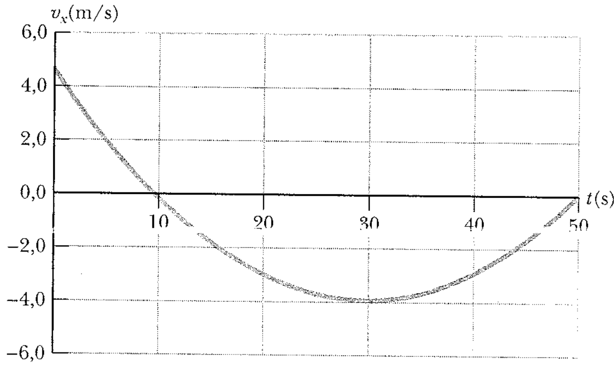
Şekil P2.73

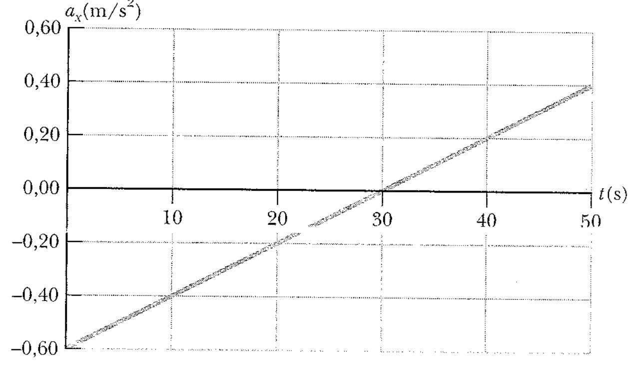
SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

2.1 Grafiğiniz (a) daki grafiğe benzemelidir. Bu v_x-t grafiği, maksimum hızın 5 m/s olduğunu gösterir. Bu değer yaklaşık 18 km/saat (= 11 mi/saat) dolayısı ile sürücü hız limitini aşmamıştır. İvme-zaman grafiğini Hız-zaman grafiğinden faydalanarak çizebilir misiniz? Sonucunuz (b) ye benzemelidir.

2.2 Evet. Bu, araba yavaşlarken gerçekleşir. Dolayısı ile arabanın ivmesi ile gittiği yön birbirine zıttır. (b) Evet. Eğer hareketin yönü negatif seçilirse pozitif ivme yavaşlamaya sebep olur.

2.3 Sol taraf cismin son hızını gösterir. Sağ taraftaki ilk terim, cismi izlemeye başladığımız andaki hızını gösterir. İkinci terim ivmeden dolayı hızdaki değişimi gösterir. Eğer bu ikinci terim pozitifse, hız artar ($v_{xs} > v_{xi}$). Negatifse hız azalır ($v_{xs} < v_{xi}$).





2.4 (a) Grafiği sabit eğimlidir, bu ivmenin sabit olduğunu gösterir ve (e) grafiği ile gösterilmiştir.

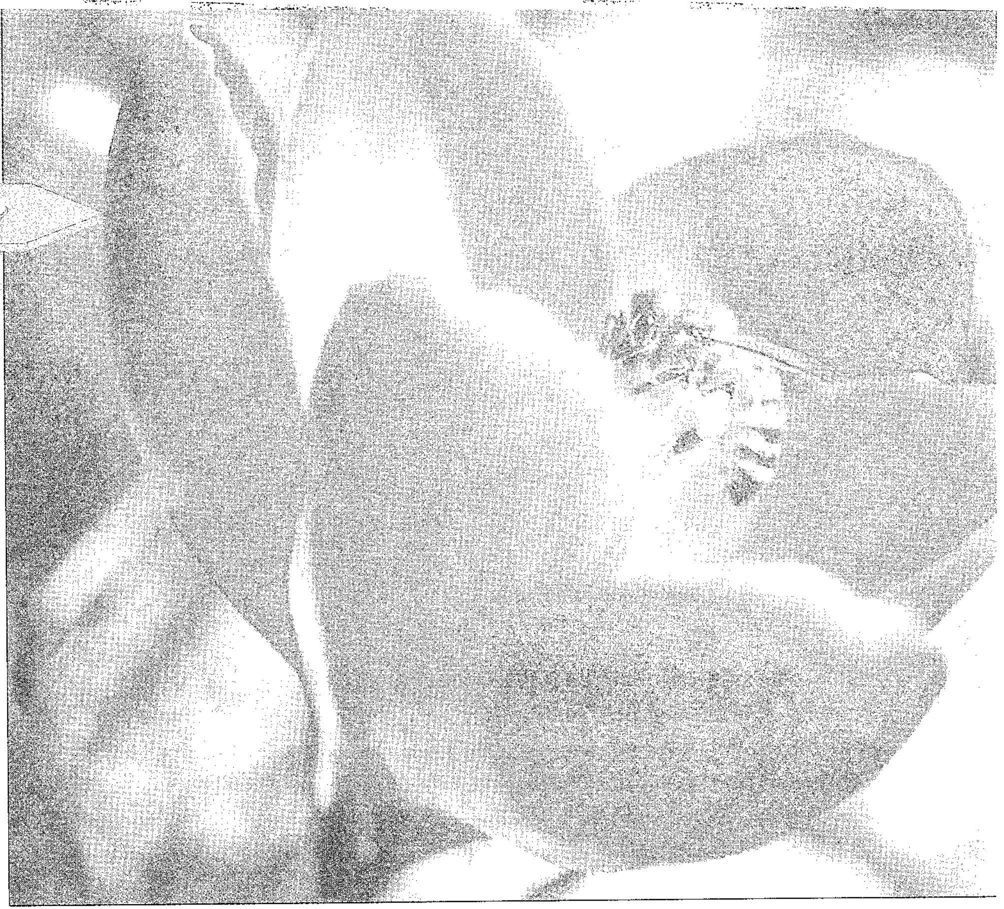
(b) grafiği, sabit bir şekilde artan fakat düzgün olmayan bir hızı gösterir. O halde ivme artmalıdır. Bu durumu en iyi gösteren grafik (d) dir.

(c) deki grafiği önce düzgün hızlanan, dolayısı ile sabit ivmeli, daha sonra sabit hızdaki sıfır ivmeli bir hareketi gösterir ve bu duruma en iyi uyan grafik (f) dir.

2.5 Şekil 2.13b'den görüldüğü gibi c'dir. Top çok kısa süreler boyunca bu üç noktada durgundur. Buna rağmen yerçekimi, top durgunken dahi ona etkimektedir.

SİZCE NASIL?

Bu balarısı, kovanına geri döndüğünde diğer arılara bulduğu besine nasıl ulaştığını anlatır. Besine ulaşmak için gerekli bilgiyi, kesin rotasını çizerek verir. Arılar, "vektör diliyle" anlaşırlar. Arı, kovana göre çiçeğin bulunduğu yeri, diğer arılara nasıl anlatmalıdır? (*E. Webber/Visuals Unlimited*)



b ö l ü m

3 Vektörler

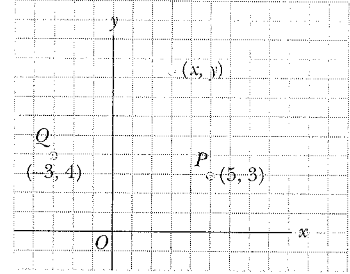
Bölüm İçeriği

Sık sık hem sayısal hem de yön özelliklerine sahip fiziksel niceliklerle çalışma gereksinimi duyarız. Kesim 2.1 de belirtildiği gibi, bu özelliklere sahip fiziksel nicelikler vektörlerle gösterilir. Bu bölüm öncelikle, vektör cebri ve vektörel niceliklerin bazı genel özellikleriyle ilgilidir. Vektörel niceliklerin toplanması ve çıkartılması, bazı yaygın fiziksel uygulamalarıyla birlikte tartışılacaktır.

Vektörel nicelikler bu kitabın hemen her yerinde kullanılmıştır. Bu yüzden okuyucu, vektörlerle ilgili grafiksel ve cebirsel özellikleri çok iyi öğrenmek durumundadır.

3.1 KOORDİNAT SİSTEMLERİ

Fiziğin pekçok dalı, uzaydaki yerleşim düzeniyle ilgilenir. İkinci Bölümde örnek olarak gördük ki, bir cismin hareketinin matematiksel açıklaması, cismin konumunu tanımlamak için bir yönteme gereksinim duyar. Bu tanımlama koordinatların kullanılması ile başarılır. İkinci Bölümde yatay ve düşey eksenlerin keşistiği noktanın orijin olarak alındığı kartezyen koordinat sistemini kullandık (Şekil 3.1). Kartezyen koordinatlara aynı zamanda *dik koordinatlar* da denir.



Şekil 3.1 Kartezyen koordinat sisteminde noktaların yerlerinin gösterilmesi. Her nokta (x, y) koordinatlarıyla belirlenir.

2.2 Bazen düzlemdeki bir noktayı, Şekil 3–2a daki gibi, (r, θ) *düzlem kutupsal koordinatları* ile temsil etmek daha uygundur. Bu *kutupsal koordinat sisteminde*, r orijinden, (x, y) kartezyen koodinatlarına sahip noktaya olan uzaklık ve θ, çoğu zaman pozitif x ekseninden itibaren saat yönünün aksi yönünde ölçülen açıdır. Şekil 3.2b deki dik üçgenden, $\sin\theta = y/r$ ve $\cos\theta = x/r$ bulunur. (Trigonometrik fonksiyonların kısa bir özeti Ek B.4 de verilmiştir.) O halde bir noktanın düzlem kutupsal koordinatları ile başlıyarak, kartezyen koordinatlar,

$$x = r\cos\theta \quad (3.1)$$

$$y = r\sin\theta \quad (3.2)$$

denklemlerinden elde edilebilir.

Ayrıca, trigonometrideki tanımlardan,

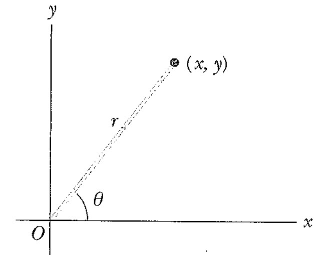
$$\tan\theta = y/x \quad (3.3)$$

ve

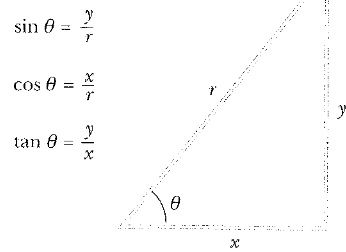
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3.4)$$

olduğu anlaşılmaktadır.

(x, y) koordinatlarını (r, θ) koordinatlarına bağlayan bu dört ifadenin, yalnızca θ, Şekil 3.2a daki gibi tanımlandığı zaman uygulanabileceğine dikkat etmek gerekir. Burada pozitif θ, pozitif x ekseninden *saat yönünün aksi* yönünde ölçülen bir açıdır (Pek çok bilimsel hesap makinası kartezyen ve kutupsal koordinat arasında dönüştürme yapar). Kutupsal koordinatın θ açısı için referans ekseni, pozitif x ekseninden başka bir eksen olarak seçilirse veya artan θ nın yönü farklı seçilirse, o zaman iki koordinat sistemini birbirine bağlayan ifadeler değişecektir.



(a)



(b)

Şekil 3.2 (a) Bir noktanın düzlem kutupsal koordinatları r uzaklığı ve θ açısıyla temsil edilir. (b) (x, y) nin (r, θ) ile bağıntısını kurmak için yararlanılan dik üçgen.



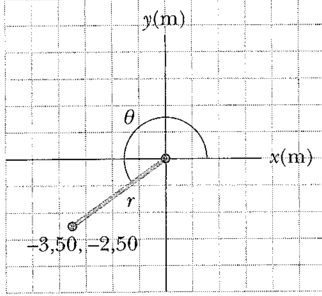
Sınama Sorusu 3.1

Bölümün başındaki balarısı, çiçeğin yerinin belirlenmesinde kartezyen koordinatları mı yoksa kutupsal koordinatları mı kullanır? Niçin? Balarısı koordinatların orijini olarak neyi kullanır?

Betsy Wyckoff tarafından (1997) yazılan, *Konuşan Maymunlar ve Danseden Arılar*'ı okumak isteyebilirsiniz.

ÖRNEK 3.1 Kutupsal Koordinatlar

Bir noktanın *xy* düzlemindeki kartezyen koorinatları Şekil 3.3 deki gibi $(x, y) = (-3{,}50; -2{,}50)$ m dir. Bu noktanın kutupsal koordinatlarını bulunuz.



Şekil 3.3 Kartezyen koordinatlar verildiğinde kutupsal koordinatların bulunması

Çözüm

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-3{,}5)^2 + (-2{,}5)^2} = 4{,}30 \text{ m}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-2{,}5 \text{ m}}{-3{,}5 \text{ m}} = 0{,}714$$

$$\theta = 216°$$

θ nın koordinat sisteminin üçüncü çeyreğinde olduğunu bulmak için, x ve y nin işaretlerini kullanmanız gerektiğine dikkat ediniz. Yani, $\theta = 216°$ 'dir. 35,5° değildir.



VEKTÖR VE SKALER NİCELİKLER

2.3 İkinci Bölümde belirtildiği gibi bazı fiziksel nicelikler skaler nicelikler, bazıları ise vektör niceliklerdir. Nasıl giyineceğimizi bilmek istediğimizde, dışarıdaki sıcaklığı bilmek için sadece bir sayı ve "C derecesi" veya "F derecesi" birimine gereksinmemiz vardır. Bu yüzden sıcaklık, bir sayı ve uygun bir birimle tamamen belirlenen bir niceliği tanımlayan **skaler niceliğe** örnektir. Yani,

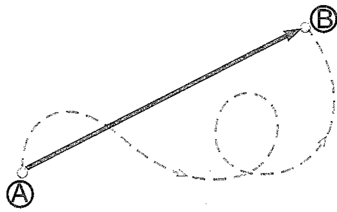
Bir skaler nicelik uygun bir birime sahip tek bir sayı ile belirtilebilir ve yönü yoktur.

Başka skaler örnekler; hacim, kütle ve zaman aralıklarıdır. Bilinen aritmetik kurallar, skaler nicelikler ile işlem yapmak için kullanılırlar.

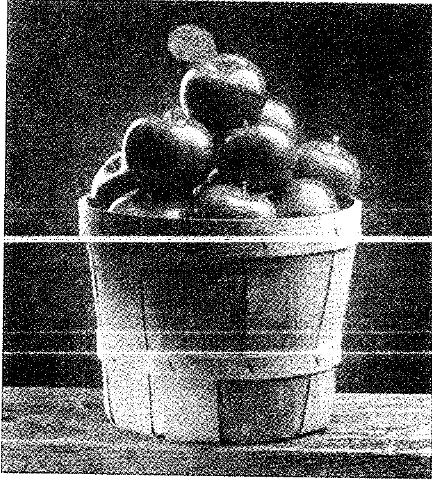
Küçük bir uçağın rotasını çizerken, rüzgarın hızına gereksinim duyarsınız. Rüzgarın hem hızını hem de yönünü bilmeniz gerekir. Yön, verilen bilginin bir parçası olduğundan hız, **vektörel niceliktir** ve bir sayı, uygun bir birim ve yönüyle tamamen belirlenebilen fiziksel bir nicelik olarak tanımlanır.

Vektörel bir niceliğin hem büyüklüğü hem de yönü vardır.

Vektörel niceliğe diğer bir örnek, 2. Bölümden bildiğiniz gibi yerdeğiştirmedir. Parçacığın, Şekil 3.4 deki gibi, herhangi bir Ⓐ noktasından doğru bir yol boyunca Ⓑ noktasına hareket ettiğini varsayalım. Bu yerdeğiştirmeyi Ⓐ dan Ⓑ ye bir ok çizerek gösteririz. Burada okun ucu yerdeğiştirmenin yönünü ve okun uzunluğu yerdeğiştirmenin büyüklüğünü göstermektedir. Parçacık, örneğin Şekil 3.4 deki kesik çizgi gibi, Ⓐ dan Ⓑ ye başka herhangi bir yol boyunca giderse, yerdeğiştirmesi yine Ⓐ dan Ⓑ ye çizilen oktur.



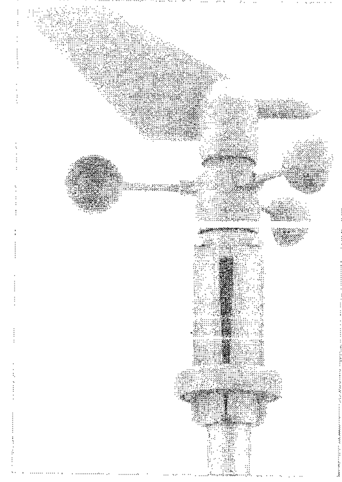
Şekil 3.4 Bir parçacık Ⓐ 'dan Ⓑ 'ye kesik çizgi boyunca hareket ederken onun yerdeğiştirme vektörü Ⓐ 'dan Ⓑ 'ye çizilen oktur.



(a)



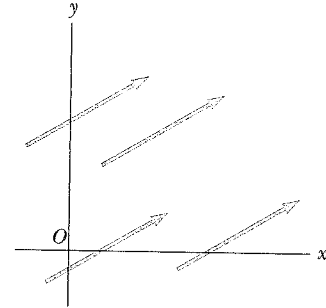
(b)



(c)

(a) Sepetteki elmaların sayısı, skaler niceliğe bir örnektir. Başka örnekler düşünebilir misiniz? (b) Jennifer doğru yönü gösteriyor. Vektörel bir nicelik, hem büyüklüğü hem de yönü belirtilmesi gereken bir niceliktir *(Fotoğraf Raymon A. Serway)*. (c) Aneometre, meteorolojistlerin hava tahmini için kullandıkları bir aygıttır. Tas şeklindeki kaplar bir eksen etrafında dönerek rüzgarın hızının büyüklüğünü gösterir. Gösterge yönü belirtiyor. *(Courtesy of Peet Bros. Company 1308 Doris Avenue, Ocean, NJ 07712)*

Bu kitapta, bir vektörü temsil etmek için, koyu harfler **A** gibi, kullanacağız. Vektörel gösterim için diğer bir yaygın yöntem, harfin üzerinde bir ok kullanmaktır, $\vec{A}$ gibi. **A** vektörünün büyüklüğü *A* olarak veya |**A**| şeklinde yazılır. Bir vektörün büyüklüğü, örneğin yerdeğiştirme için metre, hız için m/s gibi fiziksel birimlere sahiptir.



Şekil 3.5 Bu dört vektör, aynı büyüklükte olduklarından ve aynı yönü gösterdiklerinden, eşittir.

3.3 VEKTÖRLERİN BAZI ÖZELLİKLERİ

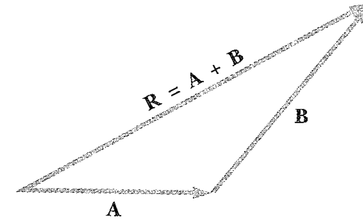
İki Vektörün Eşitliği

Birçok amaç için, **A** ve **B** gibi iki vektör aynı büyüklüğe ve aynı yöne sahipse eşit alınabilir. Yani, *A* = *B* ise *ve* paralel doğrular boyunca aynı yönü gösteriyorlarsa **A** = **B** 'dir. Örneğin Şekil 3.5 deki bütün vektörlerin başlangıç noktaları farklı olmasına rağmen eşittirler. Bu özellik, vektörü etkilemeden, bir vektörü kendisine parelel olarak öteleme hareketi yaptırmamıza izin verir.

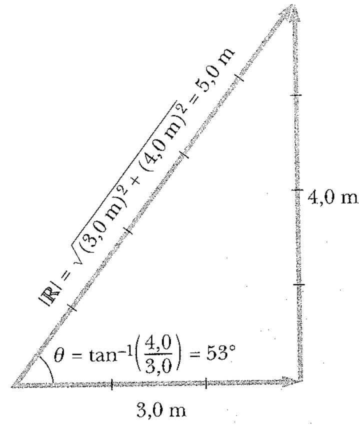
Vektörlerin Toplanması

2.4 Vektörlerin toplanma kuralları, geometrik yöntemlere uygun olarak tanımlanır. **B** vektörünü **A** vektörüyle toplamak için, önce grafik kağıdı üzerine, büyüklüğü uygun bir ölçek ile temsil edilen **A** vektörü çizilir ve sonra **B** vektörü Şekil 3.6 daki gibi, başlangıcı **A** nın ucundan başlayarak aynı ölçekte çizilir. **R** = **A** + **B** **bileşke vektörü**, **A** nın başlangıcından **B** nin ucuna çizilen vektördür. Bu işlem, **toplamanın üçgen yöntemi** olarak bilinir.

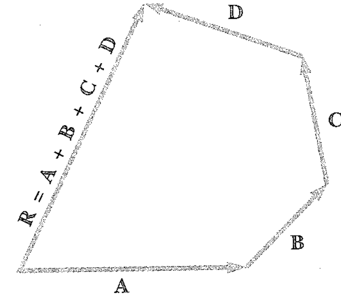
Örnek olarak, Şekil 3.7 de gösterildiği gibi 3,0 m doğuya, daha sonra 4,0



Şekil 3.6 **A** vektörü **B** vektörü ile toplandığı zaman bileşke **R**, **A** nın başlangıcından **B** nin ucuna giden vektördür.



Şekil 3.7 Vektörlerin toplanması. Önce 3,0 m doğuya, sonra 4,0 m kuzeye yürüyüş, sizi başladığınız noktadan $|\mathbf{R}|$ = 5,0 m uzaklaştırır.



Şekil 3.8 Dört vektörün toplanması için geometrik çizim. Bileşke **R** vektörü çokgeni tamamlamaktadır.

m kuzeye doğru yürürseniz, kendinizi başladığınız yerden 53° kuzey-doğuya 5,0 m uzaklaşmış bulursunuz.

Geometrik çizimler, iki vektörden daha fazlasını toplamak için de kullanılabilir. Dört vektör hali Şekil 3.8 de gösterilmektedir. Bileşke vektör, **R** = **A** + **B** + **C** + **D** çokgeni tamamlayan vektördür. Başka bir deyişle **R birinci vektörün başlangıcından son vektörün ucuna çizilen vektördür.**

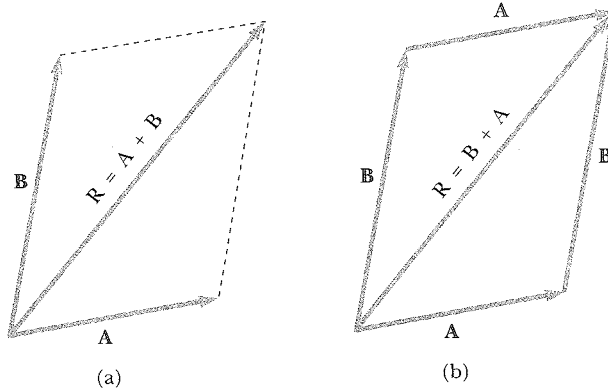
İki vektörün toplanması için, **toplamada paralel kenar kuralı** olarak bilinen, değişik bir grafik işlem, Şekil 3.9a da gösterilmiştir. Bu çizimde, iki **A** ve **B** vektörünün başlangıçları aynı noktadadır ve bileşke **R** vektörü; kenarları **A** ve **B** ile oluşan bir paralel kenarın köşegenidir.

İki vektör toplandığında sonuç, toplamın sırasından bağımsızdır. (Bunu deneyerek görebilirsiniz, fakat 11. Bölümde görülecektir ki, vektörler çarpılırken sırası önemli olur.) Bu, Şekil 3.9b deki geometrik çizimden görülebilir ve **toplamanın değişme özelliği** olarak bilinir:

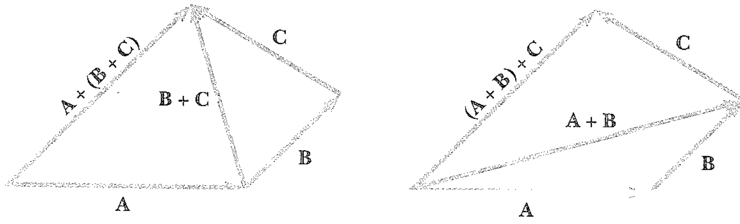
Değişme özelliği

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{B} + \mathbf{A} \tag{3.5}$$

Üç veya daha fazla vektör toplanırken; sonuç, vektörlerin birbirleriyle



Şekil 3.9 (a) Bu çizimde, bileşke **R**, kenarları **A** ve **B** olan bir paralel kenarın köşegenidir. (b) Bu çizim **A** + **B** = **B** + **A** olduğunu göstermektedir, başka bir deyişle bu vektörel toplam, değişme özelliğine sahiptir.



Şekil 3.10 Toplama kurallarını gösteren geometrik çizimler

gruplandırılma şeklinden bağımsızdır. Üç vektör için geometrik ispat Şekil 3.10 da verilmektedir. Buna **toplamanın birleşme özelliği** denir:

Birleşme özelliği

$$\mathbf{A} + (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) + \mathbf{C} \quad (3.6)$$

Özetle, **bir vektörel nicelik, hem büyüklüğe hem de yöne sahip olan** ve Şekil 3.6 dan Şekil 3.10a kadar olan çizimlerde belirtildiği gibi **vektörel toplama kurallarına da uyan bir niceliktir.**

Bir Vektörün Negatifi

A vektörünün negatifi, **A** vektörüyle toplandığı zaman sonucu sıfır eden vektör olarak tanımlanır. Yani, $\mathbf{A} + (-\mathbf{A}) = 0$. Bu **A** ve **–A** vektörleri aynı büyüklükte fakat zıt yönlüdürler.

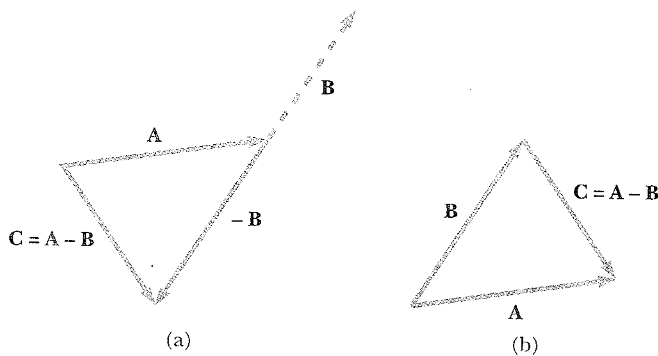
Vektörlerin Çıkarılması

Vektörlerin çıkarma işleminde, bir vektörün negatifinin tanımından yararlanılır. **A – B** işlemini, **A** vektörü ile toplanan **–B** vektörü olarak tanımlarız:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) \quad (3.7)$$

İki vektörün çıkarılması ile ilgili geometrik çizim Şekil 3.11a da gösterilmiştir.

Vektörlerin çıkarma işlemine başka bir şekilde de bakılabilir: **A** ve **B** gibi iki vektörün **A – B** farkı, birinci vektörü elde etmek için, ikinci vektörle toplanması gereken bir vektördür. Bu durumda **A – B** vektörü, Şekil 3.11b'de gösterildiği gibi, ikinci vektörün ucundan, birinci vektörün ucuna doğru çizilen vektördür.

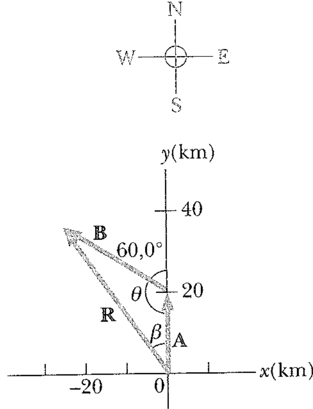


Şekil 3.11 (a) Bu çizim, **B** vektörünün **A** vektöründen nasıl çıkartıldığını göstermektedir. **–B** vektörü büyüklükçe **B** vektörüne eşit ve onunla zıt yönlüdür. **A** dan **B** yi çıkarmak için, **A** ve **–B** 'ye vektörlerin toplanması kuralı uygulanır: Uygun bir eksen boyunca **A** çizilir. **–B** 'nin başlangıç noktası, **A** 'nın ucuna yerleştirilir ve **C**, **A – B** farkı olur. (b) Vektörel çıkarma işleminde ikinci bir yol: Fark vektörü **C = A – B**, **A** 'yı elde etmek için **B** ile toplamamız gereken vektördür.

ÖRNEK 3.2 **Bir Tatil Gezisi**

Bir otomobil, Şekil 3.12'deki gibi kuzeye doğru 20,0 km ve sonra 60.0° kuzey-batı yönünde 35,0 km yol almaktadır. Otomobilin bileşke yer değiştirmesinin büyüklük ve yönünü bulunuz.

Çözüm Bu örnekte, iki vektörün bileşkesini bulmak için iki yol gösteriyoruz. Problem, Şekil 3.12 de görüldüğü gibi, grafik kağıdı ve bir iletki kullanılarak geometrik olarak çözülebilir. (Gerçekte, hesaplamayı başarabileceğinizi bilseniz bile sonucu kontrol etmek için vektörleri çizmelisiniz.) Bileşke **R** yerdeğiştirmesi, ayrı ayrı iki **A** ve **B** yer değiştirmesinin toplamıdır.



Şekil 3.12 **R** = **A** + **B** bileşke yerdeğiştirmeyi bulmak için grafik metod

Problemi cebirsel olarak çözmek için, **R**'nin büyüklüğünü bulmak da trigonometrideki kosinüs teoremi kullanılabilir (Ek B. 4). $\theta = 180° - 60° = 120°$ ve $R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta$ olduğundan,

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 - 2AB\cos\theta}$$

$$= \sqrt{(20,0\text{ km})^2 + (35,0\text{ km})^2 - 2(20,0\text{ km})(35,0\text{ km})\cos 120°}$$

$$= 48,2\text{ km}$$

R nin kuzey yönünden itibaren ölçülen yönü, trigonometrideki sinüs teoreminden aşağıdaki şekilde elde edilebilir (Ek B.4):

$$\frac{\sin\beta}{B} = \frac{\sin\theta}{R}$$

$$\sin\beta = \frac{B}{R}\sin\theta = \frac{35,0\text{ km}}{48,2\text{ km}}\sin 120° = 0,629$$

veya

$$\beta = 38,9°$$

Böylece, otomobilin bileşke yerdeğiştirmesi, 38,9° kuzey batı yönünde 48,2 km'dir. Bu sonuç grafik olarak bulduğumuzla uyuşur.

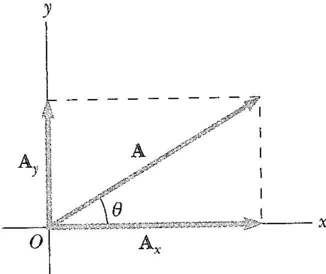
Bir Vektörün Bir Skaler ile Çarpılması

Bir **A** vektörü, pozitif bir m skaler niceliğiyle çarpılırsa, m**A** çarpımı, **A** ile aynı yönde ve mA büyüklüğünde olan bir vektördür. m negatif bir skaler nicelik ise, $-m$**A** vektörü **A** ile zıt yönlüdür. Örneğin 5**A** vektörü, **A** nın beş katı uzunluktadır ve **A** ile aynı yöndedir; $-\frac{1}{3}$**A** vektörü **A** nın uzunluğunun üçte biridir ve **A** nın zıt yönündedir.

Sınama Sorusu 3.2

B vektörü **A** vektörü ile toplanırsa, hangi şart altında **A** + **B** bileşke vektörü, **A** + **B** büyüklüğüne sahip olur? Hangi şartlar altında bileşke vektör sıfıra eşit olur?

3.4 BİR VEKTÖRÜN BİLEŞENLERİ VE BİRİM VEKTÖRLER



Şekil 3.13 xy düzleminde yer alan herhangi bir **A** vektörü, onun $\mathbf{A}_x$ ve $\mathbf{A}_y$ dik bileşenleriyle temsil edilebilir. Burada $\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$ 'dir.

2.5 Vektörleri geometrik olarak toplama işlemi, çok hassas sonuçlar elde etmek istendiğinde ve üç boyutlu problemlerde yeterli değildir. Bu kesimde, vektörlerin toplanmasını, dik koordinat sisteminin eksenleri üzerinde *izdüşümlerini* alarak açıklayacağız. Bu izdüşümlere vektörün **bileşenleri** denir. Herhangi bir vektör, bileşenleriyle tam olarak tanımlanabilir.

Şekil 3.13 deki gibi, xy düzleminde yeralan ve pozitif x ekseniyle herhangi bir θ açısı yapan bir **A** vektörünü ele alalım. Bu vektör, $\mathbf{A}_x$ ve $\mathbf{A}_y$ vektörlerinin toplamı olarak ifade edilebilir. $\mathbf{A}_x$ bileşeni **A** nın x ekseni boyunca izdüşümü-

nü, $\mathbf{A}_y$ de **A** 'nın y ekseni boyunca izdüşümünü gösterir. Şekil 3.13 den, üç vektörün bir dik üçgen oluşturduğunu ve $\mathbf{A} = \mathbf{A}_x + \mathbf{A}_y$ olduğunu görürüz (Bu eşitliğin geçerliliğini göremezseniz Şekil 3.9'a ve paralelkenar kuralına bir daha bakınız). Genellikle, bir "**A** vektörünün bileşenlerini" A_x ve A_y şeklinde göstereceğiz. A_x bileşeni **A**'nın x eksenindeki izdüşümü ve A_y, y eksenindeki izdüşümüdür. Artı veya eksi olabilir. $\mathbf{A}_x$, $+x$ ekseni boyunca yönelirse A_x bileşeni artı; $\mathbf{A}_x$, $-x$ ekseni boyunca yönelirse eksidir. Aynı şey A_y bileşeni için de doğrudur.

Şekil 3.13 den ve bir açının sinüs ve cosinüs tanımından $\cos\theta = A_x / A$ ve $\sin\theta = A_y / A$ olduğunu görürüz. Böylece, **A** nın bileşenleri

$$A_x = A\cos\theta \tag{3.8}$$

ve

A vektörünün bileşenleri

$$A_y = A\sin\theta \tag{3.9}$$

dir. Bu bileşenler, hipotenüsü A olan bir dik üçgenin iki kenarını oluştururlar. Buna göre, **A** nın büyüklüğü ve yönü, bileşenleri cinsinden

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \tag{3.10}$$

A nın büyüklüğü

ve

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{A_y}{A_x}\right) \tag{3.11}$$

A nın yönü

bağıntılarıyla verilir.

A_x ve A_y bileşenlerinin işaretlerinin, θ açısına bağlı olduğuna dikkat ediniz. Örneğin, $\theta = 120°$ ise, A_x eksi ve A_y artıdır. Diğer taraftan, $\theta = 225°$ ise, hem A_x hem de A_y eksidir. Şekil 3.14, **A**, değişik çeyrek dairelerde yeraldığı zaman bileşenlerin işaretlerini özetlemektedir.

Problemleri çözerken **A** vektörünü, ya A_x ve A_y bileşenleri ile ya da A ve θ, büyüklüğü ve yönü ile belirleyebilirsiniz.

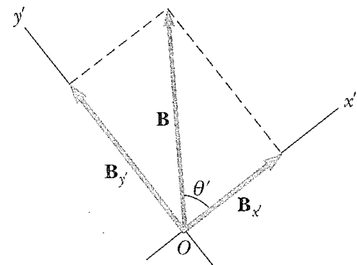
	y	
A_x A_y pozitif		A_x pozitif A_y pozitif
		x
A_x A_y		A_x pozitif A_y

Şekil 3.14 Bir **A** vektörünün bileşenlerinin işaretleri, vektörün yerleştirildiği çeyrek daireye bağlıdır.

Sınama Sorusu 3.3

Bir vektörün bileşeni, vektörün büyüklüğünden daha büyük olabilir mi?

Farzedelim ki, bir vektörün bileşenleri ile çözülmesi gereken bir fiziksel problemle uğraşıyorsunuz. Pek çok uygulamada bir vektörün bileşenlerini yatay ve düşey olmayan, fakat yine birbirine dik eksenlere sahip bir koordinat sisteminde ifade etmek uygun olur. Şekil 3.13 de gösterilenden başka referans eksenleri veya açı seçerseniz, vektörün bileşenleri ona göre değiştirilmelidir. Bir **B** vektörünün Şekil 3.15 de tanımlanan x' ekseniyle θ' açısı yaptığını varsayalım. Bu eksenler boyunca **B**'nin dik bileşenleri, 3.8 ve 3.9 eşitliğindeki gibi, $B_{x'} = B\cos\theta'$ ve $B_{y'} = B\sin\theta'$ ile verilir. B nin büyüklüğü ve yönü 3.10 ve 3.11 eşitliklerine eşdeğer ifadelerden elde edilir. O halde, bir vektörün bileşenlerini, uygun olan herhangi bir koordinat sisteminde ifade edebiliyoruz.



Şekil 3.15 Eğik koordinat sistemindeki bir **B** vektörünün vektör bileşenleri

Birim Vektörler

Vektörel nicelikler sık sık birim vektörler cinsinden ifade edilirler. **Birim vektör, büyüklüğü 1 olan, boyutsuz bir vektördür.** Birim vektörler verilen bir yönü belirtmede kullanılırlar, başka bir fiziksel anlamı yoktur. Sadece uzayda yönü tanımlamada kullanılırlar. x, y ve z doğrultularını gösteren birim vektörler,

sırasıyla, **i**, **j** ve **k** harfleriyle gösterilirler. Böylece, **i**, **j** ve **k** birim vektörleri, Şekil 3.16a da görüldüğü gibi, karşılıklı olarak dik bir vektörler takımı oluşturur. Burada birim vektörlerin büyüklüğü 1 e eşittir; yani, $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = |\mathbf{k}| = 1$ dir.

Şekil 3.16b deki gibi, xy düzleminde bulunan **A** vektörünü ele alalım. A_x bileşeninin ve **i** birim vektörünün çarpımı, x eksenine paralel, $|A_x|$ büyüklüğünde $A_x\mathbf{i}$ vektörüdür. ($A_x\mathbf{i}$ vektörü $\mathbf{A}_x$ şeklinde de gösterilir.) Benzer şekilde, $A_y\mathbf{j}$, y eksenine paralel $|A_y|$ büyüklüğünde bir vektördür. (Yine, $A_y\mathbf{j}$, $\mathbf{A}_y$ şeklinde gösterilebilir.) O halde, **A** vektörünün birim vektörlerde gösterimi

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} \tag{3.12}$$

olarak yazılır.

Örnek olarak, xy düzlenminde kartezyen koordinatlar (x, y) olan bir nokta gözönüne alalım, Şekil 3.17. Bu nokta, **r yer (konum) vektörü** ile belirlenebilir. Birim vektörler cinsinden

Yer vektörü

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \tag{3.13}$$

biçiminde olur. Bu gösterim bize r'nin bileşenlerinin, x ve y uzunluklarında olduğunu söyler.

Şimdi, geometrik metod yeterli doğrulukta olmadığı zaman, vektörlerin toplanması için bileşenlerinin nasıl kullanıldığını görelim. **B** nin B_x ve B_y bileşenlerine sahip olduğunu ve **B** vektörüyle **A** vektörünü toplamak istediğimizi varsayalım. Bu toplamayı basitce, vektörlerin x ve y bileşenlerini ayrı ayrı toplayarak yapabiliriz. Bileşke $\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ vektörü

$$\mathbf{R} = (A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}) + (B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j})$$

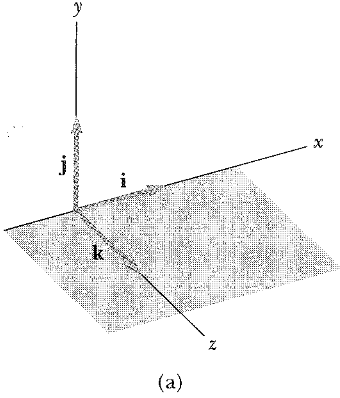
veya

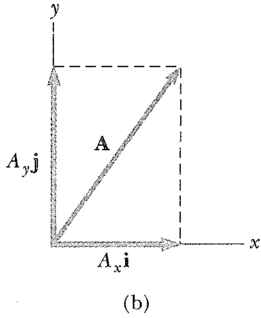
$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} \tag{3.14}$$

olur. $\mathbf{R} = R_x\mathbf{i} + R_y\mathbf{j}$ olduğundan bileşke vektörün bileşenlerinin

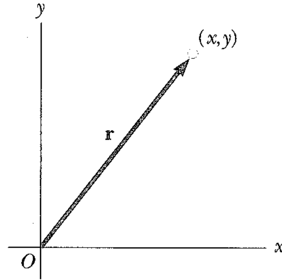
$$R_x = A_x + B_x$$
$$R_y = A_y + B_y \tag{3.15}$$

olduğu görülür. **R** nin büyüklüğü ve bunun x ekseniyle yaptığı açı

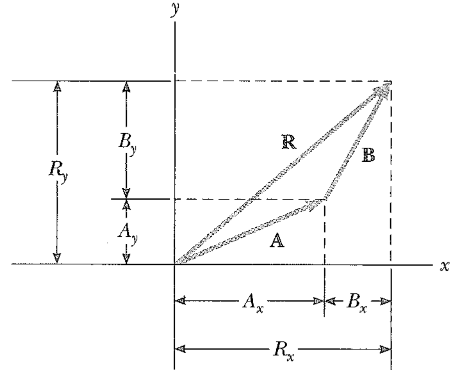




Şekil 3.16 (a) **i**, **j** ve **k** birim vektörleri, sırasıyla, x, y ve z eksenleri boyunca yönelirler. (b) xy düzleminde yeralan bir $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$ vektörü A_x ve A_y bileşenlerine sahiptir.



Şekil 3.17 Kartezyen koordinatları (x, y) olan bir nokta, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ konum vektörü ile gösterilebilir.



Şekil 3.18 İki vektörün toplanması ve bileşke **R** vektörü ile bileşenleri arasındaki bağıntıyı gösteren geometrik çizim.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{(A_x + B_x)^2 + (A_y + B_y)^2} \quad \textbf{(3.16)}$$

ve

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{A_y + B_y}{A_x + B_x} \quad \textbf{(3.17)}$$

bağıntıları kullanarak elde edilebilir.

Bileşen yöntemini kullanarak iki vektörü toplamak için şu anda tanımlanan işlem, Şekil 3.18 deki gibi geometrik bir çizim kullanılarak kontrol edilebilir. Cebirsel veya geometrik yöntem kullanıldığı zaman yine bileşenlerin *işaretlerine* dikkat etmelisiniz.

Bazen hareket, üç bileşene de sahip olabilir. O zaman yöntemimiz, üç boyutlu vektörlere doğrudan uygulanabilir. **A** ve **B** nin her ikisi *x*, *y* ve *z* bileşenlerine sahipse,

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k} \quad \textbf{(3.18)}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k} \quad \textbf{(3.19)}$$

biçiminde ifade edilir. **A** ve **B** nin toplamı

$$\mathbf{R} = (A_x + B_x)\mathbf{i} + (A_y + B_y)\mathbf{j} + (A_z + B_z)\mathbf{k} \quad \textbf{(3.20)}$$

ile verilir. 3.20 Eşitliğinin 3.14 Eşitliğinden farklı olduğuna dikkat ediniz. 3.20 Eşitliğinde bileşke vektör, $R_z = A_z + B_z$ ile verilen bir *z* bileşenine de sahiptir.

Ev Deneyi

Odanın tabanının bir köşesinden, sizin bulunduğunuz karşı köşenin tavanına uçan bir sineğin yer değiştirmesini belirleyen vektörün ifadesini yazınız.

Sınama Sorusu 3.4

Bir vektörün bir bileşeni sıfırdan farklı ise, o vektörün büyüklüğü sıfır olabilir mi? Açıklayınız.

Sınama Sorusu 3.5

A + **B** = 0 ise, iki vekötrün bileşenleri hakkında ne söyleyebilirsiniz?

Problem Çözümünde İpuçları

Vektörlerin Toplanması

İki veya daha fazla vektörü toplama gereksinimi duyarsanız, aşağıdaki adımları kullanınız.

- Uygun bir koordinat sistemi seçiniz (seçeceğiniz eksenlerle vektörlerin bileşenlerinin sayısını azaltmaya çalışınız).
- Problemde tanımlanan vektörlerle bir taslak çiziniz.
- Bütün vektörlerin *x* ve *y* bileşenlerini ve *x* ve *y* yönündeki bileşenlerin bileşkesini (bileşenlerin cebirsel toplamını) bulunuz.
- Gerekirse, bileşke vektörün büyüklüğünü bulmak için Pythogorean (Pisagor) teoremini kullanınız ve bileşke vektörün *x*-ekseni ile yaptığı açıyı bulmak için uygun bir trigonometrik fonksiyon seçiniz.

ÖRNEK 3.3 İki Vektörün Toplamı

xy düzleminde yeralan ve

$$\mathbf{A} = (2{,}0\mathbf{i} + 2{,}0\mathbf{j})\ \text{m} \qquad \text{ve} \qquad \mathbf{B} = (2{,}0\mathbf{i} - 4{,}0\mathbf{j})\ \text{m}$$

ile verilen, **A** ve **B** vektörlerinin toplamını bulunuz.

Çözüm **A** yı $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$ genel ifadesi ile karşılaştırırsak $A_x = 2{,}0$ m ve $A_y = 2{,}0$ m olduğunu görürüz. Aynı şekilde $B_x = 2{,}0$ m ve $B_y = -4{,}0$ m dır. 3.14 Eşitliğini kullanarak bileşke **R** vektörünü

$$\mathbf{R} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (2{,}0 + 2{,}0)\mathbf{i}\ \text{m} + (2{,}0 - 4{,}0)\mathbf{j}\ \text{m} = (4{,}0\ \mathbf{i} - 2{,}0\mathbf{j})\text{m}$$

elde ederiz. Veya

$$R_x = 4{,}0\ \text{m} \qquad R_y = -2{,}0\text{m}$$

olur. **R** 'nin büyüklüğü 3.16 Eşitliğine göre

$$R = \sqrt{R_x^{\,2} + R_y^{\,2}} = \sqrt{(4{,}0\ m)^2 + (-2{,}0m)^2} = \sqrt{20}\ \text{m}$$
$$= 4{,}5\ \text{m}$$

olur. 3.17 Eşitliğinden **R** nin yönünü bulabiliriz:

$$\tan\theta = \frac{R_y}{R_x} = \frac{-2{,}0\ m}{4{,}0\ m} = -0{,}50$$

Hesap makinanız $\theta = \tan^{-1}(0{,}50)$ için cevap olarak $-27°$ verir. Şayet 27° yi x-ekseninden saat yönünde almış gibi yorumlarsak bu cevap doğrudur. Bizim standart kabulümüz $+x$ ekseninden saat yönünün tersinde ölçülen açıyı almaktır. Bu vektör için açı $\theta =$ 333° dir.

ÖRNEK 3.4 Bileşke Yerdeğiştirme

Bir parçacık, $\mathbf{d}_1 = (15\mathbf{i} + 30\mathbf{j} + 12\mathbf{k})$cm, $\mathbf{d}_2 = (23\mathbf{i} - 14\mathbf{j} - 5{,}0\mathbf{k})$cm ve $\mathbf{d}_3 = (-13\mathbf{i} + 15\mathbf{j})$ cm ile verilen ardışık üç yerdeğiştirmeye uğramaktadır. Parçacığın bileşke yerdeğiştirmesinin bileşenlerini ve büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm Kâğıt sayfasındaki çizime bakmaktansa problemi şu şekilde görülebilir hale getirelim: Yatay olan masanızın sol köşesinden parmak ucunuzla başlayarak, parmak ucunuzu 15 cm sağ tarafa, sonra masanın geniş kenarına doğru 30 cm, sonra yukarı dik 12 cm, sonra 23 cm sağa, sonra sıranın ön kenarına doğru yatay 14 cm, sonra sıraya doğru dik 5,0 cm, sonra sola doğru 13 cm ve (son olarak!) sıranın arkasına doğru 15 cm hareket ettiriniz. Üç dik eksen boyunca bu hareketin matematik hesabı

$$\mathbf{R} = \mathbf{d}_1 + \mathbf{d}_2 + \mathbf{d}_3$$
$$= (15 + 23 - 13)\mathbf{i}\ \text{cm} + (30 - 14 + 15)\mathbf{j}\ \text{cm} + (12 - 5{,}0 + 0)\mathbf{k}\ \text{cm}$$
$$= (25\mathbf{i} + 31\mathbf{j} + 7{,}0\mathbf{k})\ \text{cm}$$

dır. Bileşke yer değiştirme $R_x = 25$ cm, $R_y = 31$ cm ve $R_z = 7{,}0$ cm bileşenlere sahiptir. Büyüklüğü,

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$
$$= \sqrt{(25\ \text{cm})^2 + (31\ \text{cm})^2 + (-7{,}0\ \text{cm})^2} = 40\ \text{cm}$$

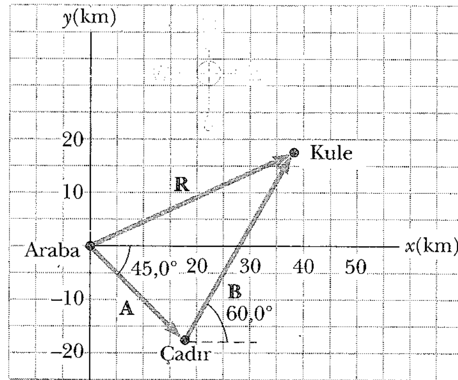
olur.

ÖRNEK 3.5 Yürüyüş Yapma

Bir yürüyüşcü, yolculuğuna önce arabasından güney-doğuya doğru 25,0 km yürüyerek başlar. Durur ve gece için çadır kurar. İkinci günde, bir orman memurunun kulesinin bulunduğu noktaya, 60° kuzey-doğu yönünde 40,0 km yürür. (a) Birinci ve ikinci günler için yürüyüşçünün yerdeğiştirmelerinin bileşenlerini bulunuz.

Çözüm Birinci ve ikinci günlerdeki yerdeğiştirme vektörlerini sırasıyla, **A** ve **B** ile gösterir ve arabayı koordinatların orijini olarak seçersek Şekil 3.19 da gösterilen vektörleri elde ederiz. **A** yerdeğiştirmesi 25,0 km lik bir büyüklüğe sahiptir ve 45° güneydoğu yönündedir. 3.8 ve 3.9 Eşitliklerinden **A** nın bileşenleri:

$$A_x = A\cos(-45{,}0°) = (25{,}0\ \text{km})\ (0{,}707) = 17{,}7\ \text{km}$$
$$A_y = A\sin(-45{,}0°) = -(25{,}0\ \text{km})\ (0{,}707) = -17{,}7\ \text{km}$$



Şekil 3.19 Yürüyüşçünün toplam yerdeğiştirmesi **R** = **A** + **B** vektörüdür.

dir. A_y nin eksi değeri, yürüyüşçünün ilk günde eksi y doğrultusunda yürüdüğünü gösterir. A_x ve A_y nin işaretleri Şekil 3.19'dan açıkça görülebilir.

İkinci **B** yerdeğiştirmesi 40,0 km lik bir büyüklüğe sahiptir ve yönü 60° kuzey-doğudur. Onun bileşenleri

$$B_x = B\cos(60{,}0°) = (40{,}0 \text{ km})\ (0{,}500) = 20{,}0 \text{ km}$$

$$B_y = B\sin(60{,}0°) = (40{,}0 \text{ km})\ (0{,}866) = 34{,}6 \text{ km}$$

(b) Yürüyüşçünün toplam yerdeğiştirmesi **R**'nin bileşenlerini bulunuz. **R**'nin ifadesini birim vektörler cinsinden bulunuz.

Çözüm Yürüyüş için bileşke **R** = **A** + **B** yerdeğiştirmesinin bileşenleri 3.15 Eşitliği ile verilmektedir:

$$R_x = A_x + B_x = 17{,}7 \text{ km} + 20{,}0 \text{ km} = 37{,}7 \text{ km}$$

$$R_y = A_y + B_y = -17{,}7 \text{ km} + 34{,}6 \text{ km} = 16{,}9 \text{ km}$$

dir. Birim vektörler cinsinden, toplam yerdeğiştirmeyi

$$\mathbf{R} = (37{,}7\mathbf{i} + 16{,}9\mathbf{j}) \text{ km}$$

şeklinde yazabiliriz.

Alıştırma Toplam yerdeğiştirmenin büyüklüğü ve doğrultusunu bulunuz.

Cevap Arabadan, 24,1° kuzey-doğu yönünde, 41.3 km

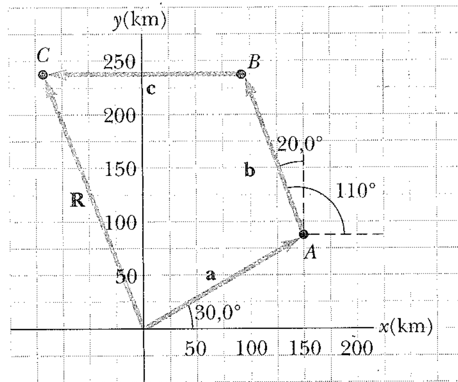
ÖRNEK 3.4 Uzaklara Uçuş

Bir uçak, hava limanından kalkarak Şekil 3.20 de gösterilen yolu almaktadır. Önce, 30,0° kuzey doğu yönünde 175 km uzakta bulunan A şehrine uçar. Sonra 20,0° kuzey -batı yönünde 153 km uzaktaki B şehrine, son olarak, batıya doğru 195 km uzakdaki C şehrine uçar. Başlangıç noktasına göre C şehrininin yerini bulunuz.

Çözüm Önceki örnekdeki gibi, Şekil 3.20 de gösterilen koordinat sistemini seçmek uygundur. Burada x ekseni doğuya ve y ekseni kuzeye yöneliktir. Üç tane ardışık yerdeğiştirmeyi **a**, **b** ve **c** vektörleriyle gösterelim. İlk **a** yerdeğiştirmesi 175 km lik bir büyüklüğe ve

$$a_x = a\cos(30{,}0°) = (175 \text{ km})\ (0{,}866) = 152 \text{ km}$$

$$a_y = a\sin(30{,}0°) = (175 \text{ km})\ (0{,}500) = 87{,}5 \text{ km}$$



Şekil 3.20 Orijinden harekete başlayan uçak, önce A ya sonra B ye uçarak C noktasına ulaşıyor.

bileşenlerine sahiptir. Büyüklüğü 153 km olan ikinci **b** yerdeğiştirmesinin bileşenleri,

$$b_x = b\cos(110°) = (153 \text{ km})\ (-0{,}342) = -52{,}3 \text{ km}.$$

$$b_y = b\sin(110°) = (153 \text{ km})\ (0{,}940) = 144 \text{ km}$$

olur. Son olarak, büyüklüğü 195 km olan üçüncü **c** yerdeğiştirmesi

$$c_x = c\cos(180°) = (195 \text{ km})\ (-1) = -195 \text{ km}$$

$$c_y = c\sin(180°) = 0$$

bileşenlerine sahiptir.

Buna göre, başlangıç noktasından C şehrine çizilen **R** konum vektörünün bileşenleri

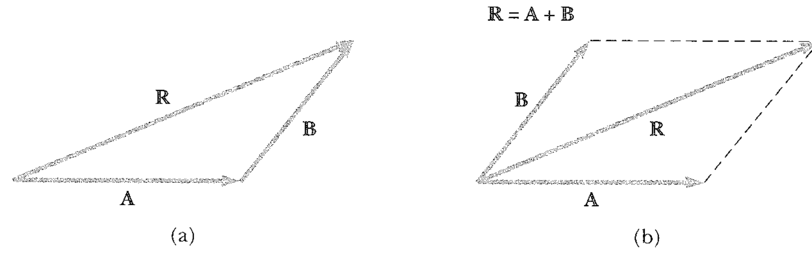
$$R_x = a_x + b_x + c_x = 152 \text{ km} - 52{,}3 \text{ km} - 195 \text{ km}$$
$$= -95.3 \text{ km}$$

$$R_y = a_y + b_y + c_y = 87{,}5 \text{ km} + 144 \text{ km} + 0$$
$$= 232 \text{ km}$$

dir. Birim vektör gösteriminde, **R** = (–95,3**i** + 232**j**) km dir. Yani C şehrine başlangıç noktasından itibaren önce batıya doğru gidilen 95,3 km'yi takiben, kuzeye doğru 232 km lik bir seyahat ile ulaşılabilir.

Alıştırma **R**'nin büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Cevap 251 km, 22,3° kuzey-batı.



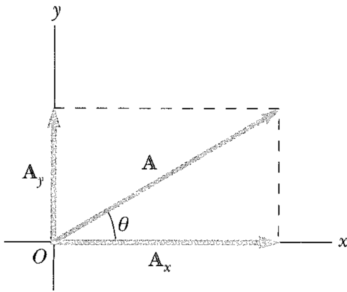
Şekil 3.21 (a) Üçgen yöntemi kullanarak vektör toplamı. (b) Paralel kenar kuralı kullanarak vektör toplamı

Özet

Skaler nicelikler, yalnız büyüklüğü olan yönü bulunmayan niceliklerdir. **Vektörler**, hem büyüklüğü hem yönü olan niceliklerdir ve vektörel toplama kuralına uyarlar.

İki **A** ve **B** vektörü üçgen veya paralelkenar kuralı kullanılarak toplanabilir. Üçgen yönteminde (Şekil 3.21a), **R** = **A** + **B** vektörü **A** nın başlangıcından **B** nin ucuna gider. Paralelkenar yönteminde (Şekil 3.21b), **R**, kenarları **A** ve **B** olan bir paralel kenarın köşegenidir. Bu grafik yöntemleri kullanarak vektörlerin toplama ve çıkarmasını yapabilirsiniz.

A vektörünün x bileşeni olan A_x, Şekil 3.22 deki gibi, onun bir koordinat sisteminin x ekseni boyunca izdüşümüne eşittir. Burada $A_x = A \cos \theta$ dır. Aynı şekilde, **A** nın A_y bileşeni, $A_y = A \sin \theta$ dir ve A_y, **A** nın y ekseni boyunca izdüşümüdür. Her bir durumda hangi trigonometrik fonksiyonu kullanmanız gerektiğinden emin olun. Özellikle θ nun pozitif x ekseni ile yaptığı açı saatin dönme yönünde iken dikkatli olunmalıdır.



Şekil 3.22 $\mathbf{A}_x$ ve $\mathbf{A}_y$ gibi iki vektörün toplamı **A** vektörünü verir. $\mathbf{A}_x = A_x\mathbf{i}$ ve $\mathbf{A}_y = A_y\mathbf{j}$ 'dir. Burada A_x ve A_y, **A** vektörünün *bileşenleridir.*

Bir **A** vektörü, A_x e eşit bir x bileşenine ve A_y ye eşit bir y bileşenine sahipse vektör $\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j}$ gibi birim vektörlerle ifade edilebilir. Bu gösterimde **i**, $+x$ doğrultusunda yönelen bir birim vektör ve **j**, $+y$ yönünde bir birim vektördür. **i** ve **j** birim vektörler olduğundan $|\mathbf{i}| = |\mathbf{j}| = 1$ dir.

İki veya daha çok vektörün bileşkesini bulmak için, bütün vektörleri bileşenlerine ayırıp, x ve y bileşenlerini toplarız, sonra da Pythagorean teoremini kullanarak bileşke vektörün büyüklüğünü buluruz. Uygun bir trigonometrik fonksiyon kullanarak bileşke vektörün x ekseni ile yaptığı açıyı bulabiliriz.

Sorular

1. İki vektör eşit olmayan büyüklüklere sahiptir. Toplamları sıfır olabilir mi? Açıklayınız.
2. Bir parçacığın yerdeğiştirmesinin büyüklüğü, alınan yolun uzunluğundan daha büyük olabilir mi? Açıklayınız.
3. İki tane **A** ve **B** vektörünün büyüklükleri, $A = 5$ birim ve $B = 2$ birimdir. **R** = **A** + **B** bileşke vektör için mümkün olan en büyük ve en küçük değerleri bulunuz.
4. Bir **A** vektörü xy düzleminde bulunmaktadır. **A** nın hangi yönelimleri için dik bileşenlerinin her ikisi de negatiftir? Hangi yönelimler için bileşenleri zıt işaretlere sahiptir?
5. Bir **A** vektörünün bir **B** vektörünün doğrultusu boyunca bileşeni sıfırsa, iki vektör hakkında hangi sonuca varabilirsiniz?
6. Bir vektörün büyüklüğü negatif bir değere sahip olabilir mi? Açıklayınız.
7. Şunlardan hangisi vektördür ve hangisi değildir: kuvvet, sıcaklık, hacim, bir TV programının izlenme oranı, yükseklik hız, yaş?
8. xy düzleminde bulunan sıfırdan farklı bir vektör, hangi şartlar altında büyüklükçe eşit bileşenlere sahiptir?
9. Skaler bir nicelik ile vektörel bir niceliği toplamak mümkün müdür? Açıklayınız.

PROBLEMLER

1, , 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 3.1 Koordinat Sistemleri

WEB 1. Bir noktanın kutupsal koordinatları $r = 5{,}50$ m ve $\theta = 240°$ dir. Bu noktanın kartezyen koordinatları nedir?

2. xy düzlemindeki iki noktanın kartezyen koordinatları (2; –4) 'm ve (–3; 3) m 'dır. Burada birimler m cinsindendir. (a) bu noktalar arasındaki uzaklığı, (b) kutupsal koordinatlarını bulunuz.

3. Bir noktanın kartezyen koordinatları (2, y) ve kutupsal koordinatları (r, 30°) olarak veriliyor. y ve r yi bulunuz.

4. Bir düzlemdeki iki noktanın kutupsal koordinatları (2,50 m, 30°) ve (3,80 m, 120°) dir. (a) Bu noktaların kartezyen koordinatlarını, (b) aralarındaki uzaklığı bulunuz.

5. Bir sinek odanın bir duvarında duruyor. Duvarın sol alt köşesi, iki boyutlu kartezyen koordinat sisteminin orijini olarak seçilmiştir. Sinek, koordinatları (2; 1) m olan bir noktada duruyorsa, (a) odanın köşesinden ne kadar uzaktadır? (b) Sineğin bulunduğu yerin kutupsal koordinatları nedir?

(x, y) noktasının kutupsal koordinatları (r, θ) ise, aşağıdaki noktaların kutupsal koordinatları ne olur? (a) ($-x$, y) (b) ($-2x$, $-2y$) ve (c) ($3x$, $-3y$)

Kesim 3.2 Vektör ve Skaler Nicelikler

Kesim 3.3 Vektörlerin Bazı Özellikleri

Bir uçak A kentinden B kentine doğru 200 km uçuyor. Sonra B kentinden 30° kuzey-batı yjnünde C kentine 300 km uçuyor. (a) A kentinden C kentine kuşuçuşu uzaklık ne kadardır? (b) A kentine göre C kentinin yönü nedir?

8. Bir yaya, 6 km doğuya ve 13 km kuzeye hareket ediyor. Grafik yöntem kullanarak bileşke yerdeğiştirme vektörünün büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

9. Bir arazi mühendisi, bir nehrin genişliğini aşağıdaki yöntem ile tahmin eder: Karşı kıyıdaki bir ağacın tam karşısında durarak, nehir kenarı boyunca 100 m yürür, sonra ağaca bakar. Esas aldığı çizgiden ağaca olan açı 35° dir. Nehrin genişliği nedir?

10. Bir uçak ana kamptan, 20° kuzey-doğu yönünde 280 km mesafedeki A gölüne uçuyor. Sonra rotasını değiştirerek A gölünden 30° kuzey-batı yönünde olan B gölüne uçuyor. B gölünden ana kampa olan mesafeyi ve yönü grafik yöntemle bulunuz.

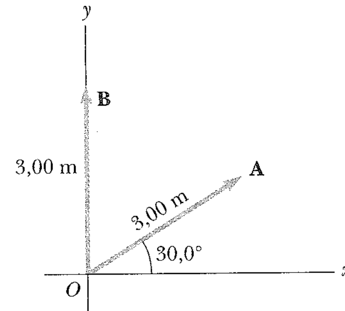
11. **A** vektörünün büyüklüğü 8 birim olup x–ekseninin pozitif yönüyle 45° lik bir açı yapmaktadır. **B** vektörü de 8 birim uzunluğundadır. Fakat $-x$ yönündedir. Grafik yöntem kullanarak, (a) **A** + **B** toplam vektörünü ve (b) **A** – **B** vektör farkını bulunuz.

12. Büyüklüğü 6 birim olan bir $\mathbf{F}_1$ kuvvet vektörü orijinde pozitif x-ekseninin üstünde 30° açı yapan bir yönde etki etmektedir. 5 birim büyüklüğünde ikinci bir $\mathbf{F}_2$ kuvvet vektörü orijinde pozitif y ekseni yönünde etki etmektedir. Bileşke $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ vektörünün büyüklük ve yönünü grafik olarak bulunuz.

WEB Bir kişi, 5 m yarıçaplı bir daire çevresinde dairenin yarısını yürümüştür. (a) Yerdeğiştirme vektörünün büyüklüğünü bulunuz. (b) Kişi ne kadar uzağa yürümüştür? (c) Daire çevresi tamamlanırsa yerdeğiştirmenin büyüklüğü ne olur?

14. Kemik arayan bir köpek 3,50 m güneye, sonra doğu ile 30° bir açı altında kuzey doğuya 8,20 m ve son olarak 15 m batıya yürür. Grafik tekniği kullanarak köpeğin bileşke yerdeğiştirmesini bulunuz.

WEB 15. Şekil P3.15 'de görülen **A** ve **B** yerdeğiştirme vektörlerinin herbiri 3 m büyüklüğündedir. (a) **A** + **B** 'yi, (b) **A** – **B** 'yi, (c) **B** – **A** 'yı, (d) **A** – 2**B** 'yi grafik olarak bulunuz. Bütün açılar, pozitif x ekseninden saat yönünün tersinde alınacaktır.



Şekil P3.15 Problem 15 ve Problem 39.

Bir insanın "anî boy vektörü", ayağı ile başı arasındaki uzaklığın yarısı yer vektörü olarak tanımlanırsa; 100 000 nüfuslu bir şehirde toplam boy vektörünün büyüklüğünü aşağıdaki zamanlar için tahmin ediniz. (a) Salı günü saat 10 da, (b) cumartesi günü saat 5 de

17. Lunaparklarda keskin viraj iniş-çıkış treni yatay olarak 200 ft gider, sonra yatayın yukarısında 30° 'lik bir açı altında 135 ft yükselir. Sonra aşağıya doğru 40° 'lik bir açı altında 135 ft yol alar. Bu hareketin sonunda, başlama noktasından itibaren yerdeğiştirmesi nedir? Grafik tekniğini kullanınız.

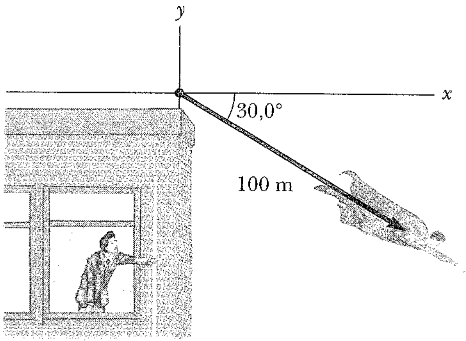
18. Bir aracın sürücüsü arabayı 3 km kuzeye, 2 km kuzey doğuya, (kuzeyin 45° doğusuna), 4 km batıya

ve sonra 3 km güney doğuya (güneyin 45° doğusuna) sürüyor. Başlangıç noktasına göre nerede durmuştur? Cevabınızı grafik olarak veriniz. Bileşenleri kullanarak kontrol ediniz. (Araç Kuzey Kutbuna veya Güney Kutbuna yakın değildir).

19. Bir tilki avcısı mağarada mahsur kalıyor. Dışarı çıkacak yolu bulmak için 10 m yürüyüp 90° sağa dönüyor ve 5 m yürüyor. Tekrar 90° sağa dönüp 7 m yürüyor. Avcının başladığı noktadan itibaren yer değiştirmesi ne kadardır?

Kesim 3.4 Bir Vektörün Bileşenleri ve Birim Vektörler

20. Şekil P3.20 de görülen yolu takip ederek yüksek bir binanın tepesinden uçan süpermenin 100 m yer değiştirmesinin yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.

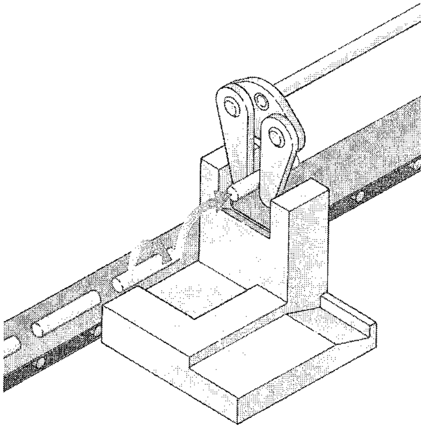


Şekil P3.20

21. Bir kişi 25° kuzey-doğuya 3,10 km yürüyor. Aynı noktaya varması için kuzeye ve doğuya doğru ne kadar yürümesi gerekir?

22. Bir mağarayı incelemek isteyen birisi, girişten baş layarak, şu uzaklıkları gitmektedir: 75 m kuzeye, 250 m doğuya, kuzey-doğu ile 30° 'lik bir açı yaparak 125 m ve güneye 150 m gidiyoruz. Mağara girişinden itibaren bileşke yerdeğiştirmeyi bulunuz.

Şekil P3.23 de gösterildiği gibi, bir robot, 4,80 cm yarıçaplı bir dairenin dörtte biri şeklindeki bir yay boyunca bir cismi kaldırır ve doğu-batı düşey düzleminde yatırılır. Robot daha sonra, cismi 3,70 cm yarıçaplı bir dairenin dörtte biri biçimindeki ikinci bir yay boyunca hareket ettirir ve cismi kuzey-güney düşey düzleminde yatırır. (a) Cismin toplam yerdeğiştirmesinin büyüklüğünü bulunuz. (b) Toplam yerdeğiştirmenin düşeyle yaptığı açıyı bulunuz.



Şekil P3.23

$\mathbf{B}$ vektörünün x, y ve z bileşenleri sırasıyla 4; 6 ve 3 birimdir. $\mathbf{B}$ nin büyüklüğünü ve $\mathbf{B}$ nin koordinat eksenleriyle yaptığı açıları hesaplayınız.

WEB **[25.]** Bir vektörün x bileşeni –25 birim ve y bileşeni 40 birimdir. Bu vektörün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

26. Bir harita Atlanta'yı, Dallas'ın 5° kuzey-batı yönünde ve 720 mil uzakta gösteriyor. Aynı harita Chicago'yu, Atlanta'nın 21° kuzey-batı yönünde ve 560 mil uzakta olduğunu varsayarsa, bu bilgileri Dallas'tan Chicago'ya olan yerdeğiştirmeyi bulmak için kullanınız.

27. xy düzleminde yeralan bir yerdeğiştirme vektörünün büyüklüğü 50 m 'dir ve x ekseninin pozitif yönüyle 120° lik bir açı yapmaktadır. Bu vektörün x ve y bileşenlerini bulunuz ve birim vektör gösterimi ile ifade ediniz.

28. $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 6\mathbf{j}$ ve $\mathbf{B} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ ise, (a) $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ vektör toplamı ve $\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B}$ vektör farkını çiziniz. (b) $\mathbf{C}$ ve $\mathbf{D}$ için çözümleri önce birim vektörler cinsinden, daha sonra da açıların $+x$ eksenine göre ölçüldüğü kutupsal koordinatlar cinsinden bulunuz.

29. Bileşenleri (3; 2) m, (–5; 3) m ve (6; 1) m olan üç yerdeğiştirmenin bileşkesinin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

30. $\mathbf{A}$ vektörünün x ve y bileşenleri sırasıyla, –8,70 cm ve 15 cm; $\mathbf{B}$ vektörünün x ve y bileşenleri, sırasıyla 13,2 cm ve –6,6 cm dir. $\mathbf{A} - \mathbf{B} + 3\mathbf{C} = 0$ ise, $\mathbf{C}$ nin bileşenleri nedir?

[31.] İki vektör $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ ve $\mathbf{B} = -\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ ile verilmektedir. (a) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ yi, (b) $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ yi, (c) $|\mathbf{A} + \mathbf{B}|$ yi, (d) $|\mathbf{A} - \mathbf{B}|$ yi, (e) $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ ve $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ nin yönünü bulunuz.

32. Bir çocuk, 3 m kuzeye, 4 m kuzey-doğuya ve 5 m batıya doğru koşuyor. Çocuğun başlangıç noktasından son durumuna kadar olan yerdeğiştirme vektörünün uzunluğunu ve yönünü bulunuz.

[33.] (a) 12,8 m, 150°; (b) 3,3° cm, 60°; (c) 22 in., 215° kutupsal koordinatlarına sahip konum vektörleri için bileşenler cinsinden ifadeler elde ediniz.

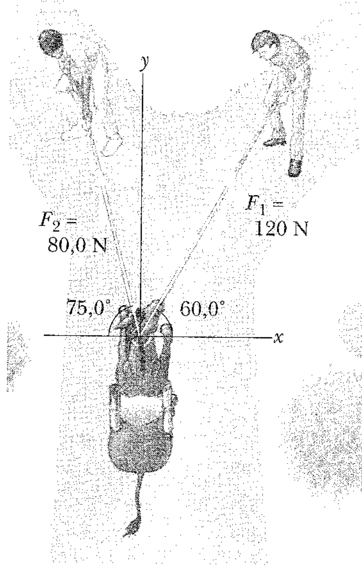
34. $\mathbf{A} = (3\mathbf{i} + 3\mathbf{j})\text{m}$, $\mathbf{B} = (\mathbf{i} - 4\mathbf{j})\text{m}$ ve $\mathbf{C} = (-2\mathbf{i} + 5\mathbf{j})\text{m}$ yerdeğiştirme vektörlerini gözönüne alınız. (a) Analitik olarak, $\mathbf{D} = \mathbf{A} + \mathbf{B} + \mathbf{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. (b) $\mathbf{E} = -\mathbf{A} - \mathbf{B} + \mathbf{C}$ vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

[35.] Bir parçacık şu ardışık yerdeğiştirmelere uğramaktadır: 3,50 m güney, 8,20 m kuzeydoğu ve 15 m batı. Bileşke yerdeğiştirme nedir?

36. Bir Amerikan futbol oyununda, oyunu idare eden oyuncu hücum çizgisinden topu alır, 10 yarda geri koşar, sonra hücum çizgisine paralel yana doğru 15

yarda koşar. Bu noktada, hücum çizgisine dik, doğruca sahaya 50 yarda ileriye doğru pas atar. Topun bileşke yerdeğiştirmesinin büyüklüğü nedir?

37. İki kişi, Şekil P3.37 'deki helikopterden bakıldığında görüldüğü gibi, inatçı bir katırı çekmektedirler. (a) Görülen iki kuvvete eşdeğer olan tek kuvveti, (b) Üçüncü bir kişinin net kuvveti sıfıra eşit kılmak için katır üzerinde uygulaması gereken kuvveti bulunuz. Kuvvetler newton cinsinden ölçülüyor.



Şekil P3.37

38. Acemi bir golf oyuncusu topu deliğe sokmak için üç vuruş yapar. Ardışık yer değiştirmeler, kuzeye 4 m, kuzey batıya 2 m ve 30° güney batı yönündedir. Aynı başlangıç noktasından başlıyarak, usta bir golfçu hangi büyüklükte tek vektörel değişmeyle topu deliğe sokabilecektir?

39. Şekil P3.15 'de görülen **A** ve **B** vektörlerinin x ve y bileşenlerini bulunuz. Birim vektör gösterimi cinsinden **A** + **B** bileşke vektörü için bir ifade bulunuz.

Yerde bir koordinat sisteminin orijininde oturuyorsunuz. Üzerinizden bir uçak x eksenine paralel olarak $7{,}60 \times 10^3$ m yükseklikte sabit bir hızla uçuyor. $t = 0$ anında uçak tam tepenizde ve sizden uçağa olan vektör $\mathbf{P}_0 = (7{,}60 \times 10^3\text{m})\mathbf{j}$ olarak veriliyor. $t = 30$ s'de sizden uçağa doğru olan konum vektörü $\mathbf{P}_{30} = (8{,}04 \times 10^3\text{m})\mathbf{i} + (7{,}60 \times 10^3\text{m})\mathbf{j}$ dir. $t = 45$ s'deki uçağın konum vektörünün büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

41. Bir parçacık, iki yerdeğiştirmeye uğrar. İlki 150 cm lik bir büyüklüğe sahiptir ve pozitif x ekseniyle 120° 'lik bir açı yapar. *Bileşke* yerdeğiştirme 140 cm lik bir büyüklüğe sahiptir ve x ekseninin pozitifiyle 35° 'lik bir açı yapan yönde yönelmiştir. İkinci yerdeğiştirmenin büyüklüğü ve yönünü bulunuz.

A ve **B** vektörünün büyüklükleri eşit olup 5 birimdir. **A** ve **B** nin toplamı olan vektör 6**j** ise, **A** ve **B** arasındaki açıyı bulunuz.

43. **A** vektörünün x, y ve z bileşenleri, sırasıyla 8, 12 ve –4 birim büyüklüktedir. (a) Birim vektör gösteriminde **A** için vektörel bir ifade yazınız. (b) **A** ile aynı yönde olan **A** nın uzunluğunun dörtte biri uzunluğundaki bir **B** vektörü için bir birim vektör ifadesi elde ediniz. (c) **A** ile zıt yönde, **A** nın uzunluğunun üç katı bir **C** vektörü için bir birim vektör ifadesi elde ediniz.

Gömülü bir hazineyi bulmak için şöyle bir bilgi veriliyor: 240° de 75 adım yürüyün, 135° dönüp 125 adım daha yürüyün, sonra 160° de 100 adım yürüyün. $+x$ ekseni doğuyu gösteriyor ve açılar $+x$ ekseninin saat yönünün tersinde ölçülüyor. Başlama noktasından itibaren toplam yerdeğiştirmeyi hesaplayınız.

45. $\mathbf{A} = (3\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$m ve $\mathbf{B} = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 7\mathbf{k})$m yerdeğiştirme vektörleri verildiğine göre, herbirini dik bileşenleri cinsinden de ifade ederek, (a) $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$ ve (b) $\mathbf{D} = 2\mathbf{A} - \mathbf{B}$ vektörlerinin büyüklüklerini bulunuz. Ayrıca, **C** ve **D** yi kartezyen bileşenler cinsinden ifade edip büyüklüklüklerini hesaplayınız.

Bir radar istasyonu, kuzeyden saat yönünde 136° de ve 17,3 km uzakta bir batık gemi tesbit ediyor. Bir kurtarma uçağı, aynı istasyondan yatay olarak 19,6 km uzaklıkta, kuzeyden 153° saat yönünde ve 2,20 km yüksektedir. (a) Uçaktan gemiye olan yerdeğiştirme vektörünü yazınız. **i** doğu, **j** kuzey ve **k** yukarıyı gösteriyor. (b) Aralarındaki uzaklık ne kadardır?

Büyük Bahama adalarından geçerken bir hortumun merkezi 41 km/saat hızla 60° kuzey-batı yönünde hareket ediyor. Üç saat sonra, hortum aniden kuzeye yöneliyor ve hızı 25 km/saat'a düşüyor. Hortumun merkezi adadan geçtikten 4,50 saat sonra Büyük Bahama'dan ne kadar uzaklıktadır?

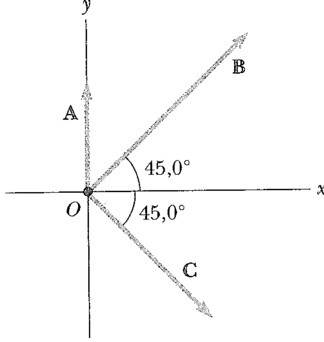
(a) 17 cm büyüklüğünde **E** vektörü, $+x$ yönünden saat yönünün tersinde 27° ye yönelmiştir. **E** vektörünü birim vektörler cinsinden ifade ediniz. (b) **F** vektörü 17 cm büyüklüğünde, $+y$ yönünden saat yönünün tersinde 27° ye yönelmiştir. **F** yi birim vektörlerle gösteriniz. (c) 17 cm büyüklüğündeki **G** vektörü, $+y$ yönünden saat yönünde 27° ye yönelmiştir. **G** yi birim vektörler cinsinden ifade ediniz.

49. Bir **A** vektörünün negatif x bileşeni 3 birim uzunluğunda ve pozitif y bileşeni 2 birim uzunluğundadır. (a) Birim vektör gösteriminde **A** için bir ifade belirleyiniz. (b) **A** nın büyüklüğünü ve yönünü tayin ediniz. (c) **A** ya hangi **B** vektörü ilâve edildiği zaman hiç x bileşeni olmayan ve negatif y bileşeni 4 birim uzunluğunda olan bileşke vektör elde edilir?

50. A havaalanından kalkan bir uçak 300 km doğuya, sonra kuzeyin 30° batısına 350 km ve sonra da 150 km kuzeye uçarak B havaalanına inebiliyor. (a) Ertesi gün, diğer bir uçak A havaalanından B hava

alanına düz bir çizgide uçuyor. Bu uçuşta pilotun rotası ne olmalıdır? b) Bu doğrudan uçuşta pilotun aldığı yol nedir? Uçuşlar sırasında rüzgarın esmediğini kabul ediniz.

WEB **51.** Üç vektör, Şekil P3.51 de görüldüğü gibi yönelmişlerdir. Burada $|\mathbb{A}| = 20$ birim, $|\mathbb{B}| = 40$ birim ve $|\mathbb{C}| = 30$ birim. (a) Bileşke vektörün x ve y bileşenlerini (birim vektör gösterimiyle), (b) Bileşke vektörün büyüklük ve yönünü bulunuz.



Şekil P3.51

52. $\mathbb{A} = (6\mathbf{i} - 8\mathbf{j})$ birim, $\mathbb{B} = (-8\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ ve $\mathbb{C} = (26\mathbf{i} + 19\mathbf{j})$ birim ise, $a\mathbb{A} + b\mathbb{B} + \mathbb{C} = 0$ olacak şekilde a ve b yi tayin ediniz.

EK PROBLEMLER

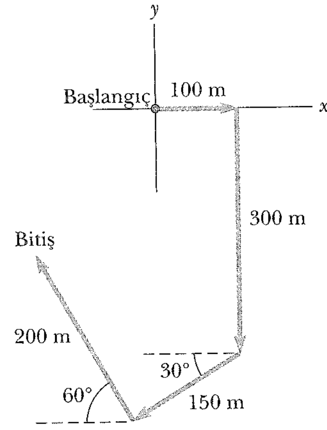
A ve B vektörleri tamamen eşit büyüklüktedir. A + B 'nin büyüklüğünün A – B 'nin büyüklüğünden 100 kez büyük olması için aralarındaki açı ne kadar olmalıdır?

A ve B vektörleri tamamen eşit büyüklüktedir. A + B nin büyüklüğünün A – B nin büyüklüğünden n kere daha büyük olması için aralarındaki açı ne kadar olmalıdır?

Bir vektör $\mathbb{R} = 2\mathbf{i} + 1\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$ ile verilmektedir. (a) x, y ve z bileşenlerinin büyüklüklerini, (b) $\mathbb{R}$ nin büyüklüğünü ve (c) $\mathbb{R}$ ile x, y ve z eksenleri arasındaki açıları bulunuz.

Şu dört kuvvet vektörünün toplamını bulunuz: Yatayın 35° üstünde sağa doğru 12 N, yatayın 55° üstünde sola doğru 31 N, yatayın 35° altında sola doğru 8,40 N ve yatayın 55° altında sağa doğru 24 N (ipucu: Bu vektörleri çiziniz ve en az sayıda bileşenleri olacak şekilde en iyi x ve y eksenlerini seçiniz. Daha sonra bileşenler yöntemini kullanarak vektörleri toplayınız.)

57. Yürüyüşe çıkan bir kişi, Şekil P3.57 de görülen yolu takip etmektedir. Toplam seyahat dört tane doğrusal yoldan ibarettir. Yürüyüşün sonunda, kişinin başlangıç noktasından itibaren ölçülen bileşke yerdeğiştirmesi nedir?

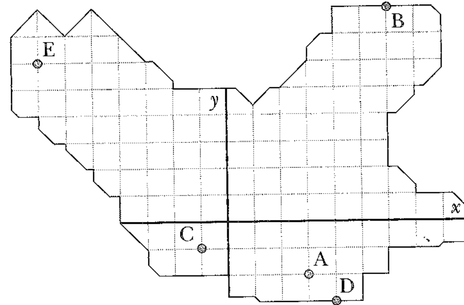


Şekil P3.57

Genel olarak bir cismin anlık konumu, sabit bir orijinden cisme doğru çizilen bir $\mathbb{P}$ konum vektörü ile gösterilir. Farzediniz ki belirli bir cismin konum vektörü, zamanın fonksiyonu olarak $\mathbb{P} = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - 2t\mathbf{j}$ olarak veriliyor. Burada $\mathbb{P}$ metre ve t saniye cinsindendir. $d\mathbb{P}/dt$ yi bulunuz. Bu türev cisim hakkında neyi gösterir?

59. Bir jet uçağı, doğuya doğru 300mil/saat hızla ilerlerken, aniden 30° kuzey doğuya doğru 100 mil/saat hızla esen rüzgarın olduğu bir bölgeye giriyor. Uçağın yere göre yeni hızı ve yönü ne olur?

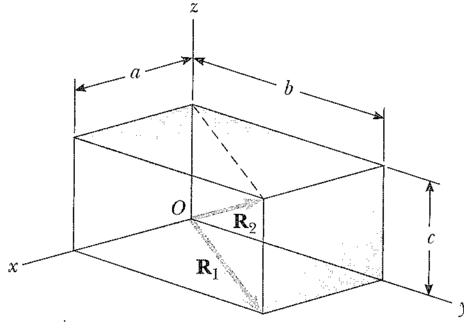
60. Bir korsan, hazinesini, aşağıda verilen noktalara yerleşmiş beş ağaçlı bir adaya gömüyor: A(3 m, –2 m), B(60 m, 80 m). C(–10 m, –10 m), D(40 m, –30 m) ve E(–70 m, 60 m). Şekil P3,60 daki gibi bütün noktalar orijine göre ölçülmüştür. Haritadaki bilgiler size; A dan başlayarak B ye doğru yol alarak yolun yarısına kadar hareket etmenizi, sonra C ye doğru yol alarak sizinle C arasındaki yolun üçte birini gitmenizi, daha sonra D ye doğru yol alarak bulunduğunuz yer ile D arasındaki yolun beşte birini almanızı ve burada durup orayı kazmanızı söylüyor. (a) Korsanın hazinesini gömdüğü yerin koordinatları nedir? (b) Ağaçların sırasını yeniden düzenleyin (Örneğin; B(30 m, –20 m), A(60 m, 80



Şekil P3.60

m), E(−10 m, −10 m), C(40 m, −30 m) ve D(−70 m 60 m) ve cevabın ağaçların sırasına bağlı olmadığını göstermek için hesabınızı tekrarlayınız.

Bir dikdörtgenler prizmasının boyutları Şekil P3.61 deki gibi a, b ve c dir. (a) Yüz köşegen vektörü $\mathbf{R}_1$ için bir ifade elde ediniz. Bu vektörün büyüklüğü nedir? (b) Cisim köşegen vektörü $\mathbf{R}_2$ için bir ifade elde ediniz. $\mathbf{R}_1$, $c\mathbf{k}$ ve $\mathbf{R}_2$ nin dik üçgen olşturduğuna dikkat ediniz ve $\mathbf{R}_2$ nin büyüklüğünün $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ olduğunu ispatlayınız.



Şekil P3.61

xy düzleminde yer alan ve (x, y) koordinatlarına sahip olan bir nokta $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ konum vektörüyle tanımlanabilir. (a) (x_1, y_1) den (x_2, y_2) ye giden bir parçacık için yerdeğiştirme vektörünün $\mathbf{d} = (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j}$ ile verildiğini gösteriniz. (b) $\mathbf{r}_1$ ve $\mathbf{r}_2$ konum vektörleriyle $\mathbf{d}$ yerdeğiştirme vektörün çiziniz ve $\mathbf{d} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ olduğunu grafik yöntemle sağlayınız.

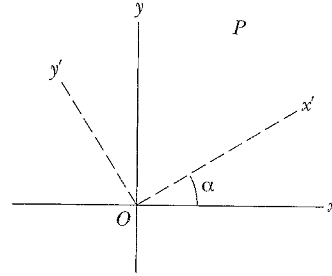
Bir P noktası Şekil 3.63 de görülen dik kartezyen koordinat sistemine göre (x, y) koordinatlarıyla tanımlanmaktadır. Bu noktanın dönmüş koordinat sistemindeki (x', y') koordinatlarının, (x, y) ve α dönme açısına

$$x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha$$

ve

$$y' = -x\sin\alpha + y\cos\alpha$$

ifadeleriyle bağlı olduğunu gösteriniz.



Şekil P3.63

Sınama Sorularının Cevapları

3.1 Balarısının, diğer arıların çiçeğe ne kadar uzakta olduklarını ve hangi yönde uçmaları gerektiğini anlatması gerekir. Bu, tam olarak, koordinatların orijininin kovan olduğu, kutupsal koordinatların ifade ettiği bilgidir.

3.2 **A** vektörü **B** vektörü ile aynı yöne yöneldiğinde bileşke, A + B büyüklüğüne sahip olur. **A** vektörü, **B** vektörünün zıt yönünde yöneldiğinde ve A = B olduğunda, bileşke vektör **A** + **B** = 0 olur.

3.3 Hayır. İki boyutta. bir vektör ve onun bileşenleri dik üçgen oluşturur. Vektör hipotenüsdür ve dik kenarlardan daha uzun olmalıdır. 61. Problem bu fikri üç boyuta taşır.

3.4 Hayır. **A** vektörünün büyüklüğü $\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$ ye eşittir, O halde, bileşenlerden biri sıfırdan farklı olursa A sıfır olamaz. Pythagorean (Pisagor) teoreminin bu genellemesi 61. Problemde ispatlanmak üzere size bırakılmıştır.

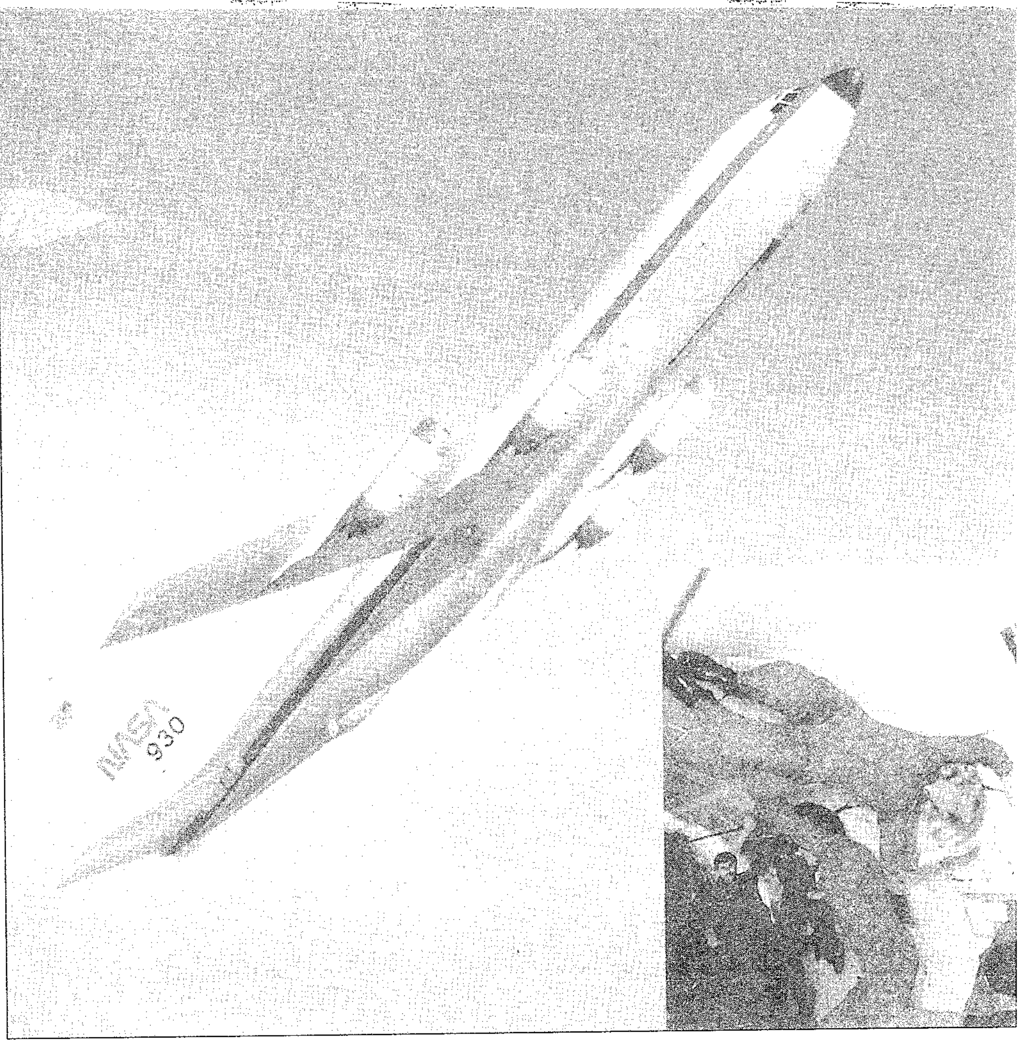
3.5 **A** + **B** = 0 olması demek **A** = −**B** olması demektir. O halde iki vektörün bileşenleri zıt işaretli ve aynı büyüklükte olmalıdır: $A_x = -B_x$, $A_y = -B_y$ ve $A_z = -B_z$

Sizce Nedir

Bu uçak NASA tarafından astronot eğitimi amacı ile kullanılmaktadır. Uçak, belirli bir eğri yol boyunca uçarken, uçağın içerisinde bağlı olmayan herşey uçuşmaya başlar. Bu ilginç olayın sebebi ne olabilir? *(NASA)*

web

Bu uçağın nasıl kullanıldığı hakkında daha fazla bilgi için, **http://imocc.imoc.com/~acft-ops/rgpindex.htm** internet adresine giriniz.



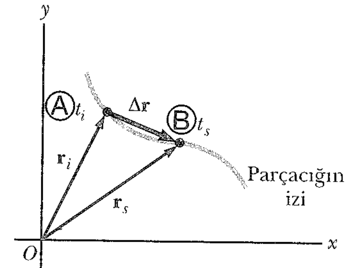
b ö l ü m

4 İki Boyutta Hareket

Bu bölümde, iki-boyutta hareket eden bir cismin kinematiği ile ilgileneceğiz. İki boyutlu hareketin özümlenmesi, -sonraki bölümlerde- uyduların yörüngedeki hareketinden, elektronların düzgün bir elektrik alanı içerisindeki hareketine kadar bize geniş bir hareket türünü inceleme olanağı verir. Bu bölüme yerdeğiştirme, hız ve ivmenin vektör tabiatını ayrıntıları ile inceleyerek başlıyacağız. Bir-boyutlu harekette yaptığımız gibi, bu üç niceliğin temel tanıtımı yardımı ile, iki-boyutlu hareketin kinematik denklemlerini türeteceğiz. Daha sonra iki-boyutlu hareketin özel halleri olarak eğik atış hareketini ve düzgün dairesel hareketi ele alacağız. Ayrıca verilen bir parçacığın yerdeğiştirme, hız ve ivmesini farklı referans sistemlerindeki gözlemcilerin niçin farklı ölçebileceğini gösteren bağıl hareket kavramını tartışacağız.

4.1 YERDEĞİŞTİRME, HIZ VE İVME VEKTÖRLERİ

2 inci Bölümde bir doğru boyunca yol alan bir parçacığın konumu zamanın fonksiyonu olarak bilinirse, parçacığın hareketini tümüyle belirleyeceğimizi bulmuştuk. Bir doğru boyunca ilerleyen bir cismin koordinatları bilindiğinde, hareketinin de tam olarak belirleneceğini önceki bölümde gördük. Şimdi bu fikri, *xy* düzleminde hareket eden bir parçacığa uygulayalım. İşe Şekil 4.1 'de görüldüğü gibi, *xy* düzleminde bulunan parçacığın yerini, herhangi bir referans sisteminin orijininden çizilen **r** konum vektörünü tanımlayarak başlıyoruz. Parçacık t_i anında Ⓐ noktasında ve belli bir t_s süresi sonunda, Ⓑ'dedir. Ⓐ'dan Ⓑ'ye olan yolun doğrusal olması gerekmez. Parçacık $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında Ⓐ'dan Ⓑ'ye hareket ederken, konum vektörü $\mathbf{r}_i$ 'den $\mathbf{r}_s$ 'ye değişir. İkinci bölümde öğrendik ki, yerdeğiştirme bir vektördür ve parçacığın yer değiştirmesi onun son konumu ile ilk konumu arasındaki farktır. Şekil 4.1'de görülen parçacık için, son konum ve ilk konum vektörü arasındaki fark olmak üzere $\Delta\mathbf{r}$ yerdeğiştirme vektörünü



Şekil 4.1 *xy* düzleminde hareket eden bir parçacığın yeri, parçacığa orijinden çizilen **r** konum vektörü ile belirlenir. Parçacık $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında Ⓐ 'dan Ⓐ 'ye hareket ederken yerdeğiştirmesi $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r}_s - \mathbf{r}_i$ vektörüne eşittir.

$$\Delta\mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_s - \mathbf{r}_i \qquad (4.1)$$

Yerdeğiştirme vektörü

olarak tanımlıyoruz. $\Delta\mathbf{r}$ nin yönü şekil 4.1 de gösterilmiştir. Şekilde görüldüğü gibi $\Delta\mathbf{r}$ nin büyüklüğü parçacık tarafından takip edilen eğri yol boyunca alınan yolun uzunluğundan küçüktür.

İkinci bölümde gördüğümüz gibi, yerdeğiştirmenin, gerçekleştiği zaman aralığına oranına bakarak hareketi nicelleştirmek çoğu zaman yararlı olur. İki boyutlu (veya üç-boyutlu) hareketin kinematiğinde, hareketin yönünü göstermek için artı ve eksi işaretlerinden ziyade şimdi vektörleri kullanmamız gerektiği dışında herşey bir boyutlu kinematikle aynıdır.

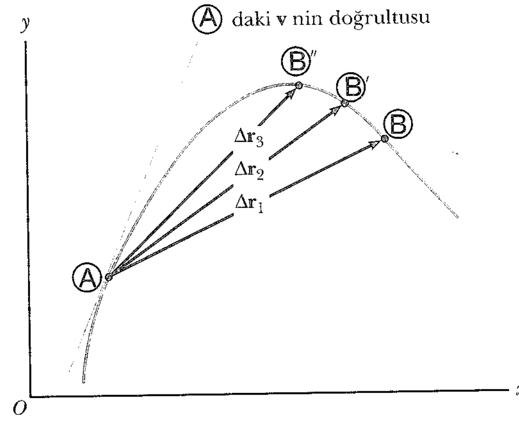
Şimdi Δt zaman aralığı süresince parçacığın **ortalama hızını**, yerdeğiştirmenin bu zaman aralığına bölümü olarak tanımlıyoruz:

$$\bar{\mathbf{v}} \equiv \frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \qquad (4.2)$$

Ortalama hız

Bir vektörel niceliğin bir skalerle çarpılması veya bölünmesi, o vektörün yönünü değil, sadece büyüklüğünü değiştirir. Yerdeğiştirme vektör, zaman aralığı da bir skaler nicelik olduğundan, ortalama hızın $\Delta\mathbf{r}$ boyunca yönelen bir **vektörel** nicelik olduğu sonucuna varırız.

Ortalama hızın, iki nokta arasında gidilen *yoldan bağımsız* olduğuna dikkat ediniz. Bu, ortalama hızın, yalnız ilk ve son konum vektörlerine bağlı olan



Şekil 4.2 Bir parçacık iki nokta arasında hareket ederken ortalama hızı, **Δr** yerdeğiştirme vektörünün doğrultusundadır. Yolun uç noktası Ⓑ den Ⓑ' ye oradan Ⓑ'' ye hareket ederken, buna göre yer değiştirmeler ve karşılık gelen zaman aralıkları gittikçe küçülür. Uç noktanın Ⓐ ya yaklaştığı limit durumunda, Δt sıfıra ve **Δr** nin yolu Ⓐ da eğriye çizilen teğetin yoluna yaklaşır. Tanıma göre, Ⓐ daki ani hız bu teğetin doğrultusundadır.

yerdeğiştirmeyle orantılı olması demektir. Tek boyutlu hareket halinde olduğu gibi, parçacık, herhangi bir noktada hareketine başlar ve herhangi bir yoldan bu noktaya geri dönerse, yerdeğiştirmesi sıfır olduğundan ortalama hızının sıfır olduğu sonucuna varırız.

Bir parçacığın Şekil 4.2 'de görüldüğü gibi, *xy* düzleminde iki nokta arasındaki hareketini gözönüne alalım. Hareketi gözlediğimiz zaman aralığı küçüldükçe, yerdeğiştirmenin doğrultusu Ⓐ noktasında yola çizilen teğetin doğrultusuna yaklaşır.

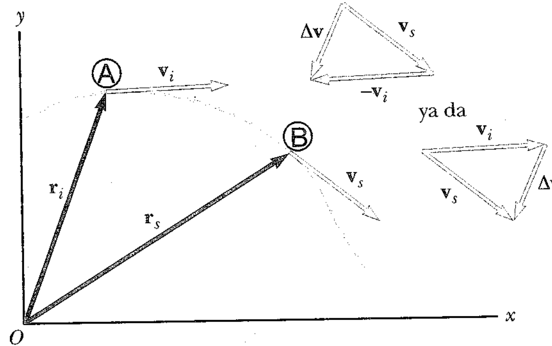
v ani hızı, Δt sıfıra yaklaşırken $\mathbf{\Delta r}/\Delta t$ ortalama hızının limiti olarak tanımlanır:

Ani hız

$$\mathbf{v} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad \textbf{(4.3)}$$

Yani, ani hız, konum vektörünün zamana göre türevine eşittir. Parçacığın yolunda bulunan herhangi bir noktadaki ani hız vektörünün doğrultusu, *O* noktada yola teğet ve hareket doğrultusunda olan bir doğru boyuncadır (Şekil 4.3).

Ani hız vektörünün büyüklüğü olan $v = |\mathbf{v}|$ ye *sürat* denir. Onun skaler bir nicelik olduğunu hatırlamalısınız.



Şekil 4.3 Bir parçacık Ⓐ konumundan Ⓑ konumuna hareket etmektedir. Parçacığın hız vekktörü $\mathbf{v}_i$ 'den $\mathbf{v}_s$ 'ye değişir. Sağ üst taraftaki vektör çizimleri ilk ve son hızlardan **Δv** vektörünü belirlemenin iki yolunu göstermektedir.

Parçacık herhangi bir yol boyunca bir noktadan diğerine hareket ederken, onun ani hız vektörü, t_i zamanındaki $\mathbf{v}_i$ 'den t_s zamanındaki $\mathbf{v}_s$'ye değişir. Bu noktalardaki hızın bilinmesi, parçacığın ortalama ivmesini belirleyebilmemize izin verir.

Parçacık bir noktadan diğer bir noktaya hareket ederken **ortalama ivmesi**, ani hız vektöründeki $\Delta\mathbf{v}$ değişiminin, değişim sırasında gecen Δt zamanına oranı olarak tanımlanır:

$$\bar{\mathbf{a}} \equiv \frac{\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} \qquad (4.4)$$

Ortalama ivme

Ortalama ivme, bir $\Delta\mathbf{v}$ vektörünün bir Δt skalerine oranı ve Δt bir skaler nicelik olduğundan, $\bar{\mathbf{a}}$ ortalama ivmesinin, $\Delta\mathbf{v}$ ile aynı doğrultuda olan vektörel bir nicelik olduğu sonucuna varırız. Şekil 4.3 'de gösterildiği gibi, tanıma göre $\Delta\mathbf{v} = v_s - \mathbf{v}_i$ olduğundan, $\Delta\mathbf{v}$ 'nin yönü $-\mathbf{v}_i$ vektörünü ($\mathbf{v}_i$ 'nin negatifi) $\mathbf{v}_s$ vektörüne ilave ederek bulunur:

Parçacığın ortalama ivmesi farklı zaman aralıklarında değişiyorsa, **a** gibi bir ani ivme tanımlamak faydalıdır:

a ani ivmesi, Δt sıfıra yaklaşırken $\Delta\mathbf{v}/\Delta t$ oranının limit değeri olarak tanımlanır:

$$\mathbf{a} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} \qquad (4.5)$$

Ani ivme

3.5 Başka bir söyleyişle ani ivme, hız vektörünün zamana göre birinci türevine eşittir.

Bir parçacık ivme kazandığı zaman çeşitli değişimlerin olabildiğini bilmek önemlidir. Önce, hız vektörünün büyüklüğü (sürat) doğrusal (bir boyutlu) hareketteki gibi zamanla değişebilir. İkincisi, hız vektörünün doğrultusu, büyüklüğü (sürat) sabit kalsa bile zamanla eğri bir yolda olan (iki-boyutlu) hareketteki gibi değişebilir. Son olarak, hız vektörünün hem büyüklüğü ve hem de doğrultusu aynı anda değişebilir.

Sınama Sorusu 4.1

Bir otomobildeki gaz pedalına *hızlandırıcı* denir. (a) Bir otomobilde hızlandırıcı olarak göz önüne alınabilen başka herhangi bir kontrol var mıdır? (b) Gaz pedalı ne zaman bir hızlandırıcı değildir?

4.2 İKİ-BOYUTTA SABİT İVMELİ HAREKET

İvmenin hem büyüklükçe ve hem de doğrultuca sabit kaldığı, iki boyutlu hareketi ele alalım. xy düzleminde hareket eden bir parçacık için konum vektörü

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} \qquad (4.6)$$

olarak yazılabilir. Burada parçacık hareket ederken **i** ve **j** sabit kaldığı sürece x, y ve **r**, zamanla değişirler. Konum vektörü bilinirse, parçacığın hızı, 4.3 ve 4.6 denklemlerinden

$$v = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j} \qquad (4.7)$$

biçiminde elde edilebilir. **a** 'nın sabit kabul edilmesi nedeniyle, a_x ve a_y bileşenleri de sabittir. Bu nedenle, kinematik denklemlerini, hız vektörünün hem x ve hem de y bileşenlerine uygulayabiliriz. $v_{xs} = v_{xi} + a_x t$ ve $v_{ys} = v_{yi} + a_y t$ bağıntıları herhangi bir t anındaki son hızı elde etmek için 4.7 Eşitliğinde yerine konulursa

Zamanın fonksiyonu olarak hız vektörü

$$\mathbf{v}_s = (v_{xi} + a_x t)\mathbf{i} + (v_{yi} + a_y t)\mathbf{j}$$
$$= (v_{xi}\mathbf{i} + v_{yi}\mathbf{j}) + (a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t$$
$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \tag{4.8}$$

bulunur. Bu sonuç, parçacığın herhangi bir t anındaki hızının, $\mathbf{v}_i$ ilk hızı ile t süresi içinde sabit ivmesinden dolayı kazandığı $\mathbf{a}t$ hızının vektörel toplamına eşit olduğunu ifade eder.

Aynı şekilde, 2.11 Denklemi'nden, sabit ivmeyle hareket eden bir parçacığın x ve y koordinatlarının

$$x_s = x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 \qquad y_s = y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2$$

ile verildiğini biliyoruz. Bu ifadeler. 4.6 Eşitliğinde yerine konulursa (ve son konum vektörüne $\mathbf{r}_s$ denirse)

$$\mathbf{r}_s = (x_i + v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2)\mathbf{i} + (y_i + v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2)\mathbf{j}$$
$$= (x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j}) + (v_{xi}\mathbf{i} + v_{yi}\mathbf{j})t + \tfrac{1}{2}(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j})t^2$$

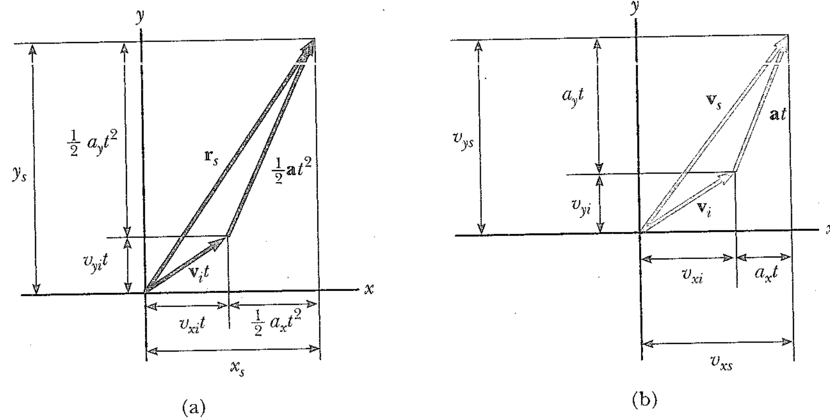
veya

Zamanın fonksiyonu olarak yer vektörü

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \tag{4.9}$$

yazılabilir. Bundan, $\Delta\mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_i$ yerdeğiştirme vektörünün, parçacığın ilk hızından doğan $\mathbf{v}_i t$ yerdeğiştirmesiyle, parçacığın düzgün ivmesinden kaynaklanan $\tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2$ yerdeğiştirmesinin toplamı olduğunu anlıyoruz.

4.8 ve 4.9 Eşitliklerinin grafikle temsili Şekil 4.4 'de gösterilmiştir. Şeklin çiziminde basitlik sağlamak için, Şekil 4.4a 'da $\mathbf{r}_i = 0$ alınmıştır. Yani, parçacığın $t = t_i = 0$ 'da orijinde olduğunu varsayıyoruz. $\mathbf{v}_i$ ve $\mathbf{a}$ nicelikleri arasındaki bağıntı bir vektörel ifade olduğundan, Şekil 4.4a 'dan $\mathbf{r}_s$ 'nin genel olarak bu niceliklerin doğrultusu boyunca olmadığına dikkat ediniz. Aynı nedenle, Şekil 4.4b 'den $\mathbf{v}_s$ 'nin genel olarak $\mathbf{v}_i$ veya $\mathbf{a}$ 'nın doğrultusu boyunca olmadığını anlarız. Son olarak, genellikle $\mathbf{v}_s$ ve $\mathbf{r}_s$ 'nin aynı doğrultuda olmadığını görürüz.



Şekil 4.4 Düzgün bir **a** ivmesiyle hareket eden bir parçacığın (a) yerdeğiştirmesinin ve (b) hızının vektörel olarak gösterilişi ve dik bileşenleri. Çizimi basitleştirmek için $\mathbf{r}_i = 0$ olarak alınmıştır.

4.8 ve 4.9 **vektörel** ifadeler olduklarından onları bileşen biçiminde

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \qquad \begin{cases} v_{xs} = v_{xi} + a_x t \\ v_{ys} = v_{yi} + a_y t \end{cases} \tag{4.8a}$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \qquad \begin{cases} x_s = x_i + v_{xi} t + \tfrac{1}{2} a_x t^2 \\ y_s = y_i + v_{yi} t + \tfrac{1}{2} a_y t^2 \end{cases} \tag{4.9a}$$

olarak yazabiliriz. Bu bileşenler Şekil 4.4 'de gösterilmektedir. $\mathbf{v}_s$ ve $\mathbf{r}_s$ denklemlerinin bileşen biçimi bize sabit ivmeli, iki-boyutlu bir hareketin – biri x doğrultusunda, diğeri y doğrultusunda olmak üzere sabit a_x ve sabit a_y ivmeli iki *bağımsız* harekete özdeş olduğunu gösterir.



ÖRNEK 4.1 Düzlemde Hareket

Bir parçacık 20 m/s 'lik x bileşenli ve –15 m/s 'lik y bileşenli ilk hızla t = 0 'da orijinden harekete geçmektedir. Parçacık sadece, a_x = 4 m/s^2 ile verilen ivmenin x bileşeniyle xy düzleminde hareket etmektedir. (a) Zamanın fonksiyonu olarak herhangi bir andaki hızın bileşenlerini ve toplam hız vektörünü bulunuz.

Çözüm Problemi dikkatle okuduktan sonra v_{xi} = 20 m/s, v_{yi} = – 15 m/s, a_x = 4.0 m/s^2 ve a_y = 0 alınacağı görülür. Bunlar kullanılarak kabaca bir hareket diyagramı taslağı çizilebilir. Hızın x bileşeni 20 m/s ile başlar ve her saniye 4 m/s artar. y bileşeni –15 m/s lik ilk değerini hep korur. Bu bilgilerle Şekil 4.5 de görüldüğü gibi belli sayıda hız vektörü çizilebilir. Ardışık görüntüler arasındaki aralıkların hızın artması nedeniyle zamanla arttığına dikkat ediniz.

Kinematik eşitlikler,

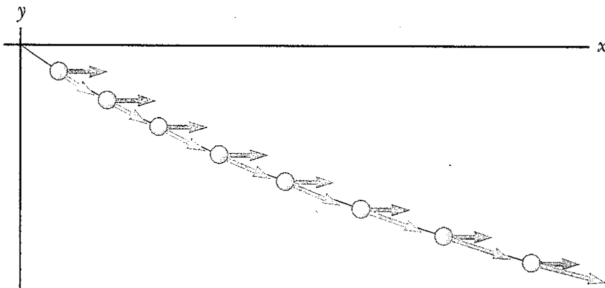
$$v_{xs} = v_{xi} + a_x t = (20 + 4t) \text{ m/s}$$

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t = -15 \text{ m/s} + 0 = -15 \text{ m/s}$$

verir. O nedenle

$$\mathbf{v}_s = v_{xs}\mathbf{i} + v_{ys}\mathbf{j} = [(20 + 4t)\mathbf{i} - 15\mathbf{j}] \text{ m/s}$$

elde ederiz.



Şekil 4.5 Parçacığın hareket diyagramı

Bu sonucu doğrudan doğruya 4.8 Eşitliğini kullanarak ve $\mathbf{a}$ = 4$\mathbf{i}$ m/s^2 ve $\mathbf{v}_i$ = (20$\mathbf{i}$ – 15$\mathbf{j}$) m/s olarak elde edebilirdik. Bu sonuca göre, hızın y bileşeni sabit kalırken x bileşeni artar, bu bizim önceden bildirdiğimiz sonuçla uyumludur. Uzun zaman sonra, x bileşeni öyle büyük olacaktır ki y bileşeni ihmal edilebilecektir. Eğer Şekil 4.5 'deki cismin yolunu uzatabilseydik, eninde sonunda o hemen x eksenine paralel olacaktı. Son cevaplar ve başlangıçta söylenen şartlar arasında karşılaştırmalar yapmak daima yararlıdır.

(b) t = 5 s 'de parçacığın hızının büyüklük, yön ve doğrultusunu hesaplayınız.

Çözüm t = 5 s ile, (a) dan çıkan sonuç

$$\mathbf{v}_s = \{ [20 + 4(5)]\mathbf{i} - 15\mathbf{j} \} \text{ m/s} = (40\mathbf{i} - 15\mathbf{j}) \text{ m/s}$$

verir. Yani, t = 5 s 'de, v_{xs} = 40 m/s ve v_{ys} = –15 m/s 'dir. Bu iki bileşenin bilinmesiyle, hız vektörünün hem doğrultusunu hem de büyüklüğünü bulabiliriz. t = 5s 'de $\mathbf{v}$ 'nin x ekseniyle yaptığı θ açısı, tan $\theta = v_{ys}/v_{xs}$ veya,

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{ys}}{v_{xs}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-15 \text{ m/s}}{40\text{m/s}}\right) = -21^\circ$$

bulunur. Burada eksi işareti x ekseninin altında 21° 'lik bir açıyı gösterir. v 'nin büyüklüğü olarak

$$v_s = |\mathbf{v}_s| = \sqrt{v_{xs}^2 + v_{ys}^2} = \sqrt{(40)^2 + (-15)^2} \text{ m/s} = 43 \text{ m/s}$$

bulunur. Bulduğumuz sonuca baktığımızda, eğer $\mathbf{v}_i$ 'nin x ve y bileşenlerinden v_i 'yi hesaplarsak $v_s > v_i$ olduğunu bulacağımızı farkederiz. Bu mantıklı mıdır?

(c) Herhangi bir t anındaki x ve y koordinatlarını ve bu andaki yer değiştirme vektörünü bulunuz.

Çözüm $t = 0$ da, $x_i = y_i = 0$ olduğundan 2.11 Eşitliği

$$x_s = v_{xi}t + \tfrac{1}{2}a_x t^2 = (20t + 2t^2)\ \text{m}$$

$$y_s = v_{yi}t = (-15t)\ \text{m}$$

verir. O nedenle, herhangi bir t anındaki yerdeğiştirme vektörü

$$\mathbf{r}_s = x_s\mathbf{i} + y_s\mathbf{j} = [(20t + 2t^2)\mathbf{i} - 15t\mathbf{j}]\ \text{m}$$

olur, veya $\mathbf{r}$ 'yi 4.9 Eşitliğinde $\mathbf{v}_i = (20\mathbf{i} - 15\mathbf{j})$ m/s ve $\mathbf{a} = 4\mathbf{i}$ m/s^2 ile doğrudan elde edebilirdik. Deneyiniz. Böylece, örneğin, $t = 5$ s de, $x = 150$ m ve $y = -75$ m veya $\mathbf{r}_s = (150\mathbf{i} - 75\mathbf{j})$ m 'dir. Parçacığın $t = 5$ s 'de orijinden bu noktaya uzaklığı veya yerdeğiştirmenin büyüklüğü $\mathbf{r}_s$ 'nin bu esnadaki büyüklüğü olup,

$$r_s = |\mathbf{r}_s| = \sqrt{(150)^2 + (-75)^2}\ \text{m} = 170\ \text{m}$$

olacaktır. Bunun, parçacığın bu sırada aldığı yol *olmadığına* dikkat ediniz! Eldeki verilerden bu uzaklığı bulabilir misiniz?



EĞİK ATIŞ HAREKETİ

Eğik atış hareketinde kabuller

Bir beyzbol topunun (veya, bu amaçla, havaya fırlatılan herhangi bir cismin) hareketini izlemiş olan kimse bir eğik atış hareketi gözlemiştir. Top, bir eğri yol boyunca hareket eder ve şu iki kabul yapılırsa, bu hareket biçiminin analizini yapmak çok basitleşir. (1) $\mathbf{g}$ yerçekimi ivmesi hareket süresince sabit ve aşağıya doğru yöneliktir[1] (2) hava direncinin etkisi ihmal edilmektedir.[2] Bu varsayımlarla, eğik olarak atılan bir cismin *yolu* diyeceğimiz *eğrinin* daima bir parabol olduğunu bulacağız. **Bu varsayımları bu bölümün başından sonuna kadar kullanacağız.**

Eğik olarak atılan bir cismin yolunun parabol olduğunu göstermek için, referans sistemimizi, y doğrultusu düşey ve yukarı yön pozitif olacak şekilde seçelim. Hava direnci ihmal edildiğinden (bir boyutlu serbest düşmedeki gibi) $a_y = -g$ ve $a_x = 0$ 'dır. Ayrıca, $t = 0$ 'da, eğik atılan cismin, orijini ($x_i = y_i = 0$), Şekil 4.6 'daki gibi, bir v_i hızı ile terkettiğini varsayıyoruz. $\mathbf{v}_i$ vektörü yatayla θ_i açısı yapar. Burada θ_i atış açısıdır. Kosinüs ve sinüs fonksiyonlarının tanımlarından

3.5

$$\cos\theta_i = v_{xi}/v_i \qquad \sin\theta_i = v_{yi}/v_i$$

elde ederiz. Böylece, ilk hızın x ve y bileşenleri

$$v_{xi} = v_i\cos\theta_i \qquad v_{yi} = v_i\sin\theta_i$$

ile verilir. x bileşenini $x_i = 0$ ve $a_x = 0$ ile birlikte 4.9a Eşitliğinde yerine koyarak

Konumun yatay bileşeni

$$x_s = v_{xi}t = (v_i\cos\theta_i)t \tag{4.10}$$

olduğunu buluruz. Aynı işlemi y bileşeniyle tekrar ederek ve $y_i = 0$ ve $a_y = -g$ kullanarak,

Konumun düşey bileşeni

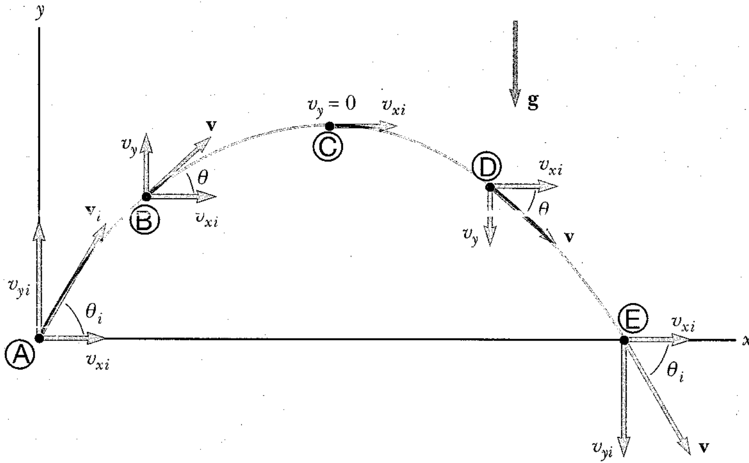
$$y_s = v_{yi}t + \tfrac{1}{2}a_y t^2 = (v_i\sin\theta_i)t - \tfrac{1}{2}gt^2 \tag{4.11}$$

elde ederiz. 4.10 Eşitliğini $t = x_s/(v_i\cos\theta_i)$ 'ye göre çözer ve t için bu ifadeyi 4.11 Eşitliğinde yerine koyarsak aşağıdaki denklem elde edilir:

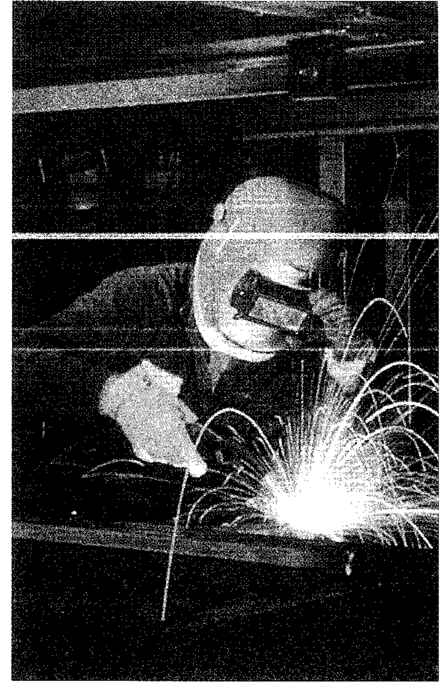
$$y = (\tan\theta_i)x - \left(\frac{g}{2v_i^2\cos^2\theta_i}\right)x^2 \tag{4.12}$$

[1] Bu yaklaşım, hareketin menzili yerin yarıçapına (6.4×10^6m) kıyasla küçük olduğu sürece mantıklıdır. Gerçekten, bu yaklaşım yerin, göz önüne alınan hareketin menzili içinde, düz olduğunu kabul etmekle özdeştir.

[2] Bu yaklaşım özellikle yüksek hızlarda, *sağlanmaz*. Ayrıca, örneğin bir beyzbol oyununda atıcı, topu fırlattığı zaman, eğik atışa uğrayan cisme verilen kendi ekseni etrafındaki dönme hareketi, aerodinamik kuvvetlerle birlikte Bölüm 15 'de tartışılacak olan bazı çok ilginç olaylara neden olabilir.



Şekil 4.6 Orijini $\mathbf{v}_i$ hızıyla terkeden, eğik atılan bir cismin parabolik yolu. **v** hız vektörü zamanla hem büyüklük hem de doğrultuca değişmektedir. Bu değişme, negatif y doğrultusundaki ivme sonucudur. Yatay doğrultu boyunca hiç bir ivme olmadığından, hızın x bileşeni zamana göre sabit kalır. Yolun tepe noktasında hızın y bileşeni sıfırdır.



Bir kaynakçı ağır metalden inşaat direği içerisine hamlaçla delikler açmaktadır. İşlem sırasında oluşan kıvılcımlar parabolik yollar çizerler. (© *The Telegraph Colour Library/FPG*)

Bu ifade $0 < \theta_i < \pi/2$ aralığında geçerlidir. Bu eşitlik eğik olarak atılan cismin yolu boyunca herhangi (x, y) noktası için geçerli olduğundan x ve y indislerini attık. Bu, orijinden geçen bir parabol denklemi olan, $y = ax - bx^2$ biçimli bir bağıntıdır. Böylece, eğik olarak atılan bir cismin izlediği yolun bir parabol olduğunu görmüş olduk. Cismin izlediği yolun, v_i ilk hız ve θ_i atış açısı bilinirse tamamen belirlendiğine dikkat ediniz.

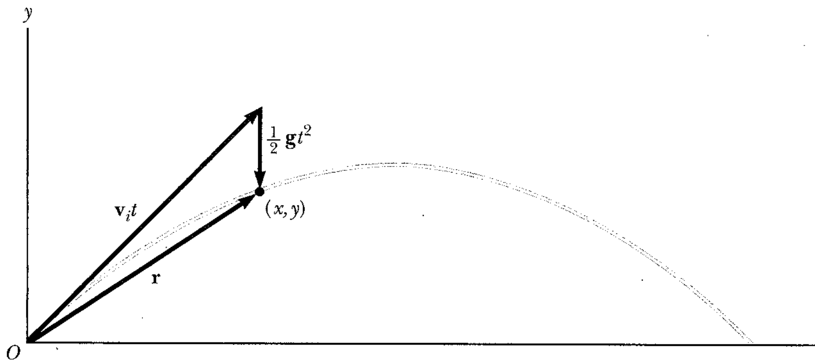
Eğik atış yapan bir cismin konum vektörünün ifadesi, $\mathbf{r}_i = 0$ ve $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ alınmak suretiyle 4.9 Eşitliğinden doğrudan doğruya şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{r} = \mathbf{v}_i t + \tfrac{1}{2}\mathbf{g}t^2$$

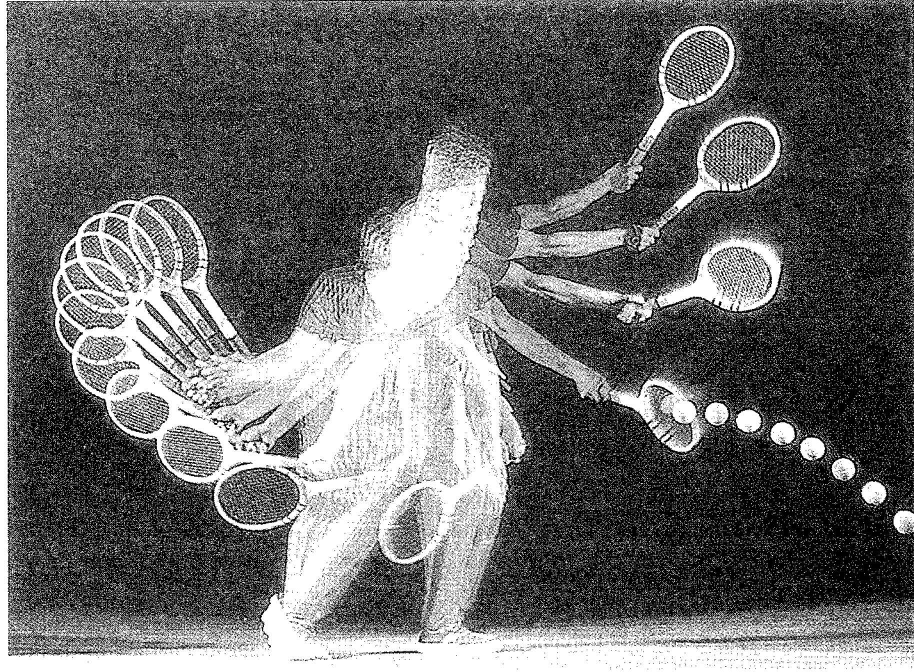
Bu ifadenin grafiği Şekil 4.7 'de çizilmiştir.

Ev Deneyi

Bir masanın üst kenarına iki tenis topu yerleştiriniz. Toplardan birine bir elinizle hafifçe vururken diğer topa yatay olarak masanın dışına doğru hızlı bir şekilde vurunuz. İkisinin zemine ulaşması için geçen zamanları karşılaştırınız.



Şekil 4.7 Orijinden $\mathbf{v}_i$ ilk hızıyla eğik atılan cismin **r** yerdeğiştirme vektörü. $\mathbf{v}_i t$ vektörü, yerçekimi olmasaydı eğik atılan cismin yerdeğiştirmesi olacaktı. $\frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ vektörü, t zamanında yerçekiminden ileri gelen düşey yerdeğiştirmedir.

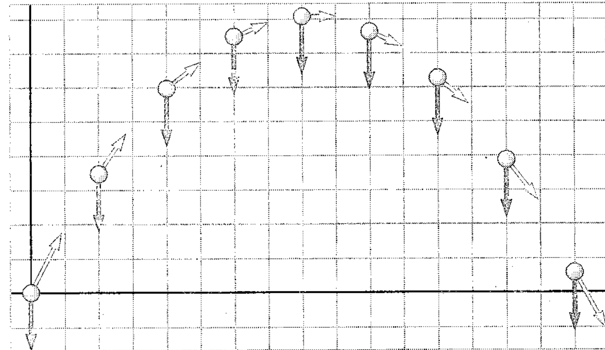


Bir tenis oyuncusunun sağ vuruşunu yaparken ardışık flaş patlamalarıyla çekilen fotoğrafları. Eğik atışta top parabolik bir yolu takip ettiğine dikkat ediniz. Bu tür fotoğraflar spor donanımının kalitesini ve atletin performansını incelemek için kullanılabilir. (© *Zimmerman, FPG International*)

Hareketin, ivme olmadığında yerdeğiştirmeyi veren $\mathbf{v}_i t$ terimiyle, yerçekiminden kaynaklanan ivmenin oluşturduğu $\frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ teriminin toplamından ibaret olduğuna dikkat etmek ilginç olur. Diğer bir ifadeyle, yerçekimi ivmesi olmasaydı, parçacık $\mathbf{v}_i$ yönünde doğru bir yol boyunca hareket etmeye devam edecekti. Böylece, parçacığın y ekseni boyunca aldığı $\frac{1}{2}\mathbf{g}t^2$ yolu, serbest düşen cismin aynı zaman zarfında düşeceği yüksekliktir. Eğik atış hareketinin **iki hareketin üst-üste binmesi olduğu** sonucuna varırız. (1) **yatay doğrultuda sabit hızla hareket** (2) **düşey doğrultuda serbest-düşme hareketi.** Uçuş zamanı t hariç, eğik atış hareketindeki düşey ve yatay bileşenler tamamıyla birbirinden bağımsızdırlar.

ÖRNEK 4.2 Bir Eğik Atış Hareketi

İlk hızının düşey bileşeni 40 m/s, yatay bileşeni 20 m/s olacak şekilde bir top fırlatılmaktadır. Toplam uçuş zamanını ve top yere düştüğünde fırlatış noktasından olan uzaklığını tahmin ediniz.



Şekil 4.8 Bir eğik atışın hareket diyagramı

Çözüm İki hız bileşeninin birbirinden bağımsız olduğunu hatırlayarak problemin çözümüne başlarız. Önce düşey hareketi gözönüne alarak, topun havada ne kadar süre kaldığını tahmin edebiliriz. Sonra, alınan yatay uzaklığı tahmin etmek için uçuş zamanını kullanabiliriz.

Şekil 4.8 'deki gibi bir hareket diyagramı, problemle ilgili bildiklerimizi organize etmemize yardım eder. İvme

vektörlerinin hepsi, hemen hemen 10 m/s^2 büyüklükte, aşağı yöndedir. Hız vektörleri yön değiştirir. Onların yatay bileşenlerinin hepsi aynıdır: 20 m/s. Düşey hareketi bir serbest düşme olduğundan, hız verkörlerinin düşey bileşenleri yukarı yönde 40/ms 'den kabaca 30, 20 ve 10 m/s 'ye sonra 0 'a saniye ye değişir. Ardından, topun hızı aşağı yönde 10, 20, 30 ve 40 m/s olur. Böylece yaklaşık 8 s 'lik bir toplam uçuş zamanı için, topun yükselmesi 4 s ve aşağıya geri gelmesi diğer bir 4 s kadar zaman alır. Hızın yatay bileşeninin 20 m/s olması ve bu hızda 8 s gitmesi nedeni ile, yolculuğu, harakete başlama noktasından itibaren yaklaşık 160 m 'de son bulur.

Eğik Atışta Cismin Menzili ve Maksimum Yüksekliği

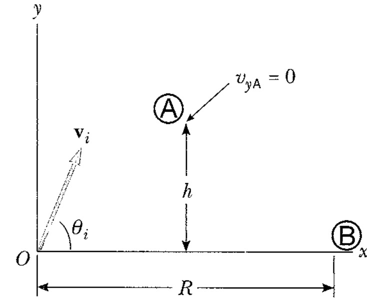
Cismin Şekil 4.9 'daki gibi, pozitif v_{yi} bileşeniyle, $t_i = 0$ 'da orijinden atıldığını varsayalım. İncelenmesi gereken ilginç iki özel hal vardır: $(R/2\ ,\ h)$ koordinatlarına sahip Ⓐ tepe ve $(R, 0)$ koordinatlara sahip Ⓑ noktaları. R uzaklığına eğik atılan cismin *menzili*, h uzunluğuna da *maksimum yüksekliği* denir. h ve R 'yi v_i, θ_i ve g cinsinden bulmak isteyelim.

Tepe noktasında $v_{yA} = 0$ 'ı kullanarak, cismin ulaştığı maksimum h yüksekliğini bulabiliriz. 4.8a Eşitliği cismin tepe noktasına ulaşması için geçen t_A zamanını hesaplamakda kullanılabilir:

$$v_{ys} = v_{yi} + a_y t$$

$$0 = v_i \sin\theta_i - g t_A$$

$$t_A = \frac{v_i \sin\theta_i}{g}$$



Şekil 4.9 Bir $\mathbf{v}_i$ ilk hızıyla $t_i = 0$ 'da orijinden, eğik atılan bir cisim. Cismin maksimum yüksekliği h ve menzili R dir. Cismin yolunun tepe noktası olan Ⓐ 'da, parçacığın koordinatları $(R/2,\ h)$ dır.

t_A 'nın bu ifadesi 4.9a Eşitliğinin y kısmında yerine konulursa h , ilk hız vektörünün büyüklüğü ve doğrultusu cinsinden bulunur:

$$h = (v_i \sin\theta_i)\frac{v_i \sin\theta_i}{g} - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_i \sin\theta_i}{g}\right)^2$$

$$h = \frac{v_i^2 \sin^2\theta_i}{2g} \qquad \textbf{(4.13)}$$

Eğik atışta maksimum yükseklik

R menzili, cismin tepe noktasına ulaşmak için geçen zamanın iki katında yani, $t_B = 2t_A$ zamanı içinde alınan yatay uzaklıkdır. 4.9a Eşitliğinin x kısmını kullanarak, $v_{xi} = v_{xB} = v_i \cos\theta_i$ olduğuna dikkat ederek ve $t = 2t_A$ da $R \equiv x_B$ alarak,

$$R = v_{xi} t_B = (v_i \cos\theta_i) 2t_A$$

$$= (v_i \cos\theta_i)\frac{2v_i \sin\theta_i}{g} = \frac{2v_i^2 \sin\theta_i \cos\theta_i}{g}$$

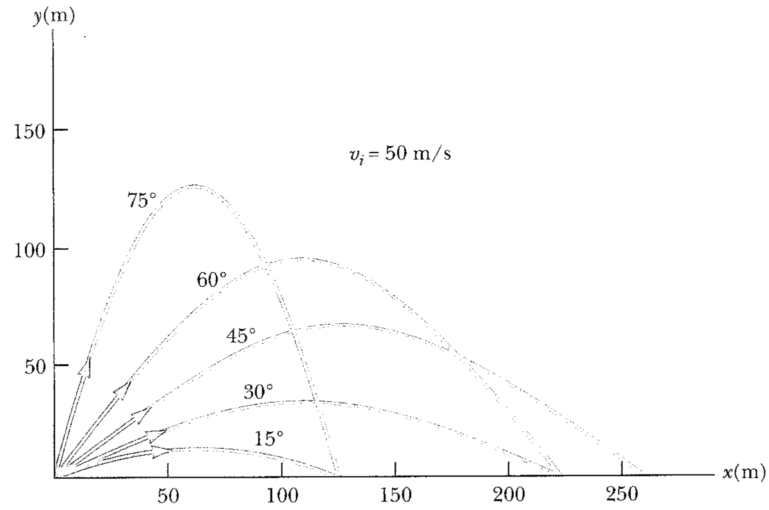
buluruz. $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$ özdeşliğini kullanarak (Ek B.4'e bakınız), R daha sade biçimde

$$R = \frac{v_i^2 \sin 2\theta_i}{g} \qquad \textbf{(4.14)}$$

Eğik atışta menzil

olarak yazılabilir. Sadece v_i ve θ_i biliniyorsa (yalnız v_i 'nin tanımlanmış olması gerektiği anlamına gelen ve Şekil 4.9 'da görüldüğü gibi, cisim fırlatıldığı yüksekliğe geri düşerse h ve r 'yi hesaplamak için 4.13 ve 4.14 Eşitliklerinin kullanılabileceği unutulmamalıdır.

4.14 Eşitliğinden, R 'nin maksimum değerinin $R_{maks} = v_i^2/g$ olduğuna dikkat etmelisiniz. Bu sonuç, $2\theta_i = 90°$ olduğunda, $\sin 2\theta_i$ 'ın maksimum değerinin 1 olması gerçeğinden çıkar. Böylece $\theta_i = 45°$ olduğu zaman R 'nin maksimum olduğunu görürüz.



Şekil 4.10 Farklı açılarda, 50 m/s 'lik ilk hızla orijinden atılan cisim. θ_i'nin bütünler açı değerleri sonuçlarının aynı x (cismin menzili) değerinde bulunduğuna dikkat ediniz.

Ev Deneyi

Bu keşfi yapmak için, örneğin tenis topu gibi küçük bir top ve bir kol saatiyle dışarıda olmalısınız. Olabildiğince kuvvetle topu yukarıya fırlatınız ve sadece saatinizi kullanarak fırlatışınızın ilk hızını ve topun yaklaşık maksimum yüksekliğini belirleyiniz. Tapu $\theta \neq 90°$ olan herhangi bir açıda fırlattığınız zaman ne olur? Bu uçuş zamanını değiştirir mi (belki fırlatmanın kolay olması sebebiyledir)? Gene maksimum yüksekliği ve ilk hızı bulabilir misiniz?

Şekil 4.10 belli bir ilk hızla, farklı açılarda atılan bir cismin aldığı değişik yolları göstermektedir. Gödüğünüz gibi $\theta_i = 45°$ için menzil maksimum değere sahiptir. Ayrıca $\theta_i = 45°$ 'den farklı herhangi bir θ_i açısı için $(R, 0)$ karteziyen koordinatlarına sahip bir noktaya örneğin 75° ve 15° gibi, θ_i'nin iki bütünler değerinden herhangi biriyle ulaşılabilir. Kuşkusuz θ_i'nin bu iki değeri için maksimum yükseklik ve uçuş zamanı, bütünler değer için olan maksimum uçuş yüksekliği ve zamandan farklıdır.

Sınama Sorusu 4.2

Eğik olarak atılan bir cisim parabolik yörüngesinde hareket ederken yol boyunca hız ve ivme vektörlerinin (a) birbirine dik (b) birbirine paralel olduğu herhangi bir nokta var mıdır? (c) En kısadan en uzuna , uçuş zamanına göre Şekil 4.10 daki beş yolu sıralayınız.

Problem Çözümünde İpuçları

Eğik Atış Hareketi

Eğik atış problemlerini çözerken aşağıdaki yaklaşımlardan yararlanmanızı öneririz:

- Bir koordinat sistemi seçiniz ve ilk hız vektörünü x ve y bileşenlerine ayırınız.
- Yatay hareketi analiz etmek için sabit -hızlı problemlerin çözüm tekniklerini izleyiniz. Düşey hareketi analiz etmek için sabit ivme problemleri çözüm tekniklerini izleyiniz. x ve y hareketleri için t uçuş zamanı aynı olur.

ÖRNEK 4.3 Uzun Atlama

Uzun atlama yapan bir sporcu, yatayla 20° açı altında 11 m/s 'lik hızla fırlıyor. (a) Sporcu ne kadar yatay uzaklığa sıçrayabilir? (Sporcunun hareketini bir parçacık hareketi gibi ele alınız.)

Çözüm İlk hız ve atış açısı verildiğinden, bu problemi çözmenin en kestirme yolu, 4.14 Eşitliği ile verilen menzil formülünü kullanmaktır. Fakat, daha genel bir yaklaşım yapmak ve Şekil 4.9 'dan yararlanmak öğretici olur. Önceki gibi, koordinatlarımızın orijinini çıkış noktasında alalım ve tepe noktasını Ⓐ ve iniş noktasını Ⓑ olarak işaretleyelim. Sporcunun yatay hareketi, 4.10 Eşitliği kullanılarak tasvir edilebilir:



Bir uzun atlama olayında, 1993 Birleşik Devletler şampiyonu Mike Powel en az 8 m uzun atlıyabilmektedir. (*Chuck Muhlstock/FGP international*)

$$x_s = x_B = (v_i \cos \theta_i)\, t_B = (11 \text{ m/s})(\cos 20°)\, t_B$$

Sıçramanın toplam süresi bilinirse x_B 'nin değeri bulunabilir. $a_y = -g$ olduğunu hatırlayarak ve 4.8a Eşitliğinin y kısmını kullanarak t_B'yi bulabiliriz. Sıçramanın tepe noktasında, hızın v_{yA} düşey bileşeninin sıfır olduğunu da gözönüne alıyoruz:

$$v_{ys} = v_{yA} = v_i \sin\theta_i - g t_A$$

$$0 = (11 \text{m/s}) \sin 20° - (9{,}80 \text{ m/s})^2 t_A$$

$$t_A = 0{,}384 \text{ s}$$

Bu, sıçramanın *tepe* noktasına ulaşmak için geçen zamandır. Düşey hareketin simetrisi nedeniyle uzun atlayıcı, zemine geri dönmeden önce aynı süre geçer. O nedenle, havadaki *toplam süre* $t_B = 2t_A = 0{,}768$ s 'dir. Bu, x_s 'nin yukarıdaki ifadesinde yerine konulursa

$$x_s = x_B = (11 \text{m/s})\ (\cos 20°)\ (0{,}768 \text{s}) = 7{,}94 \text{ m}$$

olur. Dünya çapında bir atlet için bu akla yatkın bir sonuçtur.

(b) Ulaşılan maksimum yükseklik nedir?

Çözüm Ulaşılan maksimum yüksekliği 4.11 Eşitliğini kullanarak buluruz:

$$y_{max} = y_A = (v_i \sin\theta_i)\, t_A - \tfrac{1}{2}\, g t_A^{\,2}$$

$$= (11 \text{m/s})(\sin 20°)(0{,}384 \text{ s})^2$$

$$- \tfrac{1}{2}\ (9{,}80 \text{ m/s}^2)\ (0{,}384 \text{ s})^2$$

$$= 0{,}722 \text{ m}$$

Sporcunun hareketinin eğik atılan bir cismin hareketi olduğu varsayımı, durumun basite indirgenişdir. Yine de, elde edilen değerler akla yatkındır.

Alıştırma Bu hesapları kontrol etmek için, maksimum yüksekliği ve menzili bulmak üzere 4.13 ve 4.14 Eşitlikleri ni kullanınız.

ÖRNEK 4.4 Hareketli Hedefe Atış

Bazen ders içi gösteri deneyinde, Şekil 4.11 'de görüldüğü gibi, hedef durgun halden serbest bırakıldığı anda, tabanca ile hedefe eğik atış yapılır. Başlangıçta durgun olan hedefe nişan alınırsa, eğik atış yapan merminin isabet edeceğini gösteriniz.

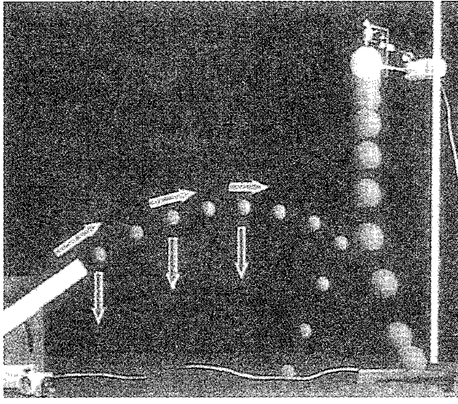
Çözüm Eğik atılan cisim ve hedef serbest bırakılır bırakılmaz her ikisinin aynı $a_y = -g$ ivmesi etkisinde kaldığını gözönüne alarak çarpışmanın söylenen koşullar altında gerçekleştiğini tartışabiliriz. Önce, Şekil 4.11b 'den hedefin ilk y koordinatının $x_T \tan \theta_i$ olduğuna ve bir t anında $\frac{1}{2} gt^2$ mesafesinden düştüğüne dikkat ediniz. Böylece, serbest bırakıldıktan sonra herhangi bir anda hedefin y koordinatı,

$$y_T = x_T \tan \theta_i - \tfrac{1}{2} gt^2$$

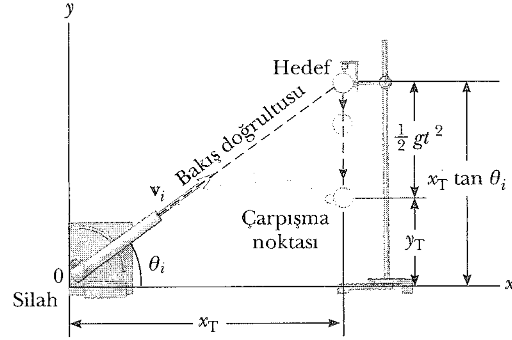
dir. Şimdi, eğik atılan cismin herhangi bir andaki y koordinatı için bir ifade yazmak için 4.9a Eşitliğini kullanırsak,

$$y_P = x_P \tan\theta_i - \tfrac{1}{2} gt^2$$

elde ederiz. Böylece, yukarıdaki iki denklemi karşılaştıra-



(a)



(b)

Şekil 4.11 (a) Bir eğik atış – hedef gösterisinin ardışık hızlı-çekim fotoğrafı. Tabancayla hedefe doğrudan nişan alınırsa ve hedef düşmeye başladığı anda tetiğe basılırsa eğik atılan cisim hedefe isabet edecektir. Aşağı yöndeki ivme (mor oklar) sabit kalırken, eğik atılan cismin hızının (kımızı oklar) doğrultuca değiştiğine dikkat ediniz. (*Central Scientific Company*) (b) Eğik olarak atılan cisim ve hedefin şematik diyagramı. Her iki eğik atılan cisim ve hedef aynı $a_y = -g$ ivmesi etkisinde kaldığından, bir t anında her ikisi de aynı düşey uzaklıktan düşerler.

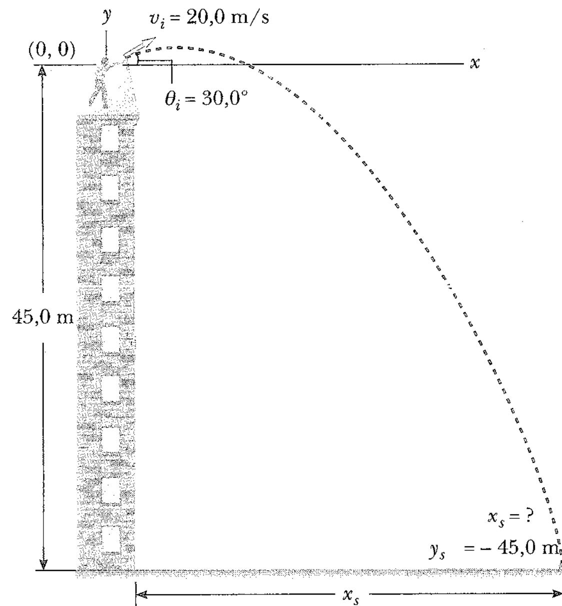
rak eğik atılan cismin ve hedefin y koordinatları aynı olduğu zaman onların x koordinatlarının aynı olduğunu ve bir çarpışmayla sonuçlandığını anlarız. Yani, $y_P = y_T$ olduğu zaman $x_P = x_T$ dir.

Eğik atılan cisim ve hedef için konum vektörleri ifadelerini kullanarak, aynı sonucu elde edebilirsiniz.

Çarpışmanın her zaman *olmayacağını* da beklemelisiniz. Çarpışmanın yalnız $\theta_i \geq \sqrt{gd/2}$ olduğu zaman sonuçlanacağı başka bir kısıtlama vardır. Burada d, hedefin *zeminden* yukarıya başlangıç yüksekliğidir. $v_i \sin \theta_i$ bu değerden küçük ise, eğik atılan cisim hedefe ulaşmadan önce zemine çarpar.

ÖRNEK 4.6 Güçlü Bir Kol

Bir taş, Şekil 4.12 'deki gibi, bir binanın tepesinden yatayla 30° 'lik bir açı altında ve 20 m/s 'lik bir ilk hızla yukarıya doğru fırlatılmaktadır. Binanın yüksekliği 45 m ise, (a) taş ne kadar süre havada kalır?



Şekil 4.12

Çözüm Şekil 4.12 de çeşitli parametreleri gösterdik. Problemleri kendi kendinize çözerken, daima bunun gibi bir çizim yapmalı ve çizimde değerleri yerli yerine koymalısınız.

Taşın ilk hızının x ve y bileşenleri,

$$v_{xi} = v_i \cos \theta_i = (20\text{m/s})(\cos 30°) = 17{,}3\text{m/s}$$

$$v_{yi} = v_i \sin\theta_i = (20\text{m/s})(\sin 30°) = 10 \text{ m/s}$$

dir. t yi bulmak için, $y_s = -45$ m, $a_y = -g$ ve $v_{yi} = 10$ m/s alarak $y_s = v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2$ (4.9a Eşitliğini) kullanabiliriz (Binanın çatısını orijin olarak seçtiğimizden y_s nin sayısal değerinde eksi işareti vardır):

$$-45\text{m} = (10 \text{ m/s})t - \tfrac{1}{2}(9{,}80\text{m/s}^2)t^2$$

t için ikinci dereceden denklemin çözülürse, pozitif kök için, $t = 4{,}22$ s olur. Negatif kökün herhangi bir anlamı

var mıdır? (Verilen bilgilerden t yi bulmanın başka bir yolu olduğunu düşünebilir misiniz?)

(b) Zemine çarpmadan hemen önce taşın hızının büyüklüğü nedir?

Çözüm Taşın zemine çarpmadan hemen önce, hızının y bileşenini elde etmek için, $v_{ys} = v_{yi} + a_y t$ eşitliğinde t = 4,22 s koyarak bulabiliriz:

$$v_{ys} = 10{,}0\text{m/s} - (9{,}80\text{m/s}^2)(4{,}22\text{s}) = -31{,}4 \text{ m/s}$$

Eksi işareti taşın aşağıya doğru hareket ettiğini gösterir. $v_{xs} = v_{xi}$ =17,3 m/s olduğundan, gerek duyulan hız

$$v_s = \sqrt{v_{xs}^2 + v_{ys}^2} = \sqrt{(17{,}3)^2 + (-31{,}4)^2}\text{m/s} = 35{,}9 \text{ m/s}$$

Alıştırma Taş zemine nerede çarpar?

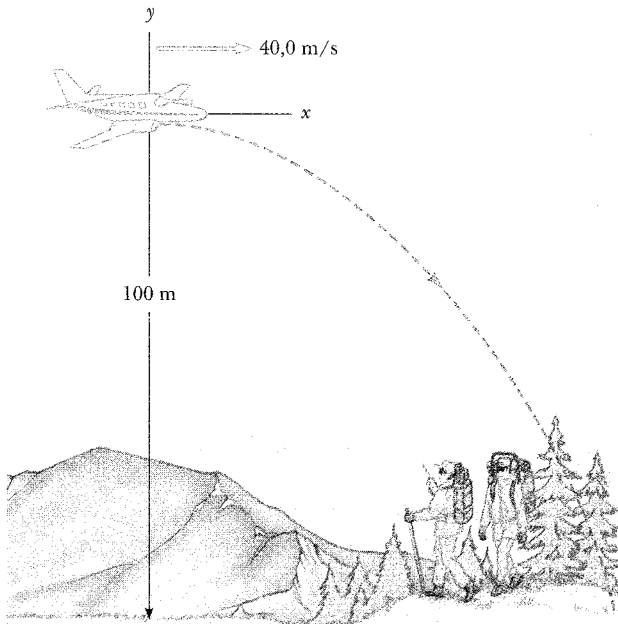
Cevap Binanın zemininden itibaren 73 m.



ÖRNEK 4.6 Zor Durumdaki Kâşifler

Bir Alaska cankurtaran uçağı Şekil 4.13 'de gösterildiği gibi, zor durumdaki bir kısım kâşife acil kumanya paketi atıyor. Uçak yerden 100 m yüksekte 40 m/s hızla yatay olarak yol alıyorsa, paket, bırakıldığı noktaya göre yere nerede çarpar?

Çözüm Bu problem için, orijin paketin atıldığı nokta olmak üzere Şekil 4.13 'teki koordinat sistemini seçiyoruz. Önce paketin yatay hareketini inceleyelim. Yatay doğrultuda alınan yolu bulmak için elimizde bulunan tek denklem $x_s = v_{xi}t$ (4.9a Eşitliği)dir. Paketin ilk hızının x bileşeni, paket bırakıldığı zaman uçağın hızıyla aynı, 40 m/s dir. Böylece,



Şekil 4.13

$$x_s = (40 \text{ m/s})\ t$$

elde ederiz.

Paketin havada bulunduğu t süresi bilinirse, paket tarafından yatay doğrultuda alınan yolun x_s uzunluğu bulunabilir. t 'yi bulmak için, paketin düşey hareketini tanımlayan denklemlerden yararlanırız. Paket yere çarptığı anda y koordinatının y_s = −100 m olduğunu biliyoruz. Paketin düşey doğrultudaki ilk hızının v_{yi} bileşeninin de bırakılma anında hızın yalnız yatay bileşeni olması nedeniyle sıfır olduğunu biliyoruz.

4.9a Eşitliğinden,

$$y_s = -\tfrac{1}{2}gt^2$$

$$-100 \text{ m} = -\tfrac{1}{2}(9{,}80 \text{ m/s}^2)t^2$$

$$t = 4{,}52\text{s}$$

Uçuş zamanının bu değeri x koordinatını veren eşitlikte yerine konularak,

$$x_s = (40\text{m/s})(4{,}52\text{s}) = 181 \text{ m}$$

bulunur. Paket atıldığı noktanın 181 m yere çarpar.

Alıştırma Tam yere çarpmadan önce paketin hızının yatay ve düşey bileşenleri nedir?

Cevap v_{xs} = 40 m/s; v_{ys} = −44,3 m/s.

Alıştırma Paket yere çarptığı zaman uçak nerededir? (Uçağın hızını veya rotasını değiştirmediğini varsayınız.)

Cevap Tam paketin üzerinde

ÖRNEK 4.7 Kayakla Atlayışın Son Noktası

Bir kayak sporcusu, kayak pistini Şekil 4.14 'deki gibi 25 m/s 'lik hızla yatay doğrultuda giderek terkeder. Aşağıya inişinde 35° 'lik bir eğimle düşer. (a) Sporcu tepeden aşağıya nereye düşer?

Çözüm Kayakçının havada 10 s 'den daha kısa süre kalacağını beklemek akla yatkındır ve böylece, yatay olarak 250 m 'den daha uzağa gitmeyecektir. Yokuş boyunca alınan d yolunun aynı mertebede olacağını bekleyecektik. Atlayışın başlangıcını orijin ($x_i = 0$, $y_i = 0$) olarak seçmek uygundur. Bu halde, $v_{xi} = 25$ m/s ve $v_{yi} = 0$ olduğundan, 4.9 Eşitliğinin x ve y bileşen biçimleri

(1) $x_s = v_{xi}t = (25\text{m/s})t$

(2) $y_s = \frac{1}{2}a_y t^2 = -\frac{1}{2}(9{,}80)\text{m/s}^2)t^2$

dir. Şekil 4.14 'deki dik üçgenden, iniş noktasında kayakçının x ve y koordinatlarının $x_s = d\cos 35°$ ve $y_s = -d\sin 35°$ ile verildiğini anlarız. Bu bağıntıların (1) ve (2) de yerine konulursa,

(3) $d\cos 35° = (25\text{m/s})t$

(4) $-d\sin 35° = \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m/s}^2)t^2$

bulunur. Bu denklemlerden t nin yok edilirse, $d = 109$ m bulunur. O halde, kayakçının yere indiği noktanın x ve y koordinatları

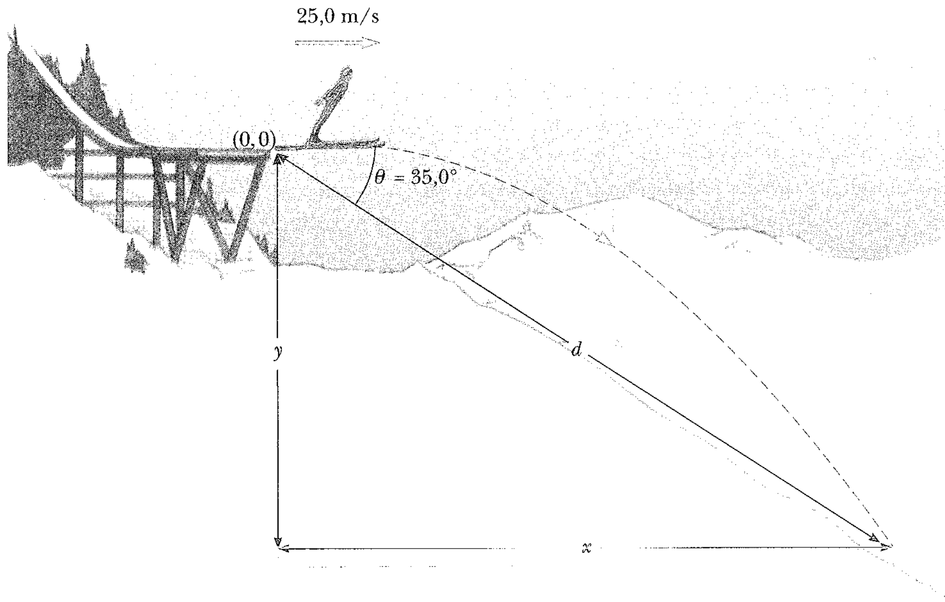
$$x_s = d\cos 35° = (109\text{ m})\cos 35° = 89{,}3\text{ m}$$

$$y_s = -d\sin 35° = -(109\text{ m})\sin 35° = -62{,}5\text{ m}$$

olursak bulunur.

Alıştırma Sporcunun havada ne kadar süre kalacağını ve yere inmeden hemen önce hızının düşey bileşenini hesaplayınız.

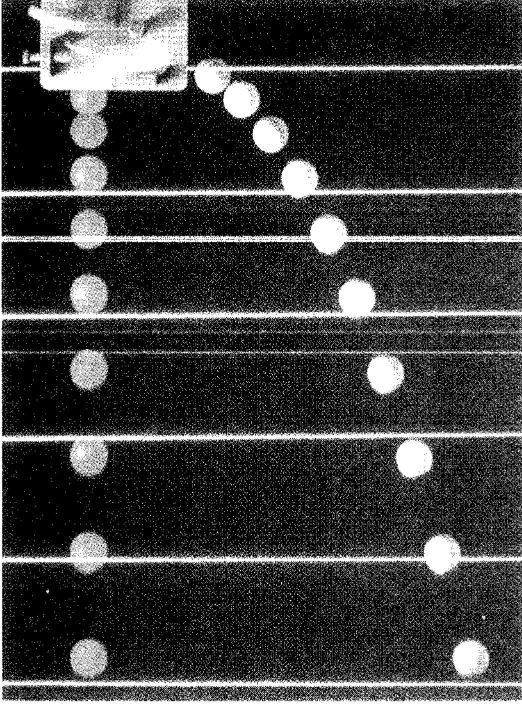
Cevap 3,57 s ; −35,0 m/s



Şekil 4.14



Eğer son örnekteki kayakçı bir taş taşımakta olsaydı ve onu havada orta yerdeyken bıraksaydı ne olurdu? Taşın hızı kayakçının ilk hızı ile aynı olduğundan taş hareket ederken, kayakçının yanıbaşında kalacaktır yani, yol boyunca onunla birlikte gider. Bu NASA'nın astronotları eğitmek için kullandığı bir tekniktir. Bölümün başında resmi görülen uçan kayakçı taşın takip ettiği eğik atış yoluyla aynı tarzda uçmaktadır. Uçak içerisindeki yolcular ve kargo yanyana düşerler, yani onlar aynı yolu izlerler. Astronot bir eşyayı serbest



Şekil 4.15 Aynı anda bırakılan iki topun, ardarda hızlı çekim fotoğrafı ,hem serbest düşme (kırmızı top) ve hem de eğik atış hareketini (sarı top) göstermektedir. Kırmızı top durgun halden serbest bırakılırken, sarı top yatay olarak atılmıştı. (*Richard Megna/ Temel Fotoğraflar*)

Ev Deneyi

Görüntüler arasındaki zamanın 1/30s olduğu ve bir cetvelden başka hiçbir bilgi yoksa, Şekil 4.15 deki sarı topun yatay hızını bulunuz. (*İpucu*: Kırmızı topun hareketini analiz ederek işe başlayınız. Onun düşey ivmesini bildiğinizden, fotoğrafta belirtilen uzaklıkları kalibre edebilirsiniz. O zaman sarı topun yatay hızını bulabilirsiniz.)

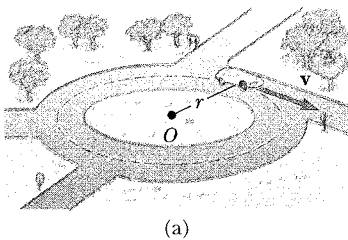
bıraktığında, eşya elinin yanıbaşında serbestçe dolaşacaktır. Aynı şey uzay kapsülünde olur. Uçak ve içerisindeki herşey yerin çevresindeki yörüngelerinde dönerek düşerler.

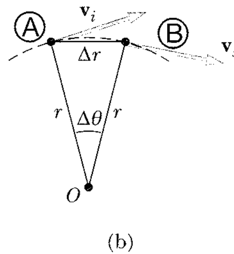


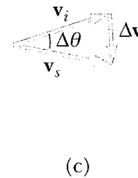
DÜZGÜN DAİRESEL HAREKET

3.6 Şekil 4.16a, sabit v sürati ile dairesel yolda hareket eden bir arabayı göstermektedir. Böyle bir harekete **düzgün dairesel hareket** denir. Arabanın hareket doğrultusu değiştiğinden, nedeni ile Kesim 4.1 de öğrendiğimiz gibi, arabanın bir ivmesi vardır. Herhangi bir hareket için hız vektörü yola teğettir. Sonuç olarak bir cisim dairesel bir yolda hareket ettiği zaman, hız vektörü dairenin yarıçapına dik olur.

Düzgün dairesel hareketteki ivme vektörünün daima yola dik olduğunu ve







Şekil 4.16 (a) Sabit büyüklükde hızla dairesel bir yol boyunca hareket eden bir araba düzgün dairesel hareket yapar. (b) Parçacık Ⓐ dan Ⓑ ye hareket ederken, hız vektörünün doğrultusu $\mathbf{v}_i$ den $\mathbf{v}_s$ ye değişir. (c) Küçük $\Delta\mathbf{r}$ için dairenin merkezine doğru olan, hızdaki $\Delta\mathbf{v}$ değişiminin çizimle gösterilmesi.

dairenin merkezine yöneldiğini göstereceğiz. Bu tür ivmeye **merkezcil ivme** denir ve büyüklüğü

$$a_r = \frac{v^2}{r} \quad \textbf{(4.15)}$$

ile verilir. Burada r dairenin yarıçapıdır ve a_r merkezcil ivmenin radyal doğrultuda olduğunu göstermek için kullanılır.

4.15 Eşitliğini elde etmek için, önce parçacığın Ⓐ noktasında ve sonra Ⓑ noktasında olduğunu gösteren 4.16b şeklini ele alalım. Burada cisim önce t_i zamanında $\mathbf{v}_i$ hızıyla Ⓐ noktasında ve sonra t_s zamanında $\mathbf{v}_s$ hızıyla Ⓑ noktasında görülmektedir. $\mathbf{v}_i$ ve $\mathbf{v}_s$ 'nin sadece doğrultularının farklı olduğunu da kabul ediyoruz. Büyüklükleri (yani, $v_i = v_s = v$) aynıdır. Parçacığın ivmesini hesaplamak için işe, ortalama ivmenin (4.4 Eşitliği) tanımıyla başlayalım:

$$\bar{\mathbf{a}} = \frac{\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$$

Bu eşitlik $\mathbf{v}_i$ 'yi $\mathbf{v}_s$ 'den vektörel olarak çıkartmamız gerektiğini söyler. Burada $\Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_s - \mathbf{v}_i$, hızdaki değişimdir. $\mathbf{v}_i + \Delta\mathbf{v} = \mathbf{v}_s$ olduğundan, Şekil 4.16c 'deki vektör üçgenini kullanarak, $\Delta\mathbf{v}$ vektörünü bulabiliriz.

Şimdi kenarları Δr ve r olan Şekil 4.16b 'deki üçgeni gözönüne alalım. Bu üçgen, Şekil 4.16c 'deki kenarları Δv ve v olan üçgene benzerdir. Bu özellik, kenarların uzunlukları arasında aşağıdaki gibi bir bağıntı yazabilmemize olanak verir:

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r}$$

Bu eşitlik Δv için çözülebilir ve elde edilen ifade

$$\bar{a} = \frac{v \Delta r}{r \Delta t}$$

yi elde etmek üzere $a = \Delta v / \Delta t$ de (4.4 Eşitliğinde) yerine konulabilir.

Şimdi Şekil 4.16b 'deki Ⓐ ve Ⓑ noktalarının birbirine son derece yakın olduğunu düşünelim. Bu durumda, $\Delta\mathbf{v}$ dairesel yolun merkezine doğru yönelecek ve ivme de, $\Delta\mathbf{v}$ doğrultusunda olduğundan, merkeze doğru yönelecektir. Ayrıca, Ⓐ ve Ⓑ noktası birbirine yaklaşırken, Δt sıfıra ve $\Delta r / \Delta t$ oranı da v süratine yaklaşır. O halde, $\Delta t \to 0$ limitinde ivmenin büyüklüğü

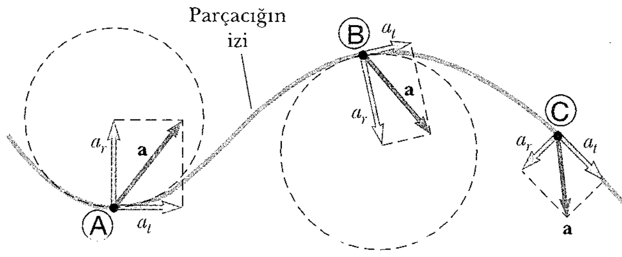
$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

olur. Böylece düzgün dairesel harekette, ivmenin dairenin merkezine doğru yöneldiği ve büyüklüğünün v^2/r olduğu sonucunu çıkarırız. Burada v parçacığın sürati ve r dairenin yarıçapıdır. a_r 'nin boyutlarının L/T^2 olduğunu gösterebilmelisiniz. Kesim 6.1 'de dairesel hareket tartışmasına tekrar döneceğiz.



4.5 TEĞETSEL VE RADYAL İVME

3.6 Şekil 4.17 'de gösterildiği gibi, bir parçacığın hızının hem doğrultuca hem de büyüklükçe değiştiği, eğrisel bir yol boyunca hareketini inceleyelim. Hız vektörü daima yola teğettir; ancak $\mathbf{a}$, ivme vektörünün doğrultusu noktadan noktaya değişir. Bu vektör iki tane bileşen vektörüne ayrılabilir: biri $\mathbf{a}_r$ radyal bile-



Şekil 4.17 Bir parçacığın *xy* düzleminde yer alan herhangi bir eğrisel yörüngedeki hareketi. **v** (daima yörüngeye teğet) hız vektörünün doğrultusu ve büyüklüğü değişirse, parçacığın **a** ivmesinin bileşen vektörleri, $\mathbf{a}_t$ teğetsel ivme vektörü ve $\mathbf{a}_r$, radyal ivme vektörüdür.

şen vektörü, öteki $\mathbf{a}_t$ teğetsel bileşen vektörü. O halde **a**, bu bileşen vektörlerin vektörel toplamı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t \qquad (4.16)$$

Toplam ivme

Teğetsel ivme, parçacığın hızının büyüklüğündeki değişimden kaynaklanır. Ani hıza paraleldir ve büyüklüğü,

$$a_t = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt} \qquad (4.17)$$

Teğetsel ivme

ile verilir.

Radyal ivme, daha önce tanımlandığı gibi hız vektörünün doğrultusundaki değişmeden doğar ve büyüklüğü

$$a_r = \frac{v^2}{r} \qquad (4.18)$$

Radyal ivme

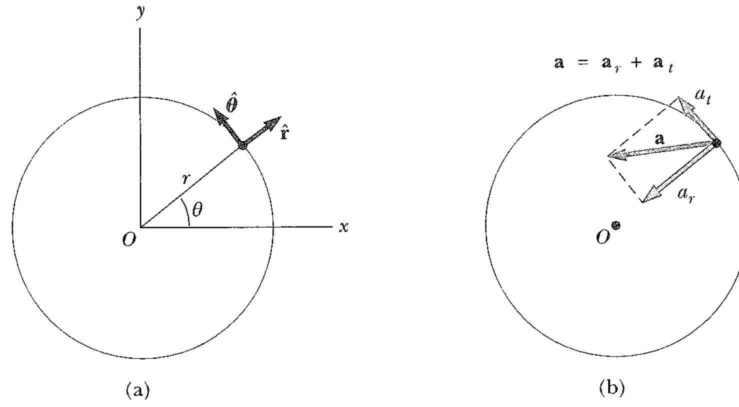
ile verilen mutlak değere sahiptir. Burada *r*, ivmenin sorulduğu noktadaki yolun eğrilik yarıçapıdır. $\mathbf{a}_r$ ve $\mathbf{a}_t$, **a** 'nın karşılıklı dik bileşen vektörleri olduklarından $a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2}$ olduğu anlaşılır. Düzgün dairesel harekete benzer tarzda, düzgün olmayan dairesel harekettede $\mathbf{a}_r$ daima, Şekil 4.17 'de görüldüğü gibi eğrinin merkezine doğru yöneliktir. Aynı şekilde, belli bir hızda, eğrilik yarıçapı küçük olduğu zaman (Şekil 4.17 'de Ⓐ ve Ⓐ noktalarındaki gibi) a_r büyük; *r* büyük olduğu zaman (Ⓒ noktasındaki gibi) a_r küçüktür. $\mathbf{a}_t$ 'nin yönü ya (eğer *v* artıyorsa) **v** ile aynı yönde ya da (eğer *v* azalıyorsa) **v** ile zıt yöndedir.

v 'nin sabit olduğu düzgün dairesel hareket halinde, Kesim 4.4 de tanımladığımız gibi $a_t = 0$ ve ivme daima radyaldir (*Not*: 4.18 Eşitliği, 4.15 Eşitliğine özdeştir). Diğer bir ifadeyle, düzgün dairesel hareket, eğrisel bir yol boyunca olan hareketin özel bir halidir. Ayrıca **v** 'nin doğrultusu değişmez ise, o zaman radyal ivme yoktur ve hareket tek boyutludur ($a_r = 0$ fakat a_t sıfır olmayabilir).

Sınama Sorusu 4.3

(a) Daire çevresinde saat yönünün aksi yönünde bir hızla hareket eden bir cisim için hız ve ivme vektörlerini gösteren bir hareket diyagramı çiziniz. Bir daire çevresinde saat yönünün aksi yönünde fakat (b) sabit teğetsel ivmeyle yavaşlıyarak ve (c) sabit teğetsel ivmeyle hızlanarak hareket eden bir cisim için benzer diyagramlar çiziniz.

Dairesel yörüngede hareket eden parçacığın ivmesini birim vektörler cinsinden yazmak uygundur. Bunu, $\hat{\mathbf{r}}$ ve $\hat{\theta}$ birim vektörlerini tanımlayarak yaparız. Burada, $\hat{\mathbf{r}}$ yarıçap vektörü boyunca uzanan ve dairenin merkezinden dışa



Şekil 4.18 (a) $\hat{\mathbf{r}}$ ve $\hat{\theta}$ birim vektörlerinin tanımı. (b) Eğri bir yol (Herhangi bir anda r yarıçaplı bir dairenin parçası olan) boyunca hareket eden bir parçacığın toplam **a** ivmesi radyal ve teğet bileşenlerin toplamıdır. Radyal bileşen eğrinin merkezine yöneliktir. İvmenin teğet bileşeni sıfır olursa, parçacık düzgün dairesel hareket yapar.

doğru radyal olarak yönelen bir birim vektör ve $\hat{\theta}$, daireye teğet bir birim vektördür. $\hat{\theta}$ 'nın doğrultusu artan θ doğrultusundadır, burada θ pozitif x ekseninden itibaren saat yönünün aksi yönünde ölçülmektedir. Hem $\hat{\mathbf{r}}$ hem de $\hat{\theta}$ nın "parçacıkla birlikte hareket ettiğine" ve böylece zamanla değiştiğine dikkat ediniz. Bu gösterim şeklini kullanarak toplam ivmeyi,

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r = \frac{d|\mathbf{v}|}{dt}\hat{\theta} - \frac{v^2}{r}\hat{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(4.19)}$$

olarak ifade edebiliriz. Bu vektörler Şekil 4.18b 'de gösterilmiştir. 4.19 Eşitliğinde v^2/r terimindeki eksi işareti radyal ivmenin daima, $\hat{\mathbf{r}}$ ile *aksi* yönde, radyal olarak içeriye doğru yönelik olduğunu gösterir.

 Sınama Sorusu 4.4

Deneyiminizi esas alarak, merkezi düşey bir çizginin sağına doğru 45° olan bir ilk konumdan bu çizginin soluna doğru 45° olan bir son konuma taşıyan bir daire yayı boyunca sallanan bir sarkaç için konum, hız ve ivme vektörlerini gösteren bir hareket diyagramı çiziniz. Yay bir daire parçasıdır ve bu dairenin merkezini konum vektörleri için orijin olarak kullanmalısınız.

ÖRNEK 4.8 Sallanan Top

0,5 m uzunluğunda bir sicimin ucuna bağlanan bir top, Şekil 4.19 'daki gibi, yerçekiminin etkisi altında düşey bir daire çevresinde salınmaktadır. Sicim düşeyle $\theta = 20°$ 'lik açı yaptığı zaman, top 1,5 m/s 'lik hıza sahiptir. (a) İvmenin bu andaki radyal bileşenini bulunuz.

Çözüm Sayfa 109 daki Sınama Sorusu 4.4'e verilen cevapla ilgili şema bu duruma uygulanır ve böylece hareket sırasında ivme vektörünün nasıl değiştiği hakkında iyi bir fikir sahibi oluruz. Şekil 4.19 duruma daha yakından bakmamıza izin verir. Radyal ivme 4.18 Eşitliği ile verilmektedir. $v = 1,5$ m/s ve $r = 0,5$ m olduğundan,

$$a_r = \frac{v^2}{r} = \frac{(1{,}50\ \text{m/s})^2}{0{,}5\ \text{m}} = 4{,}5\ \text{m/s}^2$$

olduğunu buluruz.

(b) $\theta = 20°$ olduğu zaman teğetsel ivmenin büyüklüğü nedir?

Çözüm Top düşeyle θ açısı yaptığı zaman, $g\sin\theta$ büyüklüğünde bir teğetsel ivmeye sahiptir ($\mathbf{g}$ 'nin daire çevresine teğet bileşeni). Bu nedenle, $\theta = 20°$ 'de, $a_t = g\sin 20° = 3{,}4\ \text{m/s}^2$ olduğunu buluruz.

(c) $\theta = 20°$ 'de toplam ivmenin büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

Çözüm $\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$ olduğundan, $\mathbf{a}$ 'nın $\theta = 20°$ 'deki büyüklüğü

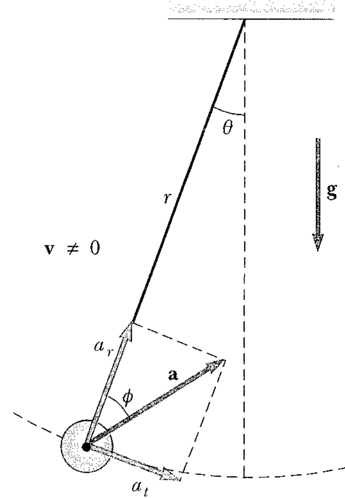
$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{(4{,}5)^2 + (3{,}4)^2}\ \text{m/s}^2 = 5{,}6\ \text{m/s}^2$$

ile verilir. Eğer ϕ, $\mathbf{a}$ ve sicim arasındaki açı ise, o zaman

$$\phi = \tan^{-1}\frac{a_t}{a_r} = \tan^{-1}\left(\frac{3{,}4\ \text{m/s}^2}{4{,}5\ \text{m/s}^2}\right) = 37°$$

dır.

$\mathbf{a}$, $\mathbf{a}_t$ ve $\mathbf{a}_r$ vektörlerinin tümünün, top daire çevresinde salınırken doğrultu *ve* büyüklükçe değiştiğine dikkat ediniz. Top en alt seviyede olduğu zaman ($\theta = 0$), bu açıda $\mathbf{g}$ 'nin teğet bileşeni olmadığından $a_t = 0$ ve v maksimum olduğundan a_r *maksimum* dur. Top en yüksek noktasına ($\theta = 180°$) ulaşmak için yeterince hızlıysa o zaman, a_t yine sıfır fakat v minimum olduğundan, a_r minimumdur. Son olarak, iki yatay konumda ($\theta = 90°$ ve $270°$), $|\mathbf{a}_t| = g$ 'dir ve a_r minimum ve maksimum değerleri arasında belli bir değere sahiptir.



Şekil 4.19 (Örnek 4.7) r uzunluklu bir sicime bağlı bir topun dairesel hareketi. Top düşey bir düzlemde salınmakta ve onun $\mathbf{a}$ ivmesi bir $\mathbf{a}_r$ radyal bileşen vektörüne ve bir $\mathbf{a}_t$ teğetsel bileşen vektörüne sahiptir.



BAĞIL HIZ VE BAĞIL İVME

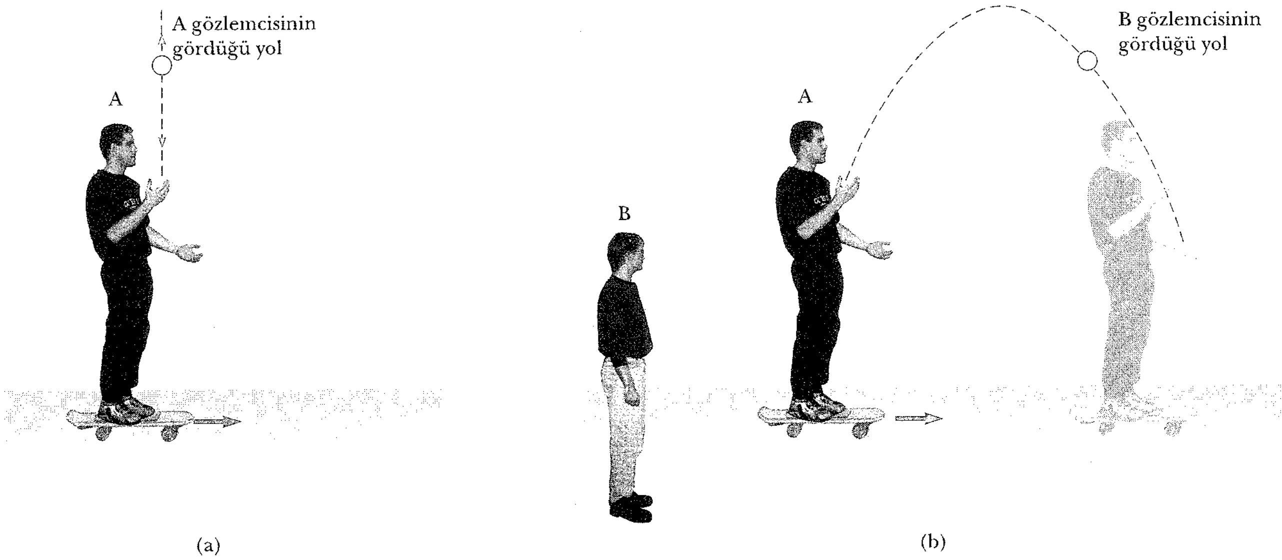
Bu kesimde, birbiriyle bağlantılı olan farklı referans sistemlerindeki farklı gözlemciler tarafından gözlemlerin nasıl yapıldığını tanımlıyoruz. Farklı referans sistemlerindeki gözlemcilerin verilen bir parçacık için farklı yerdeğiştirmeler, hızlar ve ivmeler ölçebildiğini buluruz. Yani birbirlerine göre hareketli iki gözlemci, ölçümlerinin sonuçlarında genel olarak hemfikir olmazlar.



Örneğin, iki otomobilin 50 mi/saat ve 60 mi/saat lik hızlarla aynı yönde hareket ettiklerini varsayalım. Yavaş olan otomobildeki bir yolcuya göre, süratli otomobilin hızı 10 mi/saat 'tir. Kuşkusuz, duran bir gözlemci daha hızlı olan otomobilin süratini 10 mi/saat değil 60 mi/saat olarak ölçecektir. Hangi gözlemci haklıdır? Onların her ikisi de haklıdır! Bu basit örnek bir cismin hızının onun içerisinde ölçüldüğü referans sistemine bağlı olduğunu gösterir.

Kaykay süren bir kişinin (A gözlemcisi) Şekil 4.20a da gösterildiği gibi, bir topu kendisinin referans sisteminde önce bir doğru boyunca yukarıya ve sonra aynı düşey çizgi boyunca aşağıya doğru hareket etmekteymiş gibi görünecek şekilde fırlattığını varsayalım. Duran bir gözlemci (B) Şekil 4.20b 'de gösterildiği gibi, topun yolunu bir parabol olarak görecektir. B gözlemcisine göre, topun (yukarıya doğru olan ilk hızdan ve aşağıya doğru olan çekim ivmesinden sonuçlanan) düşey bir hız bileşeni ve yatay bir hız bileşeni vardır.

Bu kavramın basit bir örneği, sabit hızla uçan bir uçaktan bir paket atılması örneğidir; bu örnek 4.6 'da çalıştığımız durumdur. Uçaktaki gözlemci paketin hareketini yere doğru düz bir çizgi olarak görür. Ancak, yerde bulunan bir kaşif, paketin havada çizdiği yolu bir parabol olarak görecektir. Bir kere pake-



Şekil 4.20 (a) Hareket eden bir araçtaki A gözlemcisi yukarı yönde bir top fırlatır ve topun doğru bir yolda yükseldiğini ve düştüğünü görür. (b) Duran bir B gözlemcisi aynı top için parabolik bir yörünge görür.

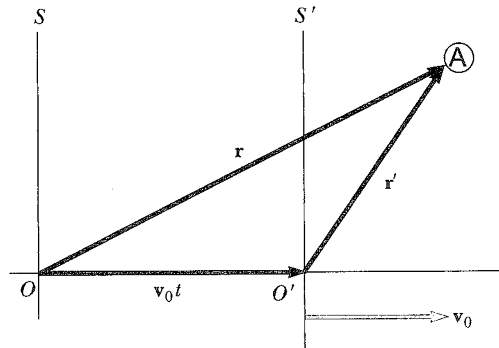
ti attıktan sonra, eğer uçak aynı hızla yatay olarak hareket etmeye devam ederse, paket (sürtünmenin ihmal edildiğini kabul edersek) uçağın tam altında yere çarpacaktır!

Daha genel bir durumda, Şekil 4.21 'de Ⓐ noktasına yerleşmiş bir parçacığı göz önüne alalım. Bu parçacığın hareketinin biri, yere göre sabit *S* referans sisteminde ve diğeri sabit bir $\mathbf{v}_0$ hızıyla *S* 'ye göre aşağa doğru (dolayısıyla yeryüzüne göre) hareket eden *S'* referans sisteminde bulunan iki gözlemci tarafından tanımlandığını düşünelim. (*S'* 'deki bir gözlemciye göre, *S* bir $-\mathbf{v}_0$ hızıyla sola doğru hareket eder.) Gözlemcinin referans sistemindeki yeri bu tartışmada anlamsızdır, fakat bu tartışmanın amaçları için herbir gözlemci kendi orijinine yerleştirilebilir.

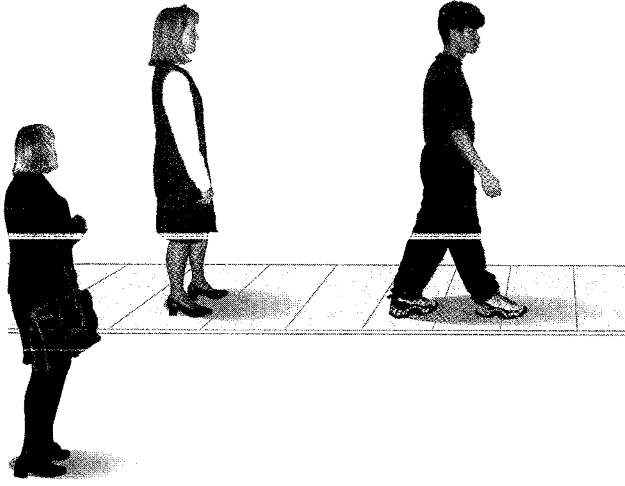
Parçacığın, *S* sistemine göre konumunu **r** konum vektörüyle ve belli bir *t* zaman sonra, *S'* sistemine göre konumunu **r'** vektörüyle belirleyelim. **r** ve **r'** vektörleri birbirine $\mathbf{r} = \mathbf{r}' + \mathbf{v}_0 t$ veya

Galile koordinat dönüşümleri

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}_0 t \qquad \textbf{(4.20)}$$



Şekil 4.21 Ⓐ noktasına yerleşmiş bir parçacık, biri sabit *S'* referans sisteminde, diğeri sağa doğru sabit $\mathbf{v}_0$ hızıyla hareket eden *S '* sisteminde olmak üzere iki gözlemci tarafından tanımlanmaktadır. **r** vektörü parçacığın *S* ye göre konum vektörü ve **r'**, *S '* ye göre konum vektörüdür.



Hareketli yolda duran kadın, yürüyen adamı, hareket etmeden duran kadının gördüğünden daha yavaş bir süratle geçiyor görür

eşitliğiyle bağlıdır. Yani, bir t zaman sonra S' sistemi sağa doğru $\mathbf{v}_0 t$ miktarı kadar yer değiştirir.

4.20 Eşitliğinin zamana göre türevini alır ve $\mathbf{v}_0$ 'ın sabit olduğuna dikkat edersek,

$$\frac{d\mathbf{r}'}{dt} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} - \mathbf{v}_0$$

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 \quad \textbf{(4.21)}$$

Galile hız dönüşümleri

elde ederiz. Burada $\mathbf{v}'$, parçacığın S' sisteminde gözlenen ve $\mathbf{v}_0$ S sisteminde gözlenen hızdır. 4.20 ve 4.21 Eşitlikleri **Galile dönüşüm denklemleri** olarak bilinir. Bu denklemler, Yeryüzü'ne göre sabit olan bir sistemde ölçüldüğü gibi, bir parçacığın koordinatlarını ve hızını yeryüzüne göre düzgün bir şekilde hareket eden bir sistemde ölçülen koordinatlar ve hızla ilişkilendirir.

Her ne kadar farklı iki referans sistemindeki gözlemciler, parçacıklar için farklı hızlar ölçerlerse de, $\mathbf{v}_0$ sabit olduğu zaman *aynı ivmeyi* ölçeceklerdir. Bunu,

$$\frac{d\mathbf{v}'}{dt} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} - \frac{d\mathbf{v}_0}{dt}$$

şeklinde 4.21 Eşitliğinin zamana göre türevini alarak sağlamasını yapabiliriz. $\mathbf{v}_0$ sabit olduğundan, $d\mathbf{v}_0/dt = 0$ 'dır. O nedenle $\mathbf{a}' = d\mathbf{v}'/dt$ ve $\mathbf{a} = d\mathbf{v}/dt$ olduğundan $\mathbf{a}' = \mathbf{a}$ sonucuna varırız. Yani, parçacığın, **yeryüzünün referans sistemindeki bir gözlemci tarafından ölçülen ivmesi, yeryüzünün referans sistemine göre sabit hızla hareket eden herhangi bir gözlemci tarafından ölçülen ivmeyle aynı değerde olacaktır.**

Sınama Sorusu 4.5

60 mi/saat süratla giden bir arabadaki yolcu, yorgun sürücü için bir fincan kahve koyar. Kahvenin, Termos'dan fincana boşalırken (a) yolcu tarafından ve (b) yolun kenarında ayakta duran ve araba geçerken aracın penceresinden içeriye bakan herhangi bir kişi tarafından görülen yolunu tanımlayınız. (c) Kahve koyulurken araba hızlanırsa ne olur?

ÖRNEK 4.9 Nehri Karşıdan Karşıya Geçen Bir Tekne

Kuzeye yönelen bir tekne, geniş bir nehri suya göre 10 km/saat 'lik bir hızla karşıdan karşıya geçmektedir. Nehirdeki su doğuya doğru yere göre 5 km/saat 'lik düzgün bir hıza sahiptir. Teknenin kıyılardan birinde duran bir gözlemciye göre hızını bulunuz.

Çözüm $\mathbf{v}_{tn}$ 'nin *teknenin nehre* göre ve $\mathbf{v}_{nY}$ 'nin *nehirin yere* göre hızı oluğunu biliyoruz. Bulmak istediğimiz *teknenin yere* göre olan $\mathbf{v}_{tY}$ hızıdır. Bu üç nicelik arasındaki bağıntı

$$\mathbf{v}_{tY} = \mathbf{v}_{tn} + \mathbf{v}_{nY}$$

dir. Denklemdeki terimler vektörel nicelikler olarak ele alınmalıdır; vektörler Şekil 4.22 'de gösterilmektedir. $\mathbf{v}_{tn}$ niceliği kuzeye, v_{nY} doğuya doğrudur ve iki vektörün vektörel toplamı olan $\mathbf{v}_{tY}$, Şekil 4.22 'de tanımlandığı gibi bir θ açısıyla yönelir. Böylece teknenin yere göre olan hızının v_{tY} büyüklüğünü Pisagor teoremini kullanarak bulabiliriz:

$$v_{tY} = \sqrt{v_{tn}^2 + v_{nY}^2} = \sqrt{(10)^2 + (5)^2} \text{ km/saat}$$

$$= 11{,}2 \text{ km/saat}$$

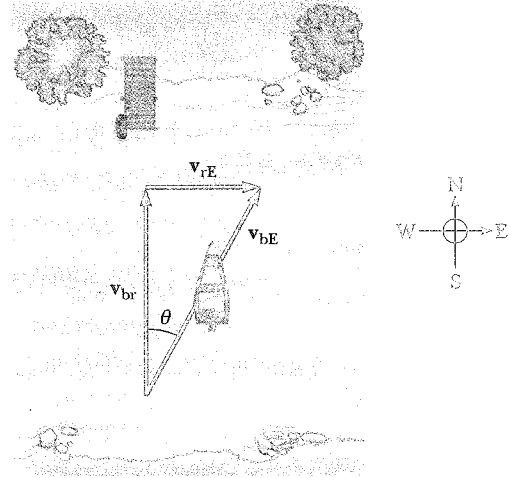
ve $\mathbf{v}_{tY}$ 'nin yönü

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{nY}}{v_{tn}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{10}\right) = 26{,}6°$$

dir. Tekne 11,2 km/saat hızla yere göre 26,6° kuzey doğu yönünde yol alacaktır.

Alıştırma Nehrin genişliği 3 km ise tekne karşıya ne kadar zamanda geçer?

Cevap 18 dakikada.



Şekil 4.22

ÖRNEK 4.10 Teknenin Başını Hangi Yöne Çevirmeliyiz?

Bir önceki örnekte tekne nehre göre aynı 10 km/saat lik hızla yol alıyor ve Şekil 4.23 'deki gibi kuzeye doğru gitmekte ise, baş tarafının çevrildiği yön ne olacaktır?

Çözüm Önceki örnekte olduğu gibi, $\mathbf{v}_{nY}$ 'yi ve $\mathbf{v}_{tn}$ vektörünün büyüklüğünü biliyoruz ve nehrin bir kıyısından karşı kıyısına yönelen $\mathbf{v}_{tY}$ 'yi bulmak istiyoruz. Şekil 4.23 teknenin nehrin karşı kıyısına geçerken doğruca kuzeye yol alması için akıntıya doğru baş vermesi gerektiğini göstermektedir. Şekil 4.22 'deki üçgenle Şekil 4.23'deki üçgen arasında farka -özellikle Şekil 4.23 'deki hipotenüsün $\mathbf{v}_{tY}$ 'den daha uzun olmadığına- dikkat ediniz. O nedenle, $\mathbf{v}_{tY}$ 'yi bulmak için Pisagor teoremini kullandığımız zaman

$$v_{tY} = \sqrt{v_{tn}^2 - v_{nY}^2} = \sqrt{(10)^2 - (5)^2} \text{ km/saat} = 8{,}66\text{km/saat}$$

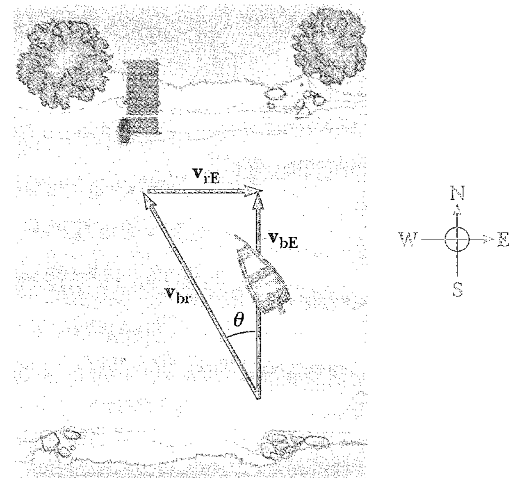
elde ederiz. Şimdi $\mathbf{v}_{tY}$ 'nin büyüklüğünü biliyoruz, teknenin baş verdiği doğrultuyu bulabiliriz:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{v_{nY}}{v_{ty}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{5}{8{,}66}\right) = 30°$$

Tekme dümeni 30° kuzey batıya kırmalıdır.

Alıştırma Nehrin genişliği 3 km ise tekne karşıya ne kadar zamanda geçer?

Cevap 21 dakikada.



Şekil 4.23

ÖZET

Bir parçacık *sabit* **a** ivmesiyle hareket ediyor ve $t = 0$ da bir $\mathbf{v}_i$ hızına ve $\mathbf{r}_i$ konumuna sahipse, herhangi bir t zaman sonra hızı ve konumu

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_i + \mathbf{a}t \tag{4.8}$$

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_i t + \tfrac{1}{2}\mathbf{a}t^2 \tag{4.9}$$

ile bulunur. xy düzlemindeki iki-boyutlu bir hareketin ivmesi sabitse; bu vektörel ifadelere iki bileşenli bir ifade olarak bakılabilir. Bileşenlerden biri, x-ekseni boyunca olan hareket; öteki, y ekseni boyunca olan harekettir.

Eğik atış hareketi, bir tür sabit ivmeli ve iki-boyutlu bir hareketdir. Bu harekette $a_x = 0$ ve $a_y = -g$ 'dir. Eğik atılan cismin hareketini iki hareketin bileşkesi olarak düşünmek yararlıdır: (1) v_x 'in sabit kaldığı x doğrultusundaki hareket, ve (2) $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$ büyüklüğünde aşağı doğru bir ivmenin etkisinde düşey doğrultudaki hareket. Şekil 4.21 'deki gibi, hızı ayrı ayrı yatay ve düşey bileşenleri cinsinden analiz edebilmelisiniz.

r yarıçaplı bir daire çevresinde sabit v süratiyle hareket eden bir parçacık, **düzgün dairesel** hareket halindedir. Parçacık bir merkezcil (veya radyal) $\mathbf{a}_r$ ivmesi etkisi altındadır, zira **v** 'nin doğrultusu zamanla değişir. $\mathbf{a}_r$ 'nin büyüklüğü

$$a_r = \frac{v^2}{r} \tag{4.18}$$

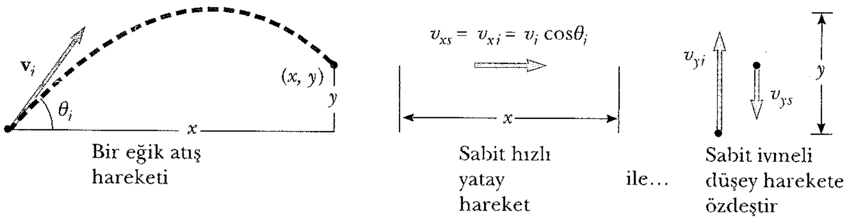
ile verilir ve yönü daima dairenin merkezine doğrudur.

Bir parçacık, hem **v** 'nin büyüklüğü ve hem de doğrultusu zamanla değişecek şekilde eğri bir yol boyunca hareket ederse, parçacık iki bileşen vektörüyle tanımlanabilen bir ivme vektörüne sahiptir: (1) **v** 'nin doğrultusundaki değişmenin sebep olduğu, bir $\mathbf{a}_r$ radyal bileşen vektörü ve (2) **v** 'nin büyüklüğündeki değişmenin sebep olduğu bir $\mathbf{a}_t$ teğetsel bileşen vektörü. $\mathbf{a}_r$ 'nin büyüklüğü v^2/r ve $\mathbf{a}_t$ 'nin büyüklüğü $d|\mathbf{v}|/dt$ 'dir. Eğri bir yol takip eden bir cisim için hareket diyagramlarını çizebilmeli ve cismin hareketi değişirken hız ve ivme vektörlerinin nasıl değiştiğini gösterebilmelisiniz.

Sabit bir S referans sisteminden ölçülen bir parçacığın **v** hızı, hareket eden bir S''referans sisteminde ölçülen aynı parçacığın $\mathbf{v}'$ hızına

$$\mathbf{v}' = \mathbf{v} - \mathbf{v}_0 \tag{4.21}$$

bağıntısıyla bağlıdır ve burada $\mathbf{v}_0$, S'nün S 'ye göre hızıdır.



Şekil 4.24 Hızın yatay ve düşey bileşenleri yardımıyla eğik atış hareketinin analizi.

SORULAR

1. Bir parçacığın süratı sabitse, parçacık ivmelenebilir mi? Cismin hızı sabitse ivmelenebilir mi?
2. Bir parçacığın ortalama hızı, herhangi bir zaman aralığında sıfırsa, parçacığın bu zaman aralığındaki yerdeğiştirmesi için ne söyleyebilirsiniz?
3. Bir parçacığın yolu boyunca iki noktadaki konum vektörlerini ve noktalardan birinden diğerine gitmesi için geçen zamanı bilirsek, ani hızını bulabilir misiniz? Ortalama hızını bulabilir misiniz? Açıklayınız.
4. Bir parçacığın hızının, konum vektörüne dik olduğu bir durumu tanımlayınız.
5. Şu parçacıkların ivmesi olup olmadığını açıklayınız: (a) Sabit süratle bir doğru boyunca hareket eden bir parçacık (b) Bir eğri çevresinde sabit süratle hareket eden bir parçacık.
6. Şu ifadeyi düzeltiniz: "Yarış otomobili virajı saatte 90 millik sabit hızla dönmektedir."
7. Aşağıdaki hareket eden cisimlerden hangisinin yaklaşık olarak parabolik bir yol çizeceğini belirtiniz: (a) Rastgele doğrultuda fırlatılan bir top. (b) Bir jet uçağı, (c) Rampayı terkeden bir roket, (d) Kalkıştan bir kaç dakika sonra motorları arızalanan bir roket. (e) Bir havuzun dibine atılan taş.
8. Bir topun yatay olarak fırlatıldığı aynı ilk yükseklikten bir kaya aynı anda düşmektedir. Hangisinin sürati yere ulaştığı zaman daha büyüktür?
9. Bir uzay gemisi sabit bir hızla uzayda sürüklenmektedir. Aynı anda uzay gemisinin yanındaki bir gaz kaçağı ilk hıza dik doğrultuda uzay gemisinin sabit bir ivme kazanmasına sebep oluyor. Uzay gemisinin doğrultusu değişmemekte ve böylece ivme hızın başlangıç doğrultusuna dik kalmaktadır. Uzay gemisinin takip ettiği yolun şekli nedir?
10. Bir top, bir binanın tepesinden yatay olarak atılmaktadır. Bir saniye sonra başka bir top aynı noktadan aynı hızla yatay olarak atılıyor. Hareketin hangi noktasında toplar birbirlerine en yakın durumda olacaklardır? İlk top daima ikinci toptan daha hızlı mı yol alır? Birinci topun yere çarptığı an ile ikincisinin yere çarptığı an arasında ne kadar zaman geçer? Toplar yere aynı zamanda varacak şekilde ikinci topun yatay atılma hızı değiştirelebilir mi?
11. Bir öğrenci; bir uydu, yerin çevresinde dairesel yörüngede dönerken, onun sabit bir hızla hareket ettiğini ve o nedenle hiçbir ivmeye sahip olmadığını iddia etmektedir. Profesör, uydu, dairesel yörüngesinde hareket ederken merkezcil bir ivmeye sahip olması gerektiğini söyleyerek öğrencinin yanıldığını iddia etmektedir. Öğrencinin iddiasındaki hata nedir?
12. $\hat{\mathbf{r}}$ ve $\hat{\theta}$ birim vektörleriyle, $\mathbf{i}$ ve $\mathbf{j}$ birim vektörleri arasındaki temel fark nedir?
13. Bir sarkacın hızı, salındığı dairesel yolun ucunda sıfırdır. Bu noktada ivmesi de sıfır mıdır?
14. Bir taş, bir yelken direğinin tepesiden aşağı düşerse, tekne dururken veya sabit hızla hareket halindeyken güvertede aynı noktaya mı çarpar?
15. Bir taş, binanın tepesinden yukarıya fırlatılmaktadır. Taşın yerdeğiştirmesi koordinat sisteminin orijininin yerine bağlı mıdır? Taşın hızı, orijinin yerine bağlı mıdır?
16. Bir taşıtın, bir virajda ivmelenmeden yol alması mümkün müdür? Açıklayınız.
17. Bir beyzbol topu, $(10\mathbf{i} + 15\mathbf{j})$ m/s 'lik ilk hızla fırlatılmaktadır. Top, çizdiği yolun en üst noktasına ulaştığı zaman (a) hızı ne olur? (b) İvmesi nedir? Hava direncini ihmal ediniz.
18. Bir cisim, sabit v skaler hızıyla dairesel bir yolda hareket etmektedir. (a) Cismin vektörel hızı sabit midir? (b) ivmesi sabit midir? Açıklayınız.
19. Eğik atılan bir mermi, yatayla belli bir açı altında ve belli bir skaler v_i ilk hızıyla ateşlenmekte ve hava direnci de ihmal edilmektedir. Mermi serbestçe düşen bir cisim midir? Merminin düşey yöndeki ivmesi nedir? Yatay doğrultudaki ivmesi nedir?
20. Eğik atılan bir mermi, herhangi bir ilk hız ile yatayla 30° 'lik bir açı altında ateşlenmektedir. Eğer ikinci bir eğik atılan mermi, aynı skaler ilk hızla ateşlenirse, hangi eğik atış açısı aynı menzili verecektir? Hava direncini ihmal ediniz.
21. Eğik atılan bir mermi herhangibir ilk hızla yerden ateşlenmektedir. Başka bir mermi de aynı ilk hızla ayda ateşlenmiştir. Hava direnci ihmal edilirse, hangi merminin menzili daha uzundur? Hangisi daha yükseğe ulaşır? (Aydaki çekim ivmesini 1,6 m/s^2 olarak alınız).
22. Eğik olarak atılan bir cisim, parabolik yolu boyunca giderken eğer varsa, şu niceliklerin hangisi sabit kalır? (a) hızın büyüklüğü, (b) ivme, (c) hızın yatay bileşeni, (d) hızın düşey bileşeni.
23. Bir yolcu, sabit hızla hareket eden trenden bir kaşık düşürüyor. Kaşığın (a) trene göre, (b) yere göre ivmesi nedir?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir □ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir □ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 4.1 Yerdeğiştirme, Hız ve İvme Vektörleri

WEB **1.** Bir motorsikletli motorunu 20 m/s hızla 3 dk güneye sürer, sonra batıya döner ve 2 dk, 25 m/s hızla yol alır ve son olarak da 30 m/s hızla 1 dk kuzey batıya doğru gider. Bu 6 dk'lık seyahat için, (a) motorsikletlinin net vektörel yerdeğiştirmesini, (b) motorsikletlinin ortalama hızının büyüklüğünü (süratini) ve (c) ortalama hızını bulunuz. Doğu yönünün pozitif x ekseni olduğu bir koordinat sistemi kullanınız.

2. Bir parçacık için konum vektörünün, $x = at + b$ ve $y = ct^2 + d$ olmak üzere $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ olarak verildiğini varsayınız. Burada $a = 1$ m/s, $b = 1$ m, $c = 0{,}125$ m/s^2 ve $d = 1$ m 'dir. (a) $t = 2$ s ile $t = 4$ s zaman aralığında ortalama hızı hesaplayınız. (b) $t = 2$ s deki hızını ve süratini bulunuz.

3. Bir golf topuna, bir uçurumun kenarındaki kum tepeciğinden dışarı vurulmaktadır. Zamana göre x ve y koordinatları aşağıdaki ifadelerle verilmektedir:

$$x = (18 \text{ m/s})t$$

ve

$$y = (4 \text{ m/s})t - (4{,}9 \text{ m/s}^2)t^2$$

(a) **i** ve **j** birim vektörlerini kullanarak, **r** konumu için zamana göre vektörel bir ifade yazınız. Sonuçlarınızın türevlerini alarak, zamanın fonksiyonu olarak (b) hız vektörü (c) ivme vektörü için bağıntılar yazınız. Topun $t = 3$ s de, topun (d) konum, (e) hız ve (f) ivme ifadelerini yazmak için şimdi birim vektör notasyonunu kullanınız.

4. xy düzleminde hareket eden bir cismin koordinatları

$$x = -(5 \text{ m}) \sin\omega t$$

ve

$$y = (4 \text{ m}) - (5 \text{ m}) \cos\omega t$$

bağıntılarına göre değişmekte olup burada t nin birimi saniye ω nın birimi saniye^{-1} 'dir. (a) $t = 0$ 'da hız ve ivme bileşenlerini bulunuz. (b) Herhangi $t > 0$ zamanında konum vektörü, ve ivme vektörü için ifadeler yazınız. (c) Bir xy grafiği üzerinde cismin yolunu tanımlayınız.

Kesim 4.2 Sabit İvmeli İki-Boyutlu Hareket

5. $t = 0$ 'da, sabit ivmeyle xy düzleminde hareket eden bir parçacık orijinde $\mathbf{v}_i = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$ m/s 'lik bir hıza sahiptir. $t = 3$s 'de parçacığın hızı $\mathbf{v} = (9\mathbf{i} + 7\mathbf{j})$m/s 'dir. (a) Parçacığın ivmesini ve (b) herhangi bir t anındaki koordinatlarını bulunuz.

6. Bir parçacığın vektörel konumu zamanla $\mathbf{r} = (3\mathbf{i} - 6t^2\mathbf{j})$ m ifadesine göre değişmektedir. (a) Hız ve ivme için zamanın fonksiyonları olarak ifadeler bulunuz. (b) $t = 1$s 'de parçacığın konumunu ve hızını bulunuz.

7. Yatay düzlemde yüzen bir balık, belli bir kayadan, yerdeğiştirmesi $\mathbf{r}_i = (10\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$ m olan noktada $\mathbf{v}_i = (4\mathbf{i} + 1\mathbf{j})$ m/s hızına sahiptir. Balık 20 s sabit ivmeyle yüzdükten sonra hızı $\mathbf{v} = (20\mathbf{i} - 5\mathbf{j})$ m/s 'dır. (a) ivmenin bileşenleri nedir? (b) **i** birim vektöre göre ivmenin yönü nedir? Şayet balık başlangıçtaki ivmesini korursa $t = 25$ s 'de nerededir ve hangi yöne hareket etmektedir?

8. Başlangıçta orijinde yerleşmiş bulunan bir parçacık, $\mathbf{a} = 3\mathbf{j}$ m/s^2 'lik bir ivmeye ve $\mathbf{v}_i = 5\mathbf{i}$ m/s 'lik bir ilk hıza sahiptir. (a) Herhangi bir t zamanındaki vektörel konumu ve hızı (b) parçacığın $t = 2$ s 'deki koordinatlarını ve hızının büyüklüğünü (süratini) bulunuz.

Kesim 4.3 Eğik Atış Hareketi

(Bütün problemlerde hava direncini ihmal ediniz ve $g = 9{,}80$m/s^2 alınız.)

WEB **9.** Bir barda, müşteri, yeniden doldurulmak üzere boş bir bira bardağını tezgah üzerinde kaydırır. Barmen bir an dalar ve bardak tezgahın kenarından kayarak tabandan 1,4 m uzakta döşemeye çarpar. Tezgahın yüksekliği 0,86 m ise, (a) bardak tezgahı hangi hızla terkeder? (b) Tam döşemeye çarpmadan önce bardağın hızının doğrultusu nedir?

10. Bir barda müşteri, yeniden doldurulmak üzere boş bir bira bardağını tezgah üzerinde kaydırır. Barmen bir an dalar ve bardak tezgahın kenarından kayarak tabandan d uzakta döşemeye çarpar. Tezgahın yüksekliği h ise, (a) bardak tezgahı hangi hızla terkeder? (b) Tam döşemeye çarpmadan önce bardağın hızının doğrultusu nedir?

11. Kartopu savaşında uygulanan bir strateji, ilk kartopunu büyük bir açıyla ve birinciden önce veya aynı zamanda rakibinize fırlatırsınız ve belli zamanda ulaşmasını sağlarsınız. Her iki kartopunun 25 m/s 'lik bir hızla fırlatıldığını kabul ediniz. ilk top yatayla 70° 'lik bir açı altında fırlatılmaktadır. (a) Eğer ikinci top birinciyle aynı noktaya düşerse hangi açı altında (küçük açı) fırlatılmalıdır? (b) İkinci karto-

pu birinciyle aynı zamanda düşerse kaç saniye sonra fırlatılmalıdır?

12. Ağdan 12,6 m uzakta duran bir tenis oyuncusu topa yatayın 3° yukarısına doğru vurur. Ağı sıyırmak için, top en az 0,330 m yükselmelidir. Top, çizdiği yolunun en üst noktasında ağı sıyırırsa, raketi terkettiği zaman hızı nedir?

13. Bir top mermisi yatayın 55° yukarısına doğru 300 m/s 'ilk hızla ateşlenmektedir. Mermi ateşlendikten 42 s sonra dağın yamacında patlamaktadır. Merminin patladığı yerde, ateşleme noktasına göre, x ve y koordinatları nedir?

14. Garip bir gezegende bulunan bir astronot, ilk hızı 9 m/s iken 15 m 'lik maksimum yatay bir uzaklığa sıçrayabilmektedir. Gezegendeki çekim ivmesi nedir?

15. Bir mermi, yatay menzili, maksimum yüksekliğinin üç katına eşit olacak şekilde ateşlenmektedir. Atış açısı nedir? Cevabınızı üç anlamlı rakamla veriniz.

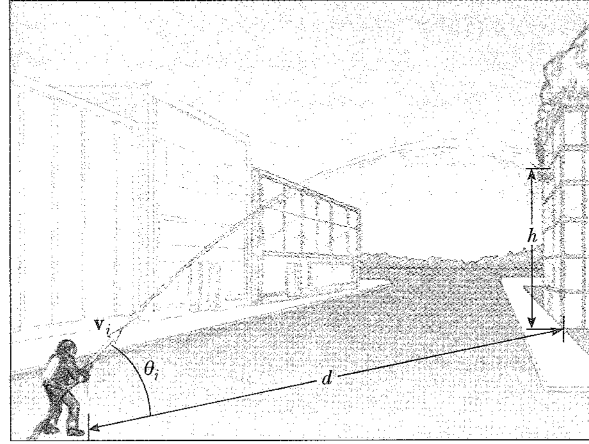
16. Bir top, bir binanın en üst penceresinden atılmaktadır. Topa yatayın altında 20° 'lik bir açıda 8 m/s 'lik bir ilk hız veriliyor. Top yere 3 s sonra çarpıyor. (a) Top binanın zemininden yatay olarak ne kadar uzakta yere çarpar? (b) Topun fırlatıldığı yüksekliği bulunuz. (c) Topun, atış seviyesinin 10 m altında bir noktaya ulaşması için ne kadar zaman geçer? Havanın sürtünmesini ihmal ediniz.

17. Namlu hızı 1000 m/s olan bir top bir dağın yamacı üzerinde bir çığ başlatmak için kullanılmaktadır. Hedef toptan yatay olarak 2000 m ve yukarıya doğru 800 m uzaktadır. Top yatayın yukarısında, hangi açı altında ateşlenmelidir?

18. Yatayın yukarısına doğru θ_i atış açısıda v_i hızıyla bir xy koordinat sisteminin orijininden eğik olarak fırlatılan bir cisim gözönüne alalım. Cismin izlediği yolun tepesinde yolunun eğimi sıfır olacak şekilde yatay olarak hareket ettiğine dikkat ediniz. Maksimum yükselliğe karşılık gelen x koordinatını bulmak için 4.12 Denkleminde verilen yörünge bağıntısını kullanınız. Eğik atılan cismin yatay menzilini tayin etmek için yörüngenin bu x koordinatından ve simetrisinden yararlanınız.

WEB **19.** Bir futbolcu, topdan 36 m (yaklaşık 40 yarda) uzakdaki bir kaleye şut çekmekte ve kalabalığın yarısı topun 3,05 m yükseklikte olan kale üst direğini sıyırarak gideceğini ummaktadır. Şut çekildiği zaman, top, zemini yatayla 53° 'lik bir açı altında 20 m/s 'lik hızla terketmektedir. (a) Top, kale üst direğinin ne kadar açığından veya yakınından geçerek düşer? (b) Top, üst direğe yükselirken mi yoksa düşerken mi yaklaşır?

20. Yanan bir binadan 50 m uzakda bulunan bir itfaiyeci, hortumun ağzından çıkan tazyikli suyu Şekil P4.20 'de görüldüğü gibi yatayın üstünde 30° 'lik açıda sıkmaktadır. Tazyikli suyun hızı 40 m/s ise, su hangi yükseklikte binaya çarpar?



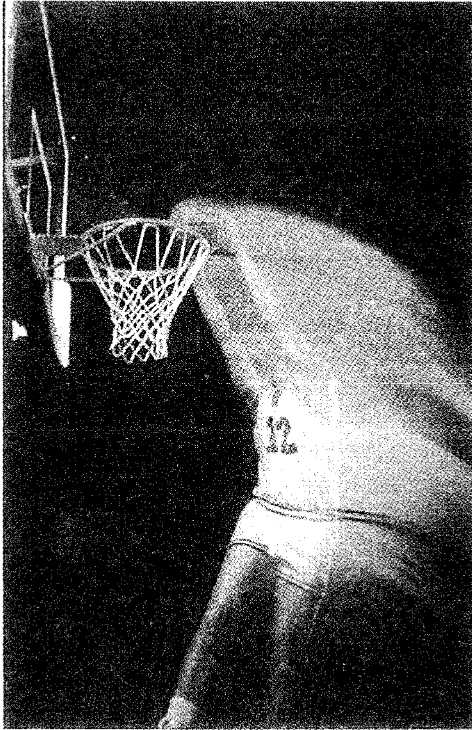


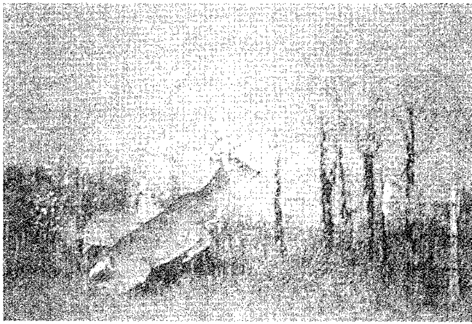
Şekil P4.20 20 ve 21. problemler. (*Frederick Mc Kinney/FPG International*)

21. Yanan bir binadan d uzaklıkta bulunan bir itfaiyeci, hortumun ağzından çıkan tazyikli suyu Şekil P4.20 'de görüldüğü gibi yatayın üstünde θ_i açıda sıkmaktadır. Tazyikli suyun hızı v_i ise su hangi h yükseklikte binaya çarpar?

22. Bir futbolcu, 40 m yükseklikteki bir uçurumdan bir su havuzu içerisine düşürmek için bir kayaya yatay olarak tekme vurur. Eğer fotbolcu suya çarpış sesini 3 s sonra işittiyse kayaya verilen ilk hız neydi? Sesin havadaki hızının 343 m/s olduğunu varsayınız.

23. Bir basketbol yıldızı, topu basket yapmak için bir sıçrayışta yatay olarak 2,80 m smaç yapar (Şekil P4.23). Onun havadaki hareketi (Bölüm 9 'da tanımlayacağımız) kütle merkezi adı verilen bir noktada parçacığın hareketiyle modellenebilir. Basketbolcu zemini terkettiği zaman kütle merkezi yerden 1,02 m yüksektedir. Sporcu yerden maksimum 1,85 m yükseğe ulaşır ve tekrar yere değdiği zaman 0,900 m yüksektedir. (a) Onun uçuş süresini ("havada kalış" süresini), (b) kalkış anındaki yatay ve (c) düşey hız bileşenlerini ve (d) kalkış açısını hesaplayınız. (e) Karşılaştırmak için, y_i = 1,20 m, y_{max} = 2,50 m, y_s = 0,700 m kütle merkezi yükselmesiyle sıçrayan bir beyaz kuyruklu karacanın havada kalış süresini hesaplayınız.



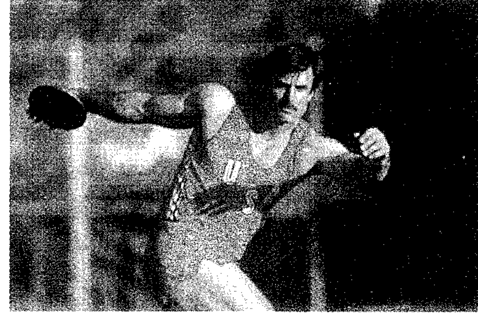


Şekil P4.23 (*Üstteki, Ron Chapple/FPG International; alttaki, Bill Lea/Dembinsky Photo Associates*)

Kesim 4.4 Düzgün Dairesel Hareket

24. Dünyanın çevresindeki ayın yörüngesi, yaklaşık olarak, $3{,}84 \times 10^8$ m yarıçaplı dairedir. Ayın, dünyanın etrafında bir devrini tamamlaması 27,3 gün alır. (a) Ayın ortalama yörünge hızını (b) merkezcil ivmesini bulunuz.

WEB 25. Şekil P4.25 'de görülen bir atlet, 1 kg 'lık bir diski 1,06 m yarıçaplı dairesel bir yol boyunca döndürmektedir. Diskin maksimum hızı 20 m/s 'dir. Diskin maksimum radyal ivmesinin büyüklüğünü hesaplayınız.



Şekil P4.25 (*Sam Sargent/Liaison International*)

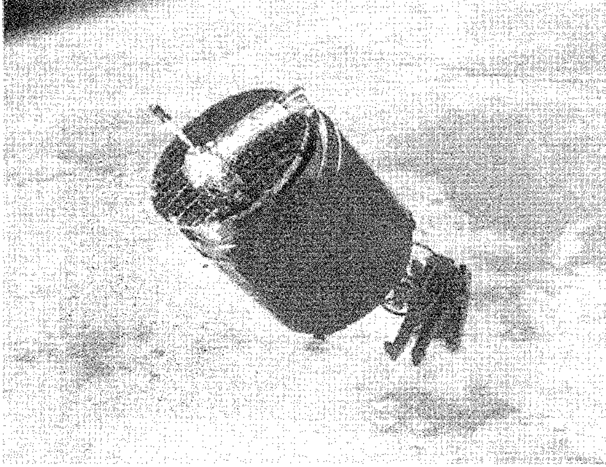
26. Bu kitabın ön kapağındaki bilgilerden, yerin ekseni çevresinde dönmesinden ileri gelen ekvatorda yerin yüzeyi üzerindeki bir noktanın radyal ivmesini hesaplayınız.

27. 0,5 m yarıçapında bir tekerlek, dakikada 200 devirlik sabit bir hızda dönmektedir. Tekerleğin tırnağı içerisine gömülü küçük (en dış kenarı üzerinde) bir taş parçasının hızını ve ivmesini bulunuz. (*Yol gösterme*: Bir devirde, taş daire çevresindeki $2\pi r$ yoluna eşit bir uzaklıkta yol alır.)

28. Kalkış sırasında, uzay mekiği astronotları tipik olarak $1{,}4g$ 'ye kadar olan ivmeleri hissederler. Burada g = 9,80 m/s^2 'dir. Eğitimleri sırasında, astronotlar sanki merkezcil ivme gibi bir ivmenin etkisinde kaldıkları bir araç sürerler. Özel olarak, astronot daha sonra yatay bir daire çevresinde sabit hızla dönen mekanik bir kolun ucuna güvenli bir şekilde bağlanır. Astronot 10 m yarıçaplı bir daire çevresinde hareket ederken ona $1{,}40g$ 'lik merkezcil bir ivme vermek için saniyedeki devir sayısı cinsinden gerekli dönme hızını tayin ediniz.

29. Dev Goliath'ı öldüren genç David, onu tutmadan önce sapanla bir deneme yapar. 0,6 m uzunluğundaki sapanı 8 dev/s hızla döndürebildiğini görür. Uzunluğu 0,9 m ye çıkarırsa sapanı sadece saniyede 6 kez döndürebilmiştir. (a) Hangi dönme sapanın ucundaki taş için daha büyük lineer hız kazandırır? (b) 8 dev/s 'deki merkezcil ivme nedir? (c) 6 dev/s 'deki merkezcil ivme nedir?

30. Şekil P4.30 'da yerin yörüngesinde seyir eden astronot Westar VI uydusuna yanaşmaya hazırlanmaktadır. Uydu yerçekimi ivmesinin 8,21 m/s^2 olduğu yerin yüzeyinden 600 km yukarıda dairesel bir yörüngededir. Yerin yarıçapı 6400 km 'dir. Uydunun hızının büyüklüğünü ve yeryüzü çevresindeki yörüngesinde bir tam deviri tamamlaması için gereken zamanı bulunuz



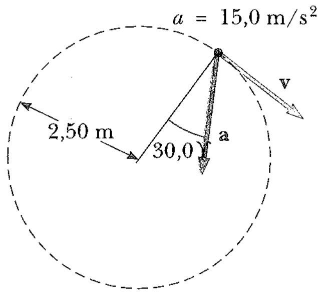
Şekil P4.30 *(Nasa'nın izniyle)*

Kesim 4.5 Eğrisel Yörüngede Teğetsel ve Radyal İvme

31. Bir tren, bir virajı dönerken hızı 15 s içinde 90 km/saat 'den 50 km/saat 'e düşürmektedir. Virajın yarıçapı 150 m 'dir. Trenin hızı 50 km/saat 'e ulaştığı anda ivmeyi hesaplayınız.

32. Sürati, 0,6 m/s^2 'lik bir değerle artan otomobil, 20 m yarıçaplı dairesel bir yol boyunca gitmektedir. Otomobilin ani hızı 4 m/s olduğu zaman (a) teğetsel ivme bileşenini, (b) merkezcil ivme bileşenini, (c) toplam ivmenin büyüklük ve yönünü bulunuz.

33. Şekil P4.33, belli bir anda 2,5 m yarıçaplı daire çevresinde saat yönünde hareket eden bir parçacığın toplam ivmesini ve hızını göstermektedir. Bu anda, (a) merkezcil ivmeyi, (b) parçacığın hızını, (c) teğetsel ivmesini bulunuz.



Şekil P4.33

34. Bir öğrenci, 0,6 m uzunluğundaki bir sicimin ucuna bağlı bir topu düşey bir daire çevresinde sallamaktadır. Topun en yüksek noktasındaki hızı 4,3 m/s ve en alt noktasında 6,5 m/s 'dir. Sicim düşey olduğu zaman topun (a) en yüksek noktasında (b) en alt noktasındaki ivmesini bulunuz.

35. Bir top 1,50 m uzunlukta bir sicimin ucunda düşey bir daire çevresinde sallanmaktadır. Top, en alt noktayı 36,9° geçtiği ve yükseldiği zaman toplam ivmesi $(-22{,}5\mathbf{i} + 20{,}2\mathbf{j})$ m/s^2 'dir. O anda, (a) bu ivmenin bileşenlerini gösteren bir vektör diyagramı çiziniz, (b) radyal ivmesinin büyüklüğünü ve (c) topun vektör ve skaler hızını tayin ediniz.

Kısım 4.6 Bağıl Hız ve Bağıl İvme

36. Jaguar ile Jill $(1\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ m/s^2 ile hızlanırken Corvette'indeki Heather $(3\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$ m/s^2 değerde hızlanmaktadır. Onların her ikisi de bir *xy* koordinat sisteminin orijininde sükunetten harekete geçmektedir. 5 s sonra, (a) Heather'ın Jill'e göre hızının büyüklüğü nedir? (b) Birbirlerinden ne kadar uzaktadır ve (c) Heather'ın Jill'e göre ivmesi nedir?

37. Bir nehir, 0,5 m/s 'lik sabit bir hıza sahiptir. Bir öğrenci akıntıya karşı 1 km 'lik bir mesafeyi yüzer ve başlama noktasına geri döner. Öğrenci durgun suda 1,2 m/s 'lik hızla yüzebiliyorsa, gidiş - dönüş ne kadar zaman alır? Bunu, su durgun olsaydı gidiş - dönüşün alacağı zamanla karşılaştırınız.

38. Eğer arabaların ön tamponları başlangıçta birbirlerinden 100 m uzaktaysa, sol şeritte 60 km/saat hızla giden bir otomobilin sağ şeritte 40 km/saat hızla giden bir otomobili sollaması ne kadar zaman alır?

39. Bir uçakdaki pusula, uçağın batıya yöneldiğini göstermektedir. Uçağın havaya göre hızı 150 km/saat 'dir. Kuzeyden 30 km/saat 'lik rüzgar eserse uçağın yere göre hızı ne olur?

40. Alan ve Beth adlarında iki yüzücü v hızıyla akan bir ırmakta aynı noktadan yüzmeye başlarlar. Her ikisi de akıntıya göre aynı c $(c > v)$ hızıyla hareket etmektedirler. Alan, akıntıyla beraber bir L uzuklağa kadar yüzer ve sonra akıntıya karşı geri döner. Beth, yere göre hareketi ırmağın kenarlarına dik olacak şekilde yüzer. O bu doğrultuda bir L uzaklığa kadar yüzer ve geri döner. Alan ve Beth'in hareketlerinin sonucu her ikisinin de başlangıç noktasına dönmeleridir. Hangi yüzücü önce döner? (*Not*: Önce cevabı tahmin ediniz).

41. Bir çocuk, 2,50 km/saat hızla düzgün akan nehirde akıntıyla sürüklenmektedir. Çocuk kıyıdan 0,6 km uzaktadır. Kurtarma botunun bulunduğu yer ise akıntıya karşı 0,8 km uzaktadır. (a) Bot suya göre 20km/saat 'lik maksimum hızıyla ilerlerse, kaptanın botu, kıyıya göre hangi yönde ilerletmesi gerekir?

(b) Botun hızı, kıyı ile hangi açıyı yapar? (c) Botun çocuğa ulaşması ne kadar zaman alır?

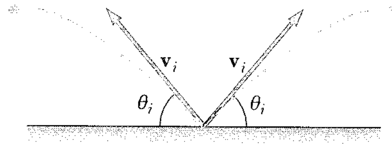
42. Bir civata, kuzeye doğru 2,5 m/s^2 'lik bir ivmeyle hızlanan tren vagonunun tavanından düşer. Civatanın (a) vagona göre (b) yere göre ivmesi nedir?

43. Bir fen öğrencisi, 10 m/s 'lik sabit bir hızla düz, yatay bir ray boyunca giden trenin üstü açık yük vagonundadır. Öğrenci yatayla 60° 'lik açı yaptığını tahmin ettiği doğrultuda ve trenin gittiği aksi yönde havaya bir top fırlatır. Vagonun yakınında yerde duran öğrencinin öğretmeni, topun düşey olarak yükseldiğini görür. Top ne kadar yükselir?

EK PROBLEMLER

44. Bir top yatayla θ_i açısı yapan bir doğrultuda bir v_i ilk hızıyla fırlatılmaktadır. Topun yatay menzili R 'dir ve top maksimum $R/6$ yüksekliğe ulaşır. R ve g cinsinden (a) topun hareket halinde olduğu süreyi (b) yolunun tepe noktasında topun tepe hızının büyüklüğünü, (c) onun hızının ilk düşey bileşenini, (d) ilk hızın büyülüğünü ve (e) θ_i açısını bulunuz. (f) Topun (d) şıkkında bulunan aynı ilk hızda fakat maksimum yüksekliğe ulaşmak için uygun açıda fırlatıldığını varsayınız. Bu yüksekliği bulunuz. (g) Topun aynı ilk hızla fakat maksimum menzil için gerekli açıda fırlatıldığını varsayınız. Bu menzili bulunuz.

45. Bir miktar ergimiş metal sıçrarken küçük bir damla, Şekil P4.45 'deki gibi, yatayla θ_i açısı yapan bir doğrultuda yukarı doğru v_i ilkhızıyla doğuya ve başka bir damla yatayla aynı açıyı yapan bir doğrultuda yukarı doğru aynı hızla batıya uçuyor. Zamanın fonksiyonu olarak damlalar arasındaki uzaklığı v_i ve θ_i cinsinden bulunuz.

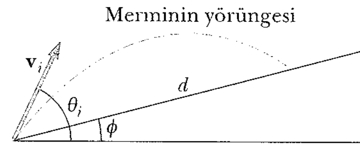


Şekil P4.45

46. Bir sicimin ucundaki top, yarıçapı 0,3 m olan yatay bir daire çevresinde dönmektedir. Dairenin düzlemi yerden 1,20 m yukarıdadır. İp kopar ve top, ip koptuğu zaman topun yerinin tam altında zemin üzerindeki noktadan (yatay olarak) 2 m uzağa düşer. Topun dairesel hareketi sırasındaki merkezcil ivmesini bulunuz.

47. Eğik atılan bir mermi, Şekil P4.47 'de gösterildiği gibi, yatayla θ_i açısı yapan doğrultuda bir v_i ilk hızıyla (eğim açısı ϕ olan) bir bayıra ($\theta_i > \phi$) doğru ateşlenmektedir. (a) Eğik atılan cismin bayırın yukarısına doğru bir d uzaklığı kadar gittiğini gösteriniz. Burada

$$d = \frac{2v_i^2 \cos\theta_i \sin(\theta_i - \phi)}{g \cos^2\phi}$$



Şekil P4.47

(b) θ_i 'nin hangi değeri için d bir maksimumdur ve d 'nin maksimum değeri nedir?

48. Bir öğrenci BB tüfeğinden çıkan saçmaların namlu hızını ölçmek istemektedir. O, tüfeği yatay olarak doğrultur. Tüfekten bir x uzaklığındaki düşey bir duvarın üzerine bir hedef yerleştirir. Atış tüfeğin aşağısında düşey bir y uzaklığında hedefe isabet eder. (a) Saçmalar havada giderken düşey yerdeğiştirme bileşeninin $y = Ax^2$ ile verildiğini gösteriniz. Burada A bir sabittir. (b) A sabitini ilk hız ve yerçekimi ivmesi cinsinden ifade ediniz. (c) Eğer $x = 3$ m ve $y = 0{,}210$ m ise saçmaların ilk hızı nedir?

49. Bir beyzbol oyununda oyuncu, top kendi sahasından 130 m uzakta ve 21 m yüksekliğindeki bir duvarı sıyırarak aşacak şekilde vuruş yapar. Topa yatayla 35° 'lik bir açıda vurulmakta ve hava direnci ihmal edilmektedir. (a) Topun ilk hızının büyüklüğünü, (b) Topun duvara ulaşması için geçen zamanı (c) Duvara ulaştığı zaman topun hız bileşenlerini ve büyüklüğünü bulunuz (Topa yerden 1 m yüksekte vurulduğunu kabul ediniz.

50. Ay'da ayakta duran bir astronot, mermi başlangıçta namluyu yatay doğrultuda hareket ederek terkedecek şekilde bir silahı ateşler. (a) merminin ayın çevresinde tam bir tur atması ve başlangıç yerine dönebilmesi için namlu hızı ne olmalıdır? (b) Ay çevresindeki bu yolculuk ne kadar sürer? Ay üzerindeki çekim ivmesinin, Yeryüzündekinin altıda biri olduğunu varsayınız.

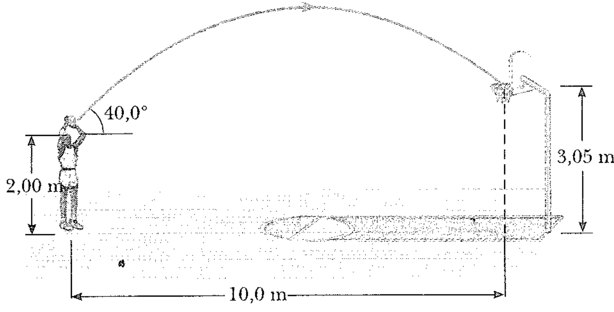
51. 1 m uzunluğundaki bir sarkaç düşey bir düzlemde sallanmaktadır. (Şekil 4.19). Sarkaç iki yatay $\theta = 90°$ ve $\theta = 270°$ konumunda olduğu zaman, hızı 5 m/s 'dir. (a) Bu konumlar için merkezcil ve teğetsel ivmelerin büyüklüğünü bulunuz. (b) Bu iki konum için toplam ivmenin doğrultusunu tayin etmek üzere bir vektör diyagramı çiziniz. (c) Toplam ivmenin büyüklük ve doğrultusunu hesaplayınız.

52. 2 m boyunda bir basketbol oyuncusu, Şekil P4.52 'deki gibi, potadan 10 m uzakta ayakta durmaktadır. Sporcu topu yatayla 40° yapan bir açıyla atarsa topun arka panoya çarpmadan çemberden geçirmesi için hangi ilk hızla atmalıdır? Potanın yüksekliği 3,05 m 'dir.

53. Bir parçacığın hız bileşenleri

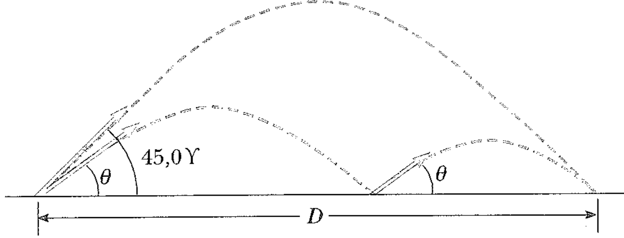
$$v_x = +\,4\text{m/s} \qquad v_y = -\,(6\text{m/s}^2)\,t + 4\text{m/s}$$

dir. Parçacığın hızının büyüklüğünü ve $t = 2$s 'deki hız vektörünün $\theta = \tan^{-1}(v_y/v_x)$ doğrultusunu hesaplayınız.



Şekil P4.52

54. Beyzbol oyuncuları topu iç sahasının dış tarafından içeri attıkları zaman, onlar çoğu zaman topun ancak o yolla daha çabuk vardığı teorisi üzerine, dört esas hatları dahilindeki sahada oynayan oyuncuya ulaşmadan önce topun bir kere sıçramasına izin verirler. Sıçrayan bir topun zemini terkettiği açının, Şekil P4.54 'deki gibi, oyuncunun onu fırlattığı açıyla aynı olduğu fakat sıçradıktan sonra topun hızının sıçrayıştan önceki hızın yarısı olduğu kabul edilmektedir. (a) Topun daima aynı ilk hızla atıldığını varsayarak, hiçbir sıçramanın olmadığı yukarıya doğru 45° açıyla atılan (yeşil yol) bir top gibi bir sıçramayla (mavi yol) aynı D uzaklığını gitmesi için top hangi θ açısıyla fırlatılmaktadır? (b) Bir sıçrama için ve sıçramasız atışlar için geçen zamanların oranını tayin ediniz.

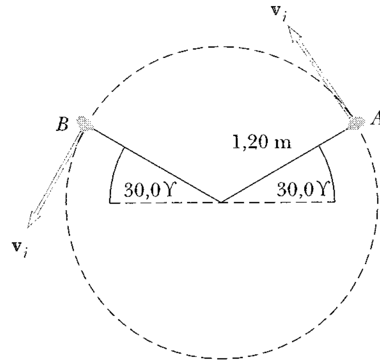


Şekil P4.54

55. Bir çocuk bir topu, düz bir alanda yatay olarak maksimum 40 m uzağa atabilmektedir. Çocuk aynı topu düşey olarak ne kadar uzağa atabilir? Kaslarının her durumda topa aynı hızı verdiğini varsayınız.

56. Bir çocuk bir topu, düz bir alanda yatay olarak maksimum R uzağa atabilmektedir. Çocuk aynı topu düşey olarak ne kadar uzağa atabilir? Kaslarının her durumda topa aynı hızı verdiğini varsayınız.

57. Bir sapanın ucundaki bir taş, Şekil 4.57 'daki gibi v_i= 1,5 m/s olan sabit bir hızda 1,2 m yarıçaplı düşey bir daire çevresinde döndürülmektedir. Sicimin merkezi yerden 1,5 m yüksektedir. Sapan yatayla (a) A 'da (b) B 'de 30° açı yaptığı zaman taş serbest bırakılırsa menzili nedir? (c) A 'da tam bırakılmadan önce (d) A 'da tam bırakıldıktın sonra taşın ivmesi nedir?

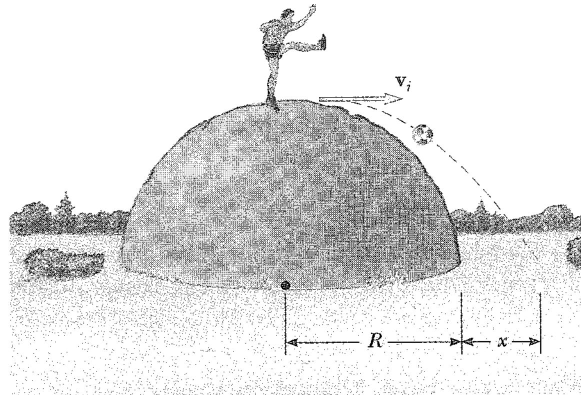


Şekil P4.57

58. Bir futbol topuyla, yatayla 30° 'lik açıda 20 m/s 'lik ilk hızla kaleciye doğru şut çekilmektedir. O anda kaleci, şut çeken oyuncudan 20 m uzaktadır. Kaleci topun atıldığı seviyede topu yakalaması için hangi yönde ve hangi sabit hızda koşmalıdır?

59. Bir bombardıman uçağı, yerden 3000 m yükseklikte yere göre 275 m/s 'lik hızla yatay olarak uçmaktadır. Hava direncini ihmal ediniz. (a) Bomba, bırakıldığı noktanın düşey olarak altında bulunduğu noktadan ne kadar uzakda yere çarpacaktır? (b) Uçak başlangıçtaki hızını ve rotasını korursa, bomba yere çarptığı zaman uçak nerede olacaktır? (c) Yukarıdaki şartlar için, bombanın bırakıldığı anda görülen hedefe isabet edecek şekilde, teleskobik bomba vizörü, bombanın bırakılma noktasında düşey doğrultudan itibaren hangi açı altında ayarlanmalıdır?

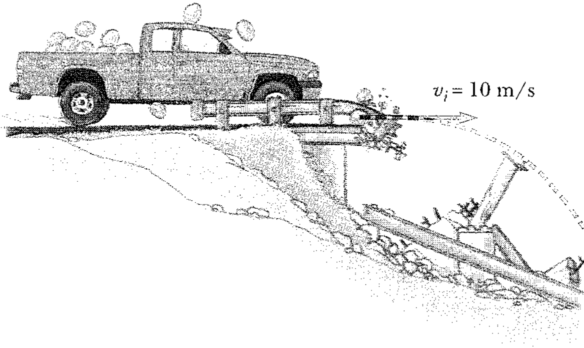
60. R yarıçaplı yarı küresel bir kayanın tepesinde ayakta duran bir kişi (kayanın tepesinde başlangıçta sükunette duran) bir topa Şekil P4.60 'daki gibi yatay $\mathbf{v}_i$ hızı vermek için tekme vurur. (a) Topa vurulduktan sonra, top asla kayaya çarpmazsa minimum ilk hızı ne olmalıdır? (b) Bu ilk hızla top, kayanın tabanından ne kadar uzağa çarpar?



Şekil P4.60

61. Bir şahin, yerden 200 m yüksekte bir doğru boyunca 10,0 m/s hızla yatay olarak uçmaktadır. Şahin, taşıdığı bir fareyi pençesinden bırakır ve yemini tekrar ele geçirmeye teşebbüs etmeden önce 2s yoluna devam eder. Geri almayı başarmak için, sabit hızla bir doğru boyunca dalışa geçer ve fareyi yerden 3 m yukarıda kapar. Hava direnci olmadığını kabul ederek (a) Şahinin dalış hızını bulunuz. (b) Şahin inişi sırasında yatayla hangi açıyı yapmıştır? (c) Fare, serbest düşmenin ne kadar süre "zevkini çıkarmıştır"?

62. Karpuz yüklü bir kamyon, kapanmış bir köprünün kenarına ulaşmamak için aniden durur (Şekil P4.62). Ani durma, bir çok karpuzun kamyondan dışarıya fırlamasına neden olur. Bir karpuz yatay doğrultuda v_i = 10 m/s ilk hızla kenardan yuvarlanır. Köprü altında hareketin kesiti, x ve y metre cinsinden olmak üzere $y^2 = 16x$ bağıntısıyla verilen, tepe noktası yolun kenarında olan bir parabolün alt yarısı şeklindedir. Karpuz aşağıya vurduğu zaman x ve y koordinatları nedir?



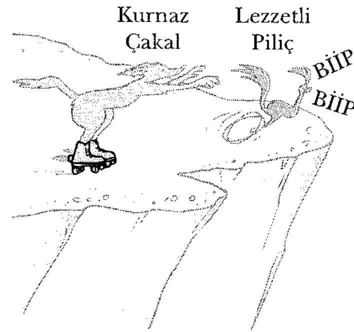
Şekil P4.62

63. Bir mancınık yatayla 53° yapan bir açı altında yukarıya doğru 100 m/s ilk hızla bir roket fırlatır. Roket motoru derhal ateşlenir ve 3 s için roket, hareketinin ilk hattı boyunca 30 m/s^2 'lik bir ivmeyle yol alır. Sonra motoru durur ve roket serbest düşme halinde haketine devam eder. (a) Roketin ulaştığı maksimum yüksekliği (b) toplam uçuş süresini ve (c) yatay menzilini bulunuz.

64. Bir nehir düzgün **v** hızıyla akmaktadır. Motorlu teknedeki bir kişi akıntıya karşı 1 km yol almakta olup, o anda yakında yüzen bir kütük görür. Kişi akıntıya karşı aynı hız ile 60dk daha yol almaya devam eder ve sonra tekrar aynı kütüğü gördüğü başlama noktasına akıntı yönünde geri döner. Nehrin hızını bulunuz. (*Yol gösterme*: Tekne, kütüğe rastladıktan sonra teknenin hereket süresi kütüğün hareket süresine eşittir.)

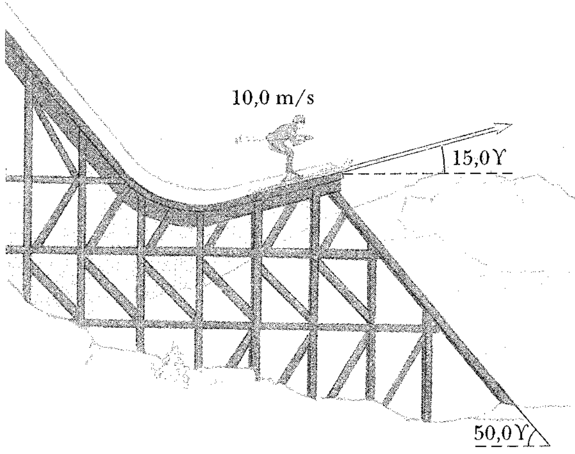
WEB 65. Bir otomobil, eğim açısının yatayın altına doğru 37° olduğu dik bir yamaca parkeder. Unutkan sürücü arabasını boşta bırakır ve el freni tutmamaktadır. Otomobil 4 m/s^2 'lik sabit bir ivmeyle, dik bir uçurumun kenarına doğru 50m yol alarak, bayırdan aşağıya sükunetten itibaren yuvarlanır. Uçurumun yüksekliği okyanustan 30m 'dir. (a) Uçurumun kenarına ulaştığı zaman otomobilin hızını ve oraya kadar gelmesi için geçen süreyi, (b) okyanusa düştüğü anda arabanın hızını, (c) arabanın hareket halinde olduğu toplam zamanı ve (d) otomobil okyanusa düştüğü anda, uçurumun dibine göre konumunu bulunuz.

66. Kararlı bir çakal, hızlı koşan avını yakalamak için bir deneme daha yapar. Çakal 15 m/s^2 'lik sabit yatay bir ivme sağlıyan Acme jet motorlu bir çift kaykay takar (Şekil P4.66). Av uçuruma doğru koşarken, tam çakalın yanından geçtiği anda çakal uçurumun kenarından 70 m uzaktan durgun halden harekete geçer. (a) Av, sabit hızla hareket ederse, çakaldan önce uçuruma ulaşmak için sahip olması gereken minimum hızı hesaplayınız. Uçurumun kenarında, çakal yola dosdoğru devam ederken av ani bir dönüş yaparak kaçar. (b) Uçurum bir kanyonun dibinden 100 m yukarıdaysa, çakalın kanyonda nereye düştüğünü bulunuz ("uçuş" halinde olduğu zaman, kaykayının hala yatay ve çalışır durumda olduğunu varsayınız). (c) Çakalın çarpma hız bileşenlerini hesaplayınız.



Şekil P4.66

67. Bir kayakçı, kayak sıçrama rampasını 10 m/s 'lik hızla, Şekil P4.67 'deki gibi, yatayla 15° açı yaparak terkeder. Yamacın eğim açısı 50° 'dir ve hava direnci ihmal edilmektedir. (a) Kayakçının yamaçta indiği d uzaklığını (d), (b) tam inmeden önce hız bileşenlerini bulunuz. (Hava direnci ihmal edilmeseydi sonuçlar nasıl etkilenirdi? Kayakçıların atlama uzaklıklarını arttırmak için elleri yanlarda öne doğru eğildiklerini hatırlayınız. Bu eylem niçin yararlıdır?)



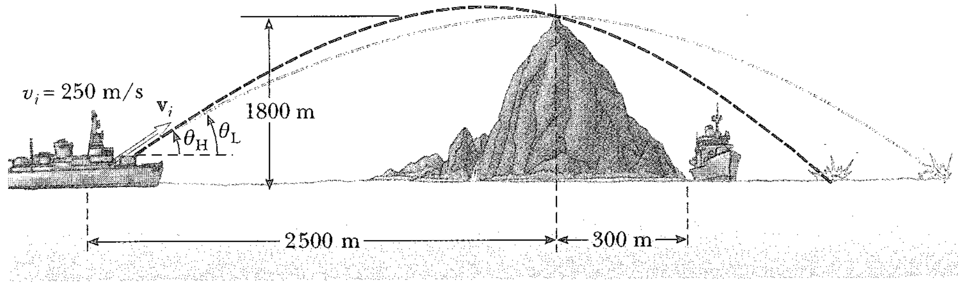


Şekil P4.67

68. İki sporcu, Mary ve Jane, hemen hemen aynı noktadan aynı zamanda koşmaya başlarlar. Jane 5,4 m/s hızla, 60° kuzey-doğu yönünde harekete başlarken, Mary 4,0 m/s hızla doğuya doğru koşar. (a) Birbirlerinden 25 m uzakta olmaları ne kadar sürer? (b) Jane'in Mary'e göre hızı nedir? (c) 4 s sonra birbirlerinden ne kadar uzaklıktadır?

69. Kendinizi incitmeden, elinizi herhangi bir şeye vurmadan, elinize büyük bir ivme vermek için yapmanız gereken şeyi anlatınız. Ölçtüğünüz veya tahmin ettiğiniz nicelikleri ve onların değerlerini ifade ederek, bu ivmenin tahmin ettiğiniz büyüklük mertebesini hesaplayınız.

70. Bir düşman gemisi, Şekil P4.70 'de görüldüğü gibi dağ şeklinde bir adanın batısındadır. Düşman gemisi 1800 m yükseklikteki dağın zirvesinden 2500 m açığına kadar manevra ve 250 m/s 'lik ilk hızla eğik atış yapabilmektedir. Doğu yakası kıyı şeridi, zirveden yatay olarak 300 m uzaktaysa, bir geminin, düşman gemisinin bombardımanından kurtulabildiği doğu yakası kıyısından olan uzaklığı nedir?



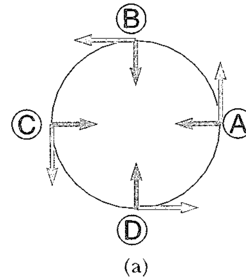
Şekil P4.70

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

4.1 (a) Her ne zaman herhangi bir yolla-hızdaki bir artış veya azalışla-hız değişirse, ivme oluşacağından, fren pedalı da arabayı yavaşlatması sebebiyle bir hız kontrol pedalı gibi gözönüne alınabilir. Keza hız vektörünün doğrultusunu değiştirmesi sebebiyle direksiyon da bir hız kontrol gerecidir. (b) Araba sabit hızla gittiği zaman, gaz pedalı bir ivmeye sebep olmaz; o yalnız hız göstergesinde bir değişmeye sebep olduğu zaman bir hız kontrol gerecidir.

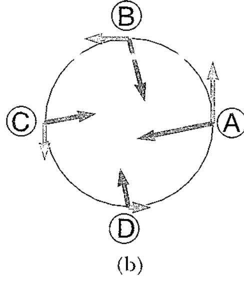
4.2 (a) Yalnız bir noktada-cismin çizdiği yolun en üst noktasında-hız ve ivme vektörleri birbirlerine diktir. (b) Eğer cisim dosdoğru yukarı veya aşağı fırlatılırsa, **v** ve **a** aşağı doğru harekette baştan sona birbirine paraleldir. Aksi halde, hız ve ivme vektörleri asla birbirine paralel değildir. (c) Makmimum yükseklik arttıkça, eğik atılan cismin o yüksekliğe ulaşması ve sonra oradan aşağı düşmesi için geçen zaman artar. Böylece, açı 0° 'den 90° 'ye artarken, uçuş zamanı artar. O nedenle, 15° ilk açı en kısa uçuş zamanı ve 75° 'lik açı en uzun uçuş zamanı verir.

4.3 (a) Cismin sabit bir hızla hareket etmesi sebebiyle hız vektörü daima aynı uzunluktadır. Hareket dairesel olduğundan, bu vektör daima daireye teğettir. Yegane ivme hız vektörünün doğrultusunu değiştiren ivme-



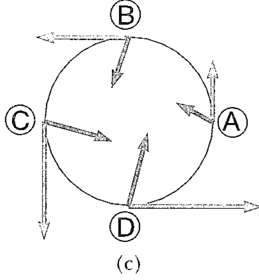
(a)

dir; bu ivme merkeze yöneliktir. (b) Şimdi daireye teğet ve hızla aksi yönde olan bir ivme vektörü bileşeni vardır. Bunun sonucu olarak, ivme vektörü merkeze yönelmez. Cisim yavaşlamaktadır ve böylece hız vektörleri gittikçe kısalır.



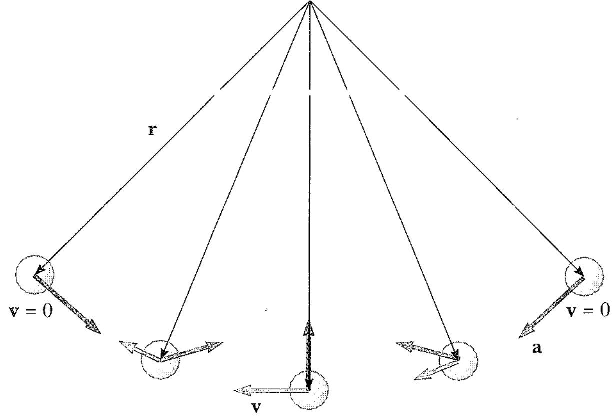
(b)

(c) Şimdi ivmenin teğet bileşeni hızla aynı doğrultuya yöneliktir. Cisim hızlanmakta olup hız vektörleri gittikçe büyür. Burada hız vektörünün büyüklüğünün çok çabuk, fakat (b) şıkkında yavaş yavaş değişmesi sebebiyle ivme vektörleri (b) şıkkındakinden daha uzundur.



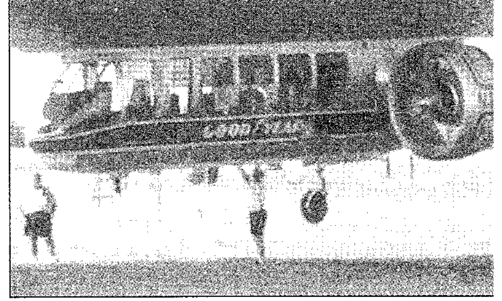
(c)

4.4 Hareketin diyagramı aşağıda görüldüğü gibidir. Her konum vektörünün dairenin merkezinden geçen eksen noktasından topun bulunduğu konuma yöneldiğine dikkat ediniz.



4.5 (a) Yolcu, kahveyi boşaltırken sanki ayakta hareketsiz duruyormuş gibi kahvenin fincana hemen hemen düşey olarak döküldüğünü görür. (b) Hareket etmeyen gözlemci, kahvenin 60 mi/saat (= 88 ft/s) sabit yatay bir hızla ve aşağı doğru bir $-g$ ivmesiyle parabolik bir yolda hareket ettiğini görür. Eğer kahvenin fincana ulaşması 0,10 s alırsa, duran gözlemci kahvenin fincana değmeden önce yatay olarak 8,8 ft gittiğini görür. (c) Araba aniden yavaşlarsa, kahve hızda hiçbir değişme olmamış olsaydı fincanın bulunacağı yere ulaşır ve fincan henüz oraya varmadığından dökülmeye devam eder. Araba çabucak hızlanırsa, kahve fincanın berisine dökülür. Araba yanlara hızlanırsa, kahve gene fincandan başka yerlere dökülür.





SİZCE NEDİR?

"*Akron'un Ruhu*" 60m den uzun bir hava gemisidir. Bu, hava alanında park ederken, bir adam onu tek eliyle başının üzerinde tutabilir. Buna karşılık çok güçlü yetişkin birinin bu gemiyi ani olarak hareket ettirmesi mümkün değildir. Bu kocaman hava gemisinin hangi özelliği onun hareketindeki ani değişmeyi çok zorlaştırır? *(Courtesy of Edward E. Ogden)*

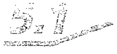
web
Hava gemisi hakkında daha fazla bilgi için aşağıdaki WEB sayfasına giriniz.
http://www.goodyear.com/about/blimp

b ö l ü m

5 Hareket Kanunları

Bölüm İçeriği

Bölüm 2 ve 4 te hareketi, nedenlerini düşünmeksizin yerdeğiştirme, hız ve ivme cinsinden incelendik. Bir parçacığı durgun halde tutan, diğerini ivmelendiren sebep nedir? Bu bölümde hareketi değiştiren sebepler incelenecektir. Dikkate alınması gereken iki önemli öğe, cismin kütlesi ve ona uygulanan kuvvettir. Cismin kütlesi ve uygulanan kuvvetle ilgili olarak İsac Newton tarafından üç asır önce formülleştirilen üç temel hareket yasasını tartışacağız. Bu yasalar anlaşılınca, hareketi değiştiren işleyimler (mekanizmalar) nelerdir? Niçin bazı cisimler diğerlerinden daha fazla ivmelenir? gibi soruları cevaplandırabiliriz.



5.1 KUVVET KAVRAMI

Herkes, günlük gözlemlerinden kuvvet kavramı hakkında az çok bir fikre sahiptir. Bir cismi ittiğiniz veya çektiğiniz zaman onun üzerine bir kuvvet uygularsınız. Bir topa vurduğunuzda veya fırlattığınızda da ona bir kuvvet uygularsınız. Bu örneklerdeki kuvvet kelimesi, kas gücü sonucu cismin hareketindeki değişmeyle ilişkilidir. Kuvvetler, her zaman bir cismin hareket etmesine neden olmazlar. Örneğin bu kitabı okumak üzere oturduğunuzda, sizin vücudunuza çekim kuvveti uygulandığı halde siz durgun kalırsınız. Bir kaya parçasını itersiniz, fakat onu hareket ettiremeyebilirsiniz.

Ayın Dünya etrafındaki yörüngesinde dönmesini sağlayan kuvvet (varsa) nedir? Newton'un bu tür sorulara cevabı şudur: Cismin hızındaki değişmeye ancak bir kuvvet neden olabilir. O halde, düzgün doğrusal hareket (sabit hızla) yapan bir cisme, hareketin devamı için kuvvet uygulanması gerekmez. Dünyanın çevresinde hemen hemen dairesel yörüngede döndüğü için Ay'ın hızı sabit değildir. Hızdaki bu değişmeye, Dünya'nın Ay üzerine uyguladığı kuvvetin sebep olduğunu şimdi biliyoruz. Hızdaki değişme ancak bir kuvvet uygulanmasıyla mümkün olabileceğinden, cismin ivmelenme nedeninin kuvvet olduğunu düşünebiliriz. Bu bölümde, bir cismin üzerine uygulanan kuvvet ile cismin ivmesi arasındaki ilişkiyi inceleyeceğiz.

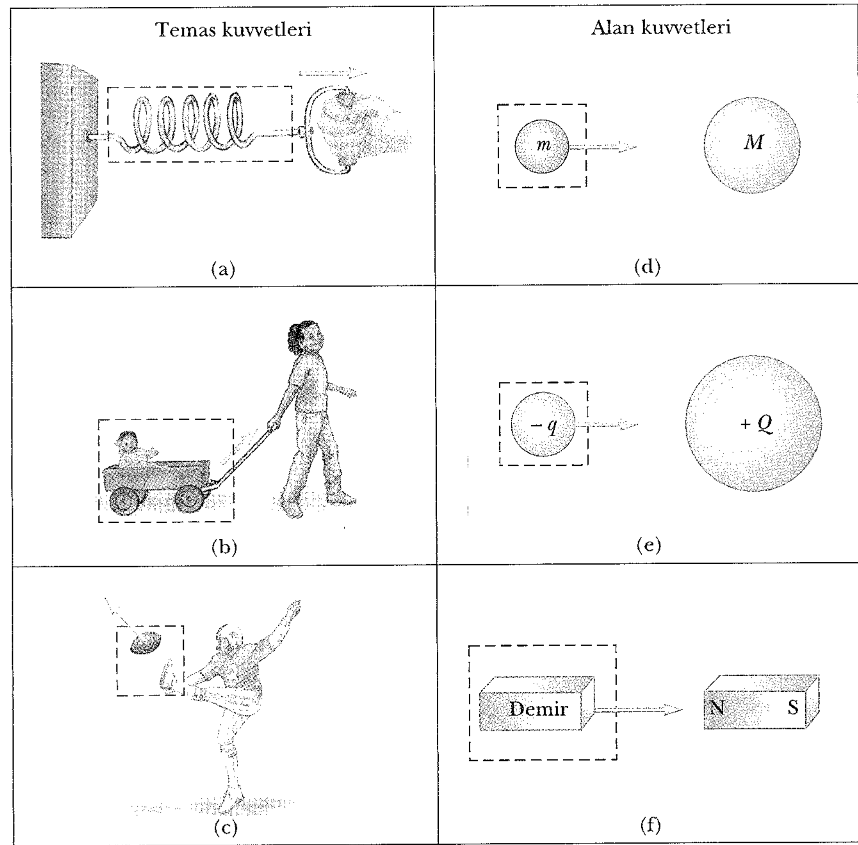
Bir cisim, bir dış kuvvet nedeni ile ivmelenir.

Şimdi, bir cisme aynı anda birden fazla kuvvetin uygulandığı hali gözönüne alalım. Bu durumda, cismin üzerine etki eden net kuvvet sıfırdan farklı olursa cisim ivmelenecektir. Bir cismin üzerine etki eden **net kuvvet** o cismin üzerine uygulanan kuvvetlerin tamamının vektörel toplamı olarak tanımlanır (Net kuvvet yerine, *toplam kuvvet, bileşke kuvvet, dengelenmemiş kuvvet* terimleri sık sık kullanılır). **Net kuvvet sıfır ise ivme de sıfırdır ve cismin hızı değişmez.** Yani, cisme uygulanan net kuvvet sıfır ise o cisim ya duracak ya da sabit hızla hareket edecektir. Cismin hızı sabit veya cisim durgun halde iken, o cismin **dengede** olduğu söylenir.

Dengenin tanımı

Bir yayı Şekil 5.1a da görüldüğü gibi çekerseniz yay gerilir. Şekil 5.1b de görüldüğü gibi bir arabayı sürtünme kuvvetini yenecek bir kuvvetle çekerseniz araba hareket edecektir. Son olarak bir futbol topuna Şekil 5.1c de görüldüğü gibi bir tekme vurursanız, top hem şekil değiştirir hemde hareket eder. Bunların hepsi *temas kuvvetleri* olarak adlandırılan kuvvet sınıfına örnektir. Yani, bu kuvvetler, iki cismin arasındaki fiziksel temas (değmenin) sonucu ortaya çıkan kuvvetleri simgelerler. Değme kuvvetlerine ait diğer örnekler; kapalı kaptaki bir gazın çeperlere uyguladığı kuvvetler (molekullerin duvarlara çapması sonucu doğan kuvvetler) ve bizim ayaklarımızın döşemeye uyguladığı kuvvetlerdir.

Alan kuvvetleri olarak bilinen diğer bir kuvvet sınıfında, cisimler arasında değme (fiziki temas) yoktur. İki cisim boş uzay içinde etkileşir. Şekil 5.1d de görülen iki cisim arasındaki kütle çekim kuvveti, bu sınıfa bir örnektir. Bu kuv-



Şekil 5.1 Çeşitli cisimlere uygulanan kuvvet örnekleri. Her bir durumda, çerçeve içine alınmış cisim veya parcaçığa bir kuvvet uygulanmaktadır. Dış çevre, çerçevelenmiş bölgedeki cisme bir kuvvet uygular.

vet, cisimlerin dünyaya bağlı kalmasını sağlar. Bizim güneş sistemimizdeki gezegenler, kütle çekim kuvvetlerinin etkisi ile güneşe bağlı kalırlar. Alan kuvvetlerinin diğer genel bir örneği, Şekil 5.1e de görülen elektrik yüklerinin birbirlerine uyguladıkları kuvvetlerdir. Yükler, bir hidrojen atomunu oluşturan proton ve elektron olabilir. Alan kuvvetlerinin üçüncü bir örneği, Şekil 5.1f de görülen bir çubuk mıknatısın demir çubuğa uyguladığı kuvvettir. Atom çekirdeğini dağılmadan bir arada tutan kuvvetler de *alan* kuvvetleridir, fakat kısa menzillidir. Bu tür kuvvetler, parçacıklar arasındaki uzaklıklar 10^{-15} m mertebesinde olduğu durumlarda baskın olurlar.

Newton dahil olmak üzere eski bilim adamları için, birbirleriyle temas halinde olmayan iki cismin, birbirlerine kuvvet uygulamasını anlamak zordu. Bu kavramsal problemi çözmek için Mıchael Faraday (1791-1867) *alan* kavramını ortaya atmıştır. Bu yaklaşıma göre, 1 cismi 2 cisminin yakınındaki bir *P* noktasına konulunca, 1 cismi 2 cismi ile *P* de varolan çekim alanı vasıtası ile etkileşir. *P* deki çekim alanı, 2 cismi tarafından oluşturulmuştur. Benzer şekilde 2 cisminin bulunduğu konumda da 1 cismi tarafından bir çekim alanı oluşur. Gerçekte, bütün cisimler uzayda kendi çevrelerinde çekim alanı oluştururlar.

Alan kuvvetleri ile değme kuvvetleri arasındaki farkın yukarıdaki açıklamaların ortaya koyduğu kadar keskin olmadığını belirtmeliyiz. Gerçekte, atomik seviyede değme kuvvetleri, yükler arasındaki elektrik kuvvetlerinden kay-

naklanır ve bunlar Şekil 5.1 e gösterilen çeşitte alan kuvvetleridir. Böyle olmasına rağmen, gelişmiş makroskopik modellerde her iki sınıflandırmayı da kullanmak uygun olmaktadır. Bunun yanında doğada var olan *temel kuvvetler*: (1) Kütle çekim kuvvetleri; iki cismin kütlelerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları çekim kuvvetleri. (2) Elektromanyetik kuvvetler; durgun veya hareketli iki yüklü parçacığın yüklerinden dolayı birbirlerine uyguladıkları itme veya çekme kuvvetleri. (3) Atom-altı parçacıklar arasında görülen, siddetleri büyük çekirdek kuvvetleri. (4) Zayıf nükleer kuvvetler; (zayıf etkileşmeler olarak adlandırılırlar) belli radyoaktif bozunmalarda ortaya çıkan kuvvetlerdir. Klasik fizikte, sadece kütle çekim ve elektromanyetik kuvvetlerle ilgileneceğiz.

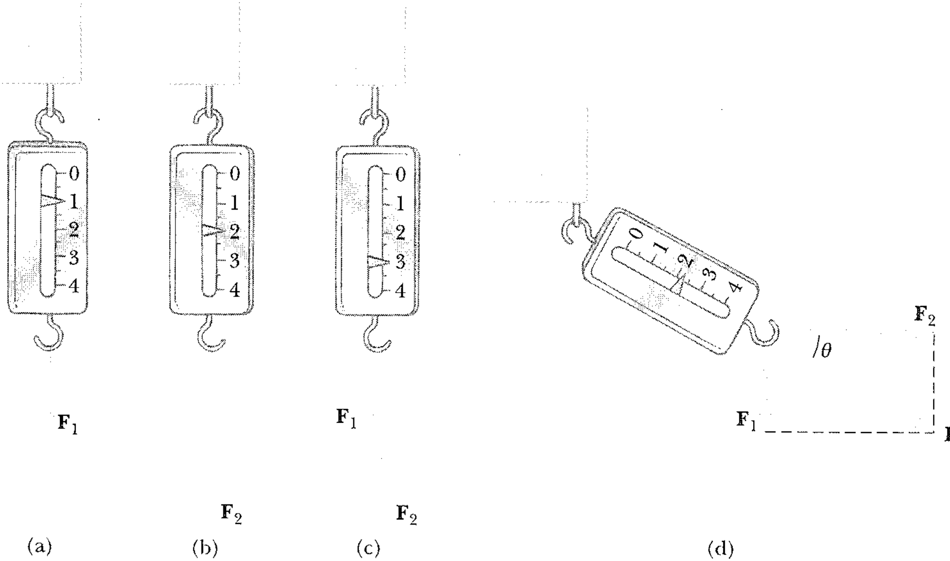
Bir Kuvvetin Şiddetinin Ölçülmesi

Bir yayda gözlenen şekil değişimini, kuvveti ölçmek için kullanmak uygundur. Şekil 5.2a da görüldüğü gibi üst ucundan tutturulmuş bir yaya düşey doğrultuda bir kuvvetin uygulandığını varsayalım. Kuvvet uygulanınca yay uzar ve ölçek üzerindeki göstergeden kuvvet ölçülür. Göstergenin 1.00 cm uzama gösterdiği $\mathbf{F}_1$ kuvveti birim kuvvet olarak tanımlanarak yayı ölçekleyebiliriz (Kuvvet vektörel bir nicelik olduğundan $\mathbf{F}_1$ koyu yazıldı). Eğer şimdi 2 birim şiddetinde bir $\mathbf{F}_2$ kuvveti Şekil 5.2de görüldüğü gibi uygulanırsa, gösterge 2.00 cm ye hareket eder. Şekil 5.2c; aynı anda iki kuvvetin etkisinin tek tek uygulanmaları halindeki etkilerinin toplamına eşit olduğunu gösterir.

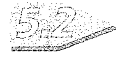
Şimdi Şekil 5.2d de görüldüğü gibi $\mathbf{F}_1$ aşağı, $\mathbf{F}_2$ yatay olarak aynı anda uygulanmış olsun. Bu durumda gösterge $\sqrt{5\text{ cm}^2} = 2{,}24$ cm yi gösterir. Yayda aynı uzamayı meydana getirebilecek tek bir $\mathbf{F}$ kuvveti Şekil 5.2d de görüldüğü gibi $\mathbf{F}_1$ ve $\mathbf{F}_2$ kuvvetlerinin vektörel toplamıdır. Büyüklüğü $|\mathbf{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 2{,}24$ cm birim ve doğrultusu θ = arctan (–0,5) = –26,6° dir. **Kuvvetler vektörel nicelikler olduğundan, bir cisme etki eden bileşke kuvveti elde etmek için vektörlerin toplanması kuralını uygulamalıyız.**

Bir Deney!

Bir tenis topu, iki içecek kamışı ve bir arkadaş bulunuz.Topu masa üzerine koyunuz. Siz ve arkadaşınız kamışla hava üfleyerek topa kuvvet uygulayabilirsiniz (masanın bir kaç cm üzerinde yatay tutulan kamıştan çıkan havanın topa çarpmasıyla kuvvet uygulanır). Değişik düzenlemeleri deneyiniz. Zıt yönlerden topa üfleyin. Aynı yönden üfleyin, dik açı yapacak konumlardan üfleyin ve hatta başka yönlerde üfleyin. Kuvvetin vektörel tabiatını doğrulayabilir misiniz?



Şekil 5.2 Bir yaylı kantar ile bir kuvvetin vektörel özelliğinin denenmesi (a) Aşağı yönelmiş bir $\mathbf{F}_1$ kuvveti yayı 1cm uzatır. (b) Aşağı yönelmiş $\mathbf{F}_2$ kuvveti yayı 2 cm uzatır. (c) $\mathbf{F}_1$ ve $\mathbf{F}_2$ kuvvetleri aynı anda aşağı yönde uygulandığı zaman yay 3 cm uzar. (d) $\mathbf{F}_1$ kuvveti aşağı yönde, $\mathbf{F}_2$ kuvveti yatay olarak uygulandığı zaman bu iki kuvvet yayı $\sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ cm uzatır.



NEWTON'UN BİRİNCİ YASASI VE EYLEMSİZ SİSTEMLER

4.2 Newton'un birinci yasasını ifade etmeden önce aşağıdaki basit deneyi inceleyelim. Masanın üzerinde bulunan bir kitaba herhangi bir etki olmadığı sürece kitabın masa üzerinde hareketsiz kalacağı açıktır. Şimdi, kitabı yatay doğrultuda sürtünme kuvvetini yenecek büyüklükte bir kuvvetle sağa doğru itelim. Sürtünme kuvveti kitapla masa arasında var olan bir kuvvettir. Kitaba uygulanan kuvvet, sürtünme kuvvetine eşit ve zıt yönlü ise kitap sabit bir hızla hareket edebilecektir. Uygulanan kuvvet sürtünme kuvvetinden büyükse kitap ivmelenir. Uygulanan kuvvet ortadan kalkarsa kısa bir süre hareket ettikten sonra sürtünme kuvvetinin etkisi ile durur (negatif ivmelenme sonucu). Şimdi, kitabın karşıdan karşıya kaygan hale getirilmiş yüzeyde itildiğini düşünelim. Kitap yine duracak fakat önceki durumda olduğu gibi çabucak durmayacaktır. Döşemeyi, sürtünmeyi tamamen ortadan kaldıracak kadar cilalar, parlatırsanız kitap, bir defa harekete geçtikten sonra karşı duvara çarpıncaya kadar aynı hızla hareket edecektir.

Ev Deneyi

Bir tenis topu masa üstünde yuvarlanırken kısa süreli ve şiddetli hava üfleyiniz. Topa yoluna dik bir kuvvet uygulayın. Topun hareketi nasıl olur? Topa sabit büyüklük ve doğrultuda, sürekli kuvvet uygulanırsa nasıl bir farklılık gözlenir?

16.yy. dan önce yaşamış bilim adamları, maddenin durgun halini onun doğal hali olarak düşündüler. İlk kez Galileo, maddenin doğal hal ve hareketine farklı bir yorumla yaklaşmıştır. Galileo, sürtünmesiz yüzeylerde hareket eden cisimlerle ilgili bir düşünce deneyi geliştirerek, hareket halendeki cismin durması onun doğal hali olmadığını, hiç durmadan yoluna devam etmesi gerektiğini söylemişdir. Ayrıca, cisimler hareket halinde iken, durmaya ve hızlanmaya direnme (eylemsizlik) tabiatına sahip olduğu sonucuna da varmıştır.

Bu yeni yaklaşım daha sonra Newton tarafından formülleştirilerek, kendi adıyla anılan **Newton'un birinci hareket yasası** olarak tanınmış ve aşağıdaki gibi ifade edilmiştir.

Newton'un birinci yasası

Bir cisme bir dış kuvvet (bileşke kuvvet) etki etmedikçe, cisim durgun ise durgun kalacak, hareketli ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edecektir.

Daha basit bir ifadeyle, **bir cisme etki eden net kuvvet yok ise ivmesi sıfırdır** diyebiliriz. Cismin hareketini değiştirecek hiç birşey yoksa, o zaman hızı değişmez. Newton'un birinci yasasına göre *yalıtılmış* (çevresi ile etkileşmeyen) bir cismin ya durgun (sukûnette) kaldığı ya da sabit hızla doğrusal yoluna devam ettiği sonucuna varırız. Bir cismin, hızında meydana gelecek değişmeye direnme (karşı koyma) eğilimine o cismin **eylemsizliği** denir. Şekil 5.3 te Newton'un birinci yasasının sonucunun çarpıcı bir örneği görülüyor.

Eylemsizliğin tanımı

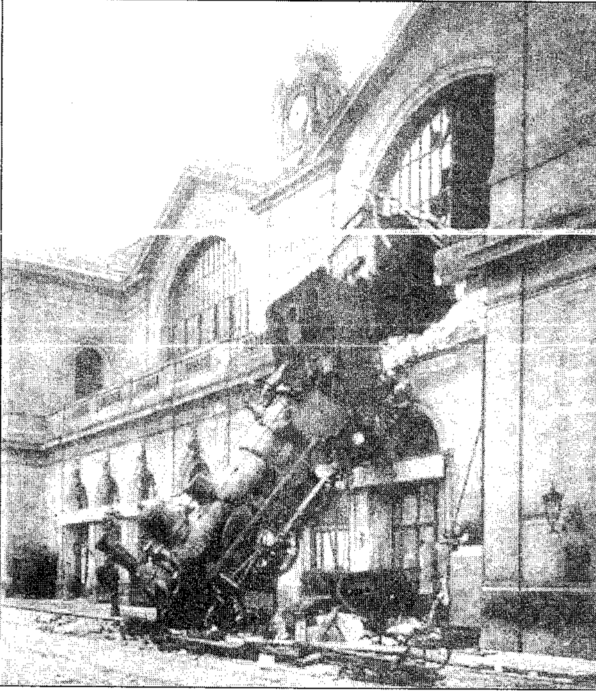
Hemen hemen **sürtünmesiz** bir düzlemde, düzgün doğrusal hareketin bir diğer örneği Şekil 5.4 te görülen hava yastığı üzerindeki küçük bir diskin yaptığı harekettir. Diske bir ilk hız verilirse, duruncaya kadar çok uzun yol kateder.

Son olarak, uzayda herhangi bir gezegenden ve diğer maddelerin etkisinden çok uzakta hareket eden bir uzay gemisini göz önüne alalım. Uzay gemisi, hızını *değiştirmek* için bazı itici düzeneklere ihtiyaç duyar. Fakat itici düzenek durdurulursa uzay gemisi ulaştığı son **v** hızı ile sabit bir hızla seyehat edecektir. Astronotlar uzayda bedava gezinti yapabileceklerdir. (Yani onların **v** hızıyla hareket etmeleri için itici bir düzenek gerekmez.)

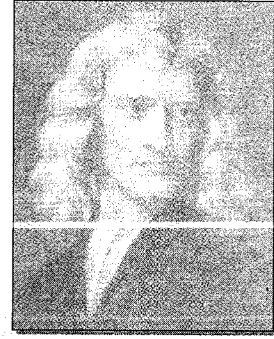
Eylemsiz Sistemler

Eylemsiz sistemin tanımı

Kesim 4.6 da gördük ki, bir hareketli cisme çok sayıda gözlem çerçevesinden (referans sisteminden) bakılabilir. Bazen **eylemsizlik yasası** da denilen Newton'un birinci yasası *eylemsizlik sistemleri* de dediğimiz belirli bir referans siste-



Şekil 5.3 Üzerine herhangi bir dış kuvvet etki etmedikçe, bir cisim durgun ise durmaya devam eder, hareketli ise sabit hızla hareketine devam eder. Bu durumda binanın duvarı trene, onu durdurmaya yetecek büyüklükte bir kuvvet uygulamamıştır.

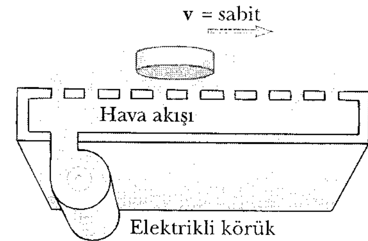


Isaac Newton İngiliz Fizikçi ve Matematikcisi (1642-1727)
Isaac Newton, tarihte çok parlak bir bilim adamı olarak yerini almıştır. 30 yaşından önce mekanik yasalarını ve temel kavramları formülleştirmiştir. Evrensel çekim yasasını ve matematiksel hesaplama yöntemlerini bulmuştur. Kendi teorisinin bir sonucu olarak gezegenlerin hareketlerini, med-cezir olaylarını ve dünya ile ayın pek çok özel hareketini açıklayabilmişdir. Aynı zamanda ışığın yapısı ile ilgili olarak yapılan pek çok temel gözlemin sonuçlarını da yorumlamıştır. İki asır boyunca fizik teorilerine bilimsel katkısı çok baskın şekilde hissedildi. Günümüzde de önemi halâ devam etmektedir. *(Giraudon/Art Resource)*

mi, takımı tanımlar. **Bir eylemsiz gözlem çerçevesi ivmesiz bir referans sistemidir**. Çünkü Newton'un birinci yasası, yalnızca ivmelenmeyen, eylemsiz referans sistemindeki cisimler için geçerli olur. Bir eylemsiz referans sistemine göre sabit hızla giden tüm referans sistemleri de eylemsizdir (4.20 ve 4.21 denklemleri ile verilen Galilean dönüşümleri, iki eylemsiz sistem arasında konumlarla hızları birbirine bağlar.

Uzak bir yıldıza göre sabit hızla hareket eden bir koordinat sistemi, iyi bir yaklaşıklıkla eylemsiz bir referans sistemidir. Dünya, Güneş etrafında ve kendi ekseni etrafında dönmesi nedeniyle eylemsiz bir referans sistemi olamaz. Dünya güneş etrafında yaklaşık olarak dairesel kabul edilen yörüngede döndüğüden, güneşe doğru yönelmiş $4{,}4 \times 10^{-3}$ m/s^{2}lik bir merkezcil ivmeye sahiptir. Ayrıca, dünya 24 saatte bir kere kendi ekseni etrafında döndüğünden, dünyanın ekvatoru üzerindeki bir nokta, dünyanın merkezine yönelmiş $3{,}37 \times 10^{-2}$ m/s^2 lik bir ivmeye sahiptir. Ancak bu ivmeler $g = 9{,}80$ m/s^2 lik çekim ivmesi ile karşılaştırılınca çok küçük değerlidirler ve ihmal edilebilirler. Bundan dolayı pek çok halde dünyayı eylemsiz bir sistem olarak kabul edeceğiz.

Böylece bir cisim sabit hızla hareket ediyorsa, eylemsiz bir sistemdeki gözlemci (meselâ, cisme göre durmakta olan bir kimse), o cisme net kuvvetin etki etmediğini ve ivmesinin sıfır olduğunu söyler. Başka bir eylemsizlik sisteminden bakan başka bir gözlemci de, hareketli cisim için $\mathbf{a} = 0$ ve $\sum \mathbf{F} = 0$ olduğunu bulur. Newton'un birinci yasasına göre, duran bir cisim ile sabit hızla hareket eden bir cisim eşdeğerdir. Doğrusal bir yolda 100 km/saat'lik sabit bir hızla giden bir araba içindeki yolcu fincanına kahvesini kolayca doldurabilir. Fakat sürücü gaza basarsa, fren yaparsa veya direksiyonu bir tarafa çevirirse kahve dökülür, çünkü araba ivmelenmiştir ve araba artık bir eylemsizlik sistemi değildir. Hareket kanunları da beklendiği gibi geçerli olmaz ve kahve yolcunun kucağına dökülür.



Şekil 5.4 Hava diski, Newton'un birinci yasasının avantajını kullanarak oyunu daha heyecanlı hale getirir.

Sınama Sorusu 5.1

Doğru veya yanlış: (a) Bir kuvvet olmadan hareketin olması mümkün dür (b) Hareket olmadan bir kuvvetin olması mümkün dür



KÜTLE

4.3 Basketbol veya bowling topunu yakalama ve atma şeklinde bir oyun hayal edelim. Yakalamaya gayret ettiğimiz zaman hangi topun hareketi daha kolay durdurulur. Eğer topları atmak isterseniz hangi topun hareketsiz kalma eğilimi daha büyüktür. Bowling topu, hız değişimine karşı daha büyük direnme gösterdiğinden basketbol topundan daha büyük direnme eylemsizliğe sahip olduğunu söyleriz. Bu kesimde açıklandığı gibi eylemsizlik bir cismin dış kuvvete nasıl karşı koyacağının (direneceğinin) bir ölçüsüdür.

Kütlenin tanımı

Kütle, bir cismin sahip olduğu eylemsizliğin bir ölçüsüdür ve **SI** birim sisteminde, birimi kilogramdır. Cismin kütlesi ne kadar büyükse, uygulanan belli bir kuvvetin etkisi altında o kadar daha az ivme kazanır. Örneğin, 3 kg kütleli bir cisme bir kuvvet, 4 m/s^2 lik ivme kazandırıyorsa, aynı kuvvet 6 kg kütleli bir cisme 2 m/s^2 lik bir ivme kazandırır.

Kütlenin sayısal ölçümü, farklı cisimler üzerine belli bir kuvvet uygulandığında kazanılan ivmelerin karşılaştırılmasıyla yapılır. m_1 kütleli bir cisim üzerine bir kuvvetin uygulandığını ve bir $\mathbf{a}_1$ ivmesi kazandırdığını, yine *aynı kuvvetin* bir m_2 kütlesine uygulandığında $\mathbf{a}_2$ ivmesi kazandırdığını varsayalım. Bu iki kütlenin oranı, aynı kuvvetin bu kütlelere kazandırdığı ivmelerin büyüklüklerinin oranının *tersi* olarak tanımlanır:

$$\frac{m_1}{m_2} \equiv \frac{a_2}{a_1} \tag{5.1}$$

Bunlardan birisi, bilinen kütle, ise, bilinmeyen cismin kütlesi, ivmesinin ölçülmesi suretiyle elde edilir.

***Kütle*, cismin değişmeyen bir özelliğidir ve cismin çevresinden ve kütleyi ölçmek için kullanılan yöntemlerden bağımsızdır. Kütlenin skaler bir büyüklük** olduğu da deneysel bir gerçektir ve kütle, basit aritmetik kurallarına uyan bir büyüklüktür. Yani, bu özellik sayesinde çok sayıda kütle, sayısal olarak toplanabilir demektir. Örneğin 3 kg kütle ile 5 kg kütleyi toplarsanız 8 kg kütle bulursunuz. Bu durum, büyüklüğü bilinen bir kuvvet, ayrı ayrı cisimlere ve toplam kütle üzerine uygulandığı zaman kazandıracağı ivmelerden deneysel olarak doğrulanabilir.

Kütle ve Ağırlık farklı niceliklerdir

Kütle ile ağırlığın birbiri ile karıştırılmaması çok önemlidir. **Kütle ve ağırlık tamamen farklı niceliktir.** Bir cismin ağırlığı ona etki eden yerçekimi kuvvetinin büyüklüdür ve cismin konumuna göre değişir. Örneğin, Dünyada 180N ağırlığındaki bir cismin Ay üzerinde ağırlığı 30N gelir. Oysa bir cismin kütlesi her yerde aynı değere sahiptir. Dünyada 2kg kütleye sahip olan bir cisim Ay üzerinde de 2 kg kütleye sahiptir.



NEWTON'UN İKİNCİ YASASI

4.4 Newton'un birinci kanunu, bir cisme etki eden dış kuvvetlerin bileşkesi sıfır olduğu zaman, cismin davranışındaki değişmeleri açıklar. Bu durumda cisim, ya durgun kalır ya da doğrusal bir yörüngede sabit hızla hareket eder. Newton'un ikinci yasası, bir cisim üzerine sıfırdan farklı bir bileşke kuvvet etki ettiği zaman neler olur sorusunun yanıtını verir.

Çok düzgün, cilalı, parlatılmış yatay bir yüzey üzerinde, sürtünme kuvvetini ihmal ederek, bir buz bloğunu ittiğinizi düşünün. Blok üzerine yatay bir **F** kuvveti uygularsanız, blok **a** ivmesi ile hareket edecektir. Kuvveti iki katına çıkarırsanız ivme de iki katına çıkacaktır. Benzer şekilde, uygulanan kuvvet 3**F** ye çıkarılırsa ivme de üç katına çıkar ve bu hal böyle devam eder. Bu tür gözlemlerden **bir cismin ivmesinin, onun üzerine etki eden bileşke kuvvetle doğru orantılı olduğu sonucuna varırız.**

Bir cismin ivmesi onun kütlesine de bağlıdır. Bu hal, aşağıdaki deneylerle anlaşılabilir. Bir buz bloğuna sürtünmesiz bir yüzeyde bir **F** kuvveti uygularsanız bir **a** ivmesi kazanır. Kütleyi ikiye katlarsanız aynı kuvvet **a**/2 ivmesini oluşturur. Kütle üç katına çıkarılırsa, blok **a**/3 ivmesini kazanacak ve böyle devam edecektir. Bu gözleme göre, **bir cismin ivmesinin kütlesi ile ters orantılı** olduğu sonucuna varırız.

Bu gözlemler, **Newton'un ikinci** kanunu içinde özetlenmiş ve kanun aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

Bir cismin ivmesi, ona etki eden bileşke kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılıdır.

Newton'un ikinci kanunu

O halde kütle ile kuvveti birbirine, Newton'un ikinci kanununun aşağıdaki matematik ifadesiyle bağlıyabiliriz.[1]

$$\sum \mathbf{F} = m\,\mathbf{a} \qquad (5.2)$$

(5.2) nin vektörel bir eşitlik olduğuna ve bundan dolayı da aşağıdaki üç bileşen eşitliğe eşdeğer olduğuna dikkat edilmelidir:

$$\sum F_x = ma_x \qquad \sum F_y = ma_y \qquad \sum F_z = ma_z \qquad (5.3)$$

Newton'un ikinci kanununun bileşenlere ayrılmış şekli

Sınama Sorusu 5.2

Bir cisme etki eden net kuvvet ile, hareketli cismin hareket doğrultusu arasında bir ilişki var mıdır?

Kuvvet Birimi

SI Birim sisteminde kuvvet birimi Newton'dur. 1 kg kütleli bir cisim üzerine uygulandığında ona 1 m/s^2 lik ivme kazandıran kuvvet bir newtondur. Bu tanımdan ve newton'un ikinci yasasından newton, kütle, uzunluk ve zaman birimleri cinsinden aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$1\text{N} = 1\text{ kg} \cdot \text{m/s}^2 \qquad (5.4)$$

Newton'un tanımı

İngiliz mühendislik sisteminde kuvvet birimi olan **pound**, 1 slug[2] kütleye uygulandığı zaman ona 1 ft/s^2 lik ivme kazandıran kuvvettir:

$$1\text{ lb} = 1\text{ slug} \cdot \text{ft/s}^2 \qquad (5.5)$$

Kütle, kuvvet ve ivme birimleri Tablo 5.1 de özetlenmiştir. İyi bir yaklaşıklıkla 1 N ≈ $\frac{1}{4}$lb dir.

[1] 5.2 eşitliği, sadece parçacık hızı, ışığın hızından çok küçük olduğu zaman geçerlidir. Rölativistik durumlar 39. Bölümde işlenecektir.

[2] *Slug*, İngiliz mühendislik birim sisteminde kütle birimidir ve SI birim sistemindeki kg a karşılık gelir. Bu kitapdaki hesaplamaların çoğunda SI birimleri kullanılacak, nadiren de slug kullanılacaktır.

TABLO 5.1 Kütle, İvme ve Kuvvet Birimleri[a]

Birim Sistemleri	Kütle	İvme	Kuvvet
SI	Kg	m/s^2	$N = kg \cdot m/s^2$
İngiliz birim sistemi	slug	ft/s^2	$lb = slug \cdot ft/s^2$

[a] 1N = 0.225lb

Kütle, kuvvet ve ivme birimleri Tablo 5.1 de özetlenmiştir.



Tek bir kişinin, bölümün başında ifade edildiği gibi bir hava gemisini başının üstünde tutabildiği halde, onun ani olarak hareketini değiştirememesini şimdi anlıyabiliriz. Geminin kütlesi 6800 kg dan fazladır. Böyle kocaman bir kütleyi ivmelendirmek açıkça çok büyük kuvvet gerektirir ki kesinlikle bir insan tarafından sağlanan kuvvetten çok çok büyük bir kuvvettir.

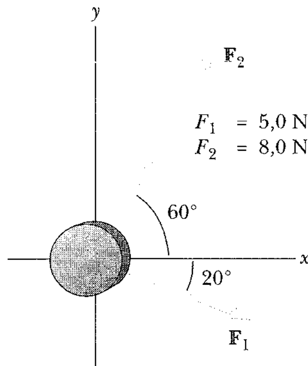
ÖRNEK 5.1 İvmelenen Bir Hokey Diski

0,30 kg kütleli bir hokey diski yatay, sürtünmesiz bir buz zemin üzerinde kaymaktadır. Diske Şekil 5.5 te görüldüğü gibi, iki kuvvet etki eder. $\mathbf{F}_1$ kuvvetinin büyüklüğü 5.0 N, $\mathbf{F}_2$ kuvvetinin büyüklüğü 8.0 N dur. Diskin ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü belirleyiniz.

Çözüm x yönündeki bileşke kuvvet aşağıdaki gibidir:

$$\Sigma F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \text{ Cos } (-20°) + F_2 \cos 60°$$

$$= (5.0 \text{ N})\ (0{,}940) + (8.0 \text{ N})\ (0{,}500) = 8{,}7 \text{ N}$$



Şekil 5.5 (Örnek 5.1) Sürtünmesiz bir yüzeyde hareket eden bir cisim, $\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2$ bileşke kuvveti doğrultusunda ivmelenecektir.

y yönündeki bileşke kuvvet de aşağıdaki gibidir:

$$\Sigma F_y = F_{1y} + F_{2y} = -F_1 \sin (-20°) + F_2 \sin 60°$$

$$= -\ (5.0 \text{ N})\ (0{,}342) + (8.0 \text{ N})\ (0{,}866) = 5{,}2 \text{ N}$$

Şimdi Newton'un ikinci yasasının bileşenlere ayrılmış şeklini, x ve y yönündeki ivme bileşenlerini bulmak için kullanabiliriz:

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{8{,}70\ N}{0{,}3 \text{ kg}} = 29 \text{ m/s}^2$$

$$a_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{5{,}22\ N}{0{,}3 \text{ kg}} = 17 \text{ m/s}^2$$

ivmenin büyüklüğü aşağıdaki gibi bulunur:

$$a = \sqrt{(29)^2 + (17)^2} \text{ m/s}^2 = 34 \text{ m/}$$

İvmenin doğrultusu da pozitif x eksenine göre

$$\theta = \tan^{-1} (a_y / a_x) = \tan^{-1} (17/29) = 30°$$

dir.

Cevabın mantıklı olup olmadığını kontrol etmek için Şekil 5.5 teki vektörleri çizimle toplayabiliriz. İvme vektörü bileşke kuvvetin yönünde olduğundan, bileşke kuvvetin çizimle bulunan yönü cevabın doğruluğunu kontrol etmemize yardım eder.

Alıştırma Eğer uygulansaydı ivmeyi sıfır yapan üçüncü kuvvetin bileşenleri ne olurdu?

Cevap $F_{3x} = -8{,}7$ N : $F_{3y} = -5{,}2$ N

5.5 AĞIRLIK VE ÇEKİM KUVVETİ

Cisimlerin, dünyaya doğru çekilmesi gerçeğinden hepimiz haberdarız. Bir cisme, dünyanın uyguladığı kuvvet, **çekim kuvveti** olarak adlandırılır ve $\mathbf{F}_g$ ile gösterilir. Bu kuvvet dünyanın merkezine doğru yönelmiştir[3] ve kuvvetin büyüklüğü cismin ağırlığı olarak bilinir.

Ağırlığın tanımı

Kesim 2.6 da serbest düşme yapan bir cismin yerin merkezine doğru yönelik bir **g** ivmesi etkisinde kaldığını gördük. $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ şeklinde verilen Newton'un ikinci yasasını $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_g$ ve $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ olmak üzere serbest düşen m kütleli cisme uygularsak

$$\mathbf{F} = m\mathbf{g} \tag{5.6}$$

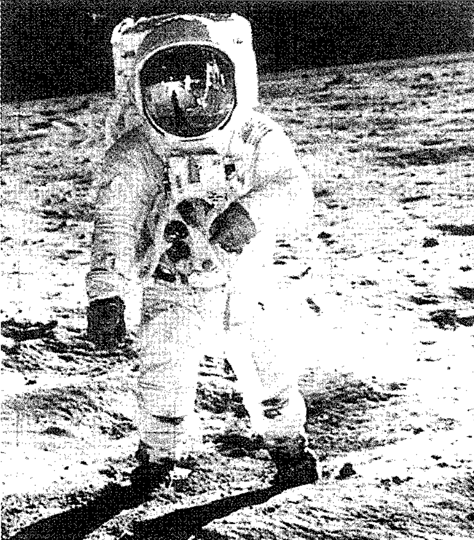
elde edilir. O halde bir cismin ağırlığı, $\mathbf{F}_g$ nin büyüklüğü olarak tanımlanmıştır ve bu mg dir. (Çekim ivmesinin italik yazılmış hali olan g ile, "gram" kelimesinin italik yazılmış hali olan g karıştırılmamalıdır.

Ağırlık g ye bağlı olduğundan, coğrafi konuma göre değişir. Bir cismin yükseklerdeki ağırlığı, deniz seviyesine göre daha az olur. Bunun nedeni, g nin dünyanın merkezinden uzaklaşıldıkça küçülmesidir. Böylece kütlenin tersine, ağırlık cismin değişmez bir özelliği değildir mesela Empire State binasının inşası sırasında 1000 kg lık tuğla blokları kullanılmıştır ki bu blokların ağırlığı binanın tepesinde zemindekinden yaklaşık olarak 1 N azdır. Örneğin bir cisim 70.0 kg kütleye sahipse, $g = 9{,}80\ \text{m/s}^2$ olan bir yerde ağırlığı $mg = 686\text{N}$; $g = 9{,}77\ \text{m/s}^2$ olan bir dağın tepesinde ağırlığı $mg = 684$ N olur. Bu sonuçlar ağırlığın yükseklikle 2 N azaldığını gösterir. Böylece diyet yapmadan ağırlık azalması isterseniz, bir dağa tırmanmalı veya 30 000 ft yüksekte uçan bir uçak içinde olmalısınız.

Bir cismin ağırlığı $F_g = mg$ olduğundan, iki cismin kütlesini, bir yaylı kantarla ağırlıklarını ölçerek karşılaştırabiliriz. Yani verilen bir konumda iki cismin ağırlıklarının oranı, kütlelerinin oranına eşittir.

Ev Deneyi

Elinizdeki dolma kalemi ve kitabı aynı yükseklikten aynı anda serbest bırakın ve düşüşlerini gözleyin. Ağırlıkları çok farklı olan bu cisimler nasıl aynı ivmeye sahip olabiliyorlar?



Astronot Edwin Aldrin'in sırtına dünyadaki ağırlığı 300 lb lik hayat destekleme ünitesi bağlandı. Eğitim süresince de 300lb lik yük, 50 lb lik yük ile taklid edildi. Ünitenin indirgenmiş ağırlığının etkin olarak Ay üzerindeki ağırlığına benzeşimi (simulasyonu) elde edilmiş olmasına rağmen kütlesinin değişmez kalmasından dolayı aydaki hareketlerin tam doğru taklidini yapmadı. Bunlar ay üzerinde iken, ünitenin dünya üzerindeymiş gibi ivmelenmesinden meydana gelen zorlukları (belki ani zıplamaya eğilmeye, dönmeye, ivmelenmeye kütlenin etkisinin değişmemesi) (*NASA'nın izniyle*).

[3] Bu durum, dünyanın tam olarak küresel hali için geçerlidir. Küresel olmayan durum ihmal edilmiştir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 5.2 **Asansörde ağırlığınız ne kadardır?**

Asansör, yukarı doğru ivmeli olarak çıkarken asansör içinde ayakta durduğunuz olmuştur. Bu durumda kendimizi ağırlaşmış hissedersiniz. Gerçekte, asansör içinde bir kantar üzerinde bulunuyorsanız kantar gerçek ağırlığınızdan daha büyük bir kuvvet ölçer. O halde yukarı doğru ivmelenen asansör içinde ağırlaştığınızı hissetmenizin ölçülmüş deliline sahipsiniz. Gerçekten ağırlaşır mısınız?

Çözüm Hayır ağırlığınız değişmemiştir. Yukarı yönlü ivme oluşturmak için asansör tabanı veya kantar, ayaklarınıza yukarı doğru bir kuvvet uygulamalıdır ki bu kuvvet sizin ağırlığınızdan büyüktür. Sizin hissettiğiniz kuvvet budur ve ağırlaşmış gibi yorumlarsınız. Kantar, bu yukarı yönlü kuvveti ölçer sizin ağırlığınızı ölçmez. Kantarın ölçtüğü değer ağırlığınızdan fazladır.

Sınama Sorusu 1.1

m kütleli bin top bir ilk hızla yukarı doğru fırlatılıyor. Eğer hava direnci ihmal edilirse (a) maksimum yüksekliğin yarısına çıktığı zaman, (b) maksimum yüksekliğe çıktığı zaman topa etki eden kuvvet ne olur?



NEWTON'UN ÜÇÜNCÜ YASASI

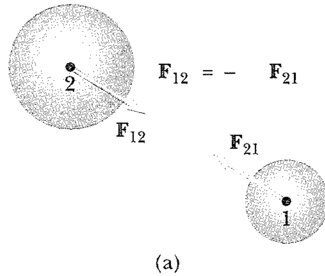
Bu kitabın bir köşesine parmak ucunuzla bastırırsanız kitap parmağınızı geri
4.5 iter ve sizin cildinizde küçük bir yassılaşma oluşur. Daha şiddetli bastırırsanız, kitap aynı itmeyi yapar ve parmağınızın derisinin yassılaşan yüzeyi genişler. Bu basit deney, **Newton'un üçüncü yasası** olarak bilinen önemli bir genel ilkeyi açığa kavuşturur.

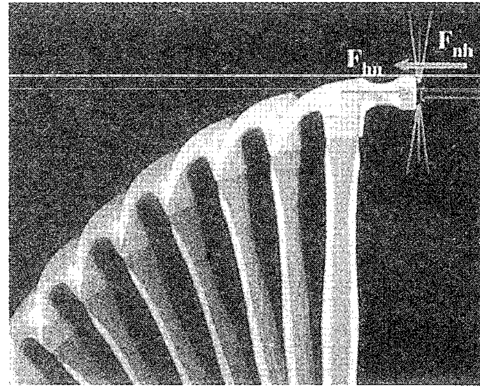
Newton'un üçüncü yasası

Newton'un üçüncü kanunu, iki cisim etkileşiyorsa, 2 cisminin 1 cismine uyguladığı $\mathbf{F}_{21}$ kuvveti, 1 cisminin 2 cismine uyguladığı $\mathbf{F}_{12}$ kuvvetine eşit ve zıt yönlü olduğunu ifade eder. Yani,

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \tag{5.7}$$

Şekil 5.6a daki çizimle gösterilen bu kanun başka harici bir cisim tarafından çekilen bir cismin etkilendiği kuvvet olarak ifade edilir. Hariçteki cisimde tersine olarak birinci cisme etki eden kuvvetle aynı büyüklükte ve zıt yönlü kuvvet etkisinde kalır.



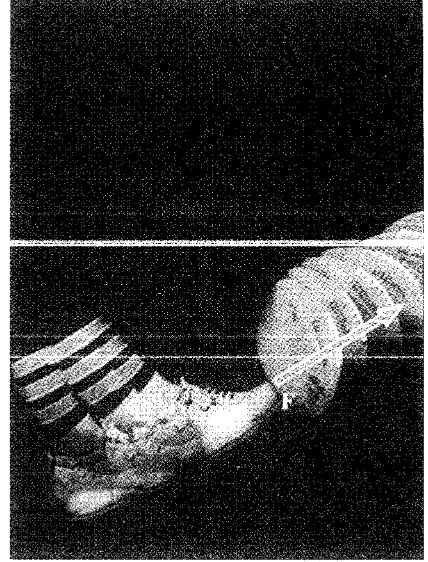


Şekil 5.6 Newton'un üçüncü yasası. (a) 1 cisminin 2 cismine uyguladığı kuvvet $\mathbf{F}_{12}$, 2 cisminin 1 cismine uyguladığı kuvvete $\mathbf{F}_{21}$ e eşit ve zıt yönlüdür. (b) Çekicin çiviye uyguladığı kuvvet $\mathbf{F}_{hn}$, çivinin çekice uyguladığı kuvvete $\mathbf{F}_{nh}$'ye eşit ve zıt yönlüdür.

Bu kanun, Şekil 5.6a da gösterildiği gibi, kuvvetlerin her zaman çiftler halinde bulunduğunu veya **yalıtılmış tek bir kuvvetin bulunamayacağını** ifade eder. 1 cisminin, 2 cismine uyguladığı kuvvet bazen ***etki kuvveti*** olarak adlandırılırken; 2 cisminin 1 cismine uyguladığı kuvvetin de ***tepki kuvveti*** olduğu söylenir. Kuvvetlerden herhangi biri etki veya tepki kuvveti olarak işaretlenebilir. **Etki kuvveti, büyüklükce tepki kuvvetine eşit ve onunla zıt yönlüdür. Bütün durumlarda etki ve tepki kuvvetleri farklı cisimlere** uygulanır. Örneğin serbest düşen bir mermiye etki eden kuvvet onun ağırlığı ($\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$) dir. Bu kuvvet, dünyanın mermiye uyguladığı kuvvete eşittir. Tepki kuvveti, merminin dünyaya uyguladığı $\mathbf{F}_g' = -\mathbf{F}_g$ kuvvetidir. Bu $\mathbf{F}_g'$ tepki kuvveti, dünyanın mermiye uyguladığı $\mathbf{F}_g$ etki kuvvetinin mermiyi dünyaya doğru ivmelendirdiği gibi dünyayı da mermiye doğru ivmelendirmelidir. Fakat, dünya çok büyük kütleye sahip olduğundan bu tepki kuvvetinin dünyaya kazandırdığı ivme ihmal edilecek ölçüde küçüktür.

Diğer bir örnek Şekil 5.6b de görülmektedir. Çekicin çivi üzerine uyguladığı etki kuvveti $\mathbf{F}_{hn}$, çivinin çekice uyguladığı tepki kuvvetine $\mathbf{F}_{nh}$ zıt yönlü olarak eşittir. $\mathbf{F}_{nh}$ sonraki kuvvet çekicin çiviye çarpması anında çekicin ileri yöndeki hareketini durdurmaya sebep olan kuvvettir.

Newton'un üçüncü yasasını doğrudan denemek isterseniz yumruğunuzu duvara vurun veya ayağınızla bir topa vurun. Bu hallerde etki ve tepki kuvvetlerini çok iyi teşhis edeceksiniz.



Oyuncu ayağı ile kuvvet uygular topun sıkışması sonucuda top hareket eder (Fotoğraf: *Ralph Cowan/ Tony Stone*)

Sınama Sorusu 5.4

Bir kişi bir bottan rıhtıma atlamaktadır. Malesef botunu rıhtıma bağlamayı unutmuştur. Adam botunda rıhtıma doğru atlayınca bot rıhtımdan uzaklaşır. Bu durumu, Newton'un üçüncü yasasına göre açıklayınız.

Bir cismin $\mathbf{F}_g$ ağırlığı, o cismin üzerine dünyanın uyguladığı çekim kuvvetidir. Cisim Şekil 5.7a da görüldüğü gibi bir masa üzerinde duran bir TV ise, TV niçin $\mathbf{F}_g$ yönünde ivmelenmez? Masa tarafından tutulduğu için TV ivmelenemez. Masa, aşağıdan yukarı doğru blok üzerine $\mathbf{n}$ ile gösterilen bir etki kuvveti uygular. Bu **kuvvet normal** kuvvet olarak adlandırılır [4]. Normal kuvvet, bir temas kuvvetidir ve TV nin masayı delip düşmesini önler ve aşağı yönelen $\mathbf{F}_g$ yi dengelemek için gereken büyüklüğe (şiddetle) sahip olur ki masa kırılıncaya kadar değer alabilir. Eğer TV nin üzerine kitaplar yığılırsa masa tarafından TV ye uygulanan normal kuvvet artar. Eğer TV kaldırılmaya çalışılırsa masa tarafından TV ye uygulanan normal kuvvet azalır (TV masadan tam kaldırıldığı anda normal kuvvet sıfır olur).

Normal kuvvetin tanımı

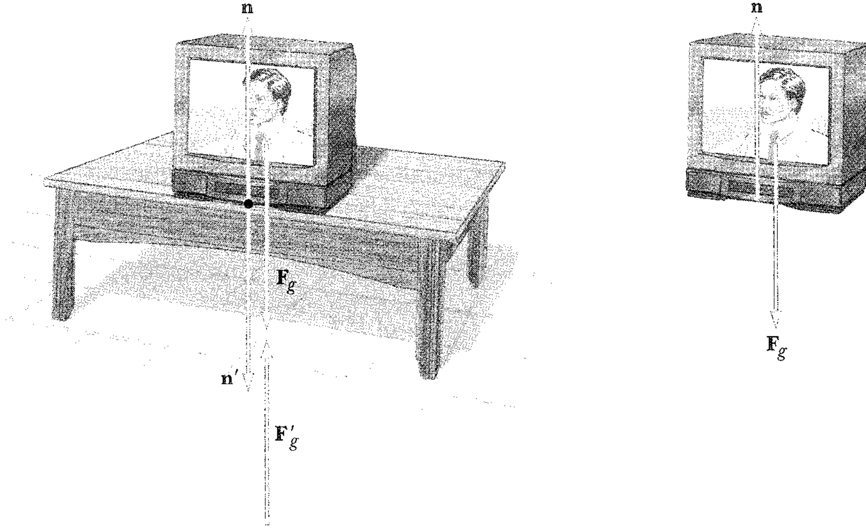
Bir etki-tepki çiftindeki iki kuvvet daima **farklı cisimler üzerine uygulanır**. Şekil 5.6b deki çekiç ve çivi durumu için çiftin kuvvetlerinden birisi çekice uygulanır, diğeri çiviye etki eder. Sınama sorusu 5.4 şanssız adamın bottan rıhtıma atlaması örneğinde, çift kuvvetlerden biri adama etki eder öteki de bota etki eder.

Şekil 5.7 deki TV için $\mathbf{F}_g$ kuvveti ve $\mathbf{n}$ normal kuvveti bir etki-tepki çifti *değildir.* Çünkü bunların her ikisi de aynı cisme TV ye etki ederler. Bu durumda $\mathbf{F}_g'$ ve $\mathbf{n}'$ tepki kuvvetleri TV den başka cisimler üzerine uygulanmaktadır. Çünkü TV tarafından dünyaya uygulanan $\mathbf{F}_g$ ye karşı doğan tepki kuvveti $\mathbf{F}'_g$ dir ve masa tarafından TV ye uygulanan $\mathbf{n}$ kuvvetine karşı doğan tepki kuvveti (TV tarafından masaya uygulanıyor) $\mathbf{n}'$ dür. Bunlar

$$\mathbf{F}_g = -\mathbf{F}_g' \qquad \text{ve} \qquad \mathbf{n} = -\mathbf{n}'$$

etki-tepki çiftleridir.

[4] *Normal* (dik) kelimesinin kullanılış nedeni, **n** nin yüzeye *dik* olmasındandır.



Şekil 5.7 Masa üzerinde duran bir TV ye etki eden kuvvetler (b) de görüldüğü gibi $\mathbf{F}_g$, (ağırlık), **n**, (normal) kuvvetleridir. **n** kuvvetinin tepki kuvveti, TV nin masaya uygulandığı **n**′ kuvvetidir. TV nin uyguladığı $\mathbf{F}_g$ ağırlığının tepki kuvveti de, $\mathbf{F}'_g$ dir.

n ve **n**′ kuvvtleri aynı büyüklüğe sahiptir ve masa kırılıncaya kadarda $\mathbf{F}_g$ ile de aynı büyüklüğe sahip olur. TV dengede olduğu için (**a** = 0 dır). Newton'un ikinci yasasına göre $F_g = n = mg$ olacağı anlaşılır. [5]

Sınama Sorusu 5.5

Bir sinek çok hızlı hareket eden bir arabanın rüzgar koruyucusuna çarparsa (a) Araba veya sinekten hangisi daha büyük çarpma kuvvetine maruz kalır? Yoksa her ikisine de aynı büyüklükte kuvvetler mi etki eder? (b) Araba mı, sinek mi daha büyük ivme kazanır? Yoksa her ikiside aynı büyüklükte ivmelere mi sahip olur?

KAVRAMSAL ÖRNEK 5.3 Sen Beni İt ve Ben Seni İteceğim

Büyük bir adamla küçük bir çocuk sürtünmesiz buz üzerinde yüzyüze ayakta durmaktadırlar. Ellerini karşılıklı birleştirdikten sonra birbirlerini zıt yönde itiyorlar ve böylece ayrılarak hareket ediyorlar (a) Kim daha hızlı uzaklaşır?

Çözüm Bu durum Sınama Sorusu 5.5 de gördüğümüze benzer. Newton'u üçüncü yasasına göre adamın çocuğa uyguladığı kuvvet ile, çocuğun adama uyguladığı kuvvet etki-tepki çiftidir ve nedenle aynı büyüklüktedir (Elleri arasına bir yaylı kantar konulursa adam ve çocuk aynı kuvvetleri ölçer). O halde çocuk, daha az kütleye sahip olduğundan daha büyük ivme kazanır. Adam ve çocuk aynı zaman aralığında ivmelenirler. Fakat bu ivmelenme süresince büyük ivmeye sahip olan çocuk adamdan daha büyük hıza ulaşır. (b) Elleri birleşik iken kim daha uzağa gider?

Çözüm Çocuğun ivmesi daha büyük olduğundan, elleri temas halindeyken geçen sürede çocuk daha uzaklara gider.

[5] Normalde bu denklemi bileşenler biçiminde $F_{gy} = n_y = mg_y$ diye yazmalıyız. Bütün kuvvetlerin bir eksene paralel olduğu durumlarda, diğer eksene ait bileşen bulunmayacağından alt indisler kullanmayız

5.7 NEWTON KANUNLARININ BAZI UYGULAMALARI

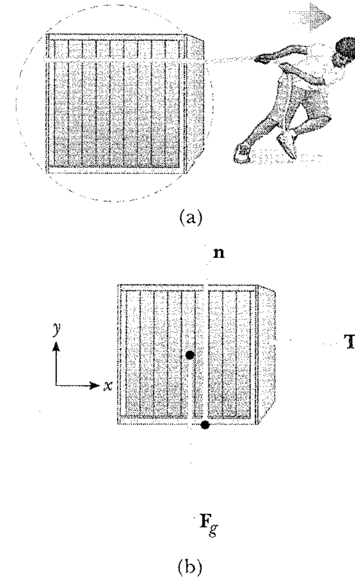
4.6 Bu kesimde, dengede ($\mathbf{a} = 0$) veya sabit bir dış kuvvet etkisi altında ivmeli doğrusal hareket yapan bir cisim için, Newton yasalarının bazı basit uygulamaları sunulacaktır. Modelimize göre burada cismin, bir paçacık gibi davrandığını varsayacağız; dolayısıyla dönme hareketleriyle ilgilenmemiz gerekmez. Bu kesimde ayrıca, sürtünmenin etkilerini ihmal edeceğiz. Bu, yüzeyin *sürtünmesiz* olduğu ifadesi ile eşdeğerdir. Böyle problemlerde, cisimlerin bağlı oldukları iplerin kütlelerini de genellikle ihmal edeceğiz. Bu yaklaşımlara göre, ip boyunca herhangi bir noktaya uygulanan kuvvet ipin her noktası için aynı olacaktır. Problemlerde *hafif, hafif ağırlıklı* ve *ihmal edilebilir kütle* terimleri aynı anlamlıdır ve problemlerde kütle ihmal edilmelidir.

Newton yasalarını bir cisme uygularken, sadece *cisim üzerine etki eden* dış kuvvetlerle ilgileneceğiz. Örneğin Şekil 5.7 de TV ye etki eden dış kuvvetler sadece $\mathbf{n}$ ve $\mathbf{F}_g$ dir. Bu kuvvetlere tepki olarak doğan $\mathbf{n}'$ ve $\mathbf{F}_g'$ kuvvetleri, masaya ve yere etki ederler. Bundan dolayı $\mathbf{n}'$ ve $\mathbf{F}_g'$, Newton'un ikinci yasasında, TV ye etkiyen kuvvetler arasında bulunmazlar.

Bir cisim bir sicim ile çekildiği zaman, sicim, cisime bir $\mathbf{T}$ kuvveti uygular ve bu kuvvetin büyüklüğüne **gerilme** denir. Gerilme, skaler bir niceliktir, çünkü bir vektörel niceliğin büyüklüğüdür.

Gerilme

Şekil 5.8a da görüldüğü gibi düzgün, yatay bir zemin üzerinde sağ tarafa doğru çekilen bir bloğu gözönüne alalım. Bloğun ivmesinin ve zeminin bloğa uyguladığı kuvvetin sorulduğunu varsayalım. Önce bloğa uygulanan yatay kuvvete dikkat edelim. Kuvvet, bloğa ip boyunca uygulanır. İpin bloğa uyguladığı kuvvet $\mathbf{T}$ ile gösterilir. $\mathbf{T}$ nin büyüklüğü ipteki gerilmeye eşittir. Şekil 5.8a da bloğun etrafına çizilen noktalı çember onun çevresinden izole edildiğini belirtmektedir. Sadece bloğun hareketi ile ilgilendiğimizden, bloğa etki eden bütün kuvvetlerin tanımlanabilmesi gerekir. Bu kuvvetler Şekil 5.8b de gösterilmiştir. $\mathbf{T}$ kuvveti ile beraber blok üzerine $\mathbf{F}_g$ ağırlığı ve $\mathbf{n}$ normal kuvveti de etki eder. Bloğa etki eden kuvvetlerin gösterilmesine **serbest-cisim diyagramı (çizeneği)** denir. Newton yasalarının uygulanmasında böyle bir diyagramın çizilmesi önemli bir adımdır. Cisme etki etmeyen, ipin ele, bloğun zemine uyguladığı *tepki* kuvvetleri serbest cisim diyagramında görülmez. Sadece cisme etki eden kuvvetler, o cismin serbest cisim diyagramında görülür.



Şekil 5.8 (a) Düzgün bir yüzey üzerinde iple çekilen bir blok (b) Blok üzerine etki eden kuvvetleri gösteren serbest-cisim çizeneği

Şimdi Newton'un ikinci yasasının bileşenlere ayrılmış şeklini Şekil 5.8 deki sisteme uygulayabiliriz. x yönünde sadece $\mathbf{T}$ kuvveti etki eder. Yatay doğrultudaki harekete $\sum F_x = ma_x$ ifadesini uygulayarak a_x bulunur:

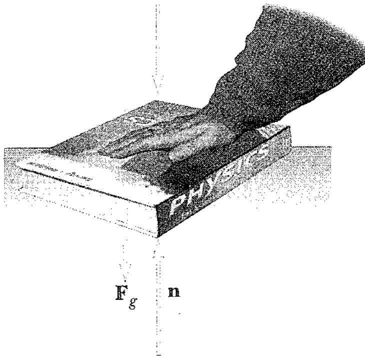
$$\sum F_x = T = ma_x \qquad \text{veya} \qquad a_x = \frac{T}{m}$$

Bu durumda y yönünde ivme mevcut değildir. $\sum F_y = ma_y$ eşitliğinde $a_y = 0$ olduğundan

$$n + (-F_g) = 0 \qquad \text{veya} \qquad n = F_g$$

bulunur. Yani, normal kuvvet, ağırlığa eşit ve onunla zıt yönlüdür.

$\mathbf{T}$ sabit bir kuvvet ise $a_x = T/m$ ivmesi de sabittir. Böylece 2. Bölümdeki kinematik eşitlikler; Δx yerdeğiştirmesi ve v_x hızını, zamanın fonksiyonu olarak bulmak için kullanılabilir. $a_x = T/m$ sabit olduğundan, $t = 0$ anında $v_x =$



Şekil 5.9 Bir kimse bir cisme üstten aşağı doğru bir **F** kuvveti ile baştığı zaman, **n** normal kuvveti ağırlıktan büyük olur. Yani, $n = F_g + F$

v_{xi} olmak şartıyla yerdeğiştirme ve hız ifadeleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$$v_{xs} = v_{xi} + \left(\frac{T}{m}\right)t$$

$$\Delta x = v_{xi}t + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{m}\right)t^2$$

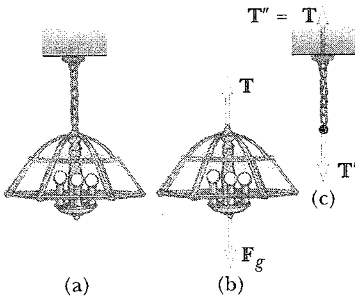
Az önce gösterilen örnekte, **n** normal kuvveti, cismin $\mathbf{F}_g$ çekim kuvvetine büyüklükçe eşit ve onunla zıt yönlü idi. Bu her zaman böyle olmaz. Örneğin, Şekil 5.9 da görüldüğü gibi bir kitabı üsten bir **F** kuvveti ile bastırdığınızı varsayalım. Bu halde $\sum F_y = 0$ dır. Buradan, $n - F_g - F = 0$ veya $n = F_g + F$ olur. İçinde $n \neq F_g$ olan diğer örnekler ileride görülecektir.

Şekil 5.10a da görüldüğü gibi, ağırlıksız kabul edilen bir zincirle tavana asılan bir lambayı ele alalım. Lamba için serbest-cisim diyagramı Şekil 5.10b de gösterilmiştir. Burada lambaya etkiyen kuvvetler aşağı yönlü $\mathbf{F}_g$ kuvveti ile zincirin yukarı yönde uyguladığı **T** kuvvetidir. Bu durumda **T** bir gerilme kuvvetidir. (Zincir kesilirse **T** = 0 olur ve cisim serbest düşme hareketi yapar.)

Lambaya, **a** = 0 olduğuna dikkat ederek Newton'un birinci yasasını uygularsak, *x* doğrultusunda bir kuvvet bulunmadığından, $\sum F_x = 0$ eşitliği yararlı bir bilgi vermez. $\sum F_y = 0$ şartı ise,

$$\sum F_y = T - F_g = 0 \qquad \text{veya} \qquad T = F_g$$

olacağını söyler. Burada **T** ve $\mathbf{F}_g$ nin etki-tepki kuvvetleri *olmadığına* dikkat edilmelidir. **T** kuvvetine tepki olarak doğan kuvvet, Şekil 5.10c de görüldüğü gibi **T**′ dür. **T**′ aşağı doğru etki eder ve zincir vasıtasıyla tavana aktarılır. **T**′ aşağı doğrudur ve büyüklükçe ağırlığa eşittir. Şekil 5.10c de görüldüğü gibi tavan, zincire bir T″ kuvveti uygular, bunun büyüklüğü, T′ nün büyüklüğüne eşit ve yönce ters olur.



Şekil 5.10 (a) $\mathbf{F}_g$ ağırlığında bir lamba kütlesi ihmal edilen bir zincirle tavana asılıdır. (b) Lambaya etki eden kuvvetler $\mathbf{F}_g$ ağırlığı **T** gerilmesidir. (c) **T**′ lambanın zincire uyguladığı kuvvet, **T**″ de tavanın zincire uyguladığı kuvvettir.

Problem Çözümünde İpuçları

Newton Kanunlarının Uygulanması

Newton Yasaları ile ilgili problemlerin çözümleri sırasında aşağıdaki basamakların takip edilmesi önerilir:

- Sistemin basit, açık bir diyagramını çiziniz.
- Hareketini incelediğiniz cismi diğerlerinden ayırınız ve cisme etkiyen tüm dış kuvvetleri gösteren serbest cisim-diyagramını çiziniz. Birden fazla cisim içeren sistemlerde, her cisim için ayrı ayrı serbest cisim diyagramı çiziniz. Cismin çevresine uyguladığı kuvvetleri bu diyagrama *dahil etmeyiniz.* Her cisim için uygun koordinat eksenleri yerleştiriniz ve bu eksenler boyunca kuvvetlerin bilesenlerini bulunuz.
- $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ şeklindeki Newton'un ikinci yasasını bileşenler cinsinden uygulayınız. Her terimin kuvvet boyutunda ve aynı birim sisteminde olup olmadığını kontrol ediniz.
- Bilinmeyenler için bileşen denklemlerini çözünüz. Tam bir çözüm elde edebilmeniz için, bilinmeyen sayısı kadar bağımsız denklem olması gerektiğini unutmayınız.
- Sonuçlarınızın, serbest -cisim diyagramı ile uyuştuğundan emin olunuz. Değişkenlerin uç (ekstrem) değerleri için, çözümlerinizin öngürülerini kontrol ediniz. Bunları yaparken, çoğu zaman sonuçlarınızdaki hataları görebilirsiniz.

ÖRNEK 5.4 Asılı Duran Bir Trafik Lambası

Bir trafik Lambası Şekil 5.11a da görüldüğü gibi kablolarla bir desteğe asılmıştır. Üst taraftaki kablolar yatayla 37° ve 53° lik açılar yapmaktadır ve lambanın ağırlığı da 125 N dır. Her üç kablodaki gerilmeyi bulunuz.

Çözüm Şekil 5.11a ilgilendiğimiz durumu gösteriyor. Bu problemde iki tane serbest-cisim diyagramı çizeriz: Biri, Şek. 5.11b deki gibi lambaya, öteki Şek. 5.11c deki gibi, üç kablonun birleştiği *düğüm* noktasına ait olur. Bu noktanın seçimi uygun olur; çünkü sorudaki bütün kuvvetler bu noktaya etkimektedir.

Şekil 5.11b'de lambayı tutan düşey kablonun uyguladığı $\mathbf{T}_3$ kuvveti için $T_3 = F_g =$ 125 N yazılabilir. Koordinat eksenleri Şek. 5.11c'deki gibi seçilip, düğüm noktasına etkiyen kuvvet bileşenleri cinsinden,

Kuvvetler	*x* Bileşeni	*y* Bileşeni
$\mathbf{T}_1$	$-T_1 \cos 37°$	$T_1 \sin 37°$
$\mathbf{T}_2$	$T_2 \cos 53°$	$T_2 \sin 53°$
$\mathbf{T}_3$	0	-125 N

Dengenin ilk şartları aşağıdaki denklemleri verir.

$$(1) \quad \sum F_x = -T_1 \cos 37° + T_2 \cos 53° = 0$$

$$(2) \quad \sum F_y = T_1 \sin 37° + T_2 \sin 53° + (-125\ N) = 0$$

olarak yazılabilir. (1) Eşitliğinden $\mathbf{T}_1$ ve $\mathbf{T}_2$ gerilmelerinin yatay bileşenlerinin büyüklükçe eşit olduğu görülür. (2) Eşitliğinden de $\mathbf{T}_1$ ve $\mathbf{T}_2$ gerilmelerinin düşey bileşenlerinin toplamlarının, ağırlığı dengelemesi gerektiği görülür. (1) denkleminden, T_2 yı T_1 cinsinden çözebiliriz:

$$T_2 = T_1\left(\frac{\cos 37°}{\cos 53°}\right) = 1{,}33\, T_1$$

Bu T_2 değerini, (2) denkleminde yerine koyarsak

$$T_1 \sin 37° + (1{,}33\, T_1)(\sin 53°) - 125\ \text{N} = 0$$

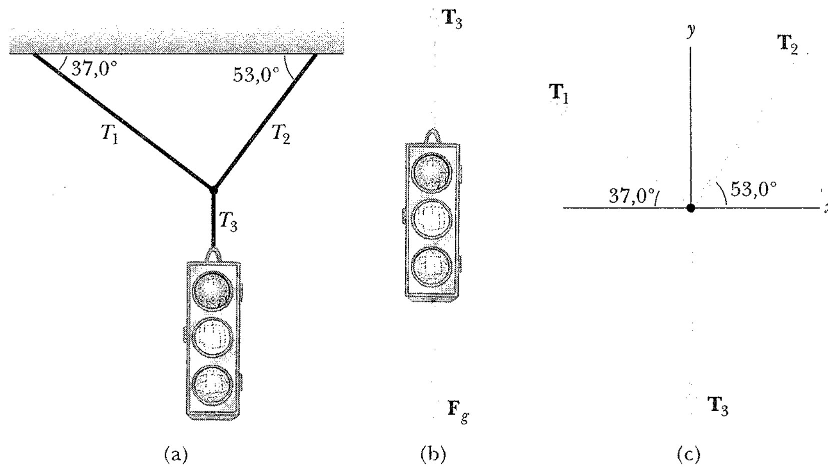
$$T_1 = 75{,}1\text{N}$$

$$T_2 = 1{,}33\, T_1 = 99{,}9\ \text{N}$$

bulunur.

Alıştırma Hangi durumda $T_1 = T_2$ olacaktır?

Cevap Bağlantı kabloları yatay destekle eşit açılar yaptığı zaman $T_1 = T_2$ olacaktır.



Şekil 5.11 (Örnek 5.4) (a) Kablolarla asılmış trafik lambası (b) Trafik lambasının serbest-cisim diyagramı (c) Kabloların düğüm noktası için serbest cisim diyagramı

KAVRAMSAL ÖRNEK 5.5 Bir Trenin Vagonları Arasındaki Kuvvetler

Bir trende vagonlar bağlayıcılarla birbirine birleştirilmiştir. Lokomotif treni çekince bağlayıcılar gerginleşir. Tren hızlanırken lokomotiften son vagona doğru gidildiğinde vagonlar arasında bağlayıcıların gerilmesi artarmı azalır mı aynı mı kalır? Makinist frene basınca bağlayıcılar sıkışırlar. Bu vagonlar arasındaki bağlayıcılarda oluşan sıkışma kuvveti lokomotiften son kabin vagonuna doğru gidildikçe nasıl değişir? (Frenlemenin, sadece lokomotiften motor tekerleklerine uygulandığını kabul edin)

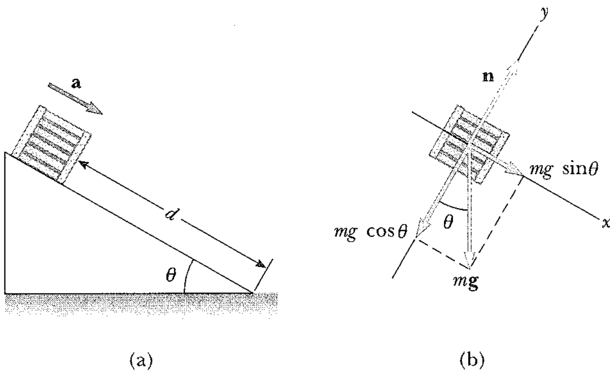
Çözüm Trenin hızlanması sırasında bağlayıcılardaki gerilmeler ilk vagondan son vagona doğru gittikçe azalır. Lokomotif ile ilk vagon arasındaki bağlayıcı kendinden sonra gelen tüm vagonları ivmelendirmeye yetecek kadar kuvveti bitişiğindeki vagona uygulamalıdır. Trenin sonuna doğru gidildiğinde her bağlayıcı arkasında kalan daha az bir kütleyi ivmelendiriyor. Son vagon sadece kabin vagonunu ivmelendirir ve bağlayıcıdaki gerilme de en düşük gerilmedir.

Frene basılınca kuvvetler ilk vagondan arkaya doğru azalır. Lokomotifi birinci vagona bağlayan bağlayıcı arasında kalan bütün vagonları durduracak büyüklükte kuvvet uygulamalıdır. Son vagon ise, sadece kabin vagonunu durduracak kadar kuvvet uygulamalıdır.

ÖRNEK 5.6 Sürtünmesiz Eğik Düzlem Üzerindeki Sandık

Şekil 5.12a da görülen sürtünmesiz, θ eğim açılı bir eğik düzlem üzerine m kütleli bir sandık konulmuştur. (a) Sandık serbest bırakılınca, sahip olacağı ivmeyi bulunuz.

Çözüm Sandığın üzerine etki eden kuvveti bildiğimiz için ivmeyi bulmak üzere Newton'un ikinci yasasını kullanabiliriz.Sandığın serbest cisim diyagramı Şekil 5.12b de görülmektedir. Sandığa etki eden kuvvetler, düzleme dik olan **n** normal kuvveti ile aşağı yönlü $\mathbf{F}_g$ ağırlığıdır. Koordinat sistemini, x ekseni eğik düzleme paralel, y ekseni eğik düzleme dik olacak şekilde seçmek uygundur. Ağırlığın bileşenleri, $mg\sin\theta$, $+x$ yönünde, $mg\cos\theta$, $-y$ yönünde olur.



Şekil 5.12 (Örnek 5.6) (a) Eğik düzlem üzerinde kayan bir cisim (b) Kayan blok için serbest cisim diyagramı. Bloğun ivmesinin $g\sin\theta$ olduğuna dikkat ediniz.

Cisme Newton'un ikinci yasasını, $a_y = 0$ olduğunu dikkate alarak uygulayalım:

$$(1) \quad \sum F_x = mg\sin\theta = ma_x$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg\cos\theta = 0$$

(1) Eşitliğinden, eğik düzlem boyunca ivmeyi, ağırlığın x bileşeninin meydana getirdiği açıkça görülmektedir:

$$(3) \quad a_x = g\sin\theta$$

(3) Eşitliği ile verilen ivmenin kütleden bağımsız olduğu bulunur. İvme yalnız eğim açısı θ ya ve g ye bağlıdır.

$\mathbf{F}_g$ kuvvetinin eğik düzleme dik bileşeninin normal kuvvet (n) tarafından dengelendiği 2 eşitliğinden görülebilir. Yani, $n = mg\cos\theta$ olur. Bu Eşitlik aynı zamanda normal kuvvetin cismin ağırlığına *eşit olmadığı* duruma bir örnektir.

Özel Durumlar Sonuçlar incelendiğinde $\theta = 90°$ olunca $a_x = g$ ve $n = 0$ olur. Bu da sandığın serbest düşme yapması ile aynıdır. Ayrıca $\theta = 0°$ için $a_x = 0$, $n = mg$ (maksimum değeri) olur. Bu da sandığın düzlemde durması halidir.

(b) Sandığın eğik düzlemin tepesinden serbest bırakıldığını varsayalım ve tepeden itibaren alt uca kadar olan uzaklık d olsun. Bloğun alt uca varması için geçen zaman nedir ve tam alt uçta sandığın hızı ne olacaktır?

Çözüm a_x = sabit olduğundan, sandığa kinematikte görülen $x_s - x_i = v_{x\,i}t + \frac{1}{2}a_x t^2$ eşitliği uygulanabilir. Yerdeğiştirme $x_s - x_i = d$, ilk hız $v_{xi} = 0$ oluğundan $d = \frac{1}{2}a_x t^2$ olduğu bulunur ve t zamanı çözülür:

(4) $t = \sqrt{\frac{2d}{a_x}} = \sqrt{\frac{2d}{g \sin \theta}}$

ayrıca $v_{xs}^2 = vx_i^2 + 2a_x (x_s - x_i)$ olduğundan $v_{xi} = 0$, ise

$$v_{xs}^2 = 2a_x d$$

Buradan,

(5) $v_s = \sqrt{2a_x d} = \sqrt{2gd \sin \theta}$

olur. Yine, (4) ve (5) ifadelerinden t ve v_{xs} in sandığın kütlesinden bağımsız olduğu açıkça görülür. Bu özellik, düzgün bir eğik düzlem yardımıyla g nin ölçülmesini mümkün kılar. Basitçe eğim açısı, sandığın kaydığı mesafe ve geçen zaman ölçülerek g değeri (4) eşitliğinden bulunur.

ÖRNEK 5.7 Bir Bloğun Ötekini İtmesi

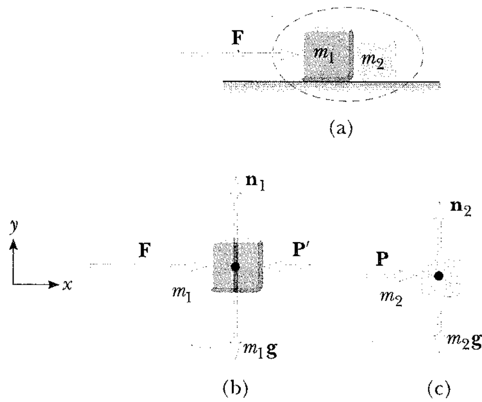
m_1 ve m_2 kütleli iki blok, şekil 5.13a'da görüldüğü gibi yatay, düzgün ve sürtünmesiz bir yüzey üzerinde birbirine değecek şekilde yerleştirilmiştir. Yatay, sabit bir **F** kuvveti Şekil 5.13a'da görüldüğü gibi m_1 kütlesine uygulanıyor. (a) iki-bloklu sistemin ivmesini bulunuz.

Çözüm Her iki kütle temas halinde olduğu için sağduyumuz, aynı ivme ile hareket edeceklerini söyler. Önceki problemlerde yaptığımız gibi problemin serbest-cisim diyagramı Şek. 5.13'te çizilmiştir. Şek. 5.13a'daki kesikli çizgi, sadece iki bloğu bir sistem olarak ele aldığımızı gösteriyor. Sisteme (her iki bloğa) sadece yatay olarak **F** kuvveti etki ettiğinden

$$\Sigma F_x \text{ (sistem)} = F = (m_1 + m_2)\, a_x$$

veya

(1) $a_x = \dfrac{F}{m_1 + m_2}$



Şekil 5.13

olur. İki bloğun birleşip bir sistem oluşturması, çözümü basitleştirir fakat iç kuvvetler hakkında bilgi vermez.

(b) Her iki blok arasındaki teması kuvvetini bulunuz.

Çözüm Problemin bu kısmını çözmek için her bir blok için Şekil 5.13b ve Şekil 5.13c de gösterilen serbest cisim diyagramlarını çizmek gerekir. Burada temas kuvveti **P** dir. Şekil 5.13c ye göre m_2 kütlesine yatay olarak etkiyen tek kuvvet **P** kuvvetidir. Bu **P** kuvveti, m_1 kütlesinin m_2 üzerine sağa doğru uyguladığı kuvvettir. Newton'un ikinci yasası m_2 ye uygulanırsa

(2) $\Sigma F_x = P = m_2\, a_x$

yazılabilir. (1) eşitliğinden elde edilen a_x ivmesi (2) de yerine konulursa

(3) $P = m_2 a_x = \left(\dfrac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$

elde edilir. Bu sonuçtan, **P** temas kuvvetinin, uygulanan **F** kuvvetinden küçük olduğuna dikkat edilmelidir. Bu sonuç, m_2 kütlesi yalnız başına iken bu ivme ile hareket ettirmek için gereken kuvvet, iki bloktan oluşan sistemi aynı ivme ile hareket ettirmek için gereken kuvvetten daha azdır gerçeği ile uyuşur.

Şekil 5.13b de görülen m_1 kütlesine etki eden kuvvetlere dikkat ederek, P temas kuvveti ifadesini kontrol etmek öğretici olur. Bu durumda m_1 kütlesine etki eden kuvvetlerden **F** sağa doğru, m_2 kütlesinin m_1'e uyguladığı **P'** değme kuvveti de sola doğru yönlenmiştir. Newton'un üçüncü yasasından, **P'**, **P** ye tepki olarak doğmuştur ve $|\mathbf{P'}| = |\mathbf{P}|$ dir. Newton'un ikinci yasası m_1 kütlesine uygulanırsa

(4) $\Sigma F_x = F - P' = F - P = m_1 a_x$

olduğu bulunur. (1) Eşitliğinden elde edilen a_x değeri (4) Eşitliğinde yerine konursa P kuvveti elde edilir:

$$P = F - m_1 a_x = F - \frac{m_1 F}{m_1 + m_2} = \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2}\right) F$$

Bu sonuç, beklendiği gibi (3) ile uyuşur.

Alıştırma $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 3$ kg ve $F = 9$ N ise sistemin ivmesini ve temas (değme) kuvvetini bulunuz.

Cevap $a_x = 1{,}29$ m/s^2; $P = 3{,}86$ N.

ÖRNEK 5.8 Bir Asansör İçinde Tartılan Balık

Şekil 5.14 te görüldüğü gibi, bir asansürön tavanına asılan yaylı kantar ile bir balık tartılıyor. Asansör hızlanırken veya yavaşlarken yaylı kantarın balığın gerçek ağırlığını ölçemediğini gösteriniz.

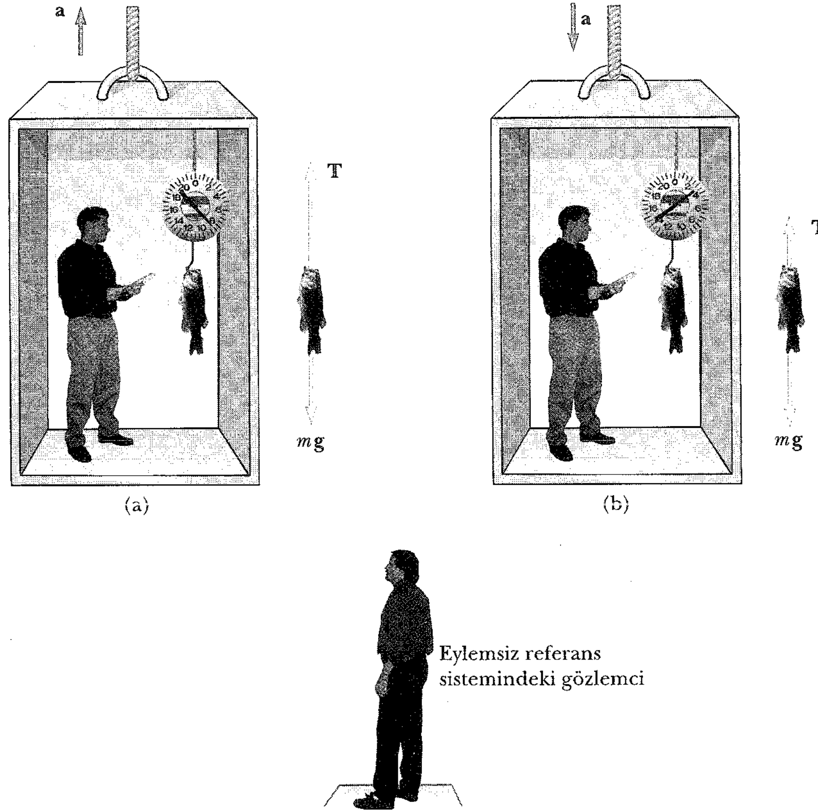
Çözüm Balığa etki eden dış kuvvetler $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ ağırlığı ile yaydaki yukarı yönlü gerilme kuvvetidir. Newton'un üçüncü yasasına göre **T**, yaylı kantarın ölçeğinden okunan kuvvettir. Asansör durgun ise veya sabit hızla hareket ediyorsa balık ivmelenmez ve $\sum F_y = T - mg = 0$ veya $T = mg$ (mg'nin balığın ağırlığı olduğunu hatırlayınız).

Asansör Şekil 5.14a da görüldüğü gibi dışarıdaki bir eylemsiz referans sistemine göre bir **a** ivmesi ile yukarı doğru ivmelenirse Newton'un 2. yasası net kuvvet, yukarı yön pozitif olarak verildiğinde:

$$(1) \qquad \sum F_y = T - mg = ma_y$$

yazılabilir. O halde, **a** yukarı yönlü ise, (1) den, kantarın okuduğu **T** nin mg 'den daha büyük olduğunu düşünürüz, bu durumda a_y pozitif olur. **a** aşağı yönlü ise kantardan okunan mg den daha az ve a_y negatif olur.

Örneğin, balığın ağırlığı 40 N ve **a** yukarı yönlü ise $a_y = +2$ m/s^2 olacak ve (1)'e göre kantardan okunan gerileme,



Şekil 5.14 (Örnek 5.8) Görünür ağırlığın gerçek ağırlığa göre değişimi. (a) Asansör yukarı doğru ivmelendiği zaman kantar gerçek ağırlıktan daha büyük bir ağırlık gösterir. (b) Asansör aşağı doğru ivmelenirken, kantar, gerçek ağırlıktan daha az bir ağırlık gösterir. Yani kantar görünen ağırlığı okur.

$$(2) \quad T = ma_y + mg = mg\left(\frac{a_y}{g} + 1\right)$$

$$= (40\ N)\left(\frac{2\ \text{m/s}^2}{9{,}80\ \text{m/s}^2} + 1\right)$$

$$= 48{,}2\ \text{N}$$

a, $a_y = -2\ \text{m/s}^2$ olacak şekilde aşağı yönlü olursa, o zaman (2) den

$$T = mg\left(\frac{a_y}{g} + 1\right) = (40\ \text{N})\left(\frac{-2\ \text{m/s}^2}{9{,}80\ \text{m/s}^2} + 1\right)$$

$$= 31{,}8\ \text{N}$$

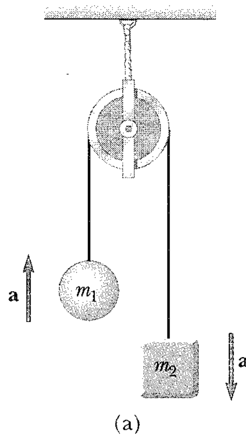
bulunur.

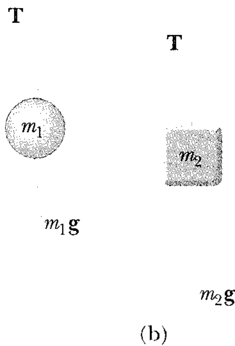
Böylece asansör içinde bir balık satın almak isterseniz, balığın asansörün durgun halinde mi yoksa aşağı doğru ivmeli hareket ederken mi tartıldığına dikkat etmelisiniz. Ayrıca burada açıklanan bilgilerden asansörün hareket doğrultusu hakkında bilgi edinilmeyeceği de anlaşılmaktadır.

Özel Durumlar Asansör kablosu koparsa asansör serbest düşme yapar ve $a_y = -g$ olur. (2) eşitliğinden kantarda T sıfır olur. Böylece balık ağırlıksız olarak görünür. Asansör aşağı doğru $g$den daha büyük bir ivmeyle harekette ise, balık (asansör içindeki salışla birlikte) asansörün tavanına çarpacaktır. Çünkü balık hâlâ g ivmesine sahip olduğundan, dışardaki gözlemciye göre serbest düşen bir cisim olacaktır.

ÖRNEK 5.9 Atwood Makinesi

Eşit olmayan iki kütle, Şekil 5.15a da görüldüğü gibi sürtünmesiz bir makaradan geçirilip asılırsa elde edilen düzenek *Atwood Makinası* olarak adlandırılır. Bu düzenek bazan, labaratuvarlarda yerçekim ivmesini ölçmek için kullanılır. Her iki kütlenin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.





Şekil 5.15 Atwood Makinası (a) iki kütlenin ($m_2 > m_1$) sürtünmesiz bir makaradan geçirilen kütlesi ihmal edilen bir iple birbirlerine bağlanmış hali (b) m_1 ve m_2 kütlelerine ait serbest cisim diyagramları ($m_2 > m_1$).

Çözüm Eğer sistemimizi iki cisimden meydana gelmiş gibi tanımlarsak (Örnek 5.7'de yaptığımız gibi) o zaman bir iç kuvvet belirlemeliyiz (ipteki gerilme). Burada her bir cisme ait ayrı ayrı olmak üzere iki sistem tanımlamalıyız ve her birine ayrı ayrı Newton'un ikinci kanununu uyglulamalıyız. Her iki cisme ait serbest cisim diyagramı Şekil 5.15b'de görülmektedir. Her iki kütleye ip tarafından uygulanan yukarı yönlü **T** kuvveti aşağı yönde çekim kuvveti etki etmektedir.

Böyle problemlerde, bir ipin bir makaranın üzerinden veya başka düzenekten eğilerek geçtiği problemlerde işaret seçiminde çok dikkatli olunmalıdır. Şekil 5.15a'daki 1 cismi yukarı yönde ivmelenirken 2 cismi aşağı doğru ivmelenir. Böylece eğer 1 cismi için pozitif yön yukarı doğru kabul edilmiş ise, 2 cismi için de pozitif yön aşağı doğru kabul edilmelidir. Bu işaret anlaşması ile her iki cisim aynı yönde ivmelenmiş olur. Bu işaret anlaşması kuvvetlere de uygulanır, 1. cisme y yönünde uygulanan net kuvvet $T - m_1g$ olur, 2. cisme y yönünde uygulanan net kuvvet $m_2g - T$ olur. Her iki cismi bir ip ile birbirlerine bağlı olduğundan ivmelerinin büyüklükleri eşit olmalıdır. (Aksi taktirde ip sünüp uzayacak veya kopacak cisimler birbirlerinden uzaklaşacak). Eğer $m_2 > m_1$ olduğunu kabul edersek o zaman, 1 cismi yukarı doğru ivmelenir, 2 cismi aşağı doğru ivmelenir.

Newton'un ikinci yasası, 1. cisme uygulanınca

$$(1) \quad \sum F_y = T - m_1g = m_1\,a_y$$

yazılabilir. Benzer şekilde 2 cismine uygulanınca,

$$(2) \quad \sum F_y = m_2g - T = m_2a_y$$

olur. (2) Eşitliği (1) Eşitliğine eklenince T yok edilir ve

$$-m_1 g + m_2 g = m_1 a_y + m_2 a_y$$

yazılabilir. Buradan da

$$(3) \qquad a_y = \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) g$$

bulunur. (3) Eşitliği, (1) de yerine konursa,

$$(4) \qquad T = \left(\frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right) g$$

olur. İvme için (3) Eşitliğinden bulunan sonuç, sisteme etki eden dengelenmemiş kuvvetin ($m_2 g - m_1 g$) harekete iştirak eden toplam kütleye ($m_1 + m_2$) oranı olarak yorumlanabilir, bu Newton'un ikinci kanunundan beklenen sonuçtur.

Özel Durumlar $m_1 = m_2$ ise $a = 0$ ve $T = m_1 g$ olduğunu ve denge halinin gerçekleştiğini; $m_2 >> m_1$ ise $a_y \approx g$ (serbest düşme), $T \approx 2m_1 g$ olduğunu görürüz.

Alıştırma $m_1 = 2$ kg ve $m_2 = 4$ kg olan bir Atwood makinasında ivmeyi ve gerilmeyi bulunuz.

Cevap $a = 3{,}27$ m/s^2 $T = 26{,}1$ N

ÖRNEK 5.10 Birbirine Bağlı İki Cismin İvmesi

Farklı kütleli iki cisim, hafif bir iple birbirine bağlandıktan sonra Şekil 5.16a daki gibi sürtünmesiz bir makaradan geçirilerek, eğik düzlem üzerinde hareketi sağlanmıştır. Cisim, θ açılı eğik düzlem üzerinden kaymaktadır. Her iki cismin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

Çözüm İki kütle birbirine bağlı olduğundan (ip esnemiyor) aynı büyüklükte ivmeye sahip olurlar. Her iki kütlenin serbest cisim diyagramı Şekil 5.16b ve Şekil 5.16c de gösterilmiştir. Yukarı yönü pozitif alarak, m_1 kütlesine bileşenler formundaki Newtonun ikinci kanununu uygulayarak aşağıdaki hareket denklemleri elde edilir:

$$(1) \qquad \Sigma F_x = 0,$$

$$(2) \qquad \Sigma F_y = T - m_1 g = m_1 a_y = m_1 a$$

Topun (m_1 kütlesinin) yukarı doğru ivmelenmesi için, $T > m_1 g$ olması gerekir. ivmenin sadece y bileşeni olduğu için (2) denklemindeki a_y, a ile yerdeğiştirdi.

Şimdi m_2 kütlesi için, eğik düzlem boyunca şekil 5.16c deki gibi aşağıya doğru pozitif yönü olan bir x' ekseni seçmek uygundur. m_2 ye Newton'un ikinci yasasının bileşenler biçimi uygulanırsa, m_2 kütlesi için aşağıdaki hareket denklemleri elde edilir:

$$(3) \qquad \Sigma F_{x'} = m_2 g \sin\theta - T = m_2 a_{x'} = m_2 a$$

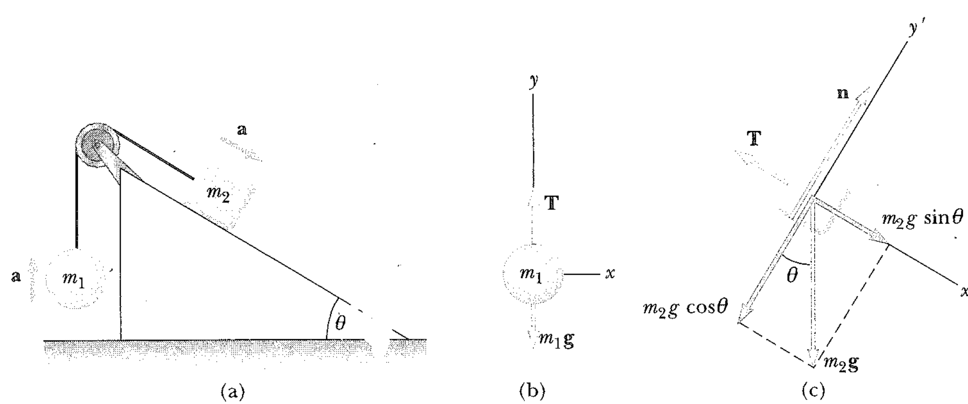
$$(4) \qquad \Sigma F_{y'} = n - m_2 g \cos\theta = 0$$

Yine ivme tek bileşene sahip olduğu için (3) Denklemindeki $a_{x'}$, a ile değiştirildi. Diğer bir deyişle her iki cisim de aynı büyüklükte a ivmesine sahiptir ve hesaplanmaya çalışılan a dır. (1) Denklemiyle (4) Denklemi, ivme ile ilgili hiç bir bilgi sağlamaz. Fakat (2) ile (3) eşitlikleri birlikte çözülerek a ve T değerleri bulunur:

$$(5) \qquad a = \frac{m_2 g \sin\theta - m_1 g}{m_1 + m_2}$$

Bu değer (2) Denkleminde yerine konulduğunda da T bulunur:

$$(6) \qquad T = \frac{m_1 m_2 g (\sin\theta + 1)}{m_1 + m_2}$$



Şekil 5.16 (a) sürtünmesiz bir makaradan geçirilmiş hafif bir iple bağlı iki cisim (b) m_1 kütlesi için serbest cisim diyagramı (c) m_2 kütlesi için serbest cisim diyagramı (eğik düzlem sürtünmesizdir).

$m_2 \sin\theta$ nın değeri m_1 den büyükse, m_2 kütlesi aşağı doğru hareket eder (**a** ivmesi kabul edildiği gibi pozitifse). m_1 kütlesi $m_2 \sin\theta$ dan büyükse, m_2 kütlesi eğik düzlem üzerinde yukarı doğru, m_1 kütlesi de aşağı doğru ivmelenir. Burada (5) Eşitliğiyle verilen ivme ifadesinin, sisteme etki eden dengelenmemiş kuvvetin sistemin toplam kütlesine bölümüne eşit oluşuna dikkat edilmelidir. Bu da Newton'un ikinci yasası ile uyumludur. Son olarak eğer $\theta = 90°$ ise o zaman a ve T için bulanacak sonuçlar Örnek 5.9 ile aynı olur.

Alıştırma $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 5$ kg ve $\theta = 45°$ ise ivme nedir?

Cevap $a = -4{,}22$ m/s^2. Burada negatif işaret m_2 nin eğik düzlemde yukarı doğru, m_1 kütlesinin aşağı doğru hareket ettiğini gösterir.



SÜRTÜNME KUVVETLERİ

Bir cisim, pürüzlü bir yüzeyde yahut hava veya su gibi viskoz bir ortam içinde hareket ediyorsa, çevresi ile arasındaki etkileşmeden dolayı harekete karşı bir direnme doğar. Böyle bir direnmeyi **sürtünme kuvveti** olarak adlandırırız. Sürtünme kuvvetleri bizim günlük yaşamımız içinde çok önemlidir. Bu kuvvet, yürüyebilmemiz, koşabilmemiz, durabilmemiz, arabaların harekete geçmesi ve durabilmesi için gereklidir.

Pürüzlü bir döşemede ağır bir masayı hareket ettirmeye çabaladınız mı? İtmeye devam ederek daha şiddetle iterseniz sonunda aniden harekete geçer ve hareket daha kolayca devam eder. Masayı harekete başlatmak için gereken kuvvet, masa kaymakta iken gerekenden daha büyük değere sahiptir. Bunu daha iyi anlamak için Şekil 5.17a'da görülen yatay masa üzerindeki bir kitabı göz önüne alalım ve kitaba yatay ve sağa doğru bir **F** kuvveti uygulayalım. **F** kuvvetinin büyüklüğü yeterli değilse, kitap hareket edemeyecektir. Kitabın hareketini önleyen sola doğru etki eden kuvvet **f** ile gösterilir ve **sürtünme kuvveti** olarak adlandırılır.

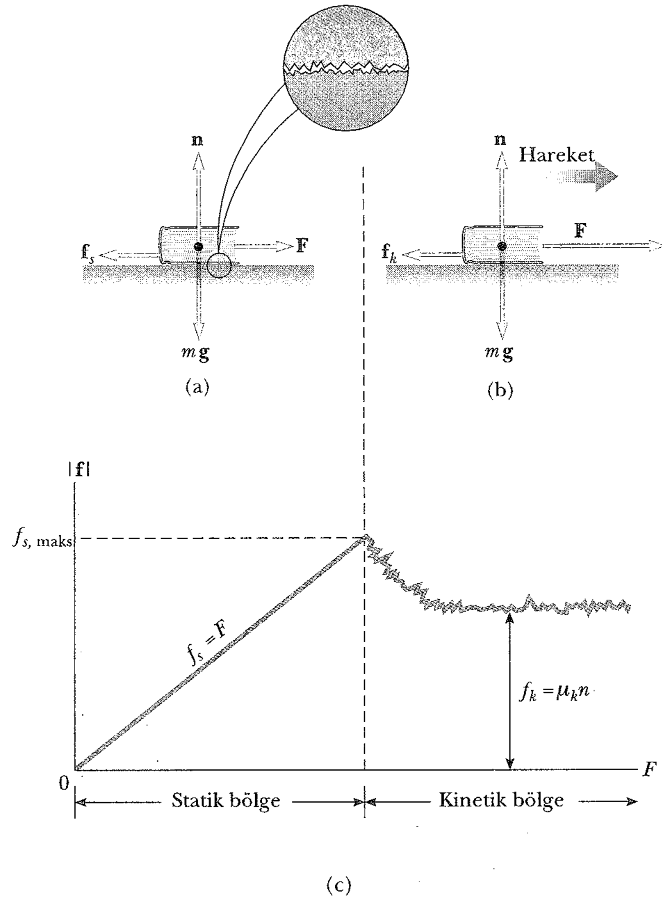
Statik sürtünme kuvveti

Kitap hareket etmediği sürece $f = F$ dir. Kitap durgun olduğundan bu sürtünme kuvvetine statik sürtünme kuvveti denir ve **f** ile gösterilir. Deneyle bu kuvvetin temas eden yüzeylerin, hatta şekil 5.17a da büyütülmüş görüntüde görüldüğü gibi çok düzgün yüzeylerde bile, değme noktalarının genel seviye üzerindeki çıkıntılarından ortaya çıktığını göstermektedir. (Atomik seviyede eğer yüzeyler temiz ve düzgün iseler temas olduğunda kaynak olmuş gibidirler). Sürtünme kuvvetleri kısmen bir yüzeydeki tepenin diğer yüzeydeki tepe tarafından fiziksel olarak engellenmesinden, kısmen temas eden yüzeylerdeki kimyasal bağlardan ortaya çıkarlar. Eğer yüzeyler kaba ise sektirmeye benzer olayların ortaya çıkmasıyla analiz daha da karmaşıktır. Atomik seviyelerde sürtünmenin detayları oldukça karışık olmasına rağmen sonuç olarak bu kuvvet atom ve moleküller arasında elektriksel etkileşmeleri içerir.

Kinetik sürtünme kuvveti

Şekil 5.17b deki gibi **F** kuvvetinin büyüklüğü artırılırsa, sonunda kitap kaymaya başlayacaktır. Kitap tam kayma sınırında iken $\mathbf{f}_s$ statik sürtünme, Şekil 5.17c de görüldüğü gibi maksimum değerine sahip olur. **F** kuvveti, $\mathbf{f}_{s,maks}$ değerini aştığı zaman, kitap sağa doğru hareket edecek ve ivmelenecektir. Kitap harekete koyulduktan sonra, sürtünme kuvveti Şekil 5.17c de görüldüğü gibi $\mathbf{f}_{s,maks}$ değerinden daha küçük değere düşer. Bu düşük değerdeki sürtünme kuvveti $\mathbf{f}_k$ ile gösterilir ve buna **kinetik sürtünme kuvveti** denir. $F > f_k$ ise, x doğrultusundaki dengelenmemiş $F - f_k$ kuvveti sağ tarafa doğru bir ivme oluşturur. $F = f_k$ ise kitap sağ tarafa doğru sabit hızlı hareket yapar. Uygulanan kuvvet kaldırılırsa, kitaba sola doğru etki eden sürtünme kuvveti yavaşlatıcı bir ivme oluşturarak sonunda cismi durdurur.

$f_{s,maks}$ ve f_k sürtünme kuvvetlerinin her ikisi de kitap üzerine uygulanan normal kuvvetle orantılıdır. Deneysel gözlem sonuçları aşağıda belirtilen sürtünme yasaları ile özetlenebilir:



(c)

Şekil 5.17 Pürüzlü bir yüzeyle kitap arasında doğan, **f** sürtünme kuvveti, uygulanan **F** kuvvetine zıt yönlüdür. Yüzeylerin her ikisi de pürüzlü olduğundan, büyütülmüş cisimde de görüldüğü gibi temas yalnız birkaç noktada olur. (a) Statik sürtünme kuvveti uygulanan kuvvete eşittir. (b) Uygulanan kuvvet, Kinetik Sürtünme kuvvetini aştığı zaman, blok sağa doğru ivmeli hareket yapar. (c) Sürtünme kuvvetinin büyüklüğünün uygulanan kuvvete göre grafiği. Burada $f_{s,\text{ mak}} > f_k$ olduğuna dikkat edilmelidir.

- Birbiriyle temas halinde olan iki yüzey arasındaki statik sürtünme kuvveti uygulanan kuvvetle zıt yönlüdür ve aşağıda verilen değere sahip olabilir:

$$f_s \le \mu_s n \qquad \textbf{(5.8)}$$

  Burada μ_s ile gösterilen boyutsuz katsayı **statik sürtünme katsayısı**, n de normal kuvvetin büyüklüğüdür. 5.8 Denkleminin eşitlik olması, blok tam kayma sınırında olduğu zaman gerçekleşir. O anda, $f_s = f_{s,\text{maks}} = \mu_s\, n$ olduğunda gerçekleşir. 5.8 Denkleminin eşitsizlik olma hali ise, uygulanan kuvvetin $\mu_s n$ değerinden küçük olduğu zaman geçerlidir.
- Hareket eden bir cisme etki eden kinetik sürtünme kuvveti, daima cismin hareketinin zıt yönündedir ve aşağıda verilen değere sahip olur:

$$f_k = \mu_k n \qquad \textbf{(5.9)}$$

  Burada μ_k **kinetik sürtünme katsayıdır.**
- μ_s ile μ_k değerleri yüzey özelliklerine bağlıdır. Fakat μ_k genellikle μ_s den küçüktür. μ nün tipik değerleri yaklaşık olarak 0,03 değeri ile, 1 değerleri arasında değişir Tablo 5.2 de bazı μ değerleri listelenmiştir.

TABLO 5.2 **Sürtünme Katsayıları**

	μ_s	μ_k
Çelik üzerinde Çelik	0,74	0,57
Çelik üzerinde aliminyum	0,61	0,47
Celik üzerinde bakır	0,53	0,36
Beton üzerinde lastik	1	0,8
Tahta üzerinde tahta	0,25 – 0,5	0,2
Cam üzerinde cam	0,94	0,4
Islak kar üzerinde cilalı tahta	0,14	0,1
Kuru kar üzerinde cilalı tahta	—	0,04
Metal üzerinde metal (yağlanmış)	0,15	0,06
Buz üzerinde buz	0,1	0,03
Teflon üzerinde teflon	0,04	0,04
İnsanda eklem bağlantıları	0,01	0,003

[a] Hepsi yaklaşık değerlerdir. Bazı hallerde sürtünme katsayısı 1 den büyük olabilir.

- Sürtünme katsayıları temas eden yüzeylerin alanından hemen hemen bağımsızdır. Bunun nedenini anlamak için Şekil 5.17a da büyütülmüş olarak görülen düzensiz iki yüzeyin temasını temsil eden çizimdeki gibi, görünen temas yüzeyi ile gerçek temas yüzeyi arasındaki farkı açıklayınız. Görünen temas yüzeyindeki artışın gerçek temas yüzeyindeki artış olmadığı açıkça ortadadır. Hiç bir özelliği değiştirmeksizin görünen yüzey arttırılırsa, birim alana düşen temas noktalarını etkileyen kuvvet azalmış olur. Kuvvetteki bu azalma, temas eden noktaların etkisini bozar.

Bu konu hakkında daha fazla bilgi edinmek isteyenler "Atomik Seviyede Sürtünme" konulu makaleyi okusunlar (Yazarı J. Krim. *Scietific Amercan* dergisinin Ekim 1996 sayısı)

Kinetik sürtünme katsayısı, hız ile bir miktar değişiyor olmasına rağmen, böyle bir değişmeyi ihmal edeceğiz. Bir eğik düzlemde bir bloğu sabit hızla kaydırmaya çalışarak denklemlerin yaklaşık tabiatını kolayca gösterebiliriz. Özellikle düşük hızlarda hareket; yapışma ilerleme, yapışma ilerleme şeklinde değişken bir halde tanımlanabilir.

Ev Deneyi

Örnek 5.12 deki fikirleri, kitabınızın kapağı ile bir madeni para arasındaki kinetik ve statik sürtünme katsayılarını belirlemek için uygulayabilir misiniz? Aynı deneyi birinin üzerine yapıştırılmış iki madeni para ile yaparsanız ölçümleriniz sonucu katsayılarda ne gibi farklılıklar olmalıdır?



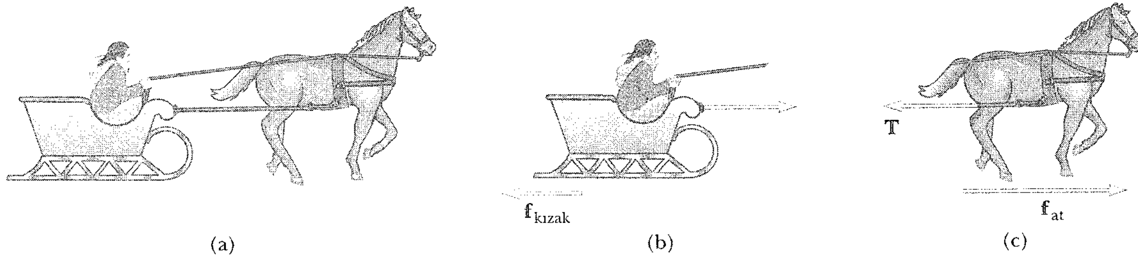
Sınama Sorusu 5.6

Bir sandık bir çekicinin (kamyonun) zemininde durmaktadır. Çekici sağa doğru ivmeli olarak hareket ediyor, sandıkta hiçbir şekilde kaymadan çekici ile birlikte ivmeli hareket yapıyor. Sandığa çekicinin uyguladığı sürtünme kuvvetinin yönü nedir? (a) Sola, (b) Sağa, (c) Sandık kaymadığı için sürtünme kuvveti mevcut değildir.

KAVRAMSAL ÖRNEK 5.11 Kızak Niçin İvmelenir?

Bir at bir kızağı Şekil 5.18a da görüldüğü gibi karla kaplı düz bir yolda çekerek ivmelendiriyor. Newton'un üçüncü kanunu kızağın da ata, atın kızağa uyguladığına eşit ve zıt yönlü bir kuvvet uygulandığını söyler. Bu görüş açısından bakılınca, kızak nasıl ivmelenir? Hangi şartlar altında sistem (at ve kızak) sabit hızla hareket eder?

Çözüm Newton'un üçüncü kanunundaki kuvvetlerin farklı cisimlere uygulandığını hatırlamak önemlidir – at kızağa bir kuvvet uygular, kızak ta eşit ve zıt yönlü bir kuvveti ata uygular. Biz sadece kızağın hareketi ile ilgilendiğimiz için kızağın ata uygulamış olduğu kuvveti dikkate almayız. Bir cismin hareketi belirlenirken, sadece o cismin üzerine etki eden kuvvetleri toplamalısınız. Kızağa yatay olarak



Şekil 5.18

uygulanan kuvvetler, ileri yönde at tarafından uygulanan **T** kuvveti ile geri yönde uygulanan kar ile kızak arasındaki $\mathbf{f}_{kızak}$ sürtünme kuvvetidir (Şekil 5.18b). İleri yönde uygulanan kuvvet geri yönde uygulanan sürtünme kuvvetinden fazla ise kızak sağa doğru ivmelenir.

Kızak ile attan oluşan sistemi ivmelendiren kuvvet, zemin (yer) tarafından atın ayaklarına uygulanan $\mathbf{f}_{at}$ sürtünme kuvvetidir. Ata uygulanan yatay kuvvetler ileri yönlü yer tarafından uygulanan $\mathbf{f}_{at}$ sürtünme kuvveti ile geri yönde at tarafından kızağa uygulanan **T** kuvvetidir (Şekil 5.18c). Bu iki kuvvetin bileşkesi atın ivmelenmesine sebep olur. $\mathbf{f}_{at}$ ile $\mathbf{f}_{kızak}$ kuvvetleri dengelendiği zaman sistem sabit hızla gider.

Alıştırma Kar tarafından ata uyulanan normal kuvvet ile dünya tarafından ata uygulanan çekim kuvveti etki-tepki çiftleri midir?

Cevap Hayır, çünkü bunların her ikisi de aynı cisme uygulanmaktadır. Newton'un üçüncü kanununa uyan kuvvet çifti eşit büyüklüklü, zıt yönlü ve *farklı cisimlere* uygulanan iki kuvvetten oluşur.

ÖRNEK 5.12 μ_k ve μ_s'nin Deneysel Olarak Belirlenmesi

Bu örnekte pürüzlü bir yüzeyle, bir cisim arasındaki sürtünme katsayısının basit ölçüm yöntemi açıklanıyor. Küçük bir cisim şekil 5.19 da görüldüğü gibi bir eğik düzlem üzerine yerleştiriliyor. Eğik düzlemin eğim açısı, blok kaymaya başlayıncaya kadar artırılıyor. Tam kaymanın başladığı θ_c kritik açısı ölçülerek μ_s doğrudan bulunabilir.

Çözüm Eğik düzlemin üzerindeki bloğa etki eden kuvvetler $\mathbf{mg}$ çekim kuvveti, $\mathbf{n}$ normal kuvveti ve $\mathbf{f}_s$ statik sürtünme kuvvetidir. Blok tam hareket etmek üzere iken, (henüz hareketsiz) bu kuvvetler dengelenmiş haldedirler. x eksenini düzleme paralel, y eksenini dik olarak seçip Newton'un ikinci yasasını bloğa uygularsak, denge halinde aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

Statik durum: (1) $\Sigma F_x = mg\sin\theta - f_s = ma_x = 0$

(2) $\Sigma F_y = n - mg\cos\theta = ma_y = 0$

(2) den $mg = n/\cos\theta$ yı çekip, (1) de yerine koyarak f_s yi elde ederiz:

$$(3) \quad f_s = mg\sin\theta = \left(\frac{n}{\cos\theta}\right)\sin\theta = n\tan\theta$$

Eğik düzlem θ_c kritik açı değerini alınca $f_s = f_{s,\,max} = \mu_s n$ olur. Bu da (3) eşitliğinde yerine konursa

$$\mu_s n = n\tan\theta_c$$

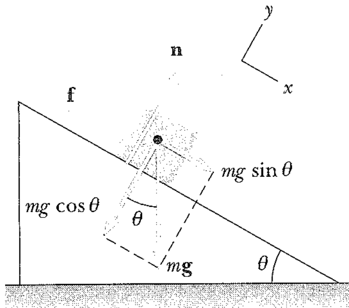
bulunur.

Statik durum: $\mu_s = \tan\theta_c$

Örneğin, blok tam $\theta_c = 20°$ de kaymaya başlarsa o zaman $\mu_s = \tan 20° = 0{,}364$ bulunur. Blok birkez $\theta \geq \theta_c$ de hareket etmeye başlarsa, eğik düzlem üzerinde aşağı doğru ivmelenir ve $f_k = \mu_k n$ değerinde bir sürtünme kuvveti etkisinde kalır. Böyle olmakla birlikte eğer θ, θ_c nin altında bir θ'_c değerine kadar azaltılırsa, bloğun ($a_x = 0$) sabit hızla gidebileceği bir açı bulunabilir. Bu halde (1) ve (2) eşitliklerini f_s yerine f_k yazarak çözersek kinetik sürtünme katsayısını elde ederiz:

Kinetik durum $\mu_k = \tan\theta'_c$

Burada $\theta'_c < \theta_c$ dir.

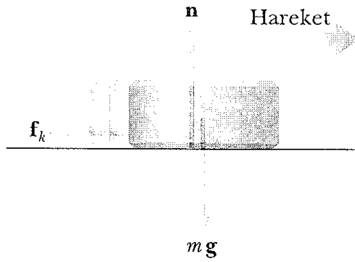


Şekil 5.19 Pürüzlü bir eğik düzlem üzerindeki bir bloğa etki eden dış kuvvetler $\mathbf{mg}$ ağırlığı, n normal kuvvet ve $\mathbf{f}$ sürtünme kuvvetidir. Ağırlık vektörünün eğik düzleme paralel olan $mg\sin\theta$ ve dik olan $mg\cos\theta$ bileşenlerine ayrıldığına dikkat ediniz.

ÖRNEK 5.13 Kayan Buz Hokeyi Diski

Donmuş bir havuzda bir hokey diskine vurulsun ve ona 20 m/s lik bir ilk hız kazandırılmış olsun. Disk, buz yüzeyi üzerinde durmadan önce 115 m kayarsa, disk ile buz yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

Çözüm Harekete geçtikten sonra diske etki eden kuvvetler Şekil 5.20'de gösterilmiştir. f_k kinetik sürtünme kuvvetinin sabit kaldığını varsayarsak, bu kuvvet diske sabit ve negatif bir ivme kazandırır. İlk önce Newton'un ikinci kanunu kullanarak ivmeyi kinetik sürtünme katsayısı cinsinden buluruz. Uzaklığı ve ivmeyi kullanarak kinetik sürtünme katsayısını buluruz.



Şekil 5.20 Disk, bir ilk hız kazandıktan *sonra*, diske etki eden dış kuvvetler mg ağırlığı, **n** normal kuvveti ve $\mathbf{f}_k$ kinetik sürtünme kuvvetidir.

Sağa ve yukarıya doğru olan yönleri pozitif alarak diske, bileşenler cinsinden Newton'un ikinci yasasını uygulayarak aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$(1) \quad \sum F_x = -f_k = ma$$

$$(2) \quad \sum F_y = n - mg = 0 \qquad (a_y = 0)$$

Fakat $f_k = \mu_k n$ dir ve (2) eşitliğinden $n = mg$ dir. Böylece (1) eşitliğinden a ivmesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$-\mu_k n = -\mu_k mg = ma_x$$

$$a_x = -\mu_k g$$

İvmenin negatif işaretli olması, onun sola yöneldiğini gösterir. Disk negatif ivme ile ivmelenir yavaşlar. Ayrıca, ivme diskin kütlesinden bağımsız ve sabittir. Çünkü, μ_k nın sabit kaldığını kabul ediyoruz.

İvme sabit olduğundan, 2.12 Eşitliğini, yani, $v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x(x_s - x_i)$ kullanabiliriz. $x_i = 0$ ve $v_{xs} = 0$ alınarak,

$$v_{xi}^2 + 2a_{xs} = v_{xi}^2 - 2\mu_k g x_s = 0$$

$$\mu_k = \frac{v_{xi}^2}{2\,g x_s}$$

$$\mu_k = \frac{(20 \text{ m/s})^2}{2\,(9{,}80 \text{ m/s}^2)\,(115 \text{ m})} = 0{,}117$$

bulunur. μ_k nın boyutsuz olduğuna dikkat ediniz.

ÖRNEK 5.14 Sürtünmeli Ortamlarda İki Bağlı Cismin İvmesi

m_1 kütleli bir blok, Şekil 5.21a da görüldüğü gibi yatay pürüzlü bir masa üzerinde ağırlıksız bir iple sürtünmesiz bir makaradan geçirildikten sonra m_2 kütlesine bağlanmıştır. F büyüklüğünde bir kuvvet şekilde görüldüğü gibi m_1 kütlesine uygulanmıştır. m_1 ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k dür. Her iki cismin ivmesinin büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm Önce m_1 ve m_2 kütleleri için Şekil 5.21b ve Şekil 5.21c deki gibi serbest cisim diyagramlarını çizelim. (Bütün bu örnekler arasındaki benzerlikleri görebiliyor musunuz?). Şimdi her cisme Newton'un ikinci kanununun bileşenler şeklini yazalım ve $f_k = \mu_k n$ eşitliğini kullanalım. O zaman ivmeyi verilen parametreler cinsinden çözebiliriz.

F kuvvetinin $F_x = F\cos\theta$ ve $F_y = F\sin\theta$ bileşenlerine sahip olduğuna dikkat ediniz. Burada n, mg ağırlığına eşit değildir. m_1 kütlesinin sağa hareket ettiğini kabul ederek Newton'un ikinci yasasını her iki cisim için yazalım:

Bloğun hareket denklemi: $(1) \quad \sum F_x = F\cos\theta - f_k - T = m_1 a_x = m_1 a$

$$(2) \quad \sum F_y = n + F\sin\theta - m_1 g = m_1 a_y = 0$$

Kürenin hareket denklemi de: $\sum F_x = m_2 a_x = 0$

$$(3) \quad \sum F_y = T - m_2 g = m_2 a_y = m_2 a$$

Cisimler birbiri ile bağlı olduğundan, m_1 kütleli bloğun ivmesinin x bileşeninin, m_2 kütleli cismin ivmesinin y bileşenine eşitleyebildiğimize dikkat ediniz. θ'dan $f_k = \mu_k n$ ve (2) Eşitliğinden $n = m_1 g - F\sin\theta$ olup, (n'nin $m_1 g$ ye eşit olmadığına dikkat ediniz). Böylece,

$$(4) \quad f_k = \mu_k (m_1 g - F\sin\theta)$$

olduğu bulunur. Bunun anlamı, F kuvvetinin F_y bileşeninin pozitif olmasından dolayı, sürtünme kuvvetinin azalmış ol-

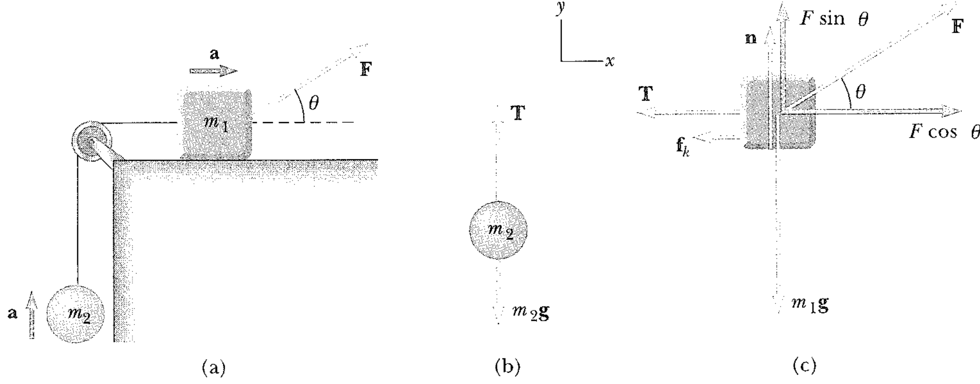
masıdır. (4) Eşitliğini ve (3) Eşitliğinden bulunan T değerini (1) Eşitliğinde yerine koyarsak,

$$F\cos\theta - \mu_k(m_1 g - F\sin\theta) - m_2(a+g) = m_1 a$$

veya

$$(5)\quad a = \frac{F(\cos\theta + \mu_k \sin\theta) - g(m_2 + \mu_k m_1)}{m_1 + m_2}$$

olur. Bu a değerini (3) eşitliğinde yerine koyarak T bulunabilir. m_1 kütlesinin ivmesi, (5) eşitliğinin sonucuna göre sağa veya sola[6] olabilir. m_1'in hareketi sola doğru ise, f_k nın işaretini ters almalıyız, çünkü sürtünme kuvveti harekete daima ters yönlüdür. Bu durumda a değeri, μ_k yerine $-\mu_k$ almak şartıyla (5) eşitliğindeki ile aynıdır.



Şekil 5.21 (Örnek 5.14) (a) Şekilde gösterildiği gibi uygulanan **F** dış kuveti m_1 kütlesinin sağa doğru ivmelenmesine sebep olabilir. (b) ve (c) m_1 kütlesinin sağa doğru, m_2 kütlesinin yukarı doğru ivmelendiği kabul edilerek çizilen serbest cisim diyagramlarıdır. Burada kinetik sürtünme kuvvetinin $f_k = \mu_k n = \mu_k (m_1 g - F\sin\theta)$ olduğuna dikkat ediniz.

UYGULAMA (ABS) Otomobil Antikilit Frenleme Sistemi

Bir otomobilin lastiği yol yüzeyinde kaymaksızın dönüyorsa (yuvarlanıyorsa), o zaman yol tekere maksimum sürtünme kuvvetini yani $\mu_s n$ değerindeki statik sürtünme kuvvetini uygular. Bu durumda statik sürtünme katsayısı kullanılmalıdır. Çünkü tekerlek ile yolun temas noktasındaki yüzeylerde eğer tekerlek patinaj yapmıyorsa herhangi bir kayma olmaz. Eğer tekerlek patinaj yapmaya başlarsa sürtünme kuvveti $m_k n$ değerine düşer. Böylece sürtünme kuvvetini azamı derecede artırmak, durma mesafesini küçültmek için tekerlekler sadece (dönme) yuvarlanma hareketi yapmalı kayma hareketi yapmamalıdır. Tekerleklerin yalnız dönüş hareketi yapıyor olmasının ilave bir faydasıda kayma olduğu zamandakine benzer şekilde direksiyon kontrolününün kaybedilmemesidir.

Malesef acil durumlarda sürücüler genellikle elden geldiğince acı fren yaparlar ve frenler kilitlenir. Bu hal tekerleklerin dönüşünü durdurur. Bu da bir kaymanın olması ile sürtünme kuvvetinin statikten kinetik sürtünme kuvvetine düşmesi, azalması demektir. Bu problemi çözmek için makina mühendisileri kilitlenmesiz fren sistemi (ABS) geliştirdiler öyleki frenleme anında tekerleğin dönmesinin duracağı anda freni serbest bırakarak problem çözüldü. Bu, asfalt ile lastiğin yuvarlanma temasının korunması demektir. Frenlemenin kesik kesik olması durumundaki durma mesafesi, frene aralıksız olarak basıldığı zaman oluşan durma mesafesinden daha büyüktür. Böyle olmakla birlikte frenlemenin kesik aralıklarla uygulanması bilgisayar kontrollü olarak yapılırsa frenin serbest kalma zamanları minimuma indirilir. Bunun sonucu olarakta durma mesafesi frene kesintisiz basarak tekerleklerin kaydığı durma mesafesinden çok çok az olur.

Bir arabanın durmasını gerçek verilere dayandırarak modelleyelim. AutoWeek[7] dergisinin son sayısında Toyota Corolla'nın frenleme kabiliyeti ölçüldü: Bu veriler iyi yetişmiş, eğitimli bir sürücü tarafından frenleme kuvveti için elde edilen verileri gösterir. İvmeyi sabit kabul ederek başlayalım. (Bu kabulu niçin yaptık?) Dergi ilk hızları ve duruş mesafelerini SI birimlerinden farklı birimlerde verdi. Bu değerleri SI birimlerine çevirdikten sonra farklı hızlardaki ivmeleri belirlemek için $v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_x x$ formülünü kulla-

[6](5) eşitliği $\mu_k m_1 > m_2$ olduğunda F bir değer aralığına sahiptir ve verilen θ açısında hareketin olmayacağını gösterir.
[7]*Auto Week* magazine, 48:22-23, 1998.

nırız. Farklı hızlar için bulunan ivme değerleri, sabit ivmeli hareket kabulümüzün uygun bir kabul olduğunu gösterir.

İlk hız		Durma Mesafesi		İvme
(mil/saat)	(m/s)	(ft)	(m)	(m/s^2)
30	13.4	34	10.4	–8.67
60	26,8	143	43,6	–8,25
80	35,8	251	76,5	–8,36

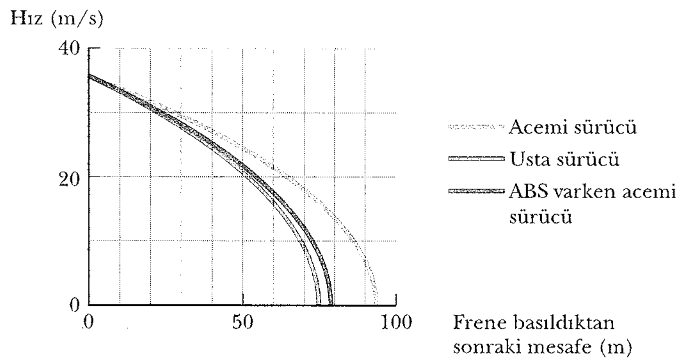
İvmenin ortalama değeri olan $-8{,}4\ m/s^2$ yi alırız ve bu yaklaşık olarak 0,86*g* ye karşı gelir. O zaman $\sum F = \mu_s mg = ma$ ifadesinden sürtünme katsayısını hesaplarız. Toyota için bu eşitlik $\mu_s = 0{,}86$ değerini verir. Bu değer tablo 5.2 de verilen Lastik ile beton arasındaki μ_s den düşüktür. Bunun sebebini düşünebilir misiniz?

Şimdi tekerlekler kaymakta iken duruş uzaklıklarını tahmin etmeye çalışalım. Tekrar Tabo 5.2 ye bakarak, beton üzerinde lastik için statik ve kinetik sürtünme katsayıları arasında 0,2 lik fark olduğunu görürüz. Aynı kabulü bizim örneğimiz için alırsak; Toyota için kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}66$ olur. Böylece tekerleklerin kilitlendiği ve asfalt üzerinde kaydığı frenleme hali için duruş mesafesini tahmini olarak hesaplamamız mümkün olur. Tekerleklerin kaymasını engellemenin avantajlı olduğu sonucuna varılır.

İlk hız (mil/saat)	Kaymasız Duruş uzaklığı (m)	Kaymalı Duruş uzaklığı (m)
30	10,4	13,9
60	43,6	55,5
80	76,5	98,9

Bir ABS fren tekerlerleri döner halde tutar ve bunun sonucunda da lastik ile yol arasındaki sürtünme katsayısının statik sürtünme katsayısı olarak kalmasını sağlar. Bu işlem yaklaşık olarak, çok usta ve bilgili bir sürücünün maksimum sürtünme kuvveti elde etmek için uyguladığı tekniktir. Bir ABS frenin bir usta sürücüsünün ivmelendirmesinden %5 daha kötü ivmelenme meydana getirdiğini kabul ederek ABS nin yararını tahmine çalışalım. Şimdi Şekil 5.22 frene basıldıktan sonra duruş mesafelerinin hızına göre değişimini, tecrübesiz sürücü usta sürücü ve ABS frenli arabadaki acemi sürücü için göstermektedir. (İlk hız 80 mil/saat = 37,5 m/s dir). Açık bir şekilde görülmektedir ki en kısa duruş mesafesi tekerler kilitlenmeden elde edilr. Ondan sonra en kısa duruş mesafesi bilgisayarla tekerleklerin döner halde tutulduğu ABS için kısa duruş mesafesi elde edilir.

ABS nin amacı acil durumlarda fren kilitlemesine sebep olan acemi sürücülere yardım ederek gerektiğinde onların duruş mesafelerini en aza indirmektir.

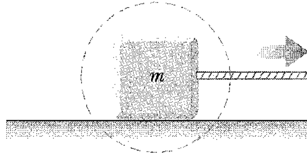


Şekil 5.22 Aracın hız-mesafe grafiği. Görülüyor ki frenleme yapılmadığından, ABS'li bir aracın duruş mesafesi, usta bir sürücününkine yakın olmaktadır.

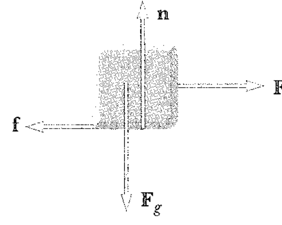
ÖZET

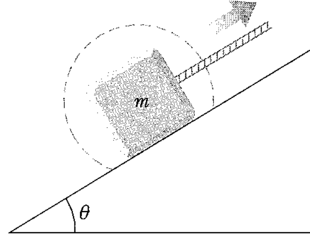
Newton'un birinci yasası, bir cisim üzerine etki eden bileşke kuvvet sıfır olduğunda, cisim durgun ise durmaya devam edeceğini, harekette ise sabit hızla doğrusal hareketine devam edeceğini söyler. Eylemsiz bir sistem, ivmelenmeyen bir sistemdir.

Newton'un ikinci yasası, bir cismin ivmesinin o cisme uygulanan net kuvvetle doğru orantılı, kütlesi ile ters orantılı olduğunu ifade eder. Bir cisme etki eden net kuvvet, kütle ile ivmenin çarpımına eşittir. Yani $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ dır. Belirli kuvvetlerin etkisinde kalan herhangi bir cismin ivmesini belirlemek için yukarıdaki denkleme *x* ve *y* bileşenlerine ayrılmış bileşenler formunu uygula-

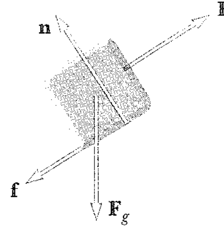


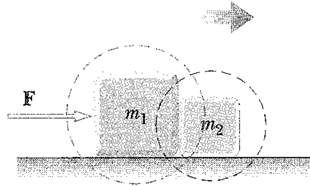
Pürüzlü yatay bir düzlemde sağa çekilen bir cisim



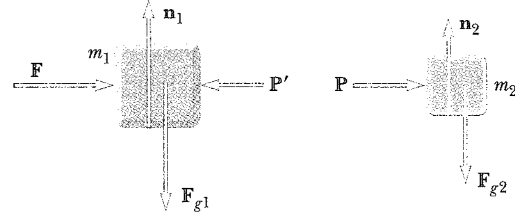


Pürüzlü bir eğik düzlemde çekilen cisim

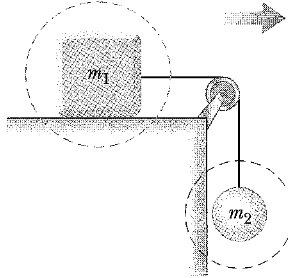


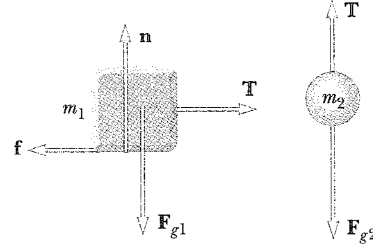


Sürtünmesiz bir yüzey üzerinde temas halindeki iki cismin sağa doğru itilmesi



Not: $\mathbf{P} = -\mathbf{P}'$ dür. Çünkü etki-tepki çiftidirler





Hafif bir sicimle birbirine bağlı iki cisim. Yüzey pürüzlü ve makara sürtünmesizdir.

Şekil 5.23 Yukarıda solda, değişik düzenlemeler, sağda onlara karşı gelen serbest cisim diyagramları görülmektedir.

malısınız. Eğer cisim durgun veya sabit hızla hareket ediyorsa o zaman kuvvetler vektörel olarak birbirlerini yok ederler.

Bir cisme etki eden **çekim kuvveti**, serbest düşme ivmesi ile kütlenin çarpımı $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ dir. Bir cismin **ağırlığı** o cisme etki eden çekim kuvvetinin büyüklüğüdür.

Newton'un üçüncü kanunu, iki cisim etkileşirse, 2 cisminin 1 cismine uyguladığı kuvvet, 1 cisminin 2 cismine uyguladığı kuvvete eşit ve onunla zıt yönlü olduğunu ifade eder. O halde tabiatta yalıtılmış bir kuvvet mevcut değildir. Karşılıklı olarak iki cisim üzerine uygulanan kuvvet çiftlerini iyi ayırt edebildiğinizden emin olmalısınız.

Pürüzlü yüzey ile cisim arasındaki statik **sürtünme kuvveti $\mathbf{f}_{s,maks}$' nin maksimum değeri**, cisme etki eden n normal kuvveti ile orantılıdır. Bu maksimum f_s kuvveti, cisim tam kayma sınırında olduğu zaman doğan sürtünme kuvvetidir. Genel halde $f_s \leq \mu_s n$ 'dir. Burada μ_s statik sürtünme katsayısı ve n normal kuvvetin büyüklüğüdür. Bir cisim bir yüzeyde kaydığı zaman ortaya çıkan kinetik sürtünme kuvveti $\mathbf{f}_k$, harekete zıt yönlüdür ve yine normal kuvvetle orantılıdır. Bu kuvvetin büyüklüğü $f_k = \mu_k n$ ile verilir. Burada μ_k **kinetik sürtünme katsayısıdır**.

Serbest-Cisim Diyagramları Hakkında Ek Açıklamalar

Bu bölümde görüldüğü gibi, bir mekanik sisteme Newton'un ikinci yasasını başarıyle uygulamak için, önce sisteme etki eden tüm kuvvetleri tanımlayabilmelisiniz. Bu, her cisim için doğru bir serbest cisim diyagramı çizmeniz demektir. Serbest cisim diyagramı çizmenin önemi gözardı edilemez. Şekil 5.23 de bir kaç mekanik sistem ve onlara karşılık gelen serbest cisim diyagramları birlikte gösterilmiştir. Bunları dikkatlice açıklamalı ve sonra da diğer problemlerde verilen sistemler için serbest cisim diyagramları çizmelisiniz. Bir sistem birden fazla parçaya sahip olduğu zaman, sistemin *her bir parçası* için ayrı ayrı serbest cisim diyagramı çizmek önemlidir.

Genelde, **F** uygulanan kuvveti, $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ çekim kuvveti, **n** normal kuvveti, **f** sürtünme kuvvetini **T** de gerilme kuvvetini göstermektedir.

SORULAR

1. Gerilerde oturan bir otobüs yolcusu, şöförün frene hızlıca basmasıyla, otobüsün önünde bulunan çantaların kendisine doğru uçarak gelip çapmasından yaralandığını açıklar. Bu halde hakim olsanız ne karar verirsiniz? Niçin?

2. Yıldız ve gezegenlerden uzakta hareket eden bir uzay gemisindeki astronot, bir gezegenden kopmuş kaya parçasının, geminin etrafında yüzdüğünü farkediyor. Astronot kaya parçasını, gemi kabinine yavaşça mı yoksa bir tekme vurarak sertçe mi itmelidir. Niçin?

3. Büyük bir metal kütlesi, pürüzlü bir metal yüzeyine değme ile iyice kaynayabilir. Yüzey ile cisim arasındaki bu olay sürtünme kuvvetlerini nasıl etkiler?

4. Örnek 5.8 deki asansör içinde bulunan bir gözlemci, balığın "ağırlığını" T olarak okuduğunu açıklar. Bu değer açıkça yanlıştır. Bu gözlem, dışarıda duran bir gözlemciye göre neden farklılık gösterir?

5. Etki ve tepki kuvvetlerini aşağıdaki örnekler için açıklayınız. Bir merdivenden yukarı çıkan adam, bir kızın sırtına çarpan kartopu, bir beyzbol oyuncusunun bir topu yakalaması ve bir rüzgar esintisinin bir pencereye çarpması.

6. Bir şahıs bir topu elinde tutuyor a) topa etkiyen tüm dış kuvvetleri ve bunların tepkilerini tanımlayınız. b) Top elden düşerken topa hangi kuvvetler etki eder? Bu durumda doğan tepki kuvvetini tanımlayınız. (hava direnci ihmal edilecek)

7. Bir araba, batıya doğru 20 m/s lik sabit bir hızla ilerliyorsa ona etki eden bileşke kuvvet nedir?

8. Şekil 5.3 te görülen lokomotif, istasyon duvarını kırarak içinden geçtiği zaman lokomotifin duvara uyguladığı kuvvet, duvarın lokomotif üzerine uyguladığı kuvvetten daha büyüktür. Bu ifade doğru mudur veya düzeltilmeye ihtiyacı var mıdır? Cevabını açıklayınız.

9. Bir lastik top düşmeye bırakılır. Topun tekrar havaya zıplamasını hangi kuvvet sağlar?

10. Şu ifade içinde yanlış olan nedir? "Araba durgun ol-

duğu için üzerine etki eden kuvvet yoktur" Bu cümleyi nasıl düzeltirsiniz?

11. Kendinizi bir otoyolda yüksek hızla araba sürüyor varsayınız. Kısa bir mesafe içinde durmak isterseniz niçin arabanızın frenine şiddetlice basmaktan kaçınırsınız? Yani, franleme esnasında tekerleklerin niçin dönmesini istersiniz?
12. Bir yüksek bina asansörüne hiç binmemiş iseniz, **a** ivmesinin yönüne göre ağırlaşma ve hafifleşme hislerine maruz kalabilirsiniz. Bu hissi açıklayınız. Serbest düşme durumunda gerçekten ağırlıksız olunur mu?
13. Boş bir kamyonun sürücüsü, ani fren yaparak d mesafesi içinde kayarak duruyor. (a) Kamyon, kütlesini iki katına çıkaracak kadar yük taşısaydı duruncaya kadar gideceği kayma uzaklığı ne olurdu? (b) İlk hızı öncekinin yarısına eşit olsaydı boş iken ve dolu iken kayma mesafeleri ne olurdu?
14. Newton'un üçüncü yasasını açıklamaya çalışan bir öğrenci, etki ve tepki kuvvetlerinin eşit ve zıt yönlü olduklarını ifade eder. Bu böyleyse, bir cisim üzerine etki eden net kuvvet nasıl mevcut olabilir?
15. (a) Bir pervaneli uçağın hareketine, (b) Bir roketin hareketine, (c) Bir adamın yürümesine hangi kuvvetler neden olur?
16. Bir ip çekme oyununda birinci ve ikinci sınıf öğrencileri yarışmaktadırlar. İpin orta noktası devamlı ikinci sınıf takımına doğru ivmelenmektedir. Buradaki iki kuvvetin şiddetleri arasındaki ilişkiyi ifade ediniz. Yani birinci sınıf takımının ikinci sınıf takımına uyguladığı kuvveti ve ikinci sınıf takımının birinci sınıf takımına uyguladığı kuvveler arasındaki ilişkiyi ifade ediniz.
17. Durgun haldeki bir kutuyu iterseniz, onun harekete başlaması için bir kuvvet uygulamanız gerekir. Kutu kaymaya başlayınca hareketi devam ettirmek için daha küçük bir kuvvet uygulamak gerekir. Niçin?
18. Bir ağırlık kaldırıcı bir yaylı kantar üzerinde ayakta durmaktadır ve elindeki ağırlıkları yukarı aşağı kaldırıp indirmektedir. Bu harekete devam ederken kantardan okunan değerler nasıl olur? Elindeki halteri ağırlıklarla birlikte yukarıya doğru fırlatacak güce sahip olduğunu farzedin ve fırlattığı zaman kantarda okunan değerler nasıl değişir?
19. Bir roket, rampasından ateşlenir ateşlenmez zamanla hızı ve ivmesi roket yakıt yakmaya devam ettiği sürece artar. Roketin uyguladığı kuvvet sabit kaldığı halde ivmesinin devamlı artışının sebebini açıklayınız.
20. Bir hareketli flimde Clark Gable oturmakta olan Claudette Colbertin önünde durmakta olan otobüs içinde ayakta dikilmektedir. Otobüs aniden ileriye doğru hareket edince Clark, Claurdette'nin kucağına düşer. Bu olay neden meydana geldi.

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 5.1 ile Kesim 5.6

1. Bir **F** kuvveti, m_1 kütleli bir cisme uygulanınca $3 m/s^2$ lik ivme kazandırıyor. Aynı kuvvet, m_2 kütleli ikinci bir cisme uygulanınca $1 m/s^2$ lik ivme kazandırıyor. (a) m_1/m_2 oranının değeri nedir? (b) m_1 ve m_2 kütleleri birleşirse aynı **F** kuvvetin etkisi altında bu birleşik cismin ivmesi ne olur?
2. 10 N luk bir kuvvet 2 kg kütleli bir cisme uygulanıyor. (a) Cismin ivmesi nedir? (b) Cismin ağırlığı nedir? (c) Kuvvet iki kat artırılırsa ivme ne olacaktır?
3. 3 kg lık bir kütle, $\mathbf{a} = (2\mathbf{i} + 5\mathbf{j}) m/s^2$ ivmeye sahipse, $\Sigma\mathbf{F}$ bileşke kuvveti ve kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.
4. Ağır bir yük trenin kütlesi 15 000 ton dur. Lokomotif, 75 000N luk kuvvetle treni çekiyorsa hızının 0 dan 80 km/saat e çıkması için geçen zaman nedir?
5. 5 kg lık bir mermi, 320 m/s'lik hızla bir tüfeğin namlusundan çıkıyor. 0,82 m uzunluğundaki tüfek namlusunu terkedinceye kadar mermiye etki eden kuvvet nedir? Merminin ivmesinin sabit olduğu ve sürtünmenin ihmal edildiğini varsayınız.
6. Bir oyuncu, 1,4 N luk beyzbol topunu 0,09 s lik süre içinde 32 m/s'lik hızla fırlatıyor. Top, harekete durgun halden başlamış ise (a) ivmelenme mesafesi nedir? (b) Bu ivmelenme süresince topa etki eden ortalama kuvvet nedir?
7. Bir beyzbolcu, kolu ile topu t süresince düzgün olarak hızlandıktan sonra serbest bırakıyor. Topun ağırlığı $-F_g\mathbf{j}$, hızı $v\mathbf{i}$ dir. Top, durgun halden harekete geçerse (a) Serbest bırakılmadan önce ne kadarlık bir mesafede hızlanır? (b) Beyzbolcunun topa uyguladığı kuvvet nedir?
8. 0,453 592 37 kg kütleli bir cismin ağırlığını, çekim ivmesi $32,1740 ft/s^2$ olan bir yerde paund olarak hesaplayın. Paundu, SI birim sistemindeki bir nicelik olarak ifade edin.
9. WEB 4 kg kütleli bir cisim herhangi bir anda $3\mathbf{i}$ m/s lik hıza sahiptir. 8 s sonra hızı $v(8\mathbf{i} + 10\mathbf{j})$ m/s oluyor. Cisme uygulanan kuvvetin sabit olduğunu varsayarak (a) kuvvetin bileşenlerini bulunuz. (b) Kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.
10. Azot molekülünün havadaki ortalama hızı $6,7 \times 10^2 m/s$, kütlesi $4,68 \times 10^{-26}$ kg dır. (a) Bir azot molekülünün çevresindeki kabın duvarı ile çarpışıp zıt yönlü eşit hızla ayrılması için geçen süre $3 \times 10^{-13} s$ ise, bu zaman aralığında otalama ivmesi ne olur? (b) Molekülün duvara uyguladığı ortama kuvvet nedir?

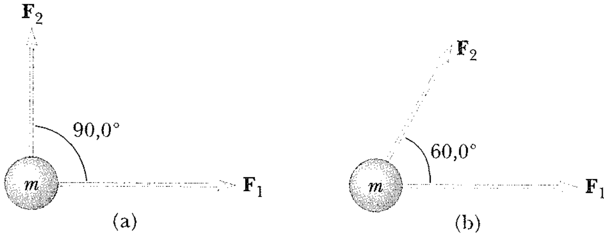
11. Bir elektron $9{,}1 \times 10^{-31}$ kg kütleye ve 3×10^5 m/s lik ilk hıza sahiptir. Elektron doğru bir yol boyunca hareket etmektedir ve 5 cm lik mesafe içinde hızı 7×10^5 m/s değerine kadar artmıştır. Elektronun ivmesinin sabit olduğunu kabul ederek (a) Elektron üzerine etki eden kuvveti bulunuz. (b) Bu kuvveti, çoğu zaman ihmal ettiğimiz elektronun ağırlığı ile karşılaştırınız.

12. Bir şahıs 120 lb ağırlığındadır. (a) Bu şahsın ağırlığını N olarak bulunuz. (b) Bu şahsın kütlesini kg olarak bulunuz.

13. Bir adam dünya yüzeyinde 900 N ağırlığında ise Jupiterdeki ağırlığı ne olur? Jüpiterde kütle çekim ivmesi 25,9 m/s^2 dir.

14. Kütle ile ağırlığın farklı olduğu, 1671 de Paristen Fransiz Guiana'sına Jean Richer'in bir sarkaçlı saati götürmesiyle anlaşıldı. Saatin düzenli olarak geri kaldığı gözlendi. Saat tekrar Parise getirilince düzgün çalıştığı gözlendi. $g = 9{,}8095$ m/s^2 olan Paristen $g = 9{,}7808$ m/s^2 olan Cayenne'ye gitseniz, ağırlık kaybınız ne kadar olur? (Bölüm 13.4 te g nın sarkacın periyodunu nasıl etkilediği görülecektir.)


15. Şekil 5.15 de görüldüğü gibi $\mathbf{F}_1$ ve $\mathbf{F}_2$ kuvvetleri aynı anda 5 kg kütleli bir cime uygulanıyor. $F_1 = 20$ N, $F_2 = 15$ N ise (a) ve (b) şekilleri için cismin ivmesini bulunuz.



Şekil P5.15

16. 2,80 kg kütleli bir cisim, ağırlığına ilaveten başka bir sabit kuvvetin de etkisi altındadır. Cisim durgun halden harekete başlayarak 1,20 s de, (4,20m)**i** – (3,30m)**j** yerdeğiştirmesi yapıyor. **j**, düşey ve yukarı yönlüdür. Diğer kuvveti bulunuz.

17. Bir oturak üzerine çıkarak yukarıya zıplıyorsunuz. (a) Yukarıya çıkış ve geri dönüş için geçen zaman süresinde yer sizi ne büyüklükte bir ivme ile çeker? Çözüm mantığınızı açıklayın. Dünyanın düzgün bir katı cisim olduğunu kabul ediniz. (b) Yerin size yaklaştığı uzaklığı tahmin edin.

18. Hava masası üzerinde durgun haldeki 4 kg kütleli bir cisme aynı anda 10 N kuzeye, 20 N doğuya, 15 N güneye doğru üç kuvvet uygulanıyor. Bu cismin ivmesini bulunuz.

19. Su içinde hareket eden bir bota birbirine ters yönlü iki yatay kuvvet etki etmektedir. Birisi motor tarafından ileri yönde uygulanan 2000 N luk kuvvet, diğeri su tarafından zıt yönde uygulanan 1800 N luk direnç kuvvetidir. (a) 1000 kg kütleli bu botun ivmesi nedir? (b) Durgun halden hareket başladıysa 10 s de aldığı yol nedir? (c) Bu sürenin sonunda hızı ne olacaktır?

20. $\mathbf{F}_1 = (-2\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$N, $\mathbf{F}_2 = (5\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$N ve $\mathbf{F}_3 = (-45\mathbf{i})$N luk üç kuvvet bir cisme etki ederek ona 3,75 m/s^2 lik bir ivme kazandırıyor. (a) İvmenin yönü nedir? (b) Cismin kütlesi nedir? (c) Durgun halden harekete başlıyorsa 10 s sonunda hızı ne olur? (d) 10 s sonunda hız vektörünün bileşenleri nedir?

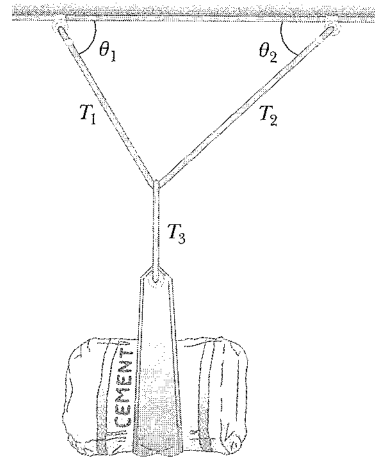
21. 15 lb lik bir blok zeminde durgundur. (a) Zeminin bloğa uygladığı kuvvet nedir? (b) Bu bloğa bir ip bağlayıp bir makaradan geçirdikten sonra serbest ucuna 10 lb lik ağırlık asılırsa, zeminin bloğa uyguladığı kuvvet ne olur? c) 10 lb lik ağırlığın yerine 20 lb lik ağırlık asılırsa 15 lb lik bloğa zeminin uyguladığı kuvvet ne olur?

Kesim 5.7 Newton Kanunlarının Bazı Uygulamaları

22. 3 kg kütleli bir cisim, x ve y koordinatları $x = 5t^2 - 1$ ve $y = 3t^3 + 2$ olacak şekilde bir düzlemde hareket ediyor. x, y metre t saniye cinsindendir. 2 s sonra kütleye etki eden net kuvvetin büyüklğünü bulunuz.

23. İki telefon direği arasındaki uzaklık 50 m dir. 1kg kütleli bir kuş orta noktada tele konmuş ve tel 0,2 m aşağı sarkmıştır. Kuşun serbest cisim diyagramını çiziniz. Kuş telde ne kadarlık bir gerilme doğmasına neden olmuştur? Telin ağırlığını ihmal ediniz?

24. 325 N luk bir çimento torbası Şekil 5.26 da görüldüğü gibi üç tel yardımıyla asılmıştır. Tellerden ikisi yatayla θ_1 ve θ_2 açılarını yapmaktadır. Sistem dengededir. $\theta_1 = 10°$ ve $\theta_2 = 25$ olarak verilmiş ise, tellerdeki T_1, T_2 ve T_3 gerilmelerini bulunuz.



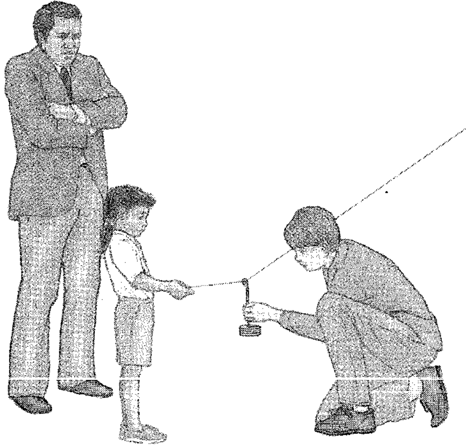
Şekil P5.24 Problem 24 ve 25

25. F_g ağırlığındaki bir çimento torbası, Şekil P5.24 te görüldüğü gibi yatayla θ_1 ve θ_2 açıları yapan iki telle asılmıştır. Sistem dengede iken sol taraftaki telin gerilmesinin

$$T_1 = F_g \cos \theta_2 / \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

olacağını gösteriniz.

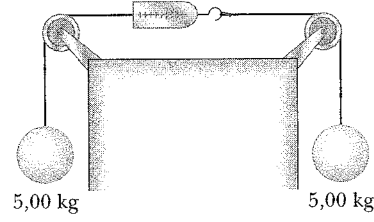
26. Çocukların uçurtma yarışmasında hakemsiniz ve iki çocuk, uçurtmanın ipi en kuvvetli çekmesine ve en az kuvvetle çekmesine (gerginliğine) göre hediye kazanacaklar. İpin gerginliğini ölçmek için fizik öğretmenlerinden ağırlık çengelleri, bazı delikli ağırlıklar ve bir iletki ödünç alıyorsunuz. Ölçüm için Şekil P5.26 da görülen düzeneği hazırlayıp aşağıdaki sıralamayı takip ediyorsunuz. Çocuk uçurtmayı tam kontrol edinceye kadar bekle, elinden 30 cm öteye çengeli as, ipin 30 cm lik kısmı yatay hale gelinceye kadar çengele ağırlıklar ilave et ve yatay duruma gelmesi için gereken kütleyi kaydet, ipin ağırlıktan uçurtmaya uzanan kısmın yatayla yaptığı açıyı ölç ve kaydet. (a) Bu metodun nasıl çalıştığını açıkla, sen açıklamalarını yapınca çocukların ailesi senin metodun hakkında sorular sorarlar. Somut delil olmalı. Sizin yeteneginiz hakkında hatalı kabuller ileri sürerler ve sizin açıklamalarınız ve gelişen tekniğiniz onlara güven vermek için bir fırsattır. (b) İpi yatay tutmak için 132g kütleye ihtiyaç duyulmakta ise ve ipin yaptığı açı da 46,3° ölçüldü ise uçurtma ipinin gerginliği nedir?

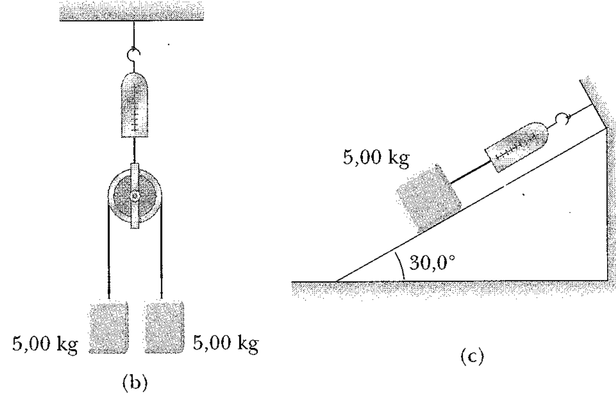


Şekil P5.26

27. Şekil P5.27 te görülen sistemler denge durumundadır. Yaylı kantar N cinsinden ölçeklenmiş ise, her bir durumda hangi kuvvetleri gösterir? (Makara ve ipin kütlesi ihmal ediliyor, düzlem sürtünmesizdir)

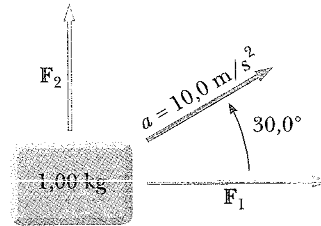
28. Bir yangın helikopteri, 20 m lik halatın ucunda 620 kg lık su tankı ile su taşıyor. Helikopter 40 m/s lik sabit hızla giderken boş tankın kablosu düşey doğrultu ile 40° lik bir açı yapıyor. (a) Tanka etki eden hava direncini bulunuz. (b) Tankı su ile doldurup aynı hızla yangın üzerine gelirken tankın ipi düşeyle 7° lik açı yapıyor. Tankın içindeki suyun kütlesi nedir?





Şekil P5.27

WEB 29. 1 kg kütleli bir cisim Şekil P5.29 te görüldüğü gibi, kuzey-doğuya doğru yatayla 30° lik açı yapacak şekilde 10 m/s² lik ivme ile hareket ediyor. Kütleye etki eden $\mathbf{F}_2$ kuvveti 5 N büyüklüğündedir ve kuzeye yönelmiştir. $\mathbf{F}_1$ kuvvetinin yönünü ve büyüklüğünü bulunuz.



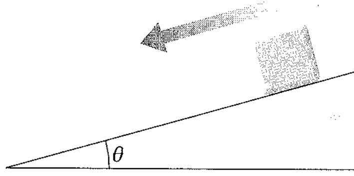
Şekil P5.29

30. L uzunluğunda ipin ucuna m kütlesi bağlanılıp bir arabanın tavanına asılarak basit bir ivme-ölçer yapılıyor. Araba hızlandığında, ip-kütle sistemi düşey doğrultu ile sabit bir θ açısı yapıyor. (a) İpin kütlesini, sarkacın m kütlesi yanında ihmal ederek, θ cinsinden arabanın ivmesini veren bir ifade türetin ve

bu ifadenin L ve m den bağımsız olduğunu görün. (b) $\theta = 23°$ iken arabanın ivmesini bulun.

31. İki kişi 200 kg kütleli bir kayığı iki ip bağlayarak güçlerinin yettiği ölçüde çekiyorlar. Aynı yönde çekerlerse kayık sağa doğru $1{,}52 m/s^2$ lik ivme, zıt yönlerde çekerlerse kayık sola doğru $0{,}518 m/s^2$ ivme kazanıyor. Her iki şahsın kayığa uyguladığı kuvvetler ne olur? (Öteki kuvvetleri yok varsayınız.)

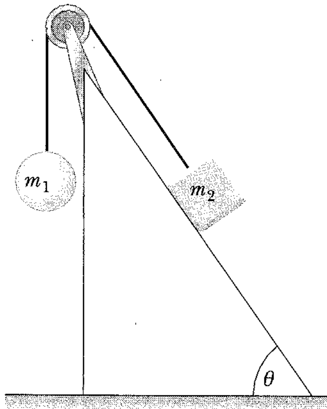
32. Bir blok, Şekil P5.32 de görüldüğü gibi eğim açısı $\theta = 15°$ olan sürtünmesiz bir eğik düzlem üzerinde kaymaktadır. Blok harekete, 2 m uzunluğundaki eğik düzlemin tepesinden ilk hızsız başlamış ise (a) ivmesini, (b) Eğik düzlemin alt ucunda hızını bulunuz.



Şekil P5.32

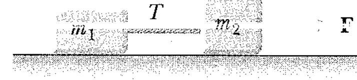
WEB **33.** Şekil P5.32 deki sürtünmesiz eğik düzlemin alt ucundan yukarı doğru 5 m/s ile bir cisim atılıyor. Eğim açısı $\theta = 20°$dir. Bloğun eğik düzlem üzerinde duruncaya kadar aldığı yol nedir?

34. Şekil P5.34 te görüldüğü gibi, hafif bir iple bağlanan iki kütle, sürtünmesiz bir makaradan geçirilmiştir. Eğik düzlem sürtünmesiz ve $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 6$ kg ve $\theta = 55°$ ise (a) kütlelerin ivmesini bulunuz. (b) İpteki gerilmeyi bulunuz. (c) Durgun halden harekete geçtiklerini kabul ederek 2 s sonra her kütlenin hızını bulunuz.



Şekil P5.34

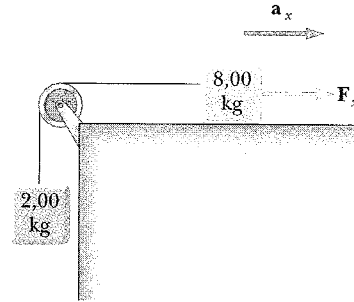
35. m_1 ve m_2 kütleleri sürtünmesiz yatay bir zemine yerleştirilmiş ve ağırlıksız bir iple birbirine bağlanmıştır. Bir **F** kuvveti, şekil P5.35 da görüldüğü gibi sağa doğru m_2 kütlesine uygulanıyor. Sistemin ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.



Şekil P5.35 Problem 35 ve 51.

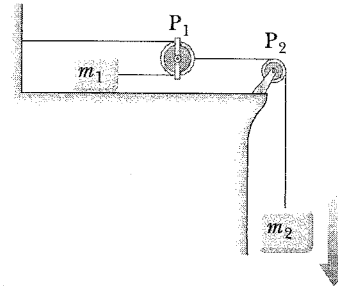
36. 3 kg ve 5 kg lık iki kütle hafif bir iple birbirine bağlandıktan sonra Şekil P5.15a da görüldüğü gibi sürtünmesiz bir makaradan geçirilmiştir. (a) İpteki gerilmeyi, (b) her iki kütlenin ivmesini bulunuz. (c) Sistem harekete durgun halden başlamış ise, hareketin ilk birinci saniyesinde kütleler arasındaki uzaklığı bulunuz.

37. Şekil P5.37 de görülen sistemde F_x ile verilen yatay kuvvet , sürtünmesiz yatay yüzeyde 8 kg kütleli cisme etki ediyor. (a) F_x kuvvetinin hangi değeri, 2 kg lık kütleyi yukarı doğru ivmelendirecektir. (b) F_x in hangi değeri için, ipteki gerilme sıfır olacaktır? (c) 8 kg lık kütlenin ivmesinin F_x e göre değişim grafiğini $F_x = -100$ N ile + 100 N aralığında çiziniz.



Şekil P5.37

38. Şekil P5.38 de görüldüğü gibi, sürtünmesiz yatay masa üzerindeki bir m_1 kütlesi oldukça hafif P_1 makarasından geçen hafif bir ipe bağlanmış, sonra da



Şekil P5.38

P_1 makarası, P_2 makarasından geçirilen hafif bir iple m_2 kütlesine bağlanmıştır. (a) m_1 kütlesinin ivmesi a_1, m_2 kütlesinin ivmesi a_2 ise, bu ivmeler arasında nasıl bir ilişki vardır? (b) İplerdeki gerilmeler nedir? (c) m_1, m_2, ve g cinsinden a_1 ve a_2 ivmelerini ifade ediniz.

39. 72 kg kütleli bir şahıs, asansör içindeki bir yaylı kantar üzerinde ayakta durmaktadır. Durgun halden harekete başlayan asansör, hızını artırarak 0,8 s içinde 1,2 m/s lik maksimum hıza ulaşıyor. 5 s süresince bu sabit hızla yükseliyor. Sonra 1,5 s içinde negatif y yönünde sabit bir ivme ile yavaşlayarak duruyor. Yaylı kantar, (a) ilk kalkış anından önce, (b) ilk 0,8 s içinde (c) asansör sabit hızla giderken (d) Asansörün yavaşlaması süresince ne ölçer?

Kesim 5.8 Sürtünme Kuvvetleri

40. Bir kısa mesafe koşucusunun ayakkabısının tabanı ile pistin yüzeyi arasındaki sürtünmee katsayısı 0,800 dır. Koşucunun ulaşabileceği maksimum ivmeyi bulunuz. Koşucunun 60 kg olan kütlesini bilmeye ihtiyacınız var mı?

41. 25 kg lık bir blok, pürüzlü yatay bir yüzeyde başlangıçta hareketsiz durmaktadır. Bloğu harekete geçirmek için 75 N lık yatay kuvvet gerekmektedir. Harekete geçtikten sonra bloğun sabit hızla yoluna devam edebilmesi için 60 N luk yatay kuvvet yeterli olmaktadır. Bu bilgilerden statik ve kinetik sürtünme katsayılarını bulunuz.

42. Bir yarış arabası düzgün şekilde ivmelenerek 8s içinde 0 dan 80 mil/st hıza ulaşıyor. Arabayı ivmelendirecek dış kuvvet, yol ile tekerler arasındaki sürtünme kuvvetidir. Tekerlekler kaymaz ise yol ile tekerlekler arasındaki mimimum sürtünme katsayısı ne olur?

43. Bir araba yatay yolda 50 mil/saat hızla hareket ediyor. (a) Yağmurlu günlerde sürtünme katsayısı 0,1 ise arabının durabileceği minimum uzaklık nedir? (b) Havanın kuru olduğu bir günde $\mu = 0{,}6$ iken arabanın durabileceği uzaklık nedir?

44. Hava alanındaki bir bayan, 20 kg lık valizini yatayla θ açısı yapan bir kuvvet ve sabit hızla Şekil P5.44 de görüldüğü gibi çekiyor. Kadının valize uyguladığı kuvvet 35N ve valiz ile zemin arasındaki sürtünme kuvveti 20N dur. Valiz için serbest cisim diyagramı çiziniz. (a) Çekme ipi yatayla kaç derecelik açı yapar? (b) Zemin valize ne kadar normal kuvvet uygular?

WEB 45. 3 kg lık bir blok 30° eğimli bir eğik düzlemin tepesinden, durgun halden kaymaya başlıyor ve 1,5 s de 2 m kayıyor. (a) Bloğun ivmesini bulunuz. (b) Eğik düzlem ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz. (c) Blok üzerine etki eden sürtünme kuvvetini bulunuz. (d) 2 m kaydıktan sonra bloğun hızı ne olur?

46. Bir öğrenci, lastik ile farklı yüzeyler arasındaki m

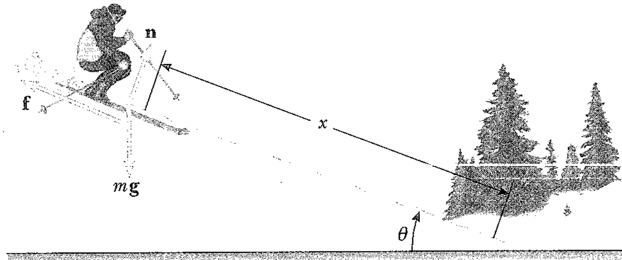


Şekil P5.44

sürtünme katsayılarını belirlemek için bir lastik silgi ve bir eğik düzlem kullanmaktadır. Bir denemesinde, eğim 36° olduğu zaman silginin kaymaya başladığını, 30° olduğu zaman da silginin sabit hızla kaydığını gözler. Bu veriler yardımıyla, bu deney için kinetik ve statik sürtünme katsayılarını belirleyiniz.

47. Bir çocuk, 60 N luk bir kızağı 15° eğimli yoldan tepeye doğru sabit bir hızla çekmektedir. Çocuk kızağa tutturulan ipe 25 N luk kuvvet uyguluyor. İp yatayla 35° lik açı yapıyorsa (a) Kızakla kar arasındaki kinetik sürtünme katsayısı nedir? (b) Tepeye varınca kızağa biner ve aşağı doğru kaymaya başlarsa aşağı doğru kazandığı ivmesi ne olur?

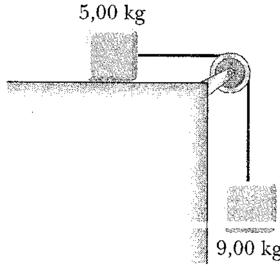
48. İlk hızı 20 m/s olan kayakçının $\mu_k = 0{,}180$, $\theta = 5°$ ise durma mesafesini hesaplayın (Şekil P5.48).



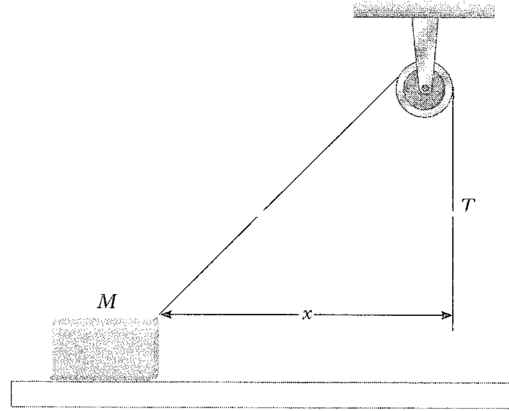
Şekil P5.48

49. Şekil P5.49 da görüldüğü gibi 9 kg lık blok bir iple bir makaradan geçirildikten sonra yatay düzlemdeki 5 kg lık bloğa bağlanıyor. Sürtünme katsayısı 0,2 ise ipteki gerilme nedir?

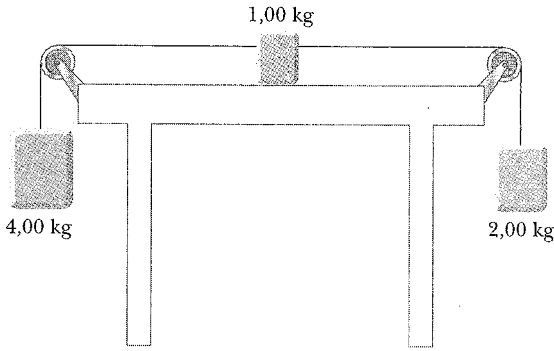
50. Üç blok, Şekil P5.50 de görüldüğü gibi birbirlerine bağlanmıştır. Masa pürüzlü ve kinetik sürtünme kat-



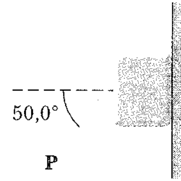
Şekil P5.49



Şekil P5.52



Şekil P5.50



Şekil P5.53

sayısı 0,350 dir. Kütleler 4kg, 1kg ve 2kg ve makaralar sürtünmesizdir. Her bloğa ait serbest cisim diyagramını çiziniz. (a) Her bloğun ivmesinin büyüklüğünü ve yönünü bulun. (b) İplerdeki gerilmeleri bulunuz.

İki blok şekil P5.35 da görüldüğü gibi ağırlıksız bir iple birbirine bağlanmıştır. $F = 68$ N, $m_1 = 12$ kg, $m_2 =$ 18 kg ve sürtünme katsayısı 0,1 ise; (a) Her bir cisim için serbest cisim diyagramını çiziniz (b) T gerilmesini ve sistemin ivmesini bulunuz.

2,20 kg kütleli bir blok, pürüzlü bir yüzeyde bir ip ile Şekil P5.52 deki gibi çekiliyor. İpteki T gerilmesi 10 N ve makara bloktan 10 cm yüksekte bulunuyor. Zeminin kinetik sürtünme katsayısı 0,4 dır. (a) $x = 0{,}4$ m iken bloğun ivmesini bulunuz. (b) İvmenin sıfır olduğu x değerini bulunuz.

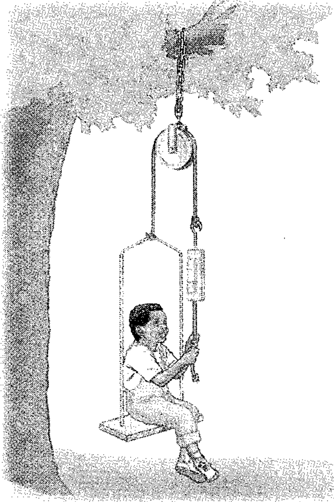
3kg kütleli bir blok, Şekil P5.53 te görüldüğü gibi 50° lik açı altında bir **P** kuvveti ile duvara karşı itiliyor. Duvar ile blok arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,250 dir. Bloğun düşmemesi için uygulanması gereken **P** kuvvetinin büyüklüğü nedir?

EK PORBLEMLER

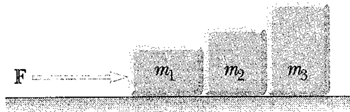
2kg lık bir kütleye t saniye olmak üzere $\mathbf{F} = (8\mathbf{i} - 4t\,\mathbf{j})$N luk kuvvet etki ediyor. (a) Cisim ne kadar zaman sonra 15m/s lik hız kazanacaktır? (b) Hızı 15 m/s olunca ne kadar yol almıştır? (c) (a) da hesaplanan zamanda cismin yer değiştirmesi ne olur?

55. Pat adlı bir kâşif çocuk, ağaca tırmanmadan bir elmaya yetişmek için Şekil P5.55 de görüldüğü gibi bir sandalyeye bir ip bağlayıp, ipi sürtünmesiz bir makaradan geçirdikten sonra sandalyeye oturup ipin diğer ucunu çekmek ister. İpin ucunu bir dinamometreye bağlar ve ipi çeker. Dinamometrede 250 N okur. Pat'ın gerçek ağırlığı 320 N dur ve sandalyenin ağırlığı da 160 N dur. (a) Pat ve sandalyesini ayrı ayrı sistemler olarak alıp serbest cisim diyagramlarını çiziniz ve Pat ile sandalyesini tek bir cisim olarak alıp serbest cisim diyagramını tekrar çiziniz. (b) Sistemin ivmesinin yukarı doğru olduğunu gösteriniz ve büyüklüğünü hesaplayınız. (c) Pat'ın sandalyeye uyguladığı kuvveti bulunuz.

Üç blok, Şekil P5.56 da görüldüğü gibi sürtünmesiz yatay düzlem üzerinde birbiriyle değme halindedir. m_1 kütlesine yatay olarak **F** kuvveti uygulanıyor. $m_1 =$ 2 kg, $m_2 = 3$ kg, $m_3 = 4$ kg ve $F = 18$ N ise, (a) blokların ivmelerini bulunuz. (b) her blok üzerine etki eden bileşke kuvvetleri bulunuz. (c) Bloklar arası temas kuvvetlerini bulunuz.



Şekil P5.55

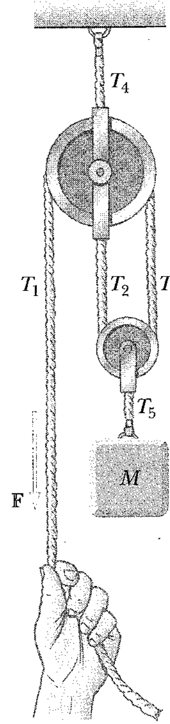


Şekil P5.56

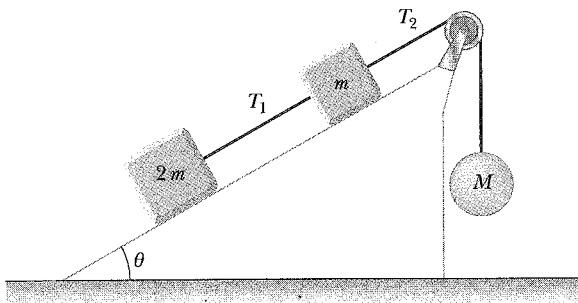
57. 70 kg kütleli bir dalgıç, suyun 10 m yukarısından atlıyor. Aşağı doğru hareketi, suya girdikten 2s sonra durmuş ise, suyun ona uyguladığı ortalama kuvvet nedir?

58. Şekil P5.58 de görülen birbirine bağlı üç kütleden oluşan bir sistem veriliyor. Sürtünme yoksa ve sistem dengede ise, m, g ve θ cinsinden (a) M kütlesini (b) T_1 ve T_2 gerilmelerini bulunuz. Eğer M kütlesi iki katına çıkarsa (c) Her cismin ivmesini bulunuz (d) T_1 ve T_2 gerilmelerini bulunuz. m ve $2m$ kütleleri ile eğik düzlem arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ise ve sistem de dengede ise (e) M nin minimum değerini bulun. (f) M nin maksinum değerini bulun. (g) M maksimum ve minimum değerlerinde iken T_2 gerilmelerini karşılaştırın.

WEB **59.** Bir M kütlesi Şekil P5.59 da görülen makara sistemiyle bir **F** kuvveti uygulanarak tutuluyor. Makaralar kütlesiz ve sürtünmesiz kabul ediliyor. (a) İpin her parçasındaki T_1, T_2, T_3, T_4 ve T_5 gerilmelerini bulunuz. (b) Uygulanan **F** kuvvetini bulunuz. (*İpucu:* Her bir makara için serbest cisim diyagramını çiziniz.)



Şekil P5.59



Şekil P5.58

60. (– 2m, + 4m) koordinatlı noktada durmakta olan 2 kg kütleli parçacığa $\mathbf{F}_1$ = (– 6**i** – 4**j**) N ve $\mathbf{F}_2$ = (– 3**i** + 7**j**) N kuvvetleri etki ediyor. (a) t = 10s de parçacığın hızının bileşenleri nedir? (b) t = 10 s de parçacık hangi doğrultuda hareket eder? (c) İlk 10 saniye içinde parçacığın yerdeğiştirmesi nedir? (d) t = 10 s de parçacığın koordinatları nelerdir?

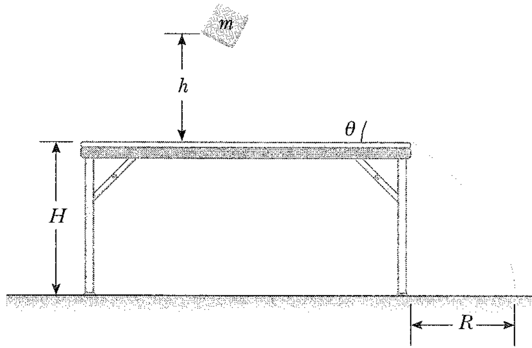
61. $\mathbf{F}_g$ ağırlığındaki bir ambalaj sandığı, pürüzlü, yatay bir döşemede bir **P** kuvvetiyle itiliyor. Statik sürtünme katsayısı μ_s, kuvvetin yatayla aşağı yaptığı açı θ ise (a) Sandığın harekete geçebileceği minimum kuvvet değerinin

$$P = \mu_s F_g \sec\theta(1 - \mu_s \tan\theta)^{-1}$$

olduğunu gösteriniz. (b) F_g = 100 N, μ_s = 0,4, θ = 0°,

15°, 30°, 45°, ve 60° için P hangisinde minimum olur?

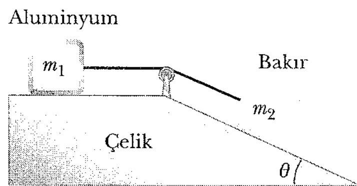
62. **Tarama Problemi.** m = 2 kg kütleli bir blok Şekil P5.62 de görülen masa üzerindeki θ = 30° eğimli eğik düzlemin tepesinden h = 0,5 m yükseklikten serbest bırakılıyor. Sürtünmesiz eğik düzlem. H = 2 m yüksekliğindeki masaya tutturulmuştur. (a) Bloğun ivmesini bulunuz. (b) Blok eğik düzlemi terkeder etmez hızı nedir? (c) Blok zemine, masadan ne kadar uzakta çarpar? (d) Blok zemine çarpıncaya kadar tüm süre nedir? (e) Bloğun kütlesi yukarıdaki hesaplamaları etkiler mi?



Şekil P5.62

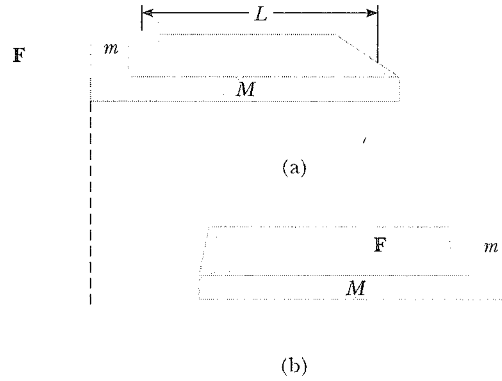
63. Bir 1,3 kg lık tost makinası prize takılmamıştır. Tost makinası ile yatay sehpa arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,35. Tost makinasını hareket ettirmek için onu elektrik kablosundan çekiyorsunuz. (a) Kablodaki gerilmenin mümkün olduğunca küçük olması için yatayla hangi açı altında çekmelisiniz? (b) Bu açıda gerilmenin değeri nedir?

64. Bir 2 kg lık Aliminyum blok ile 6 kg lık bir bakır blok Şekil P5.64 te görüldüğü gibi sürtünmesiz makaradan geçirilen bir iple birbirlerine bağlanıyor ve çelik yüzey üzerinde duruyorlar. θ = 30°. Bir tutucu mekanizma serbest bırakılırsa bu bloklar hareket ederler mi? Hareket ederlerse (a) İvmelerini (b) İpteki gerilmeyi bulunuz. Hareket etmezlerse, bloklara etki eden sürtünme kuvvetlerinin büyüklüklerinin toplamını bulunuz.



Şekil P5.64

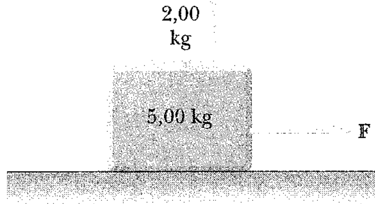
m = 2 kg kütleli bir blok, m = 8 kg kütleli bloğun sol ucunda durmaktadır. Bu iki blok arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 ve 8 kg lık kütlenin üzerinde bulunduğu yüzey sürtünmesizdir. F = 10 N luk yatay bir kuvvet 2kg lık bloğa uygulanarak hareket ettiriliyor. Küçük blok, L uzunluklu büyük bloğun sağ ucuna gelince blok üzerinde 3m hareket etmiş oluyor (a) Şekil P5.65b de görüldüğü gibi küçük blok 8 kg lık bloğun sağ ucuna gelinceye kadar geçen zaman ne olur? (**F** kuvveti uygulanınca her iki bloğun da hareket ettiğine dikkat edin). (b) Bu süreçte 8 kg lık blok ne kadar hareket eder?



Şekil P5.65

Bir öğrenci Şekil P5.32 de görüldüğü gibi sürtünmesiz bir eğik düzlem, bir ölçüm çubuğu ve kronometre kullanarak ivmeyi ölçmeye çalışıyor. Eğik düzlemin yüksekliği 1,774 cm ve uzunluğu d = 127,1 cm olarak ölçülüyor. Eğik düzlemin θ eğim açısını da $\sin\theta = 1{,}774/127{,}1$ den belirliyor. Bir ambalaj sandığı, bu eğik düzlemin tepesinden durgun halden harekete geçmek üzere bırakılıyor. Sandığın tepedeki konumunu x = 0 alarak ve x eksenini eğik düzlem boyunca seçerek x mesafelerini ölçüyor. x in 10 cm, 20 cm, 35 cm, 50 cm, 75 cm, ve 100 cm mesafeleri için geçen zamanları ölçerek; 1,02 s, 1,53 s, 2,01 s; 3,03 s ve 375 s lik zamanlarda yukarıda belirtilen noktalardan geçtiğini gözlemiştir. x lerin t^2 ye göre değişimini veren grafiği çiziniz. Bu grafiğin eğiminden, sandığın ivmesini belirleyiniz ve bu sonucu g = 9,80 m/s^2 olmak üzere $a' = g\sin\theta$ dan elde edilen sonuçlarla karşılaştırınız.

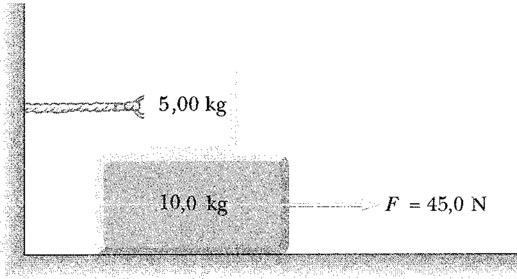
2 kg lık bir blok, 5 kg lık bir blok üzerine Şekil P5.67 da görüldüğü gibi yerleştirilmiştir. Yüzeyle 5 kg lık blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,2 dir. 5 kg lık bloğa yatay bir **F** kuvveti uygulanmıştır. (a) Her blok için serbest cisim diyağramını çiziniz (b) Her iki bloğu sağa doğru 3 m/s^2 lik ivmeyle çekebilmek için gerekli olan kuvveti hesaplayınız. (c) 2 kg



Şekil P5.67

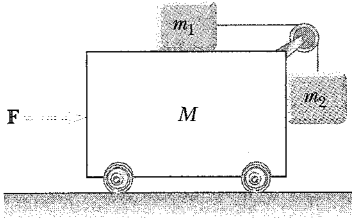
lık bloğun, kütleler 3 m/s^2 lik ivmeyle giderken diğerinin üzerinden düşmemesi için aralarındaki minimum statik sürtünme katsayısı ne olmalıdır?

68. Şekil P5.68 de görüldüğü gibi, 5 kg lık blok, 10 kg lık başka bir blok üzerine konulmuştur. 10 kg lık bloğa 45 N luk yatay bir kuvvet uygulanmaktadır. Aynı zamanda 5 kg lık blok bir iple duvara bağlanmıştır. Hareketli yüzeyler arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,2 dır. (a) Her blok için serbest cisim diyagramını çiziniz ve bloklar arasındaki etki-tepki kuvvetlerini belirtiniz. (b) ipteki gerilmeyi ve 10 kg lık bloğun ivmesini bulunuz.



Şekil P5.68

69. Şekil P5.69 daki araba üzerinde bulunan blokların, arabaya göre hareketsiz kalması için F yatay kuvvetinin büyüklüğü ne olmalıdır? Yüzeylerin, tekerlerin ve makaranın sürtünmesiz olduğunu kabul ediniz. (*İpucu:* İpteki gerilmenin m_1'i ivmelendirdiğine dikkat ediniz).

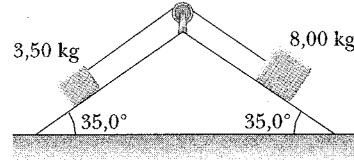


Şekil P5.69 Problem 69 ve 70

70. Şekil P5.69 daki sistemde, kütleler başlangıçta hareketsiz tutulmaktadır. Bütün yüzeyler, makara ve tekerlekler sürtünmesizdir. **F** kuvvetinin sıfır olduğunu ve yalnızca m_2 kütlesinin aşağı doğru hareket edebildiğini varsayınız. Kütleler serbest bırakıldıktan sonra (a) ipteki T gerilmesini (b) m_2 kütlesinin ivmesini, (c) M kütlesinin ivmesini, (d) m_1 kütlesinin ivmesini bulunuz (makaraların araba ile birlikte ivmelendiğine dikkat ediniz.)

71. 5 kg kütleli bir blok, döner bir tabla üzerinde bulunan 15 kg lık başka bir bloğun üstünde durmaktadır. Bu iki blok arasındaki sürtünme katsayıları $\mu_s = 0,3$ ve $\mu_k = 0,1$ dir. Alttaki blok ile döner tabla arasındaki sürtünme katsayılarıda $\mu_s = 0,5$ ve $\mu_k = 0,4$ tür. Alttaki bloğa, tam üstteki blok ile masa arasından kaymasını temin edecek bir yatay sabit kuvvet uygulanıyor. (a) Her bir bloğa etki eden kuvvetleri isimlendirerek her bir bloğun serbest cisim diyagramlarını çiziniz. (b) Bloğu itmeye başlayıpta bloğu hareket ettiremediğiniz bir an için her bir bloğa etki eden kuvvetlerin büyüklüklerin bulunuz. (c) Her bir blok için ölçülen ivmeleri bulunuz.

72. Şekil P5.72 de görüldüğü gibi, 3,5 kg ve 8 kg kütleli iki blok, sürtünmesiz bir makaradan geçirilen ip ile iki eğik düzlem üzerinde birbirine bağlanmışlardır. Eğik düzlemler sürtünmesizdir. (a) Her iki bloğun ivmesini (b) İpteki gerilmeyi bulunuz.

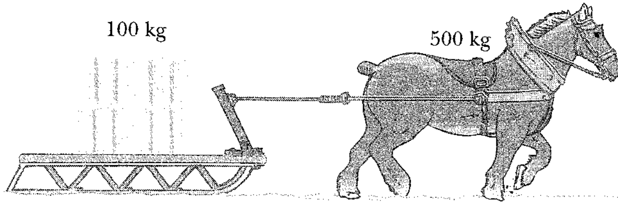


Şekil P5.72 Problem 72 ve 73

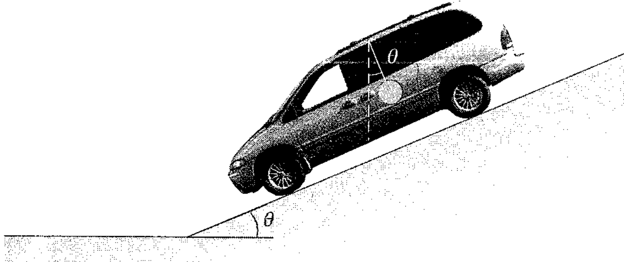
73. Şekil P5.72 de görülen sistem 1,5 m/s^2 lik bir ivmeye sahiptir. Bloklar ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısının her iki eğik düzlem için aynı olduğunu kabul ederek (a) kinetik sürtünme katsayısını (b) ipteki gerilmeyi bulunuz.

74. Şekil P5.74 de görüldüğü gibi, 500 kg kütleli bir at, 100 kg lık bir kütleyi kızakla çekiyor. Kızağa etki eden toplam sürtünme kuvveti 500 N olduğu zaman sistemin ileri yöndeki ivmesi 1 m/s^2'dir. (a) Bağlantı kayışlarındaki gerilmeyi bulunuz. (b) Ata uygulanan sürtünme kuvvetini bulunuz. (c) Zeminin uyguladığı toplam sürtünme kuvvetinin, sistemin toplam ivmesi olan 1 m/s^2'yi verdiğini doğrulayınız.

75. Şekil P5.75 de görülen bir araba, iniş aşağı yaptığı ivmeli harekette, durgun halden 6 s içinde 30 m/s lik hıza ulaşmıştır. Bu hareket süresi boyunca arabanın tavanında bir ipe asılı oyuncak vardır. Arabanın ivmesi öyle bir değere ulaşıyor ki, oyuncak eğik düzleme dik duruma geliyor. (a) θ açısını, (b) İpteki gerilmeyi bulunuz. (Oyuncağın kütlesi m = 100 g dır).

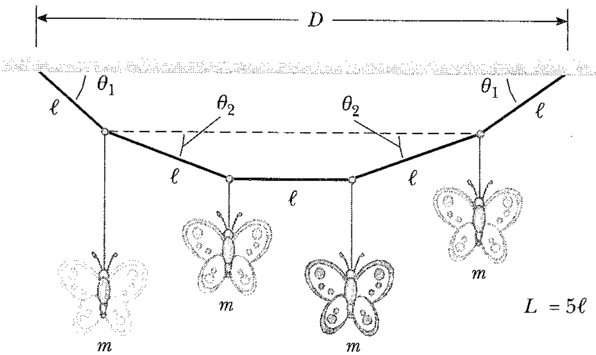


Şekil P5.74



Şekil P5.75

76. Şekil P5.76, dört tane m kütleli metal kelebeğin L uzunluklu bir iple, ℓ aralıklarla asılmasıyla oluşturulmuştur. Tel, uç noktalarda tavanla θ_1 açısı yapmakta ve telin orta bölümü yatay durmaktadır. (a) telin herbir bölümündeki gerilmeyi, θ_1, m ve g cinsinden bulunuz. (b) θ_2 açısını θ_1 cinsinden ifade ediniz. (c) telin uç noktaları arasındaki D uzaklığının,

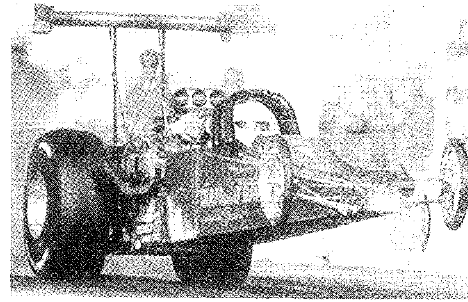


Şekil P5.76

$$D = \frac{L}{5}\left\{2\cos\theta_1 + 2\cos\left[\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\tan\theta_1\right)\right] + 1\right\}$$

olduğunu gösteriniz.

77. 1960'lardan önce, otomobil lastiklerine ait statik sürtünme katsayısının maksimum ulaşabilir değerinin 1'den küçük olduğuna inanılıyordu. 1962'lerde üç şirket birbirlerinden habersiz olarak sürtünme katsayısı 1,6 olan yarış arabası lastiği imal etmişlerdir. Bu tarihden sonra lastikler aşağıda belirtilen güçlükleri yenmek üzere geliştirildiler. 1990 Guinnes rekorlar kitabına göre silindirli bir araba, durgun halden harekete geçerek 1/4 mil'lik uzaklığı 4,96 s de almıştır. Bu rekor 1989 eylülünde Shırley Muldowney tarafından kırılmıştır. (a) Arka tekerlekler tarafından uygulanan torkun, ön tekerleklerin havaya kalkmasına neden olduğunu varsayarak, bu rekor süreye ulaşmak için μ_s nün en küçük değeri ne olmalıdır? (b) Muldowney, arabasınının tüm özelliklerini aynı yapıp gücünü iki katına çıkarırsa, geçen süre nasıl etkilenir?



Şekil P5.77 *(Mike Poweyy/AllSport USA)*

78. 8,40 kg lık bir kütle, sabit uzunluklu bir eğik düzlemde aşağı doğru kayar. Eğik düzlemin açısını 0° den 90° ye kadar 5° artırarak cisme etki eden normal kuvvetler ve cismin kazandığı ivmeleri tablo halinde belirlemek için bir bilgisayar kullanınız. Normal kuvvetlerin eğim açısına göre grafiğini çizin, ivmenin eğim açısına göre grafiğini çizin. 0° ve 90° deki sınır hallerde, sonuçlarınız bilinenlerle uyum içinde midir?

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

5.1 (a) Evet. Newton'un birinci yasası, o hareket için kuvvete ihtiyaç olmadığını söyler. Dış kuvvet bulunmuyorsa hareket sabit hızla devam eder. (b) Evet. Bir durgun cismin üzerine çok sayıda kuvvet etki ettiği halde kuvvetlerin vektörel toplamları sıfır olduğu için yine durgun kalır. Bir cisme etki eden kuvvetin olması halinde de hareket olmayabilir fakat bu hal sadece çok kısa bir an için geçerlidir. Atılan top maksimum yüksekliğe çıkınca çekim kuvvetinin etkisinde olmasına rağmen tam maksimum yükseklikte bir an durgundur. O halde tam tepede $\mathbf{v} = 0$ dır ama çekim kuvveti topa hala etki eder, sıfır değildir.

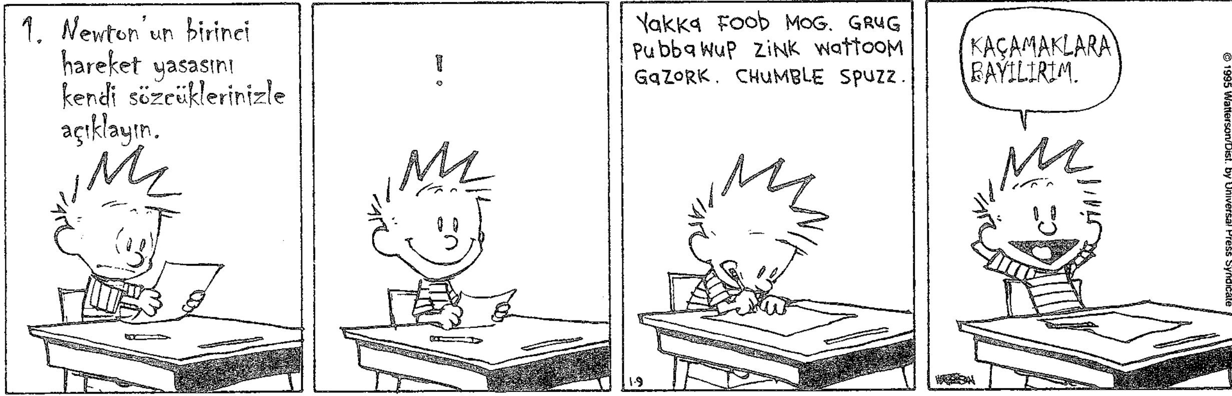
5.2 Hayır. Hareketin yönü bir cismin *hızının* bir parçasıdır ve kuvvet ivmenin yönünü belirler hızın değil.

5.3 (a) Çekim kuvveti (b) Çekim kuvveti. Bir topun hareketi boyunca ona etki eden dış kuvvet, aşağı yöndeki çekim kuvvetidir.

5.4 Şahıs bottan dışarıya atlarken ayakları ile botu iter. Botu da onu iterek rıhtıma doğru ivmelendirmesi beklenir. Fakat bot bağlı olmadığı için adam atlayınca ayakların uyguladığı kuvvet nedeniyle rıhtımdan uzaklaşır. Bunun sonucu olarak şahıs atlayabilmek için bota büyük bir kuvvet uygulayamaz ve rıhtıma ulaşamaz. O halde botda, şahısa büyük bir tepki kuvveti uygulayamaz sonunda rıhtıma ulşmasına yetecek kadar ivme kazanamaz, rıhtıma yetişemeyip suya düşer. Eğer küçük bir köpek bağlanmamış bottan rıhtıma doğru atlasaydı muhtemelen botun köpeğe uyguladığı kuvvet köpeğin rıhtıma yetişmesine kafi gelecek ivmeyi kazandırırdı. Çünkü köpeğin kütlesi adamınkinden küçüktür.

5.5 (a) İkiside aynı kuvveti uygular. Sinek ve araba birbirlerine aynı büyüklükte fakat zıt yönlü kuvvetler uygular (b)Sinek. Çünkü sinek küçük kütleye sahiptir. O yüzden daha büyük ivme kazanır. Arabanın çok büyük olan kütlesi, onun hareketindeki değişmeye karşı daha büyük direnme demektir.

5.6 (b) Sandık sağa ivmelenir. Çünkü ona etki eden yegane yatay kuvvet, onun taban yüzeyi ile aracın zemini arasındaki statik sürtünme kuvvetidir. O kuvvet de sağa yönelmiş olmalıdır.



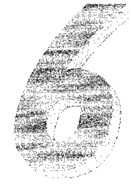
(CALVIN AND HOBBES © Waterson, UNIVERSAL PRESS SYNDICATE'ın izniyle. Her hakkı saklıdır.)



SİZCE NEDİR?

Bir hava dalgıcı 50m/s den daha hızlı düşüyor fakat paraşütü açılınca aşağı doğru hızı çok büyük oranda azalacaktır. Paraşüt açılınca neden zemine emniyetle inebileceği hızla yavaşca iner? Paraşütü iyi çalışmasa hava dalgıcı ciddi şekilde yaralanacaktır. Üzerine etki eden hangi kuvvet onun maksimum hızını sınırlar?
(*Guy Savage / Photo Researchers, Inc.*)

b ö l ü m



Dairesel Hareket ve Newton Kanunlarının Diğer Uygulamaları

Bölüm İçeriği

Bir önceki bölümde, Newton'un hareket yasalarını inceleyerek bunları doğrusal harekete uyguladık. Bu bölümde, biraz karmaşık hareketleri, örneğin Newton kanunlarının dairesel hareketin dinamiğine nasıl uygulanacağını inceleyeceğiz. Ayrıca, ivmeli veya eylemli bir referans sisteminde ve viskoz bir ortamdaki cismin hareketini tartışacağız. Bu bölümde, Newton yasalarının çok değişik durumlara uygulanışını gösteren seçilmiş örnekler verilmiştir.



NEWTON'UN İKİNCİ YASASININ DÜZGÜN DAİRESEL HAREKETE UYGULANMASI

4.7 Kesim 4.4 te, r yarıçaplı dairesel bir yörüngede sabit bir v süratiyle hareket eden parçacığın $\mathbf{a}_r$ ivmesine sahip olduğu ve büyüklüğünün de

$$a_r = \frac{v^2}{r}$$

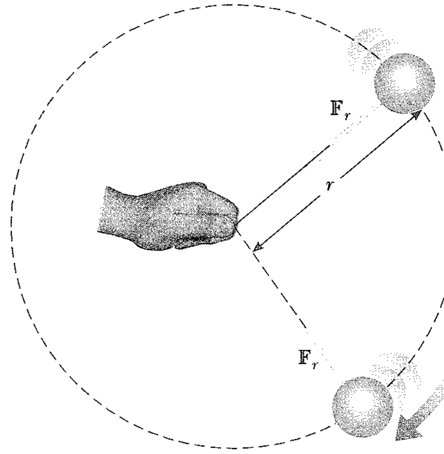
olduğunu gördük. $\mathbf{a}_r$ vektörü dairenin merkezine yöneldiğinden, bu ivmeye *merkezcil ivme* denir. Ayrıca $\mathbf{a}_r$, daima $\mathbf{v}$ ye diktir (İvmenin hız vektörüne paralel bir bileşeni olsa idi, parçacığın hızı değişecekti).

Şekil 6.1 de görüldüğü gibi, m kütleli bir topun, r uzunluğunda bir ipin ucuna bağlandığını ve yatay düzlemdeki dairesel yörüngede sabit süratla döndürüldüğünü varsayalım. Topun ağırlığı düşük sürtünmeli masa tarafından dengelenir. Top niçin dairesel yörüngede hareket eder? Top eylemsizliğinden dolayı doğrusal bir yol boyunca hareket etmek eğilimindedir. Ancak, ipin topa uyguladığı kuvvet, dairesel yörüngede kalmasını sağlar. Bu kuvvet, ip boyunca ve merkeze yönelmiş durumdadır. Şekil 6.1 de görülen bu kuvvet,cisme dairesel yol izleten bildiğimiz kuvvetlerden biridir.

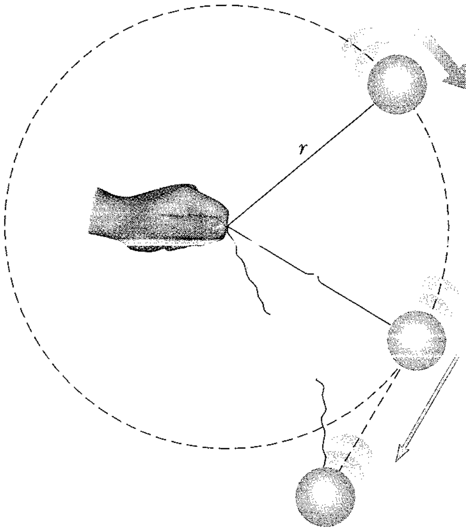
Newton'un ikinci yasasını yarıçap doğrultusu boyunca uygularsak, hesaplanacak merkezcil ivmeye sebep olan net kuvvetin değerini buluruz:

Merkezcil ivmeye sebep olan kuvvet

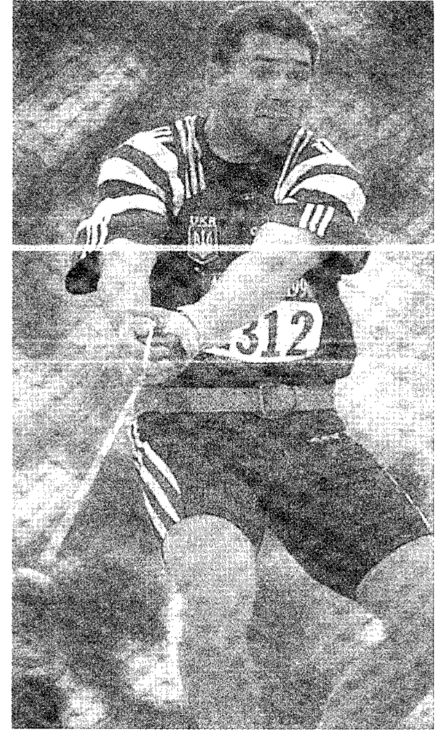
$$\sum F_r = ma_r = m\frac{v^2}{r} \quad \textbf{(6.1)}$$



Şekil 6.1 Bir düzlemde dairesel yörüngede dönen bir topun üstten görünüşü. Merkeze yönelik $\mathbf{F}_r$ kuvveti, sabit bir süratle dönen topu dairesel yörüngesinde tutar.



Şekil 6.2 İp kopunca top yörüngeye teğet olarak hareket eder.



1996 da Atlanta Olimpiyat Oyunlarında çekiç atma anında görülen bir atlet. Zincirin uyguladığı kuvvet dairesel harekete sebep olur. Atlet çekici serbest bıraktığı anda, çekiç dairesel yörüngeye teğet bir doğru boyunca hareket edecektir. (*Mike Powell/ AllSport USA*)

Merkezcil ivmeye benzer şekilde, merkezcil kuvvet de parçacığın çizdiği dairesel yörüngenin merkezine doğru etki eder. Bu kuvvetler, dönme merkezine doğru etkidiklerinden, hız vektörünün doğrultusunda bir değişmeye neden olurlar. Bir cismin üzerine etki eden merkezcil kuvvet ortadan kalkarsa, cisim dairesel hareketini sürdüremez; dairesel yörüngeye teğet olan doğrusal bir yörüngede hareket eder. Bu durum Şekil 6.2 de gösterildiği gibi gerçekleşir. İp herhangi bir anda koparsa, cisim ipin koptuğu noktadan yörüngeye çizilen teğet boyunca hareketini sürdürür.

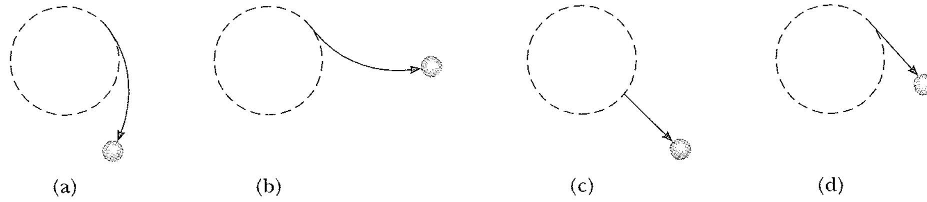
Sınama Sorusu 6.1

Bir virajı dönen arabanın, teğetsel ivmeye sahip olup da, merkezcil ivmeye sahip olmaması mümkün müdür?

KAVRAMSAL ÖRNEK 6.1 Merkezcil İvmeye Sebep Olan Kuvvetler

Merkezcil ivmeye sebep olan kuvvetlere bazan *merkezcil kuvvetler* denir. Doğada sürtünme kuvveti, çekim kuvveti, normal kuvvetler, gerilme gibi pekçok kuvvetin varlığını biliriz. *Merkezcil* kuvveti bu kuvvetler listesine dahil edebilir misiniz?

Çözüm Hayır; merkezcil kuvvet bu listeye *dahil edilemez.* Pek çok öğrenci için bu bir yanılgıdır. Yine pek çok öğrenci, dairesel harekete neden olduğundan yeni bir kuvvet türü olduğunu zanneder. Fakat bu kuvvetin yeni bir rolüdür. Kuvvet diyagramlarında yapılan genel ortak hata, bütün kullanılan kuvvetleri çizmek, sonra da merkezcil kuvvet vektörünü ilave etmektir. Fakat merkezcil kuvvet ayrı bir kuvvet değildir, bizim bildiğimiz kuvvetlerden biridir. Bildiğimiz kuvvetlerin bir dairesel harekete sebep olacak şekilde uygulanmasıdır. Bazı örnekleri ele alalım. Dünyanın Güneş etrafındaki hareketi için merkezcil kuvvet kütle-çekim kuvvetidir. Döner tabla üzerindeki bir cisim için merkezcil kuvvet sürtünme kuvvetidir. Bir ipin ucuna bağlı halde döndürülen taş için merkezcil kuvvet ipin gerilmesidir. Bir eğlence merkezinde hızla dönen silindirik odanın duvarında yapışık halde dönen gösterici için merkezcil kuvvet duvar tarafından uygulanan normal kuvvettir. Bu kuvvetlerin değişik bileşimleride merkezcil kuvvet olabilir. Örneğin dönen-tekerlek binicisine en alt noktadan geçerken etki eden merkezcil kuvvet, koltuğun uyguladığı normal kuvvet ile ağırlığın farkına eşittir.



Şekil 6.3 Dairesel yörüngede hareket etmekte iken çeşitli dış kuvvetlere maruz kalan topun yörüngesindeki değişimler.

Ev Deneyi

Tenis topunu bir ipin ucuna bağlayın ve dairesel yörüngede döndürün. Top dönerken Kendinizi Deneyin 6.2 nin son kısmını doğrulamak üzere ipi serbest bırakın.

Sınama Sorusu 6.2

Bir top, Şekil 6.3 te görüldüğü gibi bir kuvvet etkisi ile noktalı çizgilerle gösterilen dairesel yörüngeyi izliyor. Belirli bir anda, topa etki eden kuvvet aniden değişerek yeni bir kuvvet uygulanmaktadır ve top dört şekilde gösterildiği gibi düz çizgili oklarla gösterilen yörüngeleri izler. Topu düz çizgi boyunca hareket ettirmek için gerekli kuvvetin yön ve büyüklüğünü şeklin her bir kısmı için açıklayın. Noktalı çizgiler ip ucunda dönen bir topun yörüngesini gösteriyorsa, ip koptuğu anda top hangi yörüngeyi izler?

Bazı düzgün dairesel hareket örneklerini inceleyelim. Her bir halde dış kuvvetin (kuvvetlerin), cismi dairesel yörüngede tutan kuvvet olduğundan emin olunuz.

ÖRNEK 6.2 Ne Kadar Hızlı Dönebilir?

0,5 kg kütleli bir top, 1,5 m uzunluğunda kablonun ucuna bağlanmıştır. Top Şekil 6.1 de görüldüğü gibi yatay düzlemde, dairesel yörüngede hızla döndürülüyor. Kablo 50 N'luk maksimum gerilmeye dayanabiliyorsa, kopmadan önce topun sahip olabileceği maksimum sürat nedir? Hareket süresince ip yatay kalmaktadır.

Çözüm Yanıtınızın akla uygunluğunu kestirmek zordur. Fakat bir kişinin topa 100 m/s gibi bir hız kazandırmasını beklemeyiz. İp ne kadar sağlam seçilirse, kopmadan önce top o kadar hızlı döndürülebilir. Ayrıca, daha düşük süratte ipi koparmak için daha büyük bir kütle alınmasını bekleriz (dönen bowling topunu düşünün). Bu halde merkezcil ivmeye sebep olan top üzerine etkiyen **T** kuvvetidir, Eş. 6.6, yani $\sum F_r = ma_r$ den

$$T = m\frac{v^2}{r}$$

eşitliğinden v çözülerek,

$$v = \sqrt{\frac{Tr}{m}}$$

elde edilir. Bu ifade beklendiği gibi, **T** arttıkça v nin arttığını, m arttıkça da azaldığını gösterir. Belirli bir hızda gerilme, kütle arttıkça artacağı, azaldıkça da azalacağı görülmektedir. Topun sahip olabileceği maksimum hız, **T** gerilmesinin maksimum değerine karşı gelen hızdır. Böylece verilen değerler yerine konularak maksimum hız bulunur:

$$v_{\text{mak}} = \sqrt{\frac{T_{\text{mak}}\, r}{m}} = \sqrt{\frac{(50\text{ N})\ (1{,}5\text{ m})}{0{,}5\text{ kg}}} = 12{,}2\text{ m/s}$$

$$= 12{,}2\text{ m/s}$$

Alıştırma Topun sürati 5 m/s olduğu zaman ipteki gerilme nedir?

Cevap 8,33 N

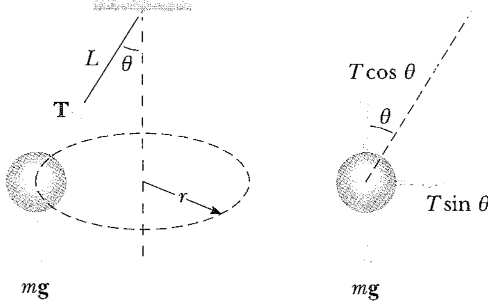
ÖRNEK 6.3 Konik Sarkaç

Küçük bir cisim L uzunluklu iple tavana asılmıştır. Bu cisim Şekil 6.4 te görüldüğü gibi r yarıçaplı yatay dairesel bir yörünge üzerinde sabit v hızıyla dönmektedir. (Askı ipinin bir koni yüzeyi taramış olmasından dolayı bu sistem *konik sarkaç* olarak bilinir.) Cismin v hızını bulunuz.

Çözüm θ, ip ile düşey eksen arasındaki açı olmak üzere Şekil 6.4 te m kütlesi için serbest-cisim diyagramı görülmektedir. Burada **T** gerilmesi, $T\cos\theta$ değerinde düşey bileşene, $T\sin\theta$ değerinde dönme merkezine yönelmiş yatay bileşene ayrılmıştır. Cisim düşey doğrultuda ivmelenmedi-

ğinden $\sum F = ma_y = 0$ ve gerilmenin düşey bileşeni ağırlık tarafından dengelenmelidir. Bundan dolayı

(1) $T\cos\theta = mg$



Şekil 6.4 Konik sarkaç ve ona ait serbest cisim diyagramı

olur. Örnekteki merkezcil kuvvet $T\sin\theta$ tarafından sağlandığı için, Newton'un ikinci yasasından

(2) $\sum F_r = T\sin\theta = ma_r = \frac{mv^2}{r}$

yazılır. (2) eşitliği, (1) eşitliğine bölünüp T yok edilerek

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

$$v = \sqrt{rg\,\tan\theta}$$

bulunur. Fakat şekle göre $r = L\sin\theta$ olduğuna dikkat edilirse

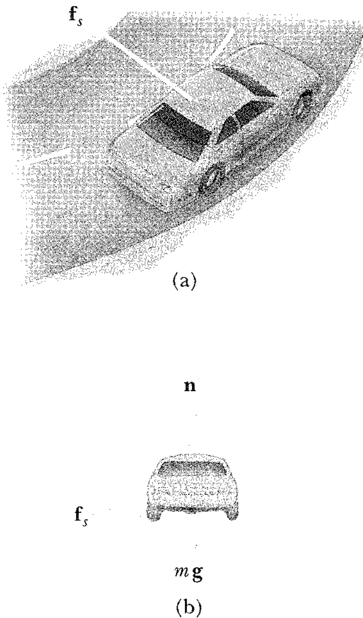
$$v = \sqrt{Lg\,\sin\theta\,\tan\theta}$$

olduğu bulunur. v ' nin, cismin kütlesinden bağımsız olduğuna dikkat edilmelidir.



ÖRNEK 6.4 Arabanın Maksimum Sürati Nedir?

1500 kg kütleli bir araba düz bir yolda, Şekil 6.5 te görüldüğü gibi 35 m yarıçaplı bir virajda hareket etmektedir. Yol ile tekerlekler arasındaki statik sürtünme katsayısı kuru zemin için 0,50 ise, arabanın emniyetli olarak dönebileceği maksimum hızı bulunuz.



Şekil 6.5 (a) Statik sürtünme kuvveti $\mathbf{f}_s$ virajın merkezine yönelmiştir ve arabayı dairesel yörüngede tutan kuvvettir. (b) Arabanın serbest cisim diyagramı

Çözüm Deneyimlerimizden virajı dönen arabanın hızının 50 m/s den küçük olmasını bekleriz (yaklaşık olarak 1m/s lik hız 2mil/h lik hıza karşılık gelir). Bu durumda arabanın dairesel yörüngede hareket etmesine imkan sağlayan merkezcil kuvvet satatik sürtünme kuvvetidir. (Yol ile lastiklerin değme noktası arasında bir kayma olmadığından arabaya etki eden kuvvet virajın merkesine doğru yönelen statik sürtünme kuvvetidir. Bu statik sürtünme kuvveti sıfır olsa idi, örneğin araba buzlu yolda olsa idi doğrultusunu değiştirmeden gidecek ve yoldan çıkacaktı). Buna göre (6.1) Eşitliğinden sürtünme kuvveti bulunur:

(1) $f_s = m\frac{v^2}{r}$

Arabanın virajı dönebileceği maksimum hız, arabanın yoldan dışarı doğru kaymasına karşı gelen hızdır. Bu noktada statik sürtünme kuvveti aşağıda verilen maksimum değere sahiptir: $f_{s,\,mak} = \mu_s n$ bu durumda n normal kuvvet, ağırlığa eşit olduğundan, ($n = mg$); ve bu değer (1) Eşitliğinde yerine konularak maksimum hız bulunur:

$$v_{mak} = \sqrt{\frac{f_{s,mak}\,r}{m}} = \sqrt{\frac{\mu_s mgr}{m}} = \sqrt{\mu_s gr}$$

$$= \sqrt{(0{,}500)\ (9{,}80\ \text{m/s}^2)\ (35{,}0\ \text{m})} = 13{,}1\ \text{m/s}$$

Maksimum hızın, arabanın kütlesine bağlı olmadığına dikkat ediniz. Karayollarındaki virajların, neden çok sayıda hız sınırlayıcı işaretler bulundurmayışının nedeni virajı kullanan aracın kütlesinin değişik olmasına rağmen maksimum hızın kütleye bağlı olmayışındandır.

Alıştırma Yağışlı bir günde yukarıdaki problemde verilen araba, aynı yolda 8 m/s lik hızla seyrederken kaymaya başlıyor. Bu durumda statik sürtünme katsayısı nedir?

Cevap 0,187

ÖRNEK 6.5 Eğimli Viraj

Bir mühendis, arabaların, sürtünmeye güvenmeksizin savrulmadan dönebilecekleri eğimli bir otoyol virajı yapmak istiyor. Başka bir deyişle, yol buzlu olsa bile araba belirlenen hızla kaymadan viraji dönebilmektedir. Bir arabanın böyle bir virajı 30 mil/saat (13.4 m/s) lik hızla dönebileceğini varsayınız. Virajın yarıçapı da 50 m olsun. Yolun eğimi kaç derece olmalıdır?

Çözüm Eğimli olmayan dönemeçte, merkezcil kuvvet araba ile yol arasındaki sürtünme kuvveti tarafından sağlanmalıdır. Ancak yol, şekil 6.6 daki gibi θ açısı kadar eğimli yapılırsa, **n** normal kuvvetinin yatay bileşeni olan $n \sin\theta$ kuvveti arabanın hareket ettiği virajın merkezine doğru yönelmiştir. Burada merkezcil kuvvetin sadece $n \sin\theta$ kuvveti tarafından sağlandığı kabul edilmiştir. Böylece herhangi bir sürtünme kuvvetine ihtiyaç duyulmadan dönüş için gerekli olan eğim açısını hesaplayacağız. Diğer bir deyişle araba (13,4 m/s) lik belirli bir hızla yüzey buzlu olsa da virajı dönebilecektir. Yarıçap doğrultusu için Newton'un ikinci yasası yazılırsa merkezcil kuvvet elde edilir:

(1) $$\sum F_r = n \sin\theta = \frac{mv^2}{r}$$

Araba düşey doğrultuda dengededir. O halde $\sum F_y = 0$ olacağından

(2) $$n \cos\theta = mg$$

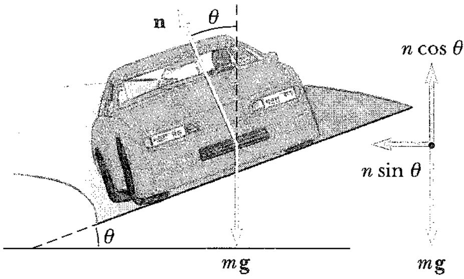
yazılabilir. (1) i (2) ye bölersek

$$\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$$

veya

$$\theta = \tan^{-1}\left[\frac{(13{,}4 \text{ m/s})^2}{(50 \text{ m})\ (9{,}80 \text{ m/s})^2}\right] = 20.1°$$

olduğu bulunur. Araba, virajı 13,4 m/s lik hızdan daha küçük hızla dönerse, araba eğik düzlemin aşağı tarafına (Şekil 6.6 da sol tarafa) kaymaması için sürtünmeye ihtiyaç vardır. Sürücü, 13,4 m/s den daha büyük hızla virajı dönmek isterse, araba eğik düzlemin yukarı tarafına (Şekil 6.6 da sağ tarafa) kaymaması için sürtünmeye ihtiyacı vardır. Virajın eğim açısı araçların kütlesine bağlı değildir.



Şekil 6.6 Yatayla θ açısı yapan eğimli bir virajı dönen bir araba. Sürtünme kuvvetinin ihmal edildiği bu örmekte merkezcil kuvveti, **n** normal kuvvetin yatay bileşeni oluşturur. Burada **n** kuvvetinin yolun, toplamı olduğuna dikkat ediniz.

Alıştırma $\mathbf{f}_s$ statik sürtünme kuvveti, virajın aşağışına yani eğriliğin merkezine doğru yönelirse, Newton'un ikinci yasasının uygulanmış halini yazınız.

Cevap $n \sin\theta + f_s \cos\theta = \frac{m v^2}{r}$

ÖRNEK 6.6 Uydu Hareketi

Bu örnek, dünya çevresinde dairesel yörüngede hareket eden bir uyduyu inceler. Problemi anlamak için birbirinden r kadar uzaklıkta m_1 ve m_2 kütleli iki cisim arasındaki çekim kuvvetinin

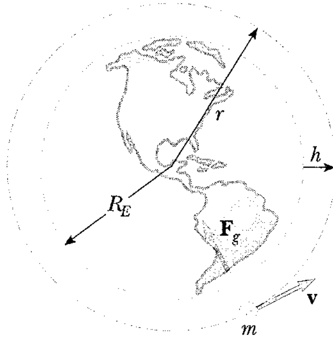
$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

olduğunu hatırlamalıyız. Burada $G = 6{,}673 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2 dır. Bu ifade Newton'un evrensel çekim yasasıdır ve

14. Bölümde ayrıntılı olarak tartışılacaktır.

Şimdi dünya çevresinde dairesel bir yörüngede sabit bir v hızıyla dönen m kütleli bir uyduyu göz önüne alalım. Uydunun yerden yüksekliği Şekil 6.7 de görüldüğü gibi h dir. Uydunun hızını G, h, R_E ve M_E cinsinden bulunuz. R_E (yerin yarıçapı), M_E (yerin kütlesi)

Çözüm Uyduya etkiyen dış kuvvet, sadece kütle çekim kuvveti olup yerin merkezine yönelir ve uyduyu dairesel yörüngesinde tutar.



Şekil 6.7 Dünya çevresinde sabit bir v hızıyla $r = R_E + h$ yarıçaplı dairesel yörüngede dönen m kütleli bir uydu. Burada $\mathbf{F}_g$ merkezcil kuvveti uydu-yer arasındaki kütle-çekim kuvvetidir.

$$F_r = F_g = G\frac{M_E\, m}{r^2}$$

Newton'un ikinci yasasından

$$G\,\frac{M_E\, m}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

bulunur. $r = R_E + h$ yazarak, hız bulunur:

$$(1) \qquad v = \sqrt{\frac{GM_E}{r}} = \sqrt{\frac{GM_E}{R_E + h}}$$

Uydu farklı bir gezegen çevresinde dolansa idi, hızı, gezegenin kütlesi ile artacak, gezegenin merkezinden olan uzaklık arttıkça da azalacaktı.

Alıştırma Bir uydu 1000 km yüksekte dairesel bir yörüngede dönmektedir. Dünyanın yarıçapı $6{,}37 \times 10^6$ m dir. Uydunun hızını ve periyodunu yani uydunun gezegen etrafında dolanmasını tamamlamızı için geçen zamanı bulunuz.

Cevap $7{,}36 \times 10^3$ m/s; $6{,}29 \times 10^3$ s = 105 dakika.

ÖRNEK 6.7 Çember Etrafında Dönen Uçak

m kütleli bir pilot, Şekil 6.8a da görüldüğü gibi uçakla bir çember etrafında dönmektedir. Bu uçuş düzeninde uçak, 2,70 km yarıçaplı düşey düzlemdeki dairesel yörüngede 225 m/s lik sabit bir hızla hareket ediyor. Koltuğun pilota uyguladığı kuvveti (a) dairesel yörüngenin en alt kısmında (b) en üstünde hesaplayınız. Sonucu pilotun mg ağırlığı cinsinden bulunuz.

Çözüm Cevabın, (a) şıkkında (b) şıkkından daha büyük olmasını bekleriz. Çünkü çemberin alt noktasında pilota etki eden normal kuvvetle çekim kuvveti ters yönlüdür. Çemberin üst noktasında ise bu kuvvetler aynı yönlüdür. Bu iki kuvvetin vektörel toplamı pilotu dairesel yörüngede tutan sabit kuvveti verir. Aynı büyüklüklü net kuvvet vektörünü elde etmek için alt noktadaki normal kuvvet (burada çekim kuvveti ile normal kuvvet zıt yönlüdür) üst noktadaki normal kuvvetten büyük olmalıdır. (üst noktada normal kuvvet ve çekim kuvveti aynı yönlüdür). (a) Yörüngenin alt kısmındayken serbest-cisim diyagramı Şekil 6.8b de gösterilmiştir. Pilota etkiyen kuvvetler $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ ağırlığı ile koltuğun yukarı doğru uyguladığı $\mathbf{n}_{\text{alt}}$ dır. Merkezcil ivmeyi oluşturan yukarı yönelmiş bileşke kuvvet $n_{\text{alt}} - mg$ dir. Yarıçap doğrultusu için Newton'un 2. yasası uygulanırsa

$$\sum F_r = n_{\text{alt}} - mg = m\frac{v^2}{r}$$

veya

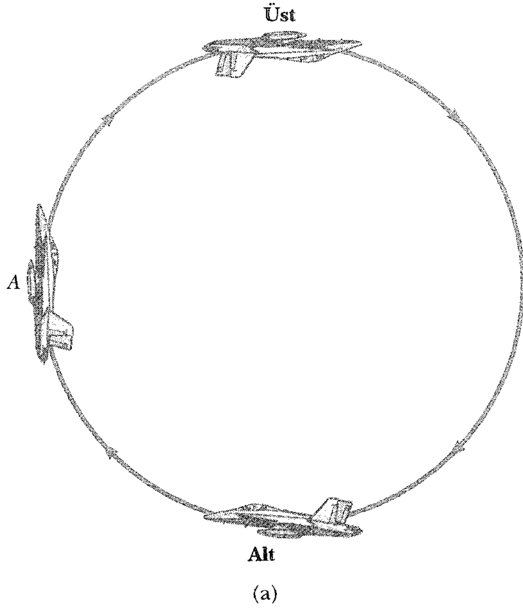
$$n_{\text{alt}} = mg + m\frac{v^2}{r} = mg\left(1 + \frac{v^2}{rg}\right)$$

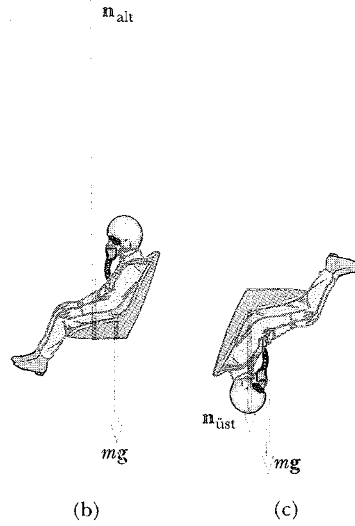
bulunur. Yarıçap ve hız için yukarıda verilen $r = 2{,}70 \times 10^3$ m ve $v = 225$ m/s değerleri yerine konularak

$$n_{\text{alt}} = mg\left[1 + \frac{(225\ \text{m/s})^2}{(2{,}70 \times 10^3\ \text{m})\ (9{,}80\ \text{m/s}^2)}\right] = 2{,}91\ mg$$

bulunur. Böylece, koltuğun pilota uyguladığı kuvvet n_{alt}, pilotun mg ağırlığının 2,91 katıdır. Bu durumda, pilot gerçek ağırlığının 2,91 katı olan bir görünür ağırlık etkisindedir.

(b) pilot yörüngenin tepesinde bulunduğu zaman serbest cisim diyagramı Şekil 6.8c de gösterilmiştir. Bu noktada pilotun ağırlığı ve koltuğun uyguladığı $\mathbf{n}_{\text{üst}}$ kuvveti aşağı doğru etki eder. Böylece aşağı doğru yönelmiş net kuvvet merkezcil ivmeyi oluşturur. Bu net kuvvetin büyüklüğü $n_{\text{üst}} + mg$ dir. Newton'nun ikinci yasasını uygulayarak $n_{\text{üst}}$ bulunur:





Şekil 6.8 (a) Bir gösteri uçağının düşey düzlemdeki dairesel yörüngede sabit süratle dolanmasını gösterir. (b) Çemberin alt noktasından geçerken pilota etki eden kuvvetlerin serbest-cisim çizeneği (c) Yörüngenin üst noktasında iken pilota etki eden kuvvetlerin serbest-cisim çizeneği.

$$\sum F_r = n_{üst} + mg = m\frac{v^2}{r}$$

veya

$$n_{üst} = m\frac{v^2}{r} - mg = mg\left(\frac{v^2}{rg} - 1\right)$$

$$n_{üst} = mg\left[\frac{(225 \text{ m/s})^2}{(2{,}70 \times 10^3 \text{ m})\ (9{,}80 \text{ m/s}^2)} - 1\right] = 0.913\ mg$$

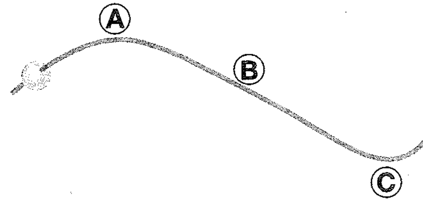
Bu durumda pilota uygulanan kuvvet, pilotun gerçek ağırlığından 0,91 çarpanı kadar farklıdır. Pilot hafiflediğini hissedecektir.

Alıştırma Uçak Şekil 6.8a da gösterilen A noktasında iken merkezcil kuvveti hesaplayınız.

Cevap $n_A = 1{,}913\ mg$ dir. Sağa yönelmiştir.

Sınama Sorusu 6.3

Eğri bir tel üzerinde şekilde görüldüğü gibi bir boncuk sabit hızla serbestçe kaymaktadır. Ⓐ, Ⓑ ve Ⓒ noktalarında iken, boncuğun tel boyunca hareketine sebep olan ve tel tarafından boncuğa uygulanan kuvvetlerin vektör gösterimlerini çiziniz.



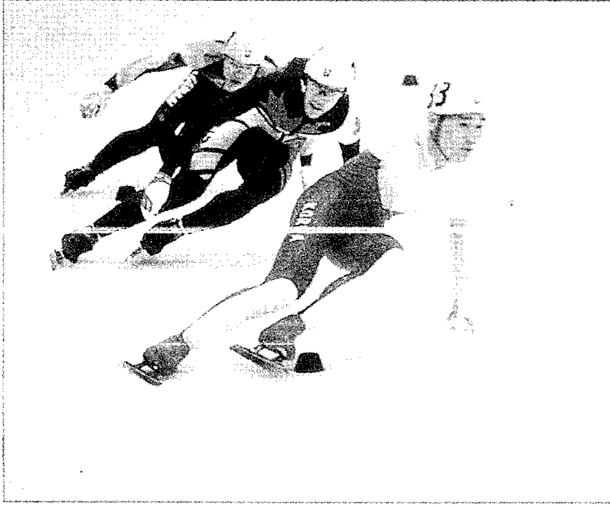
Şekil 6.9

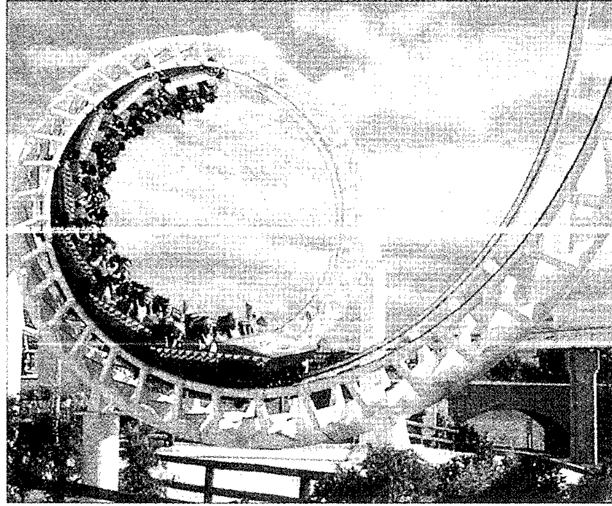
Ev Deneyi

Bir ayakkabıyı bağcığından tutup düşey düzlemde dairesel yörüngede döndürün. Dönme süresince ayakkabı üstte ve altta iken, ipteki gerilme farkını hissedebiliyor musunuz?

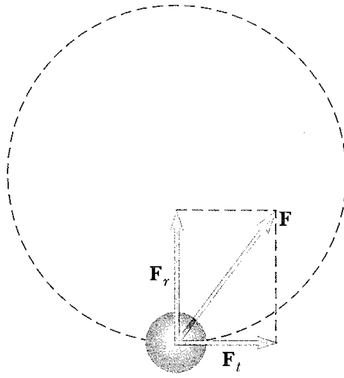
6.2 DÜZGÜN OLMAYAN DAİRESEL HAREKET

4. Bölümde, dairesel bir yörüngede süratini değişerek hareket eden parçacığın, merkezcil ivmesinin yanında, dv/dt büyüklüğünde bir teğetsel ivmesinin de olduğunu bulmuştuk. Böylece parçacığa etki eden kuvvetin hem merkezcil hem teğetsel bileşeni olmalıdır. Yani, toplam ivme $\mathbf{a} = \mathbf{a}_r + \mathbf{a}_t$ olduğundan,





Dairesel hareket sırasında etki eden kuvvet örnekleri. Solda, buz patencileri bir eğri etrafında dolanıyorlar. Buzun patenlere uyguladığı kuvvet, onların eğri boyunca hareket etmelerini sağlayan merkezcil kuvvettir. Sağda raylı dairesel yörüngede dolanan kızaklardaki yolcular görümektedir. Bu örneklerdeki kuvvetlerin temeli nedir? (*Soldaki: Bill Bachman / Photoreseorchers, Inc., Sağdaki: Robin Smith / Tony Stone Images*).



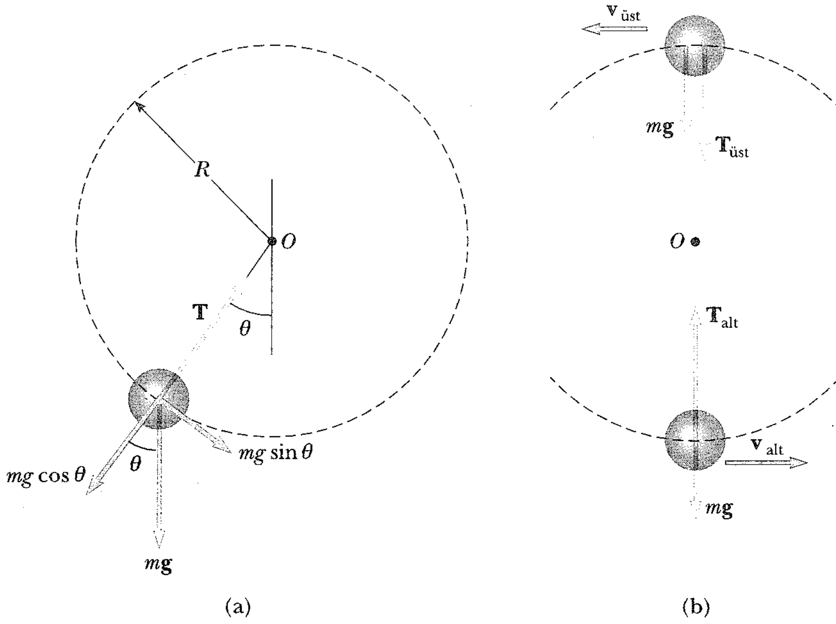
Şekil 6.10 Parçacığa etkiyen kuvvetin yörüngeye teğet bileşeni, F_t hızın büyüklüğünü değiştirir. Bu durumda, parçacığa uygulanan toplam kuvvet, teğet doğrultusundaki ve yarıçap doğrultusundaki kuvvetlerin vektörel toplamıdır, yani $\mathbf{F} = \mathbf{F}_t + \mathbf{F}_r$

parçacığa etki eden toplam kuvvet $\mathbf{F} = \mathbf{F}_r + \mathbf{F}_t$ ile verilir ve Şekil 6.10 da gösterildiği gibidir. Bu kuvvetin $\mathbf{F}_r$ vektör bileşeni, dairenin merkezine yönelmiştir ve merkezcil ivmenin meydana gelişinden sorumludur. Kuvvetin $\mathbf{F}_t$ vektör bileşeni yörüngeye teğettir ve teğetsel ivmenin meydana gelişinden sorumludur ve parçacığın hızının zamanla değişmesine sebep olur. Aşağıdaki örnek bu tip hareketi açıkca anlatmaktadır.

ÖRNEK 6.8 Dönen Top

m kütleli küçük bir küre Şekil 6.11a da görüldüğü gibi, R uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanarak düşey düzlemde bir O noktası etrafında dairesel yörüngede döndürülüyor. Cismin hızının v olduğu ve ipin düşeyle θ açısı yaptığı bir anda, ipteki gerilmeyi hesaplayınız.

Çözüm Öncelikle hızın düzgün olmadığına dikkat etmeliyiz. Ağırlığın teğet bileşeni, teğetsel ivmeyi oluşturmuştur. Şekil 6.11b deki serbest cisim çizeneğinden de görüldüğü gibi, cisme uygulanan kuvvetler $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ ağırlığı ve ipteki $\mathbf{T}$ gerilmesidir. mg nin teğetsel bileşeni $mg \sin\theta$ ve ya-



Şekil 6.11 (a) *O* merkezli bir nokta etrafında düşey düzlemde *R* yarıçaplı bir çember etrafında hareket eden bir *m* kütlesi üzerine etki eden kuvvetler görülmektedir. (b) *m* kütlesi, çemberin alt ve üst noktalarında bulunduğu zaman ona etki eden kuvvetleri gösteriyor. İpteki gerilmenin alt noktada maksimum, üst noktada minimum olduğuna dikkat ediniz.

rıçap doğrultusundaki bileşeni $mg \cos\theta$ dır. Newton'un 2. hareket yasası uygulandığında

$$\sum F_t = mg \sin\theta = ma_t$$

$$a_t = g \sin\theta$$

bulunur. İvmenin bu bileşeni v hızının zamanla değiştiğini ifade eder. Çünkü $a_t = dv/dt$ dir.

Newton'un ikinci yasasını yarıçap doğrultusunda uygularız. **T** ve $\mathbf{a}_r$ nin yarıçap doğrultusunda olduğuna dikkat ederek

$$\sum F_r = T - mg \cos\theta = \frac{mv^2}{R}$$

$$T = m\left(\frac{v^2}{R} + g \cos\theta\right)$$

bulunur.

Özel Durumlar Yörüngenin en üst noktasında $\theta = 180°$ dir. $\cos 180° = -1$ olduğundan üst nokta için $T_{üst}$ elde edilir:



$$T_{üst} = m\left(\frac{v_{üst}^2}{R} - g\right)$$

Bu değer, T gerilmesinin minimum değeridir. Tam bu noktada a_t teğetsel ivme mevcut olmaz, $a_t = 0$ olur. Sadece a_r yarıçap doğrultusundaki ivme mevcut olur. Bu ivmenin yönü aşağı doğrudur.

Yörüngenin en alt noktasında $\theta = 0°$ dir, ve $\cos 0 = 1$ dir. Buradan T_{alt} bulunur:

$$T_{alt} = m\left(\frac{v_{alt}^2}{R} + g\right)$$

olur. Bu değer de T gerilmesinin maksimum değeridir. Tekrar bu noktada $a_t = 0$ dır. Sadece yarıçap doğrultusunda yukarı yönlü ivme mevcuttur.

Alıştırma Ortalama hızı artırırsanız, ip hangi noktada kopmaya daha yatkındır?

Cevap Yörüngenin en alt noktasında kopmaya daha yatkındır. Çünkü bu noktada T gerilmesi maksimum değere sahip olur.

Seçmeli Kesim

6.3 İVMELİ SİSTEMLERDE HAREKET

5. Bölümde incelediğimiz Newton hareket yasalarının eylemsiz referans sisteminde geçerli olduğunu görmüştük. Bu kesimde ivmeli referans sistemindeki bir gözlemcinin, Newton'un ikinci yasasını nasıl uygulayacağını inceleyeceğiz.

İvmeli sistemlerdeki hareketi daha iyi anlamak için, Şekil 6.12a da görülen virajlı bir şehirlerarası yolda yüksek hızla giden bir arabayı gözönüne alabiliriz. Araba virajda sola keskin bir dönüş yapar yapmaz, yolcu koltuklarında oturan şahıslar sağa doğru kayarlar ve kapıya çarparlar. Tam o noktada kapının onlara uyguladığı kuvvet, arabadan dışarı fırlamalarını önler. Yolcuların kapıya doğru sürüklenmelerinin sebebi nedir? Alelâde açıklamalarda, yolcuları bazı bilinmez kuvvetler dışarı doğru iter denilmiştir (Bu kuvvetler çoğu zaman "merkezkaç" kuvvet olarak adlandırılmıştır. Fakat sık sık karışıklıklara sebep olduğu için biz bu terimi kullanmayacağız). Yolcular kendi ivmeli referans sistemlerinde neler olduğunu açıklamak için bu **yalancı kuvvetler** (merkezkaç kuvveti) kabul ederler (Şekil 6.12b de görüldüğü gibi).

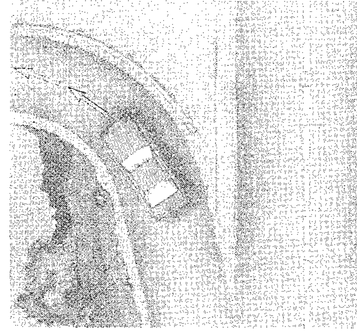
Ev Deneyi

Durgun halden hızla koşmaya başladığınız andaki ivmenizi ölçmek için bir ip, küçük bir ağırlık ve bir iletki kullanın ve ivmenizi ölçün.

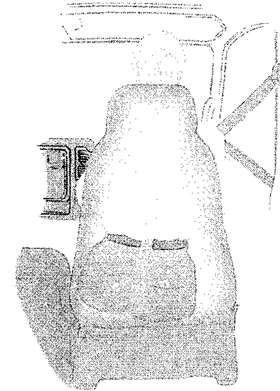
Yalancı kuvvetler

Bu olay en doğru şöyle açıklanabilir. Araba, viraja girmeden önce yolcular doğrusal bir yolda hareket ediyorlar. Araba viraja girer girmez ise, eğrisel bir yörüngeye giriyorlar. Yolcular, eylemsizliklerinden dolayı önceden gitmekte oldukları doğrusal yolda devam etme eğilimindedirler. Bu eğilim Newton'un birinci yasasının bir sonucudur: Cisim doğrusal yörüngede hareketine devam etmek ister. Ancak yolculara uygulanan merkezcil kuvvet Şekil 6.12 de görüldüğü gibi (eğrinin merkezine doğru) yeterince büyükse, yolcular araba ile birlikte eğri yörüngede hareket ederler. Bu merkezcil kuvvetin kaynağı yolcularla araba koltukları arasındaki sürtünme kuvvetidir. Sürtünme kuvveti yeterince büyük değilse, yolcular arabanın dönüşü devam ettiği sürece koltuğun karşı tarafına doğru kayacaktır. Sonunda yolcu, kapı ile karşılaşacaktır. Kapı (açılmadığı için), yolcuya araba ile birlikte virajı dönebilmesine yeterli olan merkezcil kuvveti uygulayacaktır. Yolcular kapıya doğru sihirli kuvvetler sebebiyle kaymazlar. **Bu kaymanın sebebi; yolcuya, arabanın takip ettiği eğrisel yolu takip etmesine yetecek kadar** (koltukların uyguladığı sürtünme kuvveti olarak) merkezcil **kuvvet uygulanmamasıdır.**

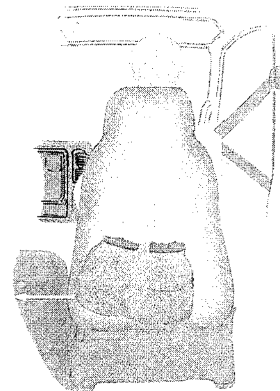
Bir parçacık, eylemsiz koordinat sistemindeki bir gözlemciye göre **a** ivmesiyle hareket ediyorsa, eylemsiz gözlemci Newton'un ikinci yasasını kullanabilir ve $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ifadesini doğru olarak açıklar. Diğer bir gözlemci, ivmeli (eylemli) referans sistemi içinde ise ve parçacığın hareketine Newton'un ikinci yasasını uygulamak isterse, yalancı (hayalî) kuvvetlerle karşılaşır. Bu yalancı kuvvetlere bazen **eylemsizlik kuvvetleri** de denir. Bu kuvvetlerin ivmeli gözlemci tarafından, ivmeli sistem içinde gerçek kuvvetler olarak göründüğü açıklanmıştır. Ancak bu **yalancı kuvvetlerin, hareket, eylemsiz koordinat sisteminden gözlendiği zaman mevcut olmadıkları belirtilmelidir.** Yalancı kuvvetler, sadece ivmeli bir sistem içinde kullanılırlar. Fakat bunlar cisimlere etki eden gerçek kuvvetleri temsil etmezler (Gerçek kuvvetler cisimlerin çevreleri ile etkileşme kuvvetleri demektir). İvmeli referans sisteminde yalancı kuvvetler özel olarak belirlenmişler ise, o zaman bu referans sisteminde hareket, eylemsiz sistemden sadece gerçek kuvvetleri dikkate alarak yapılan hareketle aynı olacaktır. Genellikle, hareketler eylemsiz referans sistemleri kullanılarak analiz edilir. Fakat ivmeli referans sistemlerinin kullanılmasının daha elverişli olduğu haller de mevcuttur.



(a)



(b)



(c)

Şekil 6.12 (a) Bir araba eğimli bir viraja giriyor. Ön koltuk yolcusunu sağ taraftaki kapıya doğru hareket ettiren nedir? (b) Yolcunun kendi sistemine göre arabanın koltuğu, yolcuya sol tarafa doğru bir kuvvet uygular. Bu kuvvet yolcunun araba ile birlikte (arabaya göre durgun kalarak) yönünü değiştirmesine sebep olur.

ÖRNEK 6.9 Doğrusal Harekette Hayali Kuvvetler

m kütleli küçük bir top, ivme ölçme kutusunun tavanından Şekil 6.13 de görüldüğü gibi asılmıştır. Eylemsiz koordinat sisteminde, durgun olan bir gözlemciye göre (Şekil 6.13a) topa etki eden kuvvetler $\mathbf{T}$ gerilmesi ve $m\mathbf{g}$ çekim kuvvetidir. Eylemsiz sistemdeki gözlemciye göre, m kütleli küre ile kutunun ivmesi aynıdır ve bu ivme ipteki $\mathbf{T}$ gerilmesinin yatay bileşeni tarafından meydana getirilir. $\mathbf{T}$ gerilmesinin düşey bileşeni de mg ağırlığını dengeler. Böylece eylemsiz sistemdeki (ivmesiz sistemdeki) gözlemci, Newton'un ikini yasası m kütlesine $\sum\mathbf{F} = \mathbf{T} + m\mathbf{g} = m\mathbf{a}$ şeklinde uygulanır. Bu ifadenin bileşenler halinde yazılışı aşağıdaki gibidir:

$$\text{Eylemsiz gözlemci} \begin{cases} (1) \quad \sum F_x = T\sin\theta = ma \\ (2) \quad \sum F_y = T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

Böylece (1) ve (2) eşitliklerini birlikte çözerek, eylemsiz gözlemci arabanın ivmesini belirler:

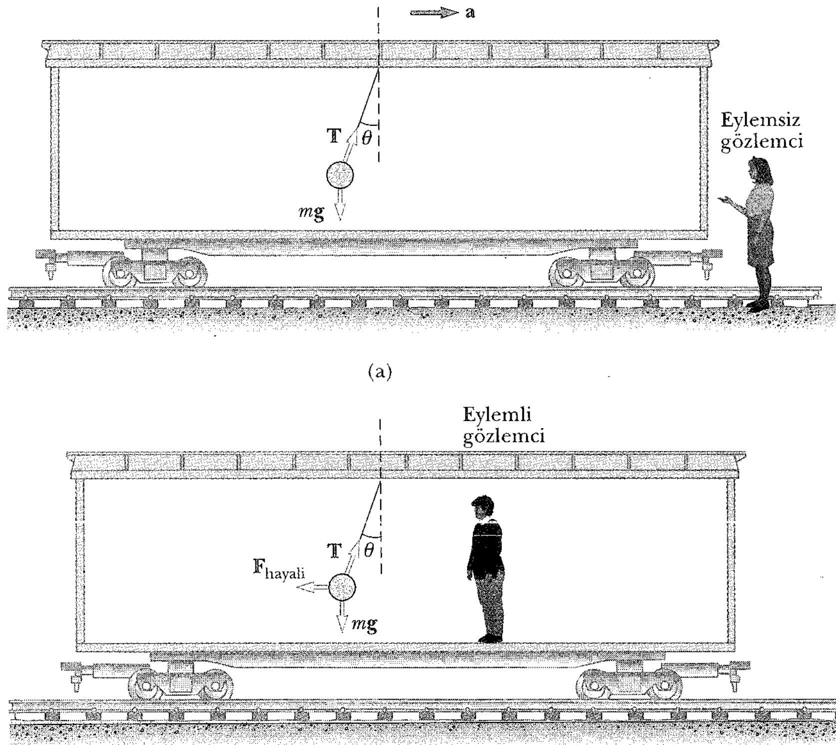
$$a = g\tan\theta$$

O halde ipin düşey doğrultudan olan sapma açısı, arabanın ivmesini ölçmede kullanılabilir. Yani, *bir basit sarkaç ivme ölçer olarak kullanılabilir.*

Şekil 6.13b de görüldüğü gibi arabanın içerisinde bulunan eylemsiz gözlemciye göre ip halen düşeyle θ açısı yapar, bununla beraber ayakta duran ivmeli gözlemciye göre top durgun olup ivmesi sıfırdır. Çünkü küre dengededir. Bundan böyle ivmeli gözlemci $-ma$ değerinde bir yalancı kuvvetin varlığını tesbit eder. Bu gözlemciye göre $-m\mathbf{a}$ yalancı kuvveti $\mathbf{T}$ gerilmesinin yatay bileşenini dengeler. Bu eylemli sistemdeki durgun olan gözlemci, topa etki eden net kuvvetin sıfır olduğunu iddia eder. Bu ivmeli referans sisteminde, Newton'un ikinci yasası aşağıdaki şekilde yazılır:

$$\text{Eylemli gözlemci} \begin{cases} \sum F'_x = T\sin\theta - f_{\text{hayali}} = 0 \\ \sum F'_y = T\cos\theta - mg = 0 \end{cases}$$

Hayali kuvvetin $F_{\text{hayali}} = ma_{\text{hayali}} = ma$ şeklinde olduğunu görürsek o zaman bu ifadeler (1) ve (2) eşitlikleri ile tamamen aynıdır. Böylece eylemli sistem içindeki gözlemci, eylemsiz sistem içindeki gözlemci ile aynı matematiksel bağıntıları elde etmiş oldu. Ancak topun bağlandığı ipin düşey doğrultudan ayrılmasının açıklanmasında iki referans sisteminden bakan gözlemci için farklılık vardır.

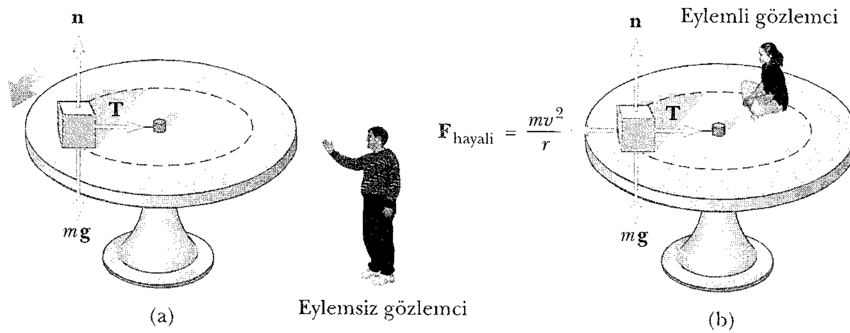


Şekil 6.13 Sağa doğru ivmeli hareket eden araba; tavana asılan m kütleli topun düşey doğrultudan ayrılışı görülmektedir. (a) Arabanın dışında durgun olan eylemsiz gözlemci, sarkacın ivmesini, ipteki $\mathbf{T}$ gerilmesinin yatay bileşeninin oluşturduğunu açıklar. (b)Arabaya binmiş, arabanın içinde bulunan ivmeli (eylemli sistemdeki) gözlemci, top üzerine etki eden net kuvvetin sıfır olduğunu ve ipin düşey doğrultudan ayrılmasının F_{hayali} değerindeki bir yalancı kuvvet tarafından meydana getirildiğini söyler. Bu F_{hayali} yalancı kuvveti, $\mathbf{T}$ gerilmesinin yatay bileşeni tarafından dengelenir.

ÖRNEK 6.10 Dönen Sistemde Yalancı Kuvvetler

Şekil 6.14 te görüldüğü gibi yatay düzlemde döner bir masa üzerinde sürtünmesiz olarak duran m kütleli bir bloğu ele alalım. Blok bir iple masanın merkezine bağlanmıştır. Eylemsiz gözlemciye göre blok düzgün olarak dönerse v^2/r değerinde bir merkezcil ivme etkisinde kalır. Burada v teğetsel hızdır. Eylemsiz gözlemci, bu merkezcil ivmenin ipteki **T** gerilmesi tarafından meydana getirildiği sonucuna varır ve bu blok için Newton'un ikinci yasasını $T = mv^2/r$ olarak yazar.

Dönen masa üzerinde bulunan eylemli gözlemciye (ivmeli gözlemci) göre blok durgundur ve ivmesi sıfırdır. Bu eylemli (ivmeli) gözlemci ipin cisme uyguladığı merkeze yönelmiş kuvveti dengeleyen dışarı doğru yönelmiş bir yalancı kuvvet ile tanışır. Bu kuvvetin büyüklüğü de mv^2/r dir. Eylemli gözlemciye göre blok üzerine etkiyen net kuvvet sıfırdır. Newton'un ikinci kanunu $T - mv^2/r = 0$ olarak yazılabilir.



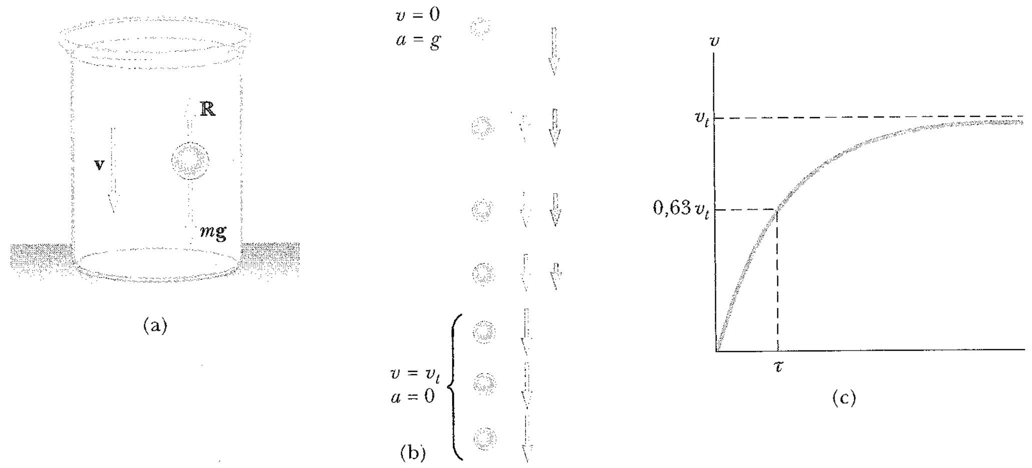
Şekil 6.14 Bir iple döner masanın merkezine bağlanmış m kütleli bir blok. (a) Eylemsiz gözlemci, merkezcil kuvveti ipteki **T** gerilmesinin oluşturduğunu söyler. (b) Eylemli gözlemci bloğun ivmesiz olduğunu söyler, bloğa mv^2/r değerinde yalancı bir kuvvet uygulandığını düşünür. Yine, bu kuvvetin ipteki **T** gerilmesini dengelemek için dışarı doğru yöneldiğini söyleyecektir.

Seçmeli Kesim

6.4 DİRENÇLİ ORTAMLARDA HAREKET

4.9 Önceki bölümde bir yüzey üzerinde hareket eden bir cisme uygulanan kinetik sürtünme kuvvetini inceledik. Cismin hareketi süresince cisim ile içinde ilerlediği ortam arasındaki etkileşmeler tamamen gözardı edildi. Şimdi gaz veya sıvı olabilen ortamın hareketli cisme etkilerini ele alalım. Bir ortam, içerisinde hareket eden cisme **R direnç kuvveti** uygular. Hareketli kamyonlara hava tarafından uygulanan direnç (bazan hava direnci sürtünmesi denir)ve bir sıvı içinde hareket eden cisme etki eden vizkozluk kuvveti bazı örneklerdir. **R** nin büyüklüğü cismin sürati gibi bazı faktörlere bağlıdır ve yönü cismin ortama göre yaptığı harekete tersdir. **R** nin büyüklüğü daima hız arttıkça artar.

Genel halde, direnç kuvvetinin hıza bağlılığı çok karmaşıktır. Aşağıdaki tartışmada iki durum göz önüne alınacaktır. Birinci durum, direnç kuvvetinin hız ile orantılı olduğunun kabulüdür; bir sıvı içinde düşen cisimler ve hava içinde hareket eden toz gibi küçük parçacıklar, bu tür direnç kuvvetlerinin etkisindedirler. İkinci durum, direnç kuvvetinin hareketli cismin hızının karesi ile orantılı olduğu olaylardır; uçaktan atlayan hava dalgıçları gibi büyük cisimler, çekim kuvveti etkisiyle serbest düşme yaparken hızın karesi ile orantılı direnç kuvvetinin etkisinde kalırlar.



Şekil 6.15 (a) Bir viskoz sıvı içinde serbest düşen bir küre (b) Kürenin düşerken hareket diyagramı (c) Bir viskoz ortam içinde düşen bir cismin hız-zaman grafiği. Cisim bir maksimum veya limit hıza ulaşır ve bu v_t ile gösterilir. τ zaman sabiti de hızın 0,63 v_t değerine ulaştığı zamandır.

Hız İle Orantılı Direnç Kuvveti

Bir cisim sıvı veya gaz ortam içinde hareket ettiği zaman, cismin hızı ile orantılı olan bir durdurucu direnç kuvveti etkisinde kalır. Bu direnç kuvvetinin büyüklüğü aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$R = bv \tag{6.2}$$

Burada v, cismin hızı, b de ortamın özelliklerine, cismin boyutlarına ve şekline bağlı bir katsayıdır. Cisim, r yarıçaplı bir küre ise, o zaman b katsayısı r ile orantılıdır.

Şekil 6.15a da görüldüğü gibi m kütleli r yarıçaplı bir cismin durgun halden bir akışkan içinde serbest bırakıldığı hali inceliyelim. Cisim üzerine etki eden kuvvetlerin sadece bv direnç kuvveti ile F_g çekim kuvvetinden ibaret olduğunu farzederek, cismin hareketini tasvir edelim.[1] Aşağı doğru yönü pozitif olarak seçip, düşey doğrultuda Newton'un ikinci yasasını uygulayarak ve $\sum F_y = mg - bv$ olduğuna dikkat edersek aşağıdaki eşitlik yazılabilir:

$$mg - bv = ma = m\frac{dv}{dt} \tag{6.3}$$

Burada dv/dt ivmesi aşağı doğrudur. Bu denklemden ivme ifadesi

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{b}{m}v \tag{6.4}$$

olarak yazılabilir. (6.4) eşitliği bir *diferansiyel denklemdir* ve çözüm yolu henüz sizin için açık olmayabilir ancak, başlangıçta $v = 0$ olduğu zaman direnç kuvvetinin sıfır ve dv/dt ivmesininde g çekim ivmesine eşit olduğuna dikkat ediniz. t zamanı arttıkça direnç kuvveti de artar ve ivme azalır. Sonunda direnç kuvveti ağırlığa eşit olunca ivme sıfır olur. Bu noktadan itibaren cisim sıfır ivme ile yoluna devam eder ve v_t ile gösterilen bir **limit hıza** ulaşır. Limit hız

Limit hız

[1] Batmış cisimlere etkiyen bir de *kaldırma kuvveti* vardır. Bu kuvvet sabittir ve büyüklüğü yerdeğiştiren sıvının ağırlığına eşittir. Bu kuvvet, kürenin görünen ağırlığını sabit bir katsayı kadar değiştirir, dolayısı ile bu kuvvet burada ihmal edilecektir. Kaldırma kuvvetleri Bölüm 15 de tartışılacaktır

(6.3) eşitliğinden $a = dv/dt = 0$ kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$mg - bv_t = 0 \quad \text{veya} \quad v_t = mg/b$$

v için bulunan bu ifade (6.4) Eşitliğini $v = 0$ ve $t = 0$ durumunda sağlar. Bunun sonucu olarak da hız ifadesi aşağıdaki gibi olur:

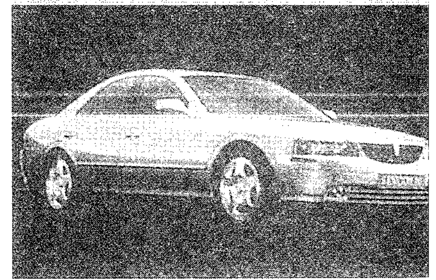
$$v = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-bt/m}\right) = v_t\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \tag{6.5}$$

Bu fonksiyonun grafiği Şekil 6.15c de çizilmiştir. **Zaman sabiti** $\tau = m/b$ dir. Bu, hızın (v nin) $0{,}632v_t = (1 - 1/e)\,v_t$ değerine ulaşması için geçen zamandır. (6.5) Eşitliğinde $t = \tau$ konulunca $v = 0{,}632v_t$ olduğu görülebilir.

Denklem (6.5) in Denklem (6.4) e ait bir çözüm olup olmadığını doğrudan diferansiyelini alarak kontrol edebiliriz:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{mg}{b} - \frac{mg}{b}e^{-bt/m}\right) = -\frac{mg}{b}\frac{d}{dt}e^{-bt/m} = ge^{-bt/m}$$

(Türev İşlemleri İçin Eklerdeki Tablo B.4 e bakınız). (6.5) Denklemiyle verilen v ifadesini ve dv/dt ifadesini (6.4) Denkleminde yerine koyarak çözümümüzün diferensiyel denklemi sağladığı görülür.



Bir aerodinamik araba. Hava akımı çizgilerine uygun üretilmiş gövde, hava direncini azaltır, yakıt verimini düşürür (*Ford Motor Şirketinin izniyle*).

ÖRNEK 6.11 **Yağ İçinde Düşen Küre**

2 gram kütleli küçük bir küre, yağ ile doldurulmuş büyük bir teneke içinde serbest bırakılıyor. Direnç kuvveti hızı ile orantılıdır. Küre 5 cm/s lik limit hıza ulaşıyor. Kürenin τ zaman sabitini belirleyiniz ve ayrıca hızının, limit hızın % 90 değerine ulaştığı zamanı hesaplayınız.

Çözüm Limit hız ifadesi $v_t = mg/b$ olduğundan, b katsayısı aşağıdaki gibi bulunur:

$$b = \frac{mg}{v_t} = \frac{(2\text{ g})\,(980\text{ cm/s}^2)}{5\text{ cm/s}} = 392\text{ g/s}$$

Buradan τ zamanı aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\tau = \frac{m}{b} = \frac{2\text{ g}}{392\text{ g/s}} = 5{,}10\times10^{-3}\text{ s}$$

Kürenin hızı zamanın fonksiyonu olarak (6.5) Denklemi ile verilmişti. Kürenin hızının, limit hızın % 90 ına eşit olduğu t zamanını bulmak için Eş. (6.5) de $v = 0{,}90\,v_t$ değerini koyup t yi çözelim:

$$0{,}90\,v_t = v_t\,(1 - e^{-t/\tau})$$
$$1 - e^{-t/\tau} = 0{,}90$$
$$e^{-t/\tau} = 0{,}10$$
$$-\frac{t}{\tau} = \ln\,(0{,}100) = -2{,}30$$
$$t = 2{,}30\tau = 2{,}30\,(5{,}10\times10^{-3}\text{ s}) = 11{,}7\times10^{-3}\text{ s} = 11{,}7\text{ ms}$$

O halde küre, limit hızın %90 ına çok kısa zamanda ulaşır.

Alıştırma Yağ içerisinde t = 11,7 ms de kürenin sahip olacağı hızı hesaplayınız. Bu hızı kürenin küre vakumda çekim ivmesi ile serbest düştüğündeki hızı ile karşılaştırınız.

Cevap Yağdaki hız 4,50 cm/s, serbest düşme hızı 11,5 cm/s.

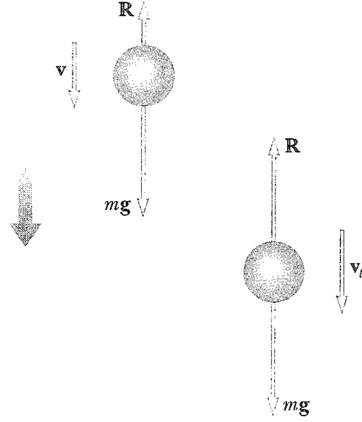
Yüksek Hızlarda Hava Direnci

Hava içerisinde çok büyük hızla hareket eden ve büyük boyutlu cisimler, örneğin uçaklar, hava dalgıçları, beyzbol topu gibi cisimler için direnç kuvveti yaklaşık olarak hızın karesi ile orantılıdır. Bu durumda direnç kuvveti aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$R = \tfrac{1}{2}\,D\rho A\,v^2 \tag{6.6}$$

Burada ρ havanın yoğunluğu; A düşen cismin hareketine dik doğrultudaki yüzeyine karşı gelen alandır. D *direnç katsayısı* olarak adlandırılan boyutsuz bir katsayıdır. Bu direnç katsayısı küresel cisimler için yaklaşık olarak 0,5 değerine sahiptir. Fakat düzensiz şekilli cisimler için 2 değerine kadar yükselir.

Şimdi yukarı doğru $R = \frac{1}{2} D\rho A v^2$ ile verilen hava direnci etkisinde serbest düşme yapan bir kütlenin hareketini inceleyelim. Bir m kütleli cisim Şekil 6.16 da görüldüğü gibi $y = 0$ konumunda durgun halden serbest bırakılsın. Kütle iki dış kuvvet etkisinde kalır. Bunlar aşağı doğru olan $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ çekim kuvveti ve yukarıya yönelmiş olan $\mathbf{R}$ direnç kuvvetidir. Ayrıca ihmal ettiğimiz yukarı doğru yönelmiş bir de kaldırma kuveti vardır. Böylece etki eden net kuvvetin büyüklüğü aşağıdaki gibidir:



Şekil 6.16 Hava içinde düşen bir cismin $m\mathbf{g}$ ağırlığı ile $\mathbf{R}$ hava direncci etkisi altında kalır. Sağdaki şekilde görüldüğü gibi cismin üzerine etki eden net kuvvet sıfır yani $R = -\mathbf{F}g$ veya $R = m\mathbf{g}$ olduğunda cisim limit hızına ulaşır. Bu halden önce (6.8) Denklemine uygun olarak ivmelenir.

$$\sum F = mg - \frac{1}{2} D\rho A v^2 \tag{6.7}$$

Burada aşağı yönü pozitif aldık $F_{net} = ma$ ifadesini (6.7) Eşitliğinde yerine koyarak kütlenin aşağı yönlü ivmesinin büyüklüğünü buluruz:

$$a = g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v^2 \tag{6.8}$$

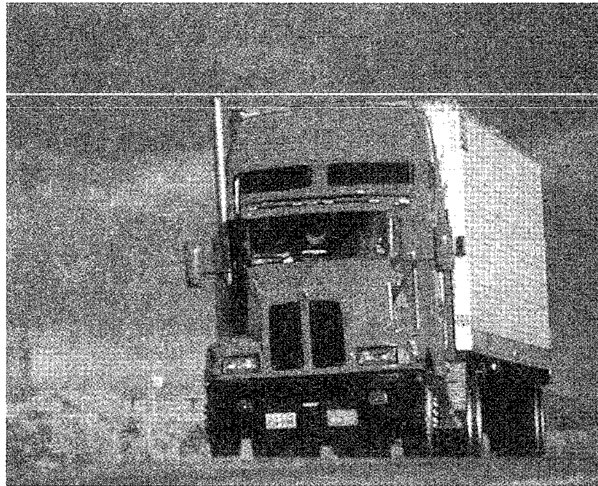
Limit hız ifadesini, direnç kuvvetinin ağırlığa eşit ve ivmenin sıfır olmasından aşağıdaki gibi elde ederiz. Eşitlik (6.8) de $a = 0$ konularak ve v yi de v_t alarak

$$g - \left(\frac{D\rho A}{2m}\right)v_t^2 = 0$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2mg}{D\rho A}} \tag{6.9}$$

bulunur. Bu ifadeyi kullanarak limit hızın, cismin boyutlarına nasıl bağlı olduğunu belirleyebiliriz. Cismin r yarıçaplı bir küre olduğunu varsayalım. Bu durumda $A \propto r^2$ ($A = \pi r^2$ den) ve $m \propto r^3$ dür (kütle hacimle orantılı olduğu için çünkü $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ dir). Böylece $v_t \propto \sqrt{r}$ olur. Yani r arttıkça v_t hızı, yarıçapın kareköki ile orantılı olarak artacaktır.

Tablo 6.1 de, hava içinde serbest düşme yapan çeşitli cisimlerin limit hızları liste halinde verilmiştir.



Pek çok kamyon sahibi, hava direncini azaltmak için arabalarının üzerine rüzgar saptırıcı taktırarak, az yakıt parası ödemeye çabalar.

TABLO 6.1 Havada Düşen Değişik Cisimlerin Limit Hızları

Cisimler	Kütle (kg)	Dik Kesit (m^2)	v_t(m/s)a
Hava dalgıcı	75	0,7	60
Beyzbol topu (r = 3,66 cm)	0,145	$4{,}2 \times 10^{-3}$	43
Golf topu (r = 2,1 cm)	0,046	$1{,}4 \times 10^{-3}$	44
Dolu tanesi (r = 0,5 cm)	$4{,}8 \times 10^{-4}$	$7{,}9 \times 10^{-5}$	14
Yağmur damlası (r = 0,2 cm)	$3{,}4 \times 10^{-5}$	$1{,}3 \times 10^{-5}$	9

web

Hava sörfü hakkında daha fazla bilgi için **http://espn.sportszone.com/editors/xgames/surf/index.html** sitesine giriniz.

KAVRAMSAL ÖRNEK 6.12

Ayağında sörf tahtasıyla uçaktan atlayan bir hava sörfcüsünü inceleyelim. Bu sörfcü, paraşütünü açmadan önce hava sörfü yapar. Bu sporcunun hareketi süresince ona etki eden kuvvetleri açıklayınız.

Çözüm Sörfcü uçaktan atladığı anda düşey hızı yoktur. Ona etki eden aşağı yönlü çekim kuvveti yere doğru ivmelenmesine sebep olur. Hızı arttıkça bedenine ve sörf tahtasına uygulanan yukarı yönlü havanın direnç kuvveti de artar. Bu yukarı yönlü kuvvet hızlanmayı azaltır ve dolayısıyla hızı, daha yavaş artar. Sonunda hızı öyle olur ki, yukarıya yönelen direnç kuvveti, aşağı yönelen çekim kuvvetine eşit hale gelir. O zaman net kuvvet sıfır olur ve sörfçü artık hızlanamaz fakat limit hıza ulaşır. Limit hıza ulaştıktan sonra herhangi bir noktada paraşütünü açar, bunun sonucu olarak da yukarı yönde çok şiddetli bir direnç kuvvetine maruz kalır. Şimdi net kuvvet ve ivme, hızın ters yönünde yani yukarıya yönelmiştir. Bu durum, aşağıya yönelen hızı çabucak azaltır ve hız azalması paraşüte etki eden direnç kuvvetinin de azalmasına sebep olur. Sonunda yukarı yönlü doğan direnç kuvvetleri ile aşağıya yönelen çekim kuvveti birbirlerini dengelerler ve sörfçünün güvenle yere inmesini sağlayacak değerdeki yeni bir küçük limit hıza sahip olur.

Yaygın inanışın tersine, hava dalgıcının hız vektörü asla yukarıya yönelmez. Bu durumu, atladıktan sonra paraşütünü açan havadalgıcının video filminden seyretmiş olabilirsiniz. Gerçekte, kamerayı tutan şahıs yüksek hızla düşmeye devam ederken, dalgıç yavaşlamıştır.



Bir hava sörfçüsü, sörfüne etkiyen havanın yukarıya doğru kuvvetinden faydalanır

ÖRNEK 6.13 Düşen Kahve Süzgeçleri

Direnç kuvvetinin hıza bağlılığı ampirik bir bağıntıdır. Başka bir deyişle teorik bir modelden değil de gözlem sonuçlarından elde edilmiştir. Bir miktar süzgeç kağıdı düşürülerek limit hızları ölçülmeye çalışılmıştır. Tablo 6.2 deki veriler kahve süzgeçlerinin havadan bırakılmasıyla elde edilmiştir. Zaman sabiti τ çok küçük olduğu için serbest bırakılan süzgeçler çabucak limit hıza ulaşırlar. Her bir süzgeçin kütlesi 1,64g dır. Süzgeçler birbirinin içine kondukları za-

man görünür yüzeyleri artmaz. Süzgeçlerin düşme hızı ile hava direnci arasındaki bağıntıyı bulunuz.

Çözüm Limit hızda, çekim kuvveti ile direnç kuvveti dengelenir. Böylece limit hızla düşen süzgeç

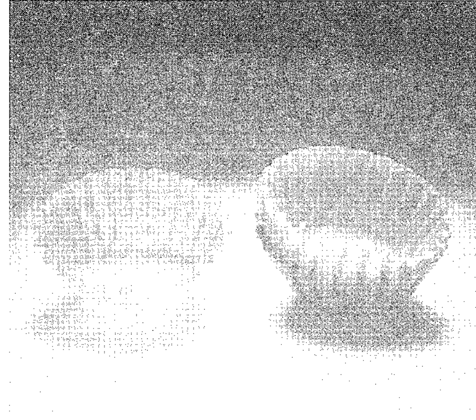
$$R = mg = \left(\frac{1{,}64\text{g}}{1000\text{g/kg}}\right)(9{,}80\text{m/s}^2) = 0{,}0116\ 1\ \text{N}$$

kadarlık bir direnç kuvvetine maruz kalır. İç-içe geçen iki süzgeç 0,0322 N kuvvete maruz kalır v.s.. Filtreye etkiyen direnç kuvvetinin limit hızın fonksiyonu olarak grafiği Şekil 6.17a da gösterilmiştir. Doğrusal grafik, direnç kuvvetinin hızla tam olarak orantılı olmadığını gösteriyor. Eğrisel grafik, hızın karesi ile orantılı olduğunu gösteren hızın ikinci dereceden bir polinomunun eğrisidir ve verilerle daha iyi bir uyum gösteriyor, Şekil 6.17b.

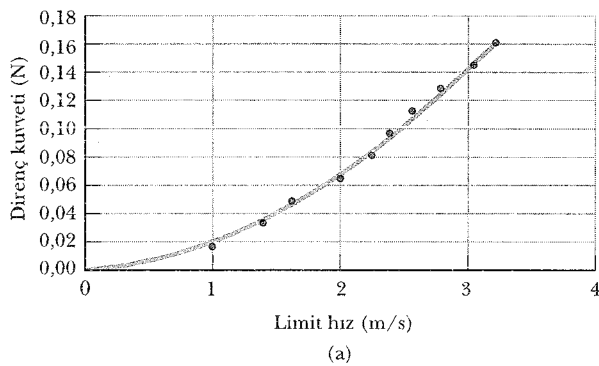
TABLO 6.2
İç İçe Geçmiş Kahve Süzgeçleri İçin Limit Hız

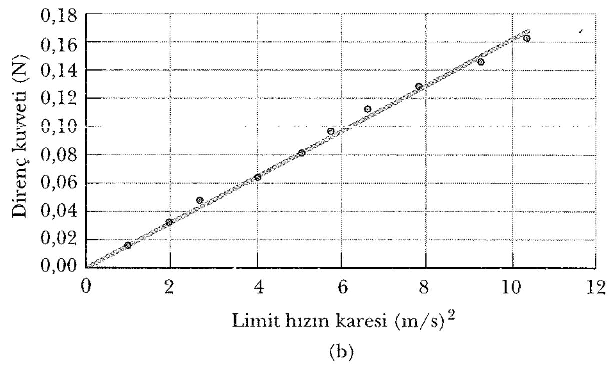
Süzgeç sayısı	v_t (m/s)[a]
1	1,01
2	1,40
3	1,63
4	2,00
5	2,25
6	2,40
7	2,57
8	2,80
9	3,05
10	3,22

[a] v_t'nin tüm değerleri yaklaşık değerlerdir.



Hava direncinin çalışabilmesi için içiçe geçmiş kahve süzgeçleri (*Charles D. Winters*)





Şekil 6.17 (a) Düşen kahve süzgeçlerine etki eden direnç kuvvetleri ile onların limit hızları arasındaki ilişki. Çizilen eğri ikinci mertebeden bir polinoma uydurulmuştur. (b) Direnç kuvvetini limit hızın karesine bağlayan grafik. Veri noktalarının bir doğruya fit edilmesi (uydurulması), direnç kuvvetinin, limit hızın karesi ile orantılı olduğunu gösterir. Orantı katsayısını bulabilir misiniz?

ÖRNEK 6.14 **Bir Beyzbol Topuna Etkiyen Direnç Kuvveti**

Bir oyuncu 0,145kg topu 40,2m/s lik hızla fırlatıyor. Bu hızda topa uygulanan direnç kuvvetini bulunuz.

Çözüm Topa havanın uyguladığı direnç kuvvetinin çok büyük bir kuvvet olmasını beklemeyiz, dolayısıyla (6.6) Eşitliğinden bulunan direnç kuvveti bir kaç newtonu aşmamalıdır. İlk önce direnç katsayısı D yi belirlemeliyiz. Bunu, topun serbest düşme yaptığı ve limit hıza ulaştığı durumu düşünerek buluruz. 6.9 Eşitliğinden D yi Tablo 6.1 den A, v_t ve m nin uygun değerlerini alarak çizeriz. Havanın yoğunluğunu, 1,29 kg/m^3 D yi

$$D = \frac{2mg}{v_t^2 \rho A} = \frac{2(0{,}145\text{ kg})(9{,}80\text{m/s}^2)}{(43\text{m/s})^2(1{,}29\text{ kg/m}^3)(4{,}2\times10^{-3}\text{m}^2)}$$

$$= 0{,}284$$

olarak buluruz. Bu sayı boyutsuzdur. Hesapta iki basamak daha vardı atıldı anlamlı sayılar alındı.

Şimdi direnç kuvvetini bulmak üzere Denklem 6.6 da D nin değeri kullanılarak direnç kuvvetinin büyüklüğü bulunur:

$$R = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2$$

$$= \tfrac{1}{2}(0{,}284)(1{,}29\text{kg/m}^3)(4{,}2\times10^{-3}\text{m}^2)(40{,}2\text{m/s})^2$$

$$= 1{,}2\text{ N}$$

Seçmeli Kesim



PARÇACIK DİNAMİĞİNDE SAYISAL MODELLEME[2]

Bundan önceki ve bu bölümde gördüğümüz gibi, bir parçacığın dinamiğinin incelenmesi, ivme, hız ve konumun zamanın fonksiyonu olarak tanımlanması üzerinde odaklanır. Bu nicelikler arasında sebep-sonuç ilişkisi vardır. Hız konumun değişmesine ivme de hızın değişmesine sebep olur. İvme uygulanan kuvvetin doğrudan bir sonucu olduğundan, parçacık dinamiğinin herhangi bir analizi genellikle parçacık üzerine etki eden net kuvvetin hesaplanmasıyla başlar.

Şu ana kadar hareketli parçacıkların ivme, hız ve konumunu incelemek için kullandığımız yönteme *analitik metod* denir. Dinamik problemlere ikinci tür bir yaklaşıma geçmeden önce öğrendiklerimizi gözden geçirelim (Bu kesimde tartışmalarımızı tek-boyuta sınırladığımızdan, vektörel nicelikler için koyu yazılmış karakterler kullanılmayacaktır).

m kütleli parçacık $\sum F$ net kuvvetinin etkisi altında hareket ederse Newton'un ikinci kanunu parçacığın ivmesinin $a = \sum F / m$ olduğunu söyler. Genelde analitik metod bir dinamik problemine uygularken aşağıdaki süreci izleriz:

1. $\sum F$ net kuvveti bulmak için parçacığa uygulanan kuvvetlerin tümünü toplarız.
2. Bu net kuvveti kullanarak $a = \sum F/m$ dan ivmeyi belirleriz.
3. Bu ivmeyi kullanarak $dv/dt = a$ bağıntısından hızı buluruz.
4. Hızı kullanarak $dx/dt = v$ bağıntısından konumu belirleriz.

Aşağıdaki örnek tam bu metoda aittir.

ÖRNEK 6.15 **Vakumda Düşen Bir Cisim-Analitik Metod**

Şekil 6.18 de görüldüğü gibi, boşlukta çekim kuvvetinin etkisiyle düşen bir cismi inceleyelim. Parçacığın ivmesini, hızını ve konumunu bulmak için analitik metodu kullanınız.

Çözüm Parçacığa etki eden yegane kuvvet aşağı yönlü F_g büyüklüğündeki çekim kuvvetidir ve aynı zamanda bu net kuvvettir. Newton'un ikinci yasasını uygulayarak parça-

[2] Yazarlar, bu kesimi hazırlayan Hava Kuvvetleri Akademisi Başkanı Colonel James'e derin şükranlarını sunar. Nümerik modelleme ile ilgili bazı yardımlar için *Öğrenci Araçları CD-ROM* una bakınız.

cığa etki eden net kuvveti, parçacığın kütlesiyle ivmesinin çarpımına eşitleriz (Yukarı yönü pozitif y alarak).

$$F_g = ma_y = -mg$$

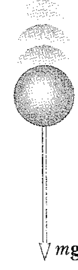
Buna göre $a_y = -g$ olması ivmenin sabit olduğu anlamına gelir. $dv_y/dt = a_y$ olduğundan $dv_y/dt = -g$ yazıp integralini alarak hızı elde ederiz:

$$v_y(t) = v_{yi} - gt$$

$v_y = dy/dt$ olduğundan başka bir integral işlemi ile de konum için aşağıdaki meşhur ifade elde edilir:

$$y(t) = y_i + v_{yi}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Buradaki y_i ve v_{yi}, $t_i = 0$ anında parçacığın ilk konumunu ve ilk hızını temsil ederler.



Şekil 6.18 Boşlukta çekim kuvveti etkisinde düşen bir cisim.

Pek çok fiziksel durum için analitik metod oldukça açıktır. Fakat "gerçek hayatta" analitik çözümü zorlaştıran karmaşık durumlar olabilir, hatta belki de öğrencilerin çoğunun yeteneğinin üzerinde matematik gerekebilir. Örneğin; parçacığa etki eden net kuvvet parçacığın konumuna bağlı olabilir (çekim kuvvetlerinde olduğu gibi veya bir akışkan veya gaz içindeki hareketten kaynaklanan direnç kuvvetlerinde olduğu gibi, kuvvet, hız ile veya hızın karesi ile değişebilir.

İvme, hız, konum ve zamanı birbirine bağlayan ifadeler cebirsel denklemler yerine diferansiyel denklemler şeklinde verilirse de zorluklar olabilir. Diferansiyel denklem çözümleri, matematik bilgisi çok gelişmemiş olan birinci sınıf öğrencileri için yapılmayabilir.

Bu tür durumlarda bilim adamları, hareketi incelemek için *sayısal modelleme* olarak bilinen bir yöntem kullanırlar. En basit sayısal model Euler metodudur (İsveç matematikcisi Leonhard Euler 1707-1783 in adından gelir).

Euler Metodu

Diferansiyel denklemlerin **Euler metodu** ile çözümünde türevler, sonlu küçük farkların oranına yaklaştırılır. Küçük bir Δt zaman artışını ele alırsak; parçacığın hızı ile ivmesi arasında aşağıdaki yaklaşık ifade yazılabilir:

$$a(t) \approx \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t+\Delta t) - v(t)}{\Delta t}$$

O zaman Δt zaman aralığı sonunda parçacığın $v(t + \Delta t)$ hızı, yaklaşık olarak başlangıçtaki hızı ile, Δt zamanın $a(x)$ ile çarpımını toplayarak elde edilir:

$$v(t+\Delta t) \approx v(t) + a(t)\Delta t \qquad \textbf{(6.10)}$$

İvme zamanın fonksiyonu olduğundan, bu $v(t + \Delta t)$ tahmini, ivmedeki değişmenin çok çok küçük kaldığı yeterince küçük Δt zaman aralığı için doğrudur. Şüphesiz ivme sabit ise, Eş. (6.10) tam olarak doğru bir denklemdir.

Parçacığın Δt zaman aralığı sonundaki $x(t + \Delta t)$ konumu da aynı şekilde bulunabilir:

$$v(t) \approx \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

$$x(t + \Delta t) \approx x(t) + v(t)\Delta t \quad \textbf{(6.11)}$$

Bildiğiniz kinematik denklemle uyumlu hale gelmesi için $\frac{1}{2}\, a(\Delta t)^2$ terimini de (6.11) Denklemine eklemeyi düşünebilirsiniz, fakat Euler metodunda Δt çok küçük seçildiğinden $(\Delta t)^2$ hemen hemen sıfıra gidecektir.

Herhangi bir t anında ivme biliniyorsa, parçacığın $(t + \Delta t)$ anındaki hızı ve konumu (6.10) ve (6.11) Eşitliklerinden bulunabilir. Daha sonraki bir zamanda hız ve konumu bulmak için, hesaplamaya sonlu adımlarla devam edilir. İvme, parçacığa etki eden net kuvvetten bulunur ve kuvvet, zaman hız veya konumun fonksiyonu olabilir: o zaman ivme aşağıdaki gibi olur.

Bu tekniğin kullanılışı için, Örnek 6.14 teki beyzbol topunun ilk hızının bulunmasına dair örnek, *Öğrenci araçları CD-ROM* undaki Sürtünmeli Beyzbol dosyasına bakınız.

$$a(x, v, t) = \frac{\sum F(x, v, t)}{m} \quad \textbf{(6.12)}$$

Bu tür problemde adımlara numaralar vererek Tablo 6.3 teki gibi listelemek sayısal çözümün bulunmasında kolaylık sağlar.

Tablodaki denklemler bir çalışma tablosuna yerleştirilebilir ve ivme, hız ve konumun zamana bağlı fonksiyonlarını bulmak için hesaplamalar satır satır yapılır. Hesaplamalar BASIC, C++ veya FORTRAN dillerinde yazılmış programlar yardımıyla veya PC bilgisayarlar için yazılmış özel matematik programları ile de yapılabilir. Çok sayıdaki küçük artışlar alınarak bilgisayar yardımı ile sonuçlara ulaşılabilir. Hızın zamana göre veya konumun zamana göre değişim grafikleri, hareketi canlandırmamıza yardımcı olur.

Euler metodunun avantajı, dinamiği anlaşılması zor olmaktan çıkarmasıdır yani kuvvetle ivme, ivme ile hız, hız ile konum arasındaki temel bağıntılar oldukça açıktır. Gerçekte bu bağıntılar hesapların kalbini oluşturur. İleri matematik kullanımına ihtiyaç duymadan, temel fizik bilgileri ile dinamik öğrenilebilir.

Euler metodu, yeterince küçük zaman aralıklarının seçilmesi durumunda tamamen güvenilir bir metoddur. Eş. 6.10'daki sonlu farklar yaklaşımının geçerli olabimesi için zaman artış aralığı, ivme yaklaşık olarak sabit kalacak ölçüde küçük olmalıdır. İncelenecek özel bir problemi açıklayarak, zaman aralığı için uygun büyüklüğü belirleyebiliriz. Zaman aralığının büyüklüğü için kriterlerin hareket süresince değiştirilmesi gerekebilir. Fakat pratikte, zaman artışı-

41. Problemin iteratif integrasyonla yapılan ayrıntılı çözümü, *Çözümlü Öğrenci Kitabında vardır.* Aşağıdaki Web sayfasına bakınız. **http:/www.saunderscollege. com/physics.**

TABLO 6.3 Dinamik Problemlerinin Çözümü İçin Euler Metodu

Basamak	Zaman	Konum	Hız	İvme
0	t_0	x_0	v_0	$a_0 = F(x_0, v_0, t_0)/m$
1	$t_1 = t_0 + \Delta t$	$x_1 = x_0 + v_0\Delta t$	$v_1 = v_0 + a_0\Delta t$	$a_1 = F(x_1, v_1, t_1)/m$
2	$t_2 = t_1 + \Delta t$	$x_2 = x_1 + v_1\Delta t$	$v_2 = v_1 + a_1\Delta t$	$a_2 = F(x_2, v_2, t_2)/m$
3	$t_3 = t_2 + \Delta t$	$x_3 = x_2 + v_2\Delta t$	$v_3 = v_2 + a_2\Delta t$	$a_3 = F(x_3, v_3, t_3)/m$
	⋮	⋮	⋮	⋮
n	t_n	x_n	v_n	a_n

nı başlangıç şartlarına uygun bir değer seçeriz ve hesap boyunca aynı değeri kullanırız.

Seçilen zaman aralığının büyüklüğü sonuçların doğruluğunu etkiler, fakat malesef Euler Metodu ile yapılan çözümün, doğru analitik bir çözüm mevcut olmadıkça, doğruluğunu belirlemek kolay değildir. Sayısal çözümün doğruluğunu belirlemenin bir yolu, çözümü daha küçük zaman aralıkları için yeniden yapmak ve önceki sonuçla karşılaştırmaktır. Eğer bu iki sonuç belirli anlamlı rakamlara kadar uyuşuyorsa, hesaplama sonucunuzu o hassasiyette doğru kabul edebilirsiniz.

ÖZET

Düzgün dairesel hareket yapan bir parçacığa Newton'un ikinci yasasının uygulanması; yarıçap doğrultusundaki net kuvvetin, merkezcil ivme ile kütlenin çarpımına eşit olduğunu ifade eder:

$$\sum F_r = ma_r = \frac{mv^2}{r} \qquad \textbf{(6.1)}$$

Merkezcil ivmeyi sağlayan kuvvetler, örneğin çekim kuvveti (uyduların hareketi gibi), sürtünme kuvveti, ipteki gerilme kuvveti veya normal kuvvet olabilir.

Düzgün olmayan dairesel hareket yapan bir parçacık, merkezcil (yarıçap doğrultusunda) ve teğetsel ivme bileşenlerinin her ikisine de sahip olur. Düşey düzlemdeki bir dairesel yörüngede dönen bir parçacık durumunda, çekim kuvveti ya tamamen, ya da kısmen teğetsel ivmeyi ve yine ya tamamen veya kısmen merkezcil ivmeyi sağlar. Düzgün olmayan dairesel hareketteki ivme ve hız vektörlerinin büyüklüklerini ve doğrultularını anladığınızdan emin olunuz.

Eylemli (ivmeli) koordinat sisteminde bulunan bir gözlemci, bu referans sisteminde iken, hareketliye Newton'un ikinci yasasını uyguladığı zaman bir **yalancı kuvvetle** karşılaşır. Bu yalancı kuvvetler özel olarak tanımlanmışlar ise, hareketin ivmeli sistemdeki tasviri, bu hareketi eylemsiz koordinat sisteminden inceleyen gözlemcinin tasviri ile aynı olacaktır. Fakat, iki farklı sistemdeki gözlemciler, hareketin nedenleri üzerinde anlaşamayacaklardır. İvmeli ve ivmesiz (eylemsiz) referans sistemleri arasındaki farkı ayırdedebilmelisiniz ve eylemli sistemdeki cisimlere etki eden hayali kuvvetleri tanıyabilmelisiniz.

Bir gaz veya sıvı içinde hareket eden bir cisim, hızına bağlı olan bir **direnç kuvveti** etkisinde kalır. Bu direnç kuvveti, harekete zıt yönde doğar ve artan hızla artar. Direnç kuvveti cismin içinde hareket ettiği ortamın özelliklerine ve hareket eden cismin şekline bağlıdır. Düşen bir cisim için limit durumda doğan direnç kuvveti, ağırlığa eşit olunca ($a = 0$ olunca) cisim **limit hızına** ulaşır. Newton'un ikinci yasasını; direnç kuvvetlerinin etkisi altında kalan hareketli cisimlerin hareketini incelemek için uygulayabilmelisiniz. Kuvvet, havanın direnç kuvvetinde olduğu gibi hıza (veya hızın karesine) bağlı ise hareketi incelemek için **Euler metodunu** uygulamaya ihtiyaç duyabilirsiniz.

SORULAR

1. Dünya kendi ekseni etrafında ve güneşin etrafında döndüğünden eylemli bir referans sistemidir. Dünyayı düzgün bir küre kabul ederek, bir cismin görünür ağırlığının kutupta fazla, ekvatorda az oluşunun nedenini açıklayınız.
2. Dünyanın niçin küresel olmadığını, ekvatorda şişkin olduğunu açıklayınız.

3. Dünya etrafında dönen bir uzay aracındaki astronot, niçin kendisinin ağırlıksız olduğunu hisseder?
4. Hızlı dönen bir otomobil lastiğinden çamurlar niçin sıçrar?
5. Ağır bir cismi bir yayın ucuna bağladığınızı ve yatay düzlemde yayın serbest ucundan tutarak hızla döndürdüğünüzü düşününüz. Yay gerilir mi? Gerilirse neden? Dairesel harekete sebep olan kuvvetleri tartışınız.
6. Uzayda koloniler olarak kullanılmak üzere, yaklaşık 10mi boyunda, 5 mi çapında dönen silindirlerin yerleştirilmesi önerilmiştir. Dönmenin amacı, uzayda yaşayanlar için çekim benzeri etki meydana getirmektir. Etkin bir çekim oluşturacak bu kavramları açıklayınız.
7. Neden bir pilot dik bir dalış yaptığı zaman geçici şuur kaybına uğrar?
8. Bir virajı dönen otomobilin sürücüsünün tegetsel ivmesinin olmayacağı, sadece merkezcil ivmesinin olacağına örnek olan bir durum söyleyiniz.
9. Bir hareketli cismin yörüngesini ivmesinin büyüklüğü sabit kalmak şartı ile (a) İvme daima hıza dik oluyorsa (b) İvme daima hıza paralel oluyorsa açıklayınız.
10. Bir kaya parçasının suya düştüğünde su içindeki hareketini, hızı ve ivmesi cinsinden analiz ediniz. Kaya üzerine, hızın artmasıyla artan bir direnç kuvvetinin etki ettiğini kabul ediniz.
11. Atmosferde düşen biri büyük, diğeri küçük iki yağmur damlasını göz önüne alınız ve limit hızlarını karşılaştırınız. Limit hızlarına erişince ivmeleri ne olur?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

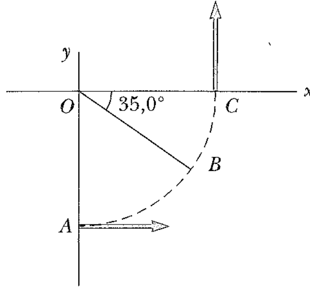
WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 6.1 Newton'un İkinci Yasasının Düzgün Dairesel Harekete Uygulanması

1. Bir oyuncak araba, dairesel yolda bir tam dönüşü (200m) 25s içinde tamamlıyor. (a) Ortalama hızı nedir? (b) Arabanın kütlesi 1,5 kg ise, dairesel yörünge üzerinde arabayı tutan merkezcil kuvvet nedir?
2. 550 kg lık bir buz patencisi 4 m/s lik hızla kayarken bir ucu bir noktaya tutturulan bir ipin serbest ucunu tutuyor ve 0,8 m yarıçaplı çember üzerinde dolanıyor. (a) Patencinin kollarına ipin uyguladığı kuvvet nedir? (b) Bu kuvveti sporcunun ağırlığı ile karşılaştırınız.
3. Hafif bir ipin ucuna bağlanmış 3 kg kütleli bir cisim yatay, sürtünmesiz bir masa üzerinde dairesel hareket yaparak dönmektedir. Dairenin yarıçapı 0,8 m dir. İp ancak 25 kg lık bir kütleye dayanabilmektedir. İp kopmadan önce kütle hangi hıza sahip olur?
4. Hidrojen atomunun Bohr modelinde, çekirdek etrafındaki elektronun hızı yaklaşık olarak $v = 2{,}2 \times 10^6$ m/s dir. (a) Elektronun döndüğü yörünge dairesel ve yarıçapı $0{,}53 \times 10^{-10}$ m dir. Elektron üzerine etki eden merkezcil kuvveti (b) Elektronun merkezcil ivmesini (c) Elektronun saniyede kaç devir yaptığını bulunuz.
5. Bir hızlandırıcı (siklotron) içinde, bir döteron (2 akb) 0,48 m yarıçaplı yörüngede dönerken son hızı ışık hızının %10 una ulaşıyor. Döteron, bir manyetik kuvvetle dairesel yörüngede tutuluyor. Bu hızda döteronu yörüngede tutmak için gerekli kuvvet nedir?
6. 300 kg lık bir uydu, dünya çevresinde dairesel bir yörüngede dünyanın ortalama yarıçapı kadar yüksekte dönüyor (Örnek 6.5 e bakınız). (a) Uydunun yörüngesel hızını bulunuz. (b) Uydunun dönme periyodunu bulunuz. (c) Uydu üzerine etki eden çekim kuvvetini bulunuz.
7. İki Apollo astronotu ay yüzeyinde iken, üçüncü astronot ay yörüngesinde dönüyor. Bu yörüngenin ay yüzeyinden 100 km yukarıda ve dairesel olduğunu kabul ediniz. Ayın kütlesi $7{,}4 \times 10^{22}$ kg ve yörünge yarıçapı $1{,}7 \times 10^6$ m ise; (a) Dönen astronotun ivmesini (b) Astronotun yörünge hızını (c) Astronotun periyodunu (bir dönme yapması için geçen zamanı) bulunuz.
8. Bir kasaba saatinin yelkovanının ucunun hızı $1{,}75 \times 10^{-3}$ m/s dir. (a) Aynı uzunluktaki saniye göstergesinin ucunun hızı nedir? (b) Saniye kolunun ucunun merkezcil ivmesi nedir?
9. Bir metal para, yatay durumdaki döner masanın merkezinden 30 cm uzağa konuluyor. Paranın 50 cm/s lik hıza sahip olduğu zaman kaymaya başladığı gözleniyor. (a) Para, dönen masaya göre durduğu zaman ona etki eden merkezcil kuvveti ne sağlar? (b) Para ile masa arasındaki statik sürtünme katsayısı nedir?
10. Bir arabanın kayma performansı, düzlemsel kuru bir yüzey üzerindeki dairesel yolda dolanabildiği maksimum hızın ölçümünden belirlenir. Merkezcil ivmeye yanal ivme de denir ve serbest düşme ivmesi g nin katları cinsinden hesaplanır. Performansı etkileyen ana etmenler, arabanın suspansiyon sistemi ve lastiklerinin özellikleridir. Bir Dodge Viper GTS, 61 m yarıçaplı deneme yolunda 86,5 km/saat lik hızla dolanabilmektedir. Arabanın maksimum yanal ivmesini hesaplayınız.
11. Bir yumurta sandığı, virajlı bir yolda hareket eden bir kamyonun tabanının ortasına yüklenmiştir. Viraj yaklaşık olarak 35 m yarıçaplı bir daire yayıdır. Yu-

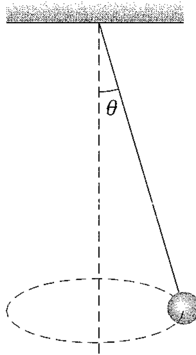
murta sandığı ile arabanın zemini arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,6 ise, virajı dönerken sandığın kaymaması için kamyonun maksimum hızı ne olmalıdır?

12. Bir araba Şekil P6.12 de görüldüğü gibi önce doğuya doğru giderken sabit bir sürat ile bir dairesel yörüngeyi takip ederek kuzeye dönüyor. *ABC* yayının uzunluğu 235m ve araba dönüşünü 36 s tamamlıyor (a) 35° lik açı ile gösterilen *B* noktasında arabanın ivmesi nedir? Cevabınızı **i** ve **j** birim vektörleri cinsinden ifade ediniz. (b) 36 s sonunda arabanın ortalama hızı nedir? (c) 36 s sonunda arabanın ortalama ivmesi nedir?



Şekil P6.12

13. Bir konik sarkaç, Şekil P6.13 deki gibi, uzun bir ip ucuna bağlanan topun yatay düzlemdeki bir dairesel yörüngede dönmesi ile oluşur. Düşey doğrultu ile ip arasındaki açı değişmez. 80 kg kütleli 10 m uzunluklu bir konik sarkaç, düşeyle 5° lik açı yapıyorsa; (a) İpteki gerilmeyi ve gerilmenin yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz. (b) Topun yarıçap doğrultusundaki ivmesi nedir?



Şekil P6.13

Kesim 6.2 Düzgün Olmayan Dairesel Hareket

14. Bir araba, düz yolda 9,0 m/s lik hızla yol üzerindeki bir tümseğe doğru gider. Tümsek 11,0 m yarıçaplı bir daire yayı olarak kabul edilebilir. (a) Arabadaki 600 N ağırlığında bir kadının, araba tümsek üzerinden geçerken sahip olacağı görünür ağırlığı nedir? (b) Kadının tümsek üzerinde kendisini ağırlıksız hissetmesi için arabanın hızı ne olmalıdır? (görünür ağırlık sıfır olmalı)

WEB **15.** 85 kg kütlesindeki Tarzan, asma çubuğuna asılarak bir nehri geçmek istemektedir. Asma çubuğu 10 m uzunluktadır ve Tarzanın en alt noktadaki hızı 8 m/s dir. Tarzan, bu asma çubuğun 1000 N luk bir kuvvete dayanabildiğini bilmemektedir. Tarzan, emniyetli olarak (düşmeden) nehri geçebilecek midir?

16. Bir kuş, 12 m yarıçaplı yatay dairesel bir yay üzerinde 4 m/s lik hızla uçuyor. (a) Kuşun merkezcil ivmesi nedir? (b) Kuş aynı dairesel yörüngede hızını 1,2 m/s^2 lik bir ivme ile artırarak uçtuğunda ivmesinin büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

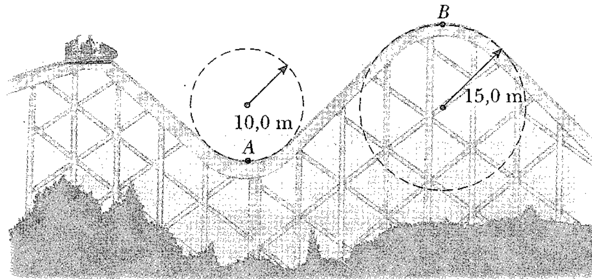
17. 40 kg kütleli bir çocuk, iki zincirle asılı, 3 m uzunluklu bir salıncakta sallanıyor. Salıncak en alt noktada iken her bir zincirdeki gerilme 350 N ise (a) Çocuğun en alt noktadaki hızını bulunuz. (b) En alt noktada salıncağın çocuğa uyguladığı kuvveti bulunuz. (salıncağın kütlesini ihmal ediniz.)

18. *m* kütleli bir çocuk *R* uzunluklu iki zincirle asılmış bir salıncakta sallanıyor. En alt noktadan geçerken ipteki gerilme *T* ise buradaki (a) çocuğun hızı nedir? (b) salıncağın çocuğa uyguladığı kuvvet nedir? (salıncağın kütlesini ihmal ediniz).

WEB **19.** Bir kova su, 1 m yarıçaplı düşey dairesel bir yörüngede döndürülüyor. Yörüngenin üst noktasında suyun dökülmemesi için kovanın minimum hızı ne olmalıdır?

20. 0,40 kg kütleli bir cisim, 0,5 m uzunluğundaki bir ipin ucuna bağlı olarak düşey düzlemde dairesel yörüngede dönüyor. Cisim, yörüngenin en tepesinde olduğu zaman hızı 4 m/s ile ipteki gerilme ne olur?

21. Bir lunaparkta, dönmeler yaparak giden araç Şekil P6.21 da görüldüğü gibi tam dolduğu zaman yolcularıyla birlikte 500 kg kütleye sahip olmaktadır. (a) Araç, *A* noktasında iken 20 m/s lik bir hıza sahip ise, bu noktada yolun araca uyguladığı kuvvet nedir? (b) Aracın *B* noktasında halen yolu üzerinde olabilmesi için maksimum hızı ne olmalıdır?



Şekil P6.12

22. İllinois eyaletindeki bir eğlence parkında, son teknolojik buluşlar ve bazı temel fizik yasalarına göre yapılmış dönerek giden araçlar vardır. Düşey düzlemdeki halka dairesel olma yerine Şekil P6.22 de görüldüğü gibidir. Arabalar yörüngenin tepesinde yolun (rayların) iç kısmında hareket etmektedirler. Arabaların hızları, bu arabaların yörüngede kalmalarına yetecek değerdedir. En büyük halka 40 m yüksekliğindedir. En büyük hız da halkanın altında 31 m/s dir. Üst taraftaki hızın 13,0 m/s olduğu kabul edilince ona karşı gelen merkezcil ivme de 2g olmaktadır. (a) Halkanın üst kısmının eğrilik yarıçapı nedir? (b) Halkanın tepesinde aracın kütlesi M ise, rayların araca uyguladığı kuvvet nedir? (c) Bu halka yerine 20 m yarıçaplı bir halka alınız. Tepede arabalar 13 m/s lik hıza sahip iken tepedeki merkezcil ivme nedir? (d) Bu durumda, tepe noktasında arabalara uygulanan normal kuvveti yorumlayınız.



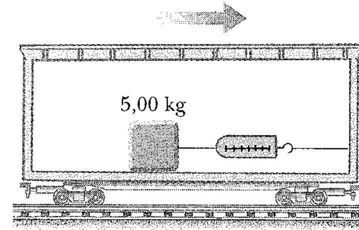
Şekil P6.22 (*Frank Cezus/FPG International*)

(Seçimli)

Kesim 6.3 İvmeli Sistemlerde Hareket

23. Bir atlıkarınca, 12 saniyede bir defa dönmektedir. 45 kg lık bir çocuk, atlıkarıncanın merkezinden 3 m uzaktaki zemine oturuyor (a) Çocuğun merkezcil ivmesini, (b) Çocuğa etki eden yatay sürtünme kuvvetini, (c) Çocuğun kaymadan durabilmesi için gerekli olan minimum sürtünme katsayısını bulunuz.

24. 5 kg lık bir cisim, Şekil P6.24 de görüldüğü gibi bir yaya bağlı olarak dengede durmaktadır. Araba hareket halindeyken, ivme ölçerin yayı üzerindeki ölçekli kesimden 18 N değeri okunuyor. (a) Araba durgun iken ölçekli yay sıfır gösteriyorsa arabanın ivmesini bulunuz. (b) Araba sabit hızla giderse ölçekli yayın gösterdiği değer nedir? (c) Kütlenin üzerine etkiyen kuvveti, arabanın dışında bakan bir gözlemci ve arabanın içinden bakan bir gözlemci nasıl tanımlar açıklayınız.



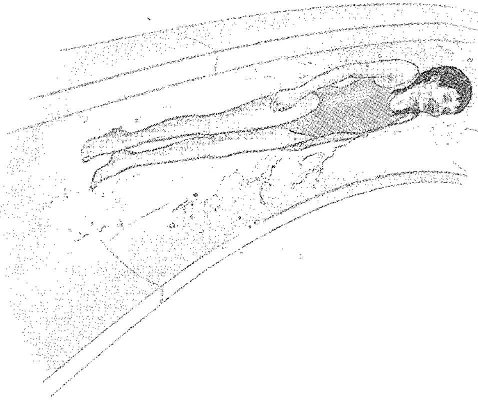
Şekil P6.24

25. 0,5 kg lık bir cisim, bir sicimle bir ivme ölçme arabasının tavanına Şekil P6.13 de görüldüğü gibi asılmıştır. $a = 3\ m/s^2$ ise; (a) ipin düşeyle yaptığı açıyı bulunuz. (b) Sicimdeki gerilmeyi bulunuz.

26. Dünya kendi ekseni etrafında 24 saatte dönmektedir. Eğer ekvatorda bir cismin görünen ağırlığı sıfır olmak zorunda ise, (a) Dünyanın yeni periyodu ne olmalıdır? (b) Gezegen bu yüksek hızda dönerken cismin hızı kaç kat artmış olur? (*İp ucu*: Problem 53 e bakınız. Cismin üzerine etkiyen normal kuvvet sıfır olduğunda, bu hızla dolanan cismin ekvatorda görünen ağırlığı sıfır olur. Ayrıca, bir periyot süresince cismin aldığı yol, R yerin yarıçapı olmak üzere $2\pi R$ dir)

27. Bir adam, asansör içindeki bir terazi üzerinde ayakta durmaktadır. Asansör harekete başlarken terazinin okuduğu değerler maksimum 591 N, duracakken 391 N dur. Asansörün harekete geçerken ve dururken sahip olduğu ivmelerin sabit değerli ve büyüklükçe birbirine eşit olduğunu kabul ederek; (a) Adamın ağırlığını (b) Adamın kütlesini (c) Asansörün ivmesini bulunuz.

28. Tatildeki bir çocuk bir sabah uyanır. Sırt üstü uzanıyor. Başını kaldırarak ayak başparmağının ucundan otelin penceresinden dışarı bakınca boyun kaslarında 55 N luk gerilme oluşuyor. Dışarıda yağmur yağmamaktadır. On dakika sonra bağırarak su kaydırağına biner ve dış duvar üzerinde 2,4 m yarıçaplı yatay dairesel yörüngede 5,7m/s lik sabit hızla dolanır (Şekil P6.28). Bu hareketi yaparken ayak parmağının ucuna tekrar başını kaldırıp bakarsa boyun kaslarındaki gerilme ne olur?



Şekil P6.28

29. Bir şakül, tam olarak dünyanın dönme merkezi doğrultusu boyunca asılı kalmaz. 35° kuzey enleminde şakülün ipi yerin yarıçapı doğrultusundan ne kadar (kaç derece) sapar?

(Seçmeli)

Kesim 6.4 Direnç Kuvvetlerinin Mevcut Olduğu Hareketler

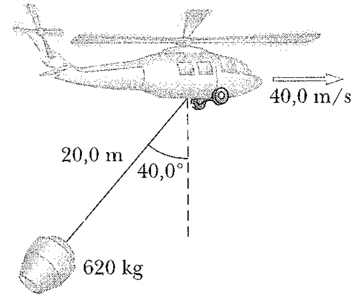
30. 80 kg kütleli bir hava dalgıcı, yavaş hareket eden bir uçaktan atladıktan sonra 50 m/s lik bir limit hıza ulaşıyor. (a) Uzay dalgıcı 30 m/s lik hıza sahip olduğu anda ivmesi nedir? (b) Uzay dalgıcı 50 m/s lik hıza sahip iken üzerine etki eden direnç kuvveti nedir? (c) 30 m/s lik hıza sahip iken etki eden direnç kuvveti nedir?


31. Bir ambalaj malzemesi olan plastik köpük parçası, 20 m yüksekten yere bırakılmıştır. Limit hıza ulaşıncaya kadar plastik köpüğün ivmesi $a = g - bv$ ifadesi ile verilmiştir. Burada g çekim ivmesi, v hız, b bir katsayıdır. Köpük 0,5 m düşünce limit hıza ulaşmaktadır ve bu limit hıza ulaştıktan sonra köpüğün yere çarpması için 5 s geçmiştir. (a) b sabitinin sayısal değeri nedir? (b) $t = 0$ anında ivme nedir? (c) hız v = 0,15 m/s iken ivme nedir?

32. (a) 0,83 g/cm^3 yoğunluklu 8 cm yarıçaplı tahta bir kürenin hava içerisinde düşmesi halinde ulaşacağı limit hızı bulunuz. (b) Hava direnci yok iken cisim serbest düşmeye bırakılırsa, hangi yükseklikte bu hıza ulaşır?

33. 2cm yarıçaplı bir bakır topu bir akışkan içinde 9 cm/s lik sabit hızla yukarı doğru çekmek için gereken kuvveti hesaplayınız. Direnç kuvvetinin hız ile orantılı olduğunu, orantı sabitinin 0,950 kg/s olduğunu ve kaldırma kuvvetinin de ihmal edildiğini varsayınız.

34. Bir yangın helikopteri, Şekil P6.34 te görüldüğü gibi 20 m lik kablonun ucunda 620 kg kütleli bir su tankı taşıyor. Helikopter, 40 m/s lik hızla yangın yerine doğru uçarken kablo düşeyle 40° lik açı yapıyor. Tankın görünür kesiti 3,80 m^2 dir (tankın içerisinden geçtiği hava akımına dik kesiti). Direnç kuvvetinin tankın hızının karesi ile orantılı olduğunu varsayarak; direnç katsayısını bulunuz.



Şekil P6.34

35. 3 g kütleli küresel bir boncuk $t = 0$ anında bir şişe sıvı şampuan içine bırakılıyor. Limit hızı v_t = 2 cm/s olarak gözleniyor. (a) (6.7) Eşitliğindeki b katsayısını bulunuz. (b) $v = 0{,}63v_t$ değerine ulaşması için geçen τ zamanını bulunuz. (c) Boncuk limit hıza ulaştığında, hareketi engelleyen direnç kuvvetinin değerini hesaplayınız.

36. Bir spor arabasının kütlesi 1200 kg dır. Aerodinamik olarak üretilmiş olan arabanın hava direnci katsayısı 0,250 ve toplam görünür öncephe yüzeyi 2,20 m^2 dir. Başka etkileri ihmal ederek 100 km/saat lik hızda iken kendi haline bırakılırsa başlangıç ivmesini bulunuz.

WEB 37. Bir botun hızı 10 m/s olduğunda, motoru, durdurulmuş ve bu şekilde kıyıya ulaşmıştır. Bu süre içinde botun hareketini ifade eden eşitlik $v = v_i e^{-ct}$ ile verilmiştir. Burada v, t anındaki hız, v_i ilk hız, c bir sabittir. t = 20 s de hız 5 m/s dir. (a) c sabitini bulunuz. (b) t = 40. saniyede hız nedir? (c) $v(t)$ ifadesinin diferansiyelini alarak bot motorunun herhangi bir andaki ivmesinin hız ile orantılı olduğunu gösteriniz.

38. Bir buz patencisine etki eden direnç kuvvetinin $f = -kmv^2$ olduğunu farzedin, burada k bir sabit m patencinin kütlesidir. Patenci bitiş çizgisini v_s ile geçer ve patenleri yardımıyla yavaşlar. Patencinin bitiş çizgisini geçtikten sonra herhangi bir t anındaki hızının $v(t) = v_s/(1 + k\,tv_s)$ olacağını gösteriniz.

39. Hız yapan bir arabanın açık penceresinden kolunuzu dışarı çıkarırsanız, elinize etki eden hava direnci kuvvetini hissedebilirsiniz (dikkat yaralanmayın). Bu kuvvetin büyüklüğü ne olabilir? Çözümünüzde, tahmin ettiğiniz veya ölçtüğünüz sayısal değerler nelerdir?

(Seçmeli)

Kesim 6.5 Parçacık Dinamiğinde Nümerik Modelleme

40. 3g lık yaprak, 2m yükseklikten yere düşürülüyor. Yaprağa etki eden net kuvvetin $F = mg - bv$ olduğunu ve aşağı yöneldiğini varsayın. Direnç çarpanı b = 0,030kg/s dir. (a) Yaprağın limit hızını hesaplayınız. (b) Yaprak bırakıldıktan sonra, limit hızının 0,99 una ($v = 0{,}99vt$) ulaşıncaya kadar geçen zaman süre-

since, yaprağın hızının ve konumunu zamanın fonksiyonu olarak hesaplamak için Euler sayısal analiz metodunu kullanınız (*İpucu:* Δt = 0,005s olarak al).

WEB 4,80 × 10^{-4}kg kütleli bir dolu tamesi hava içinde aşağıda verilen kuvvetin etkisi altında düşmektedir:

$$F = -mg + Cv^2$$

Burada C = 2,50 × 10^{-5}kg/m dir. (a) Dolu tanesinin limit hızını hesaplayınız. (b) 0,2 s lik zaman aralıkları alarak her an dolu tanesinin hızını ve konumunu bulmak için lik hızı sıfır alarak Euler'in sayısal analiz metodunu kullanınız. Hesaplamalarınıza hız, limit hızın 0,99 una ulayıncaya kadar devam ediniz.

0,142 kg lık bir beyzbol topu 42,5 m/s lik bir limit hıza sahiptir. (a) Beyzbol topu $R = Cv^2$ ile verilen bir direnç kuvvetine maruz kalmış ise C sabitinin değeri nedir? (b) Topun hızı 36 m/s olduğu anda direnç kuvvetinin büyüklüğü nedir? (c) Top, 36 m/s lik hızla aşağıdan yukarı doğru düşey olarak fırlatılırsa hareketini bilgisiyarla belirleyiniz. Çıktığı maksimum yükseklik nedir? Havada ne kadar zaman kalır? Zemine çarpınca hızı ne olur?

50 kg kütleli bir paraşütçü, uçaktan atlar ve $R = Cv^2$ şeklinde hızın karesi ile orantılı bir direnç kuvvetine maruz kalır. Paraşüt kapalıyken C = 0,200 kg/m ve paraşüt açıkken C = 20 kg/m olarak alınız. (a) Paraşüt açılmadan önce ve paraşüt açıldıktan sonra paraşütçünün sahip olacağı limit hızları bulunuz. (b) Sayısal analiz yöntemiyle 1000 m yüksekten atlayıp 10 s sonra paraşütünü açan kişinin zemine ulaşıncaya kadar hız ve konumunu inceleyiniz (*İpucu:*Paraşüt açılınca çok büyük bir ivme meydana gelir. Bu zaman süresince çok küçük zaman aralığı adımları kullanılmalıdır).

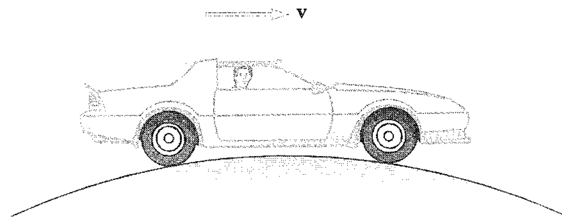
44. Kütlesi 10 kg olan 100m/s lik hızla 35° lik açı altında fırlatılan bir mermi veriliyor. b = 10 kg/s olmak üzere $\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$ dir. (a) Merminin yatay ve düşey konumlarını zamanın fonksiyonu olarak belirlemek için sayısal metodu kullanınız. (b) Bu nerminin menzili nedir? (c) Merminin maksimum menzile ulaşması için atışın eğim açısını hesaplayın (*İpucu:* Maksimum menzili bulmak için deneme yanılma yoluyla atış açısını ayarlayınız).

45. Bir golf oyuncusu, 46 g lık golf topuna 5 lik ile vurur ve top 155m uzakta yere çarpar. Top, $R = Cv^2$ şeklinde bir direnç kuvvetine maruz kalır ve limit hızı da 44 m/s dır. (a) Golf topunun direnç katsayısı C yi hesaplayınız. (b) Topun izlediği yörüngeyi incelemek için bir sayısal metod kullanınız.Topun ilk hızı yatayla 31° açı yapıyorsa 155 m lik menzile varabilmesi için ilk sürati ne olmalıdır? (c) Golfçü topa 9 luk sopa ile 47° lik açı yapan ilk hızla vurup 119 m uzağa düşmesini sağlıyorsa topun ilk sürati nedir? Her iki atışın yörüngeleri arasındaki farkı tartışınız.

EK PROBLEMLER

1800 kg lık bir araba, Şekil P6.46 da görüldüğü gibi, 42 m yarıçaplı dairesel bir tümsekten geçiyor. (a) Araba 16 m/s lik hızla tümseğin tam tepesinden geçerken zemin tarafından arabaya uygulanan kuvvet nedir? (b) Arabanın tümsekde yol ile teması kesilmeden gidebileceği maksimum hız nedir?

m kütleli bir araba Şekil P6.46 da görüldüğü gibi R yarıçaplı bir çember yayını andıran tümsek bir yoldan geçiyor. (a) Araba v hızı ile giderken tam tümseğin tepesinde yolun arabaya uyguladığı kuvvet nedir? (b) Araba tam tümseğin tepesinden geçerken yol ile temasının kesildiği maksimum hızı nedir?



Şekil P6.46 Problem 46 ve 47

Hidrojen atomunda elektron, proton etrafındaki yörüngesinde yaklaşık 8,2 × 10^{-8} N luk çekici kuvvet etkisinde kalır. Yörünge yarıçapı 5,3 × 10^{-11} m ise, devir/s cinsinden frekansı nedir? Gerekli veriler için kitabın kapağına bakınız.

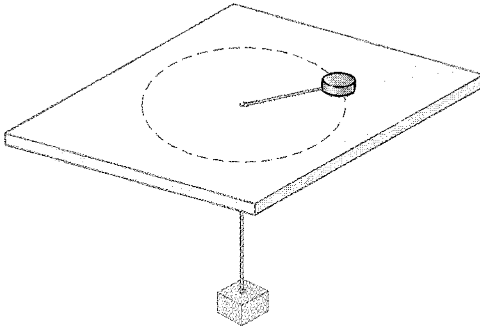
Bir öğrenci, bir otoyolda hareket ederken bir virajı dönüşü sırasındaki hızını belirlemek için bir ivme ölçer yapmak ve bunu kalibre etmek istemektedir. İvme ölçer, bir sarkaç ile arabanın üstünden değerlerin okunabileceği bir iletkiden yapılmıştır. Başka bir gözlemci, araba 23 m/s lik hızla giderken asılı sarkacın düşey doğrultu ile yaptığı açının 15° olduğunu gözler. (a) Virajı dönen bu arabanın merkezcil ivmesi nedir? (b) Virajın yarıçapı nedir? (c) Aynı virajı dönerken sarkacın sapma açısı 9° ise arabanın hızı nedir?

Şekil 6.13 teki vagonun, sabit a ivmesi ile gittiği ve yatayla ϕ eğim yapan bir tepeye tırmandığını varsayınız. Bir sarkaç tavana dik doğrultu ile θ açısı yapıyorsa vagonun a ivmesi ne olur?

0,25 kg kütleli bir hava diski, 1,0 m uzunluğunda bir ipin ucuna bağlanarak sürtünmesiz yatay bir masada döndürülmektedir. İpin diğer ucu masanın ortasındaki bir delikten geçirilip ucuna, 1,0 kg lık bir kütle

asılmış ve 0,25 kg lık kütle masa üzerinde dönerken, 1,0 kg lık kütle denge durumunda kalmıştır. (a) ipteki gerilme nedir? (b) Diske etki eden merkezcil kuvvet nedir? (c) Diskin hızı nedir?

52. m_1 kütleli bir hava diski bir ipin ucuna bağlanarak sürtünmesiz yatay bir masa üzerinde R yarıçaplı çembersel yörüngede dolanmaktadır. İpin diğer ucunu masanın ortasındaki delikten geçirildikten sonra Şekil P6.51 de görüldüğü gibi bir m_2 kütlesine bağlanmıştır. Masa üzerindeki m_1 kütlesi dönerken m_2 kütlesi ile denge sağlanmaktadır. (a) İpteki gerilme nedir? (b) Hava diskine uygulanan merkezcil kuvvet nedir? (c) Hava diskinin sürati ne olur?



Şekil P6.51 Problem 51 ve 52

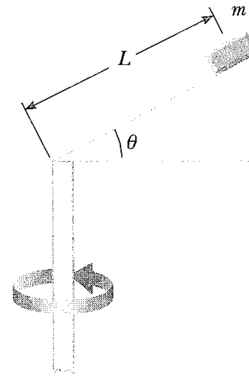
WEB 53. Dünyanın kendi eksine etrafında dönmesinden dolayı, ekvator üzerindeki bir nokta 0,034 m/s^2 lik bir merkezcil ivmeye sahip olur. Oysa kutupta bulunan bir noktanın merkezcil ivmesi yoktur. (a) Ekvatordaki bir cisme uygulanan çekim kuvvetinin, cismin görünür ağırlığından daha fazla olduğunu gösteriniz. (b) 75 kg kütleli bir adamın kutupta ve ekvatordaki görünür ağırlıkları nedir? (Dünyayı düzgün küre kabul ediniz. g = 9,800 m/s^2 dir)

54. Bir ip ucuna bağlanan taş, 50 N luk gerilme ile yatay düzlemde 2,5 m yarıçaplı çembersel yörüngede 20,4 m/s lik süratle dolanmaktadır. İp çekilerek boyu kısaltılırsa taşın sürati artar. İpin boyu 1m ve taşın sürati de 51 m/s olunca ip kopuyor. İpin newton cinsinden kopma dayanımı nedir?

55. Şekil P6.55 de görüldüğü gibi θ açılı eğik düzlem şeklindeki oyuncak bloğun eğimli yüzeyi çok düzgündür. Blok şekilde gösterilen eksen etrafında döndürülürse, m kütlesi aynı yükseklikte sabit kalabilmektedir. Blok, döner çubuk ucunda döndürüldüğünde m kütlesi blok üzerinde L kadar yükseldiği zaman hızının

$$v = (gL\sin\theta)^{1/2}$$

ile verildiğini gösteriniz.

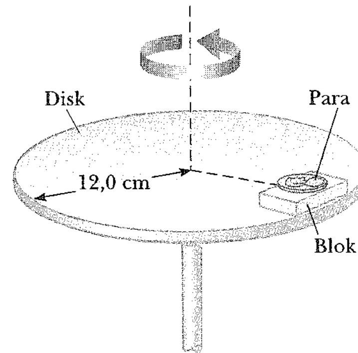


Şekil P6.55

56. Bir uçağın pilotu düşey düzlemde dairesel yörüngede sabit hızlı turlar atmaktadır. Uçağın hızı 300 mil/saat ve dönme yarıçapı 1200 ft dir. (a) Pilotun gerçek ağırlığı 160 lb ise, en alt noktada görünür ağırlığı nedir? (b) En üst noktada görünür ağırlığı nedir? (c) Hız ve yarıçap değiştirilebilir olduğu zaman pilotun kendisini nasıl ağırlıksız hissedebileceğini açıklayınız (*Not*: pilotun görünür ağırlığı koltuğun ona uyguladığı kuvvete eşittir).

57. Bir uydunun sabit hızla dairesel bir yörüngede kararlı bir şekilde dolanması için, merkezcil ivmesi, yörüngenin r yarıçapının karesi ile ters orantılı olmaladır (a) Uydunun teğetsel hızının, $r^{-1/2}$ ile orantılı olduğunu gösteriniz. (b) Bir deviri tamamlamak için gerekli olan zamanın (periyodun) $r^{3/2}$ ile orantılı olduğunu gösteriniz.

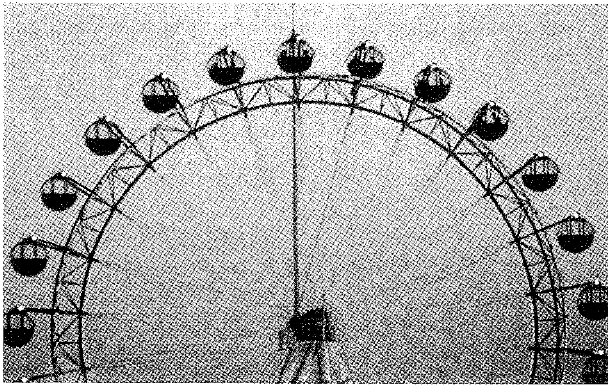
58. 3,1 g lık bir madeni para, Şekil P6.58 de görülen döner disk üzerine yerleştirilen 20 gramlık küçük bir



Şekil P6.58

blok üzerine konulmuştur. Blok ile döner disk arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,75, kinetik sürtünme katsayısı da 0,64 ise ve aynı zamanda madeni para ile 20 g lık blok arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,52, kinetik sürtünme katsayısı 0,45 ise, blok veya madeni paranın kaymadan diskle birlikte dönebilmeleri için, diskin dakikada yapabileceği dönme sayısı nedir?

Şekil P6.59 teki dönme dolabın çapı 18 m olup dakikada 4 devir yapmaktadır. (a) Dönme dolap içindeki birisinin merkezcil ivmesi nedir? 40 kg'lık birine koltuğun uygulayacağı kuvvet nedir? (b) En alt noktada iken ve (c) En üst noktada iken ne kadardır? (d) Üst ve alt noktaların yarısında iken, koltuğun uygulayacağı kuvvetin büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.

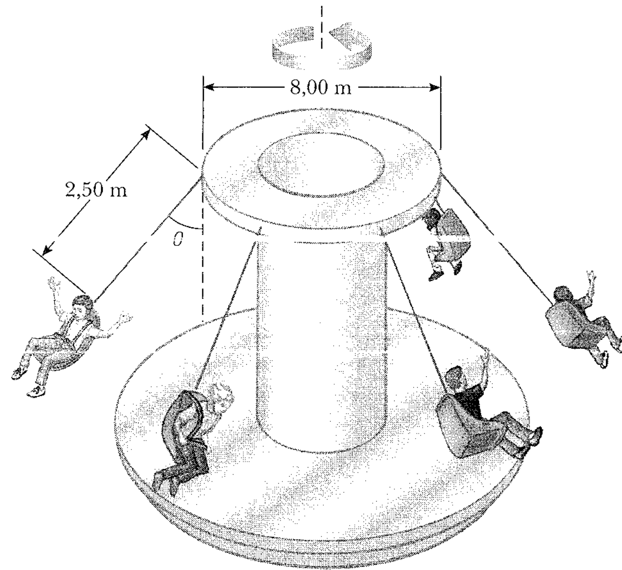


Şekil P6.59 (*Colar Box/FPG*)

Bir uzay istasyonu, 120 m çaplı büyük bir tekerlek şeklindedir ve dış kenarına oturan şahışlar üzerinde 3 m/s^2 lik "suni çekim" oluşturmak üzere dönmektedir. Bu 3 m/s^2 lik suni çekim etkisini oluşturmak için tekerleğin dönüş frekansı (dakikada devir cinsinden) nedir?

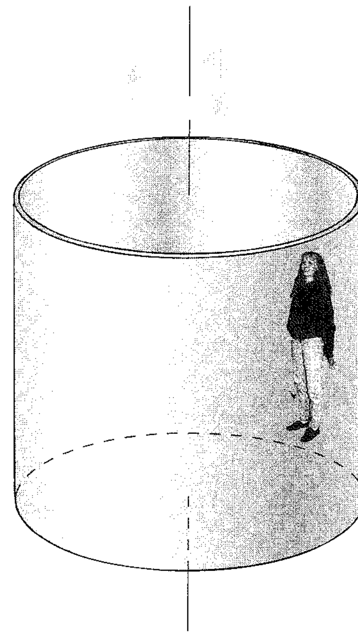
Bir eğlence parkında Şekil P6.61 de görülen 8 m çaplı döner dairesel platformun kenarına 2,5 m uzunluğunda ağırlığı ihmal edilen zincirlerin ucuna 10 kg lık koltuklar bağlanmıştır. Sistem döndüğü zaman zincirler düşey doğrultu ile θ = 28° lik açı yapmaktadır. (a) Koltukların hızı nedir? (b) 40 kg lık bir çocuk, 10 kg lık bir koltuk içinde oturuyorsa zincirlerdeki gerilme nedir?

Bir macun parçası yatay ekseni etrafında dönen bir tekerleğin kenarında A noktasına yerleştirilmiştir. Macun, A dan geçen çap yatay olduğunda yerinden çıkar, düşey olarak yükselir ve tekerlek bir devir yapınca tekrar A noktasına geri gelir. (a) Tekerleğin kenarındaki bir noktanın hızını çekim ivmesi ve R yarıçapı cinsinden bulunuz. (b) Macunun kütlesi m ise onu tekerlek üzerinde tutan kuvvetin büyüklüğü nedir?



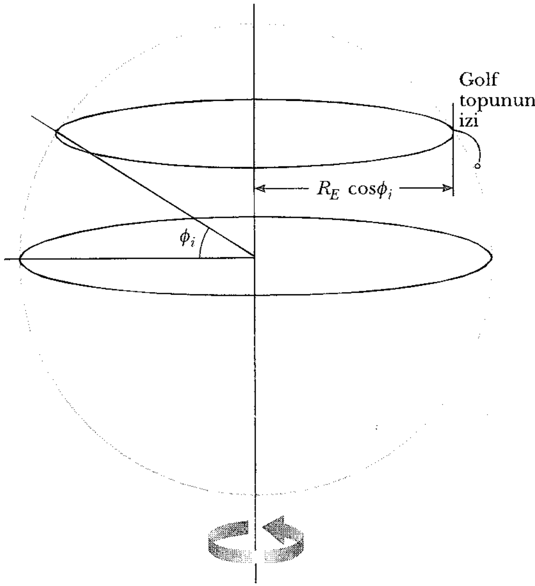
Şekil P6.61

63. Bir eğlence parkında, ekseni etrafında dönen düşey geniş bir silindir vardır. Silindir, içindeki bir kişinin duvarından düşmeden durabilmesine yetecek hızda dönüyor. Şekil P6.63 te böyle bir silindir görülüyor. Silindir ile şahıs arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ve silindirin yarıçapı R dir. (a) Şekilde görülen şahsın düşmeden dönebilmesi için maksimum dönme periyodunun $T = (4\theta^2 R\,\mu_s/g)^{1/2}$ olduğunu gösteriniz. (b) R = 4 m ve μ_s = 0,4 olması halinde T dönme periyodu için sayısal değer elde ediniz. Silindir dakikada kaç devir yapar?



Şekil P6.63

64. *Corialis etkiye bir örnek.*. Bir golf topu için hava direncinin ihmal edildiğini farzedin. Golfçünün durduğu nokta kuzey yarım kürede tam $\phi_i = 35°$ dedir. Golfçü güney yönünde 285 m menzile sahip bir vuruş yapmıştır. Topun ilk hızı yatayla 48° açı yapmıştır. (a) Top ne kadar süre havada kalmıştır? Golfçünün bulunduğu yerin güneyinde bir flama ve flamanın altında da bir delik bulunmaktadır. Şekil P6.64 te görüldüğü gibi Dünyanın dönüyor olması topa vuruş noktasına $R_E \cos\phi_i$ = (6,37 × 106m) cos35° yarıçaplı düzgün dairesel hareket yaptırıyor ve bu nokta tam dönmesini bir günde tamamlıyor. (b) Atış noktasının yıldızlara göre doğu yönde yaptığı dönüş hareketindeki süratı nedir? Doğal olarak delikte doğuya doğru hareket eder. Fakat atış noktasının 285 m daha güneyde olur. Bu noktanın enlemi ϕ_g dir. Delik, daha büyük yarıçaplı ($R_E \cos\phi_f$) daire üzerinde dönen bir nokta olduğu için, deliğin hızı vuruş noktasının hızından az da olsa büyüktür. (c) Deliğin hızı vuruş noktasının hızından ne kadar büyüktür? Top uçuş süresince (topun yükselmesi ve düşmesi için geçen zaman) 4. bölümde görülen yörüngesel hareketi yaptığı bilinmektedir. Bu yörüngesel hareket güney yönündedir. Fakat (b) şıkkında hesaplandığı gibi hem atış noktası hem de delik doğuya doğru farklı hızlara sahiptirler (delik atış noktasından daha büyük hızdadır) (d) Golf topu, deliğin ne kadar batısına düşer?

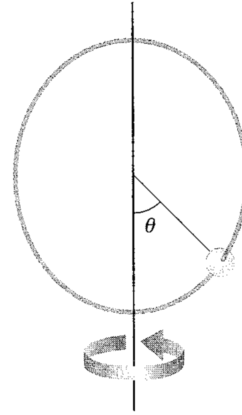


Şekil P6.64

65. Bir yolun virajı yatay bir çember parçası oluşturuyor. Böyle bir yolda bir araba 14 m/s lik sabit hızla gitmektedir ve sürücüye 130 N luk toplam kuvvet uygulanmaktadır. Arabanın hızı 18 m/s ye çıkarılırsa sürücüye uygulanan kuvvetin büyüklüğü ve yönü ne olur?

66. Bir araba Şekil P6.6 da görülen eğimli virajda dönmektedir. Virajın eğrilik yarıçapı R, eğim açısı θ ve sürtünme katsayısı μ_s dür. Arabanın yukarı veya aşağı kaymadan virajı dolanabileceği hız aralığını belirleyiniz. (b) Minimum hızın sıfır olması için μ_s sürtünme katsayısı ne olmalıdır. (c) Eğer R = 100 m, $\theta°$ = 10° ve μ_s = 0,1 ise, mümkün olan hız aralığı nedir? (Kayma şartları nedir?)

67. Bir boncuk Şekil P6.67 de görüldüğü gibi, 15cm yarıçaplı çember biçiminde bükülmüş tel yol üzerinde sürtünmesiz olarak kayabilmektedir. Çember hep düşey konumda tutularak düşey doğrultudaki çapı boyunca geçen bir eksen etrafında kararlı olarak 0,45 s lik peryodla dönmektedir. Boncuğun konumu θ açısı ile tanımlanmaktadır ve bu açı, merkezden çembere olan yarıçap ile düşey arasındaki açıdır. (a) Boncuk en alt noktadan itibaren hangi açıda hareketsiz kalır? (b) Dönme periyodu 0,850 s olursa, aynı problemi yeniden çözünüz.

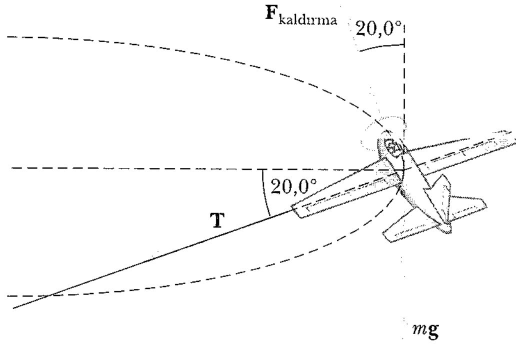


Şekil P6.67

68. $F = arv + br^2v^2$ ifadesi, v hızına sahip hava akımının küresel bir cisim üzerine uyguladığı direnç kuvvetinin büyüklüğünü verir. Burada a ve b sabitlerdir. r, metre; v, m/s; kuvvet de N cinsindendir. a ve b katsayılarının sayısal değerleri $a = 3,1 \times 10^{-4}$ ve $b = 0,87$ dir. Bu formülü kullanarak hava içinde kendi ağırlığının etkisi altında düşen su damlacığının limit hızını, damlacığın yarıçapının aşağıdaki değerlere eşit olduğunu kabul ederek bulunuz. (a) 10 μm, (b) 100 μm (c) 1 mm. (a) ve (c) şıklarının tam cevabı için 2. derece eşitliği çözmeden hava direncine baskın olan terimin katkısını alıp, küçük katkıları ihmal ederek çözüm yapılabileceğine dikkat ediniz.

69. 0,75 kg kütleli bir model uçak, 60 cm lik kontrol kablosunun ucunda yatay düzlemde 35 m/s lik bir hızla uçuyor. Uçak, bağlantı ipi yatayla 20° lik açı yapacak şekilde dönüyorsa ipteki gerilmeyi hesaplayınız. Uçak havalandığında kontrol ipindeki gerilmenin yanında, düşey doğrultuda uçağın ağırlığı ile

düşeyle 20° lik açı yapan F kaldırma kuvveti de Şekil 6.69 da görüldüğü gibi uçağı etkiyor.



Şekil P6.69

9kg kütleli bir cisim, vizkoz bir ortam içinde $\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$ direnç kuvvetinin etkisinde durgun halden serbest düşmeye bırakılmıştır, buradaki v cismin hızıdır cismin hızı 5,54s sonra limit hızının yarısına ulaşıyorsa (a) limit hızını hesaplayınız. (b) Ne kadar zaman sonra limit hızının dörte-üçüne eşit hıza ulaşır? (c) Hareketin ilk 5,54 s lik kısmında cisim ne kadar yol alır?

Bir hava dalgıcı kulübü, dalgıçlara, atlayışlarını planlamada kullanmalrı için aşağıdaki verileri sunmuştur. Tabloda d ler, dalgıcın durgun halden düşmeye başladığı andan itibaren geçen zamana göre düştüğü mesafeleri göstermektedir. (a) (ft) cinsinden verilen uzunlukları (m) ye çeviriniz (b) d(m), t(s) olmak üzere d nin t ye göre grafiğini çiziniz. (c) Eğrinin doğrusal olan kısmının eğimini kullanarak v_t limit hızını bulunuz. Bu eğimi elde etmek için en küçük kareler metodunu kullanınız.

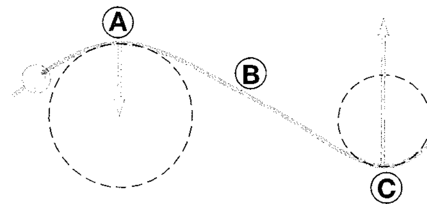
t(s)	d(ft)
1	16
2	62
3	138
4	242
5	366
6	504
7	652
8	808
9	971
10	1138
11	1309
12	1483
13	1657
14	1831
15	2005
16	2179
17	2353
18	2527
19	2701
20	2875

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

6.1 Hayır. Teğetsel ivme vektörel hızın büyüklüğünü değiştirir. Bir virajı dolanan araba için onun hız vektörünün yönü değişmelidir ve hız vektörünün yönünün değişmesi de ancak bir merkezcil ivmenin uygulanması ile mümkün olabilir.

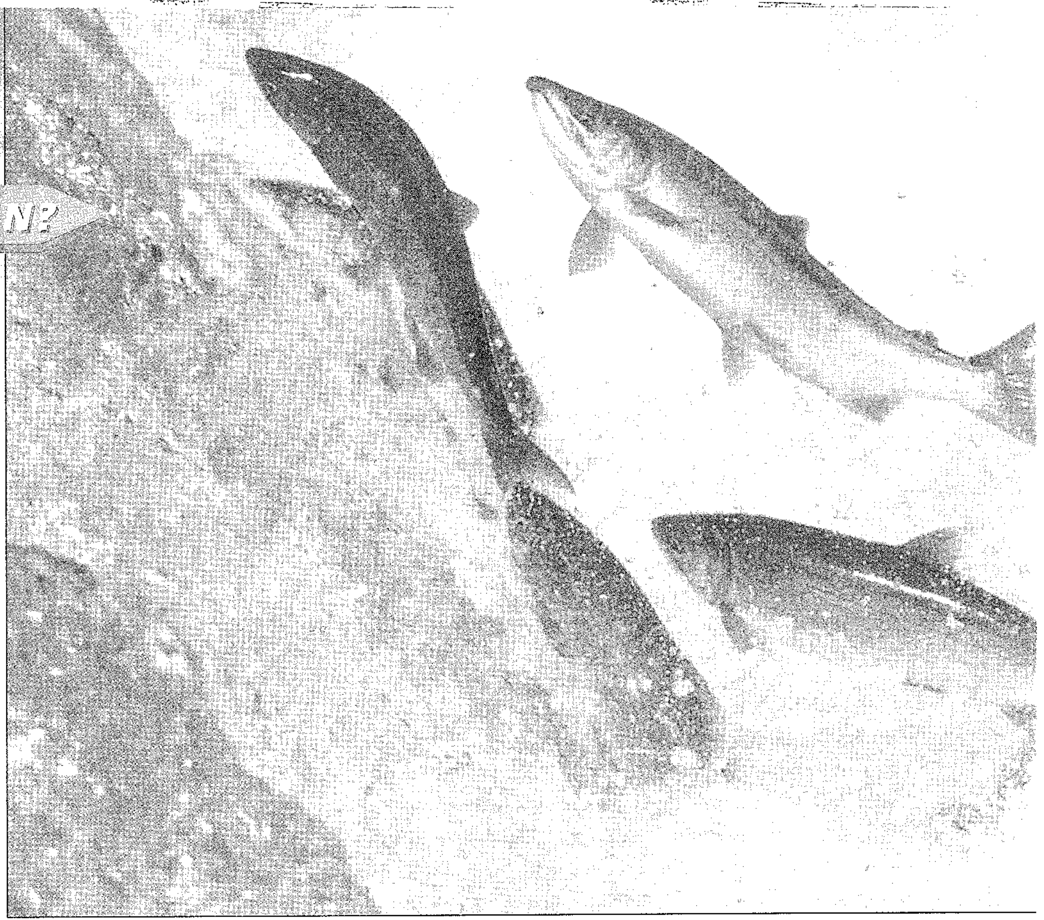
6.2 (a) Top ilk sahip olduğu dairesel yörüngenin çapından daha büyük çaplı yeni bir dairesel yörüngede dolanır, ve dolayısıyla topun hız vektörünün yönünü de değiştiren bir dış kuvvet uygulanmış olmalıdır. Dış kuvvet, ipteki (orjinal) ilk gerilme kadar büyük olmamalıdır. Çünkü öyle olsa idi ip, önceki yörüngesinde dolanırdı. (b) Top, bazı kuvvtlerin etkisi altında bir çember yayı boyunca hareket etmektedir. (a) kısımda olduğu gibi dış kuvvet yeni bir çember yayının merkezine doğru yönelir, önceki çemberin merkezine doğru değil. (c) Topun hızında ani değişme olur. Bu değişme dolandığı çemberin, cismin bulunduğu noktadaki teğetine dik yöndedir. O halde cisim daha büyük bir kuvvete sahip olmalıdır ki bu kuvvetin bileşeni topun hızının teğet bileşenine zıt yönde olsun ve diğer bileşeni de yarıçap doğrultusunda dışa doğru yönelmiş olsun. (d) Top ilk yörüngesine teğet olan doğrusal bir çizgi boyunca hareket eder. Dik bileşeni olamayan bir dış kuvvet varsa, kuvvetin bu doğruya dik bir bileşeni olmayacaktır, çünkü olsa idi yol, eğrisel olacaktı. Gerçekte ip koparsa Newton kanunu topun teğet doğrultusunda sabit hızla hareket edeceğini söyler.

6.3 Ⓐ noktasında yol, büyük eğrinin çemberi boyuncadır. Dolayısıyla tel, boncuğa eğrinin merkezine doğru yönelen bir kuvvet uygular. Sürati sabit olduğundan, Ⓐ noktasında teğetsel kuvvet bileşeni olmaz. Ⓑ noktasında yol eğrisel değildir ve dolayısıyla tel boncuğa kuvvet uygulamaz. Ⓒ noktasında tel yine eğriseldir ve tel, boncuğa kuvvet uygular. Bu durumda kuvvet, daha küçük çemberin merkezine doğru yönelir. Bu çemberin yarıçapı daha küçük olduğundan, boncuğa uygulanan kuvvetin büyüklüğü, Ⓐ dakinden daha fazla olur.



SİZCE NİÇİN?

Alaska McNeil Nehrinde "merdiveni tırmanan" somon balığı. Niçin genellikle barajların etrafında böyle merdivenler yapılır? Merdivenler, balığın barajı geçmesi için yapması gereken iş miktarını azaltır mı? (*Fotograf: Daniel J. Cox/Tony Stone görüntüleri*)



b ö l ü m

7 İş ve Kinetik Enerji

Bölüm İçeriği

Enerji, çağdaş fen ve mühendislikte en önemli fizik kavramlarından biridir. Günlük kullanımda enerjiyi, toplu taşım ve ısınma için yakıtla; aydınlanma ve elektrikli aletler için elektrikle hatta, tükettiğimiz yiyeceklerle eşdeğer olarak düşünürüz. Gerçekte, bunlar enerjiyi tanımlamazlar, sadece bir işlevi yerine getirmek için, "*enerji*" dediğimiz bir şeyle sağlanırlar.

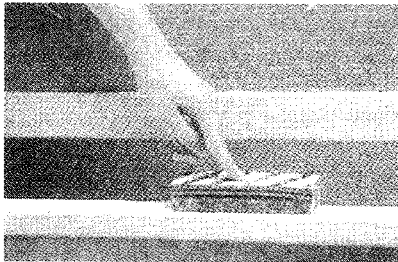
Bu Bölümde önce iş kavramını tanımlayacağız. Bir cismin üzerine etkiyen kuvvetin uygulama noktası belirli bir miktar hareket ederse ve kuvvet hareket doğrultusu boyunca bileşene sahipse, bu kuvvet tarafından iş yapılır. Daha sonra, bir cismin hareketinden dolayı sahip olduğu enerjiyi yani; kinetik enerjiyi tanımlayacağız. Genelde *enerji*, bir cismin iş yapma yeteneği olarak bilinir. İş ve kinetik enerji kavramlarının, Newton yasalarına başvurmaksızın, mekanik bir sistemin dinamiğine uygulanabileceğini göreceğiz. Gerçekte, karmaşık bir durumda "enerji yaklaşımı" çoğu kez Newton'un ikinci yasasını doğrudan uygulamaksızın çok daha basit bir çözümlemeye izin verebilir. Bununla birlikte, iş-enerji kavramlarının Newton'un yasalarına dayandığını ve dolayısıyla daima bu yasalarla uyuşan öngörüde bulunmamıza izin verdiğine dikkat etmek önemlidir.

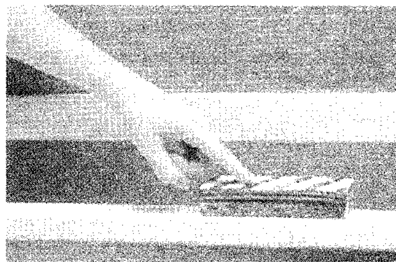
Hareketi tanımlamanın bu yeni yöntemi, özellikle bir parçacık üzerine etkileyen kuvvet, parçacığın konumu ile değiştiğinde oldukça yararlıdır. Bu durumda, ivme sabit değildir ve 2. Bölüm'de geliştirilen kinematik denklemler doğrudan uygulanamazlar. Doğadaki bir parçacık genelde, parçacığın konumuyla değişen bir kuvvetin etkisindedir. Kütle-çekim kuvveti ve yaya bağlı bir cisme etkileyen kuvvet bunlardan bazılarıdır. Kesim 6.5'de tartışıldığı gibi, sayısal yöntemler uygulayarak buna benzer durumları çözümleyebilmemize rağmen, iş ve enerji karamlarının kullanımı genellikle çok daha basittir. Bu bölümün özü olan *iş-kinetik enerji teoremi* yardımıyla, karmaşık sistemleri inceleme tekniklerini tanıtacağız.

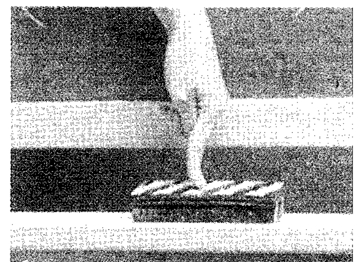
7.1 SABİT BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

Şimdiye kadar fizikte kullandığımız hız, ivme ve kuvvet gibi terimler, hemen
5.1 hemen günlük hayatta kullandığımız anlamdadırlar. Fakat şimdi, günlük hayattaki anlamından tamamıyla farklı bir terimle karşılaşacağız. Bu yeni fizik terimi *iştir.*

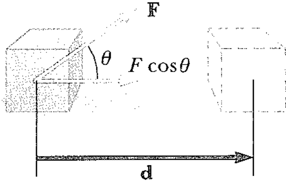
İşin fizikçilerce ne anlama geldiğini anlamak için Şek. 7.1'i inceleyelim. Orada yazı tahtası silgisine bir kuvvet uygulanıyor ve silgi tabla boyunca kayıyor. Kuvvetin silgiyi hareket ettirmede ne ölçüde etkili olduğu ile ilgileniyor-


(a)


(b)


(c)

Şekil 7.1 Bir tabla boyunca itilen silgi *(Charles D. Winters)*



Şekil 7.2 Bir cisim, sabit bir **F** kuvvetinin etkisinde **d** yer değiştirimesi yaparsa, kuvvetin yaptığı iş $(F\cos\theta)d$ olur.

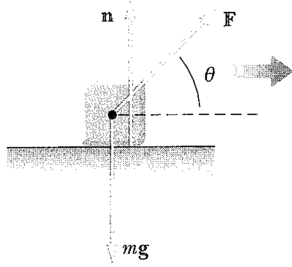
sak, yalnızca kuvvetin büyüklüğünü değil aynı zamanda yönünü de gözönüne almamız gerekir. Uygulanan kuvvetin büyüklüğünün her üç fotoğrafta aynı olduğunu varsayarsak, Şekil 7.1b'de uygulanan itmenin, silgiyi şekil 7.1a'daki itişden daha kolay hareket ettireceği açıktır. Öte yandan Şekil 7.1c, silgi ne şiddette itilirse itilsin, uygulanan kuvvetin silgiyi hiçbir şekilde hareket ettiremeyeceği durumu göstermektedir. (Şüphesiz, birşeyleri kıracak kadarbüyük bir kuvvet uygulamamız durumu hariç). O halde iş yapan kuvvetleri belirlerken, kuvvetlerin vektörel tabiatına bakmak gerekir. Buna göre harekete neden olan gerekli işi belirlemek istediğimizde, silginin tabla boyunca nekadar hareket ettiğini de bilmemiz gerekir. Silginin 3 m hareket etmesi, 2 cm hareket etmesinden daha fazla iş gerektirir.

Bir cismin doğrusal bir yol boyunca **d** yerdeğiştirmesi yaptığı Şekil 7.2'deki durumu inceleyelim. Buradaki **F** kuvveti **d** ile θ açısı yapmaktadır.

Sabit bir kuvvetin yaptığı iş

Cisim üzerine sabit bir kuvvet uygulayan bir etkenin cisim üzerinde yaptığı **iş**, W, kuvvetin yerdeğiştirme yönündeki bileşeni ile yerdeğiştirmenin çarpımıdır:

$$W = Fd\cos\theta \qquad \textbf{(7.1)}$$



Şekil 7.3 Bir cisim sürtünmesiz, yatay bir yüzey üzerinde, yerdeğiştirme yaparsa, **n** dik kuvvetiyle mg kütle-çekim kuvveti cisim üzerinde iş yapmaz. Buradaki, **F** kuvveti cisim üzerine iş yapan tek kuvvettir.

İşin bu tanımı ile, kelimenin günlük hayattaki anlamı arasındaki kesin farkın bir örneği olarak ağır bir koltuğu 3 dakika süreyle kol hizasında tuttuğunuzu düşününüz. Bu sürenin sonunda, yorulan kollarımız sizi sandalye üzerine önemli bir miktarda iş yaptığınız düşüncesine götürecektir. Tanımınıza göre, bu durumda herhangi bir iş yapmadınız[1]. Sandalyeyi desteklemek için bir kuvvet uygularsınız fakat onu hareket ettirmezsiniz. Cisim hareket etmezse, kuvvet cisim üzerine iş yapmaz. Bu durum Şekil 7.1c. de olduğu gibi, $d = 0$ olduğunda Eş. 7.1'e göre $W = 0$ olduğuna dikkat ederek anlaşılabilir.

Ayrıca, 7.1 Eşitliğinde, uygulanan kuvvet cismin yer değiştirmesine dik olduğunda, bu kuvvetin hareket eden cisim üzerinde yaptığı işin sıfır olduğuna dikkat ediniz. Yani $\theta = 90°$ ise $\cos 90° = 0$ olacağı için $W = 0$ dır. Örneğin Şekil 7.3'de, hem dik kuvvetin hem de kütle çekim kuvetinin yaptığı iş sıfırdır. Bunun nedeni, her iki kuvvetin yerdeğiştirmeye dik olması ve **d** nin yönünde bileşeni olmayışıdır.

İşin işareti, **F** nin **d** ye göre yönüne bağlıdır. Uygulanan kuvvetin $F\cos\theta$ bileşeni yerdeğiştirme ile aynı yönlü olduğunda, kuvvetin yaptığı iş pozitiftir. Örneğin, bir cisim kaldırıldığında, uygulanan kuvvetin yaptığı iş pozitiftir. Çünkü kaldıran kuvvet yukarı doğrudur; yani yer değiştirme ile aynı yöndedir. $F\cos\theta$ bileşeni ile ilgili vektör yerdeğiştirmeye zıt yönde olduğunda, W negatif olur. Örneğin, bir cisim kaldırıldığında, kütle-çekim kuvvetinin cisim üzerinde yaptığı iş negatiftir. W' nin tanımındaki $\cos\theta$ çarpanı (Eş 7.1), doğrudan işaret durumunu da dikkate alır. **İşin bir enerji aktarımı** olduğunu belirtmek
5.3 önemlidir; siste*me* (cisme) enerji aktarılırsa W pozitif; sistem*den* enerji aktarılırsa W negatif olur.

[1] Gerçekte, sandalyeyi kol hizasında tutarken iş yaparsınız. Çünkü, kaslarınız sürekli olarak kasılır, gevşer. Bunun anlamı kaslarınızın kollarınıza iç kuvvet uygulamasıdır. Bu durumdaki iş, sandalye üzerinde yapılan iş değil vücudunuzun kendi kendine yaptığı iç iş olur.

Uygulanan **F** kuvveti, yerdeğiştirme yönünde etkirse $\theta = 0$ ve $\cos 0 = 1$ olur. Bu durumda 7.1. Eşitliği

$$W = Fd$$

sonucunu verir. İş skaler bir nicelik olup birimi kuvvet çarpı uzunluktur. Dolayısıyla işin SI'daki birimi **newton·metre** (N.m) dir. Birimlerin bu birleşimi çok sık kullanıldığından tek bir kelime ile yani **joule** (J) olarak ifade edilir.

Sınama Sorusu 7.1

Bir cisme merkezcil ivme veren bir kuvvetin bileşeni, cisim üzerinde herhangi bir iş yapabilir mi? (Dünyaya Güneşin uyguladığı böyle bir kuvvet, dünyayı güneş etrafında dairesel bir yörüngede tutar).

Genellikle bir parçacık, birçok kuvvetin etkisi altında sabit ya da değişen bir hızla hareket ediyor olabilir. Bu durumlarda, iş skaler bir nicelik olduğundan, parçacığın herhangi bir yerdeğiştirmesi sonucu yapılan toplam iş, tüm kuvvetlerin yaptığı iş miktarlarının cebirsel toplamı olur.

ÖRNEK 7.1 Bay Temiz

Döşemeyi temizleyen bir adam, elektrik süpürgesini yatayla 30° lik bir açıda $F = 50$ N büyüklüğünde bir kuvvetle çekiyor (Şek. 7.4a) Süpürge sağa 3 m yerdeğiştirdiğinde, kuvvetin süpürge üzerinde yaptığı işi hesaplayınız.

Çözüm Cisme hangi kuvvetlerin, etkidiğini açıklığa kavuşturmada Şekil 7.4b deki çizimler çözüme gidilmesinde yararlı olur. Çözüm için, işin tanımını (Eş.7.1) kullanıyoruz:

$$W = (F\cos\theta)\ d$$

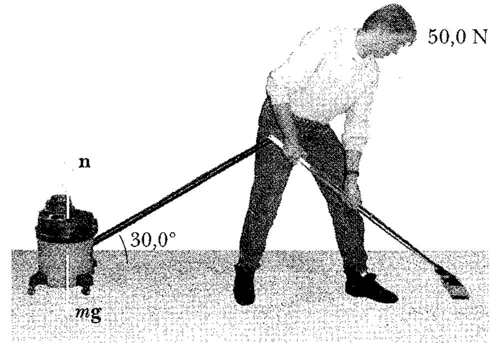
$$= (50\text{N})\ (\cos 30°)(3\text{ m}) = 130\text{ N·m}$$

$$= 130\text{ J}$$

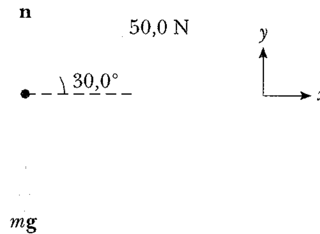
Bu problemden öğrenmemiz gereken şey, **n** dik kuvveti, $\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}$ kütle-çekim kuvveti ve uygulanan kuvvetin yukarı yönlü bileşeni olan (50 N) (sin 30°), süpürge üzerinde iş yapmayacağıdır. Çünkü bu kuvvetler yerdeğiştirmeye diktirler.

Alıştırma Bir kimse süpürgeyi 32 N'luk yatay bir kuvvetle 3 m çektiğinde, bu kimsenin süpürge üzerinde yaptığı işi bulunuz.

Cevap 96 J.

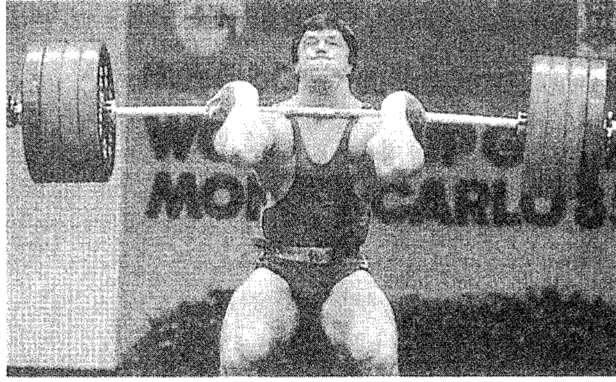


(a)

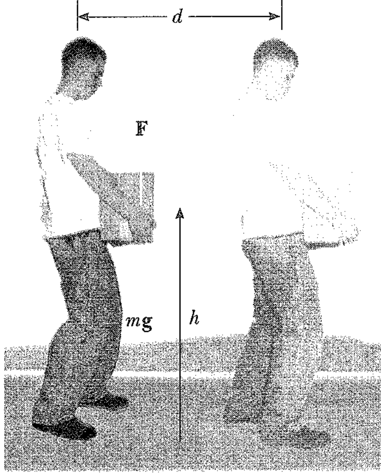


(b)

Şekil 7.4 (a) Yatayla 30° lik bir açıda çekilen elektrik süpürgesi (b) Süpürge üzerine etkiyen kuvvetlerin serbest-cisim çizeneği (diagramı)



Halterci, ağırlıkları omuzunda tutarken iş yapmaz. (Çubuğu omuzlarında durdurabilseydi ve dizlerini o şekilde tutabilseydi, ağırlıkları oldukça uzun süre destekleyebilecekti.) Ağırlıkları bu yüksekliğe kaldırdığında, halterci herhangi bir iş yapmış olur mu? *(Gerard Vandystadt/Photo Researcher, Inc.)*



Şekil 7.5 Bir kimse *m*-kütleli bir kutuyu bir *h* yüksekliğine kaldırıyor ve sonra yatay olarak *d* kadar uzaklığa yürüyor.

Sınama Sorusu 7.2

Bir kimse Şekil 7.5'de görüldüğü gibi *m*-kütleli ağır bir kutuyu *h* kadar bir yüksekliğe kaldırır ve elinde kutu ile yatay olarak bir *d* uzaklığına yürür. Adamın (a) kutu üzerinde yaptığı işi (b) kütle-çekim kuvvetinin kutu üzerinde yaptığı işi bulunuz.

7.2 İKİ VEKTÖRÜN SKALER ÇARPIMI

2.6 Kuvvet ve yerdeğiştirme vektörlerinin Eş.7.1 şeklindeki yazılışı, **skaler çarpım** olarak adlandırılan uygun bir matematik araç kullanmanın yararlı olacağını söyler. Bu araç, **F** ve **d** nin ne kadar birbirine paralel oluşuna bağlı olacak ve nasıl etkileştiğini gösterecektir. Bu skaler çarpımı **F·d** olarak yazarız. (Kullanılan nokta simgesinden dolayı, skaler çarpıma genellikle nokta çarpım da denir.) Bu durumda, 7.1 Eşitliğini bir skaler çarpım olarak ifade edebiliriz:

Nokta çarpım olarak ifade edilen iş

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = Fd\cos\theta \qquad \textbf{(7.2)}$$

Başka bir deyişle **F·d** ("*F* nokta *d*" olarak okunur) $Fd\cos\theta$'nın kısaltılmış bir gösterimidir.

A ve B gibi iki vektörün skalar çarpımı

Genel olarak **A** ve **B** gibi herhangi iki vektörün skaler çarpımı, iki vektörün büyüklükleri ile bunların arasındaki açının kosinüsünün çarpımına eşit olan skaler bir niceliktir:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB\cos\theta \qquad \textbf{(7.3)}$$

Bu bağıntı Şekil 7.6'da gösterilmiştir. **A** ve **B** nin aynı birimlere sahip olması gerekmediğine dikkat ediniz.

Şekil 7.6 da Bcos θ, **B**'nin **A** üzerindeki izdüşümüdür. O halde 7.3. Eşitliği'ne göre **A·B**, **A** nın büyüklüğüyle, **B** nin **A** üzerindeki izdüşümünün çarpımını ifade eder.[2]

7.3. Eşitliğinin sağ tarafından, aynı zamanda skaler çarpımın yerdeğiştirebilir (**komutatif**) olduğunu da görüyoruz.[3] Yani,

Skaler çarpımda, çarpanların sırası değişebilir.

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$$

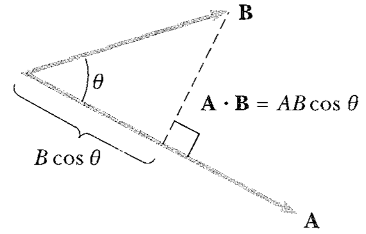
dır.

Son olarak skaler çarpım,

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{B} + \mathbf{A}\cdot\mathbf{C}$$

olacak şekilde **çarpmanın dağılma yasasına** da uyar.

A, **B**'ye dik veya paralel olduğunda, 7.3 Eşitliğinden nokta çarpımı hesaplamak kolaydır. **A**, **B**'ye dikse ($\theta = 90°$), $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = 0$ olur. ($\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = 0$ eşitliği aynı zamanda **A**, ya da **B** nin sıfır olması durumunda da sağlanacağı açıktır.) **A** vektörü, **B** vektörüne paralel ve aynı yönlü iseler $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB$ dir. **A** vektörü **B** vektörüne paralel fakat ters yönlü iseler ($\theta = 180°$), $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = -AB$ dir. $90° < \theta < 180°$ olduğunda skaler çarpım negatiftir.



Şekil 7.6 **A** · **B** slaler çarpımı, **A** nın büyüklüğü ile $B\cos\theta$ nin (yani **B** nin **A** uzunluğundaki izdüşümünün) çarpımına eşittir.

Bölüm 3'de tanımlanan **i**, **j**, **k** birim vektörleri, bir sağ koordinat sisteminin sırasıyla pozitif x,y ve z eksenlerinde yeralır. Dolayısıyla **A·B** nin tanımından bu birim vektörlerin skaler çarpımları

Birim vektörlerin nokta çarpımı

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 1 \qquad \textbf{(7.4)}$$

$$\mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{i}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = 0 \qquad \textbf{(7.5)}$$

dır. 3.18 ve 3.19 Eşitlikleri, **A** ve **B** vektörlerinin, bileşenleri cinsinden

$$\mathbf{A} = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$$

$$\mathbf{B} = B_x\mathbf{i} + B_y\mathbf{j} + B_z\mathbf{k}$$

biçiminde de ifade edilebileceğini söyler. 7.4 ve 7.5 Eşitliklerinde verilen bilgi, **A** ile **B** nin skaler çarpımının

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \qquad \textbf{(7.6)}$$

ya indirgenebileceğini gösterir (Türetmenin ayrıntıları Problem 7.10'da size bırakılmıştır.) **A** = **B** olan özel durumda

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = A_x^2 + A_y^2 + A_z^2 = A^2$$

olacağı anlaşılır.

Sınama Sorusu 7.3

İki vektörün nokta çarpımı pozitifse, vektörlerin pozitif dik bileşenlere sahip olması gerekir mi?

[2] Bu söz **A** · **B** için, **B** nin büyüklüğü ile **A** nın **B** üzerindeki izdüşümünün çarpımına eşittir ifadesinin eşdeğeridir.

[3] Bu açıkça görülebilir, fakat Bölüm 11'de fizikte yararı kanıtlanmış olan ve yerdeğiştirebilir olmayan vektörlerin bir başka çarpımını göreceksiniz.

ÖRNEK 7.2 Skaler Çarpım

A ve **B** vektörleri, **A** = 2**i** + 3**j** ve **B** = – **i** + 2**j** olarak veriliyor. (a) **A·B** skaler çarpımını hesaplayınız.

Çözüm

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})\cdot(-\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$$

$$= -2\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} + 2\mathbf{i}\cdot 2\mathbf{j} - 3\mathbf{j}\cdot\mathbf{i} + 3\mathbf{j}\cdot 2\mathbf{j}$$

$$= -2(1) + 4(0) - 3(0) + 6(1)$$

$$= -2 + 6 = 4$$

Burada **i·i** = **j** · **j** = 1 ve **i·j** = **j·i** = 0 olduğu gerçeğini kullandık. 7.9 Eşitliğini kullandığımızda aynı sonuç elde edilir. Burada $A_x = 2$, $A_y = 3$, $B_x = -1$ ve $B_y = 2$ dir.

(b) **A** ile **B** arasındaki θ açısını bulunuz.

Çözüm **A** ve **B** nin büyüklükleri şöyledir:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \sqrt{5}$$

7.3.Eşitliğini ve (a) şıkkının sonucunu kullanarak

$$\cos\theta = \frac{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}}{AB} = \frac{4}{\sqrt{13}\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

$$\theta = \cos^{-1}\frac{4}{8{,}06} = 60{,}2°$$

buluruz.

ÖRNEK 7.3 Sabit Bir Kuvvet Tarafından Yapılan iş

xy-düzleminde hareket eden bir parçacık, **F** = (5**i** + 2**j**) N luk sabit bir kuvvetin etkisi ile **d** = (2**i** + 3**j**) lik yerdeğiştirme yapıyor (a) Yerdeğiştirme ve kuvvetin büyüklüklerini hesaplayınız.

Çözüm

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = 3{,}6 \text{ m}$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{(5)^2 + (2)^2} = 5{,}4 \text{ N}$$

(b) **F** tarafından yapılan işi hesaplayınız.

Çözüm **F** ve **d** ifadelerini 7.4 ve 7.5 Eşitliklerinde yerine yazarak,

$$W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{d} = (5\mathbf{i} + 2\mathbf{j})\cdot(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$= 5\mathbf{i}\cdot 2\mathbf{i} + 5\mathbf{i}\cdot 3\mathbf{j} + 2\mathbf{j}\cdot 2\mathbf{i} + 2\mathbf{j}\cdot 3\mathbf{j}$$

$$= 10 + 0 + 0 + 6 = 16 \text{ N}\cdot\text{m} = 16 \text{ J}$$

elde ederiz.

Alıştırma **F** ile **d** arasındaki açıyı hesaplayınız

Cevap 35°

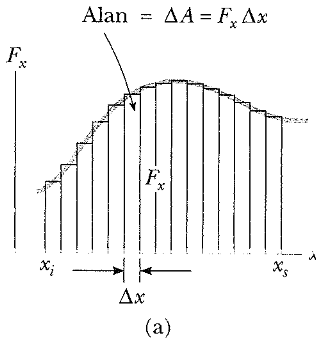
7.3 DEĞİŞKEN BİR KUVVETİN YAPTIĞI İŞ

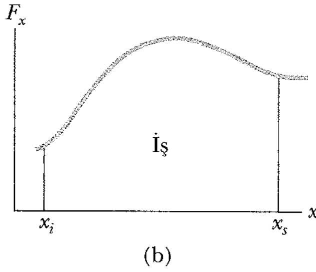
5.2 Değişken bir kuvvetin etkisi altında ve x–ekseni boyunca yerdeğiştiren bir cismi inceleyelim. Bu cisim, x ekseni üzerinde $x = x_i$ den $x = x_s$ ye yerdeğiştirsin. Böyle bir durumda kuvvetin yaptığı işi hesaplamak için $W = (F\cos\theta)d$ yi kullanamayız. Çünkü bu bağıntı, sadece **F** büyüklük ve yönce sabit olduğunda uygulanır. Fakat, cismin Şekil 7.7a da tanımlanan küçük bir Δx yerdeğiştirmesi yaptığını düşünürsek, kuvvetin x bileşeni (F_x) bu aralıkta yaklaşık olarak sabit olur. Bu durumda, bu küçük yerdeğiştirme için kuvvetin yaptığı iş,

$$\Delta W = F_x \Delta x$$

olarak ifade edilebilir. Bu tam olarak Şekil 7.7a daki gölgeli dikdörtgenin alanıdır. F_x in x ile değişen eğrisini Şekil 7.7a daki gibi çok sayıda bu tip aralıklara böldüğümüzü düşünürsek, x_i den x_s ye olan yerdeğiştirme için yapılan toplam iş, yaklaşık olarak çok sayıdaki bu terimlerin toplamına eşit olur:

$$W \approx \sum_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x$$





Şekil 7.7 (a) Küçük Δx yerdeğiştirmesi için F_x kuvvetinin yaptığı iş $F_x \Delta x$ dir. Bu değer boyanmış dikdörtgenin alanına eşittir. x_i den x_s'ye olan bir yerdeğiştirme için yapılan toplam iş, yaklaşık olarak tüm diktörtgenlerin alanlarının toplamına eşittir. (b) Parçacık x_i'den x_s ye giderken F_x değişken kuvvetinin yaptığı iş tam olarak bu eğrinin altındaki alana eşittir.

Yerdeğiştirmeler sıfıra yaklaştırılırsa, toplamdaki terimlerin sayısı sonsuza gider. Fakat toplamın değeri, F_x eğrisi ile x ekseninin sınırladığı gerçek alana eşit sonlu bir değere yaklaşır:

$$\lim_{\Delta x \to 0} \sum_{x_i}^{x_s} F_x \Delta x = \int_{x_i}^{x_s} F_x \, dx$$

Bu belirli integral, sayısal olarak x_i ile x_s arasındaki F_x in x e göre değişim eğrisinin altındaki alana eşittir. Dolayısıyla, cismin x_i den x_s ye yerdeğiştirmesi halinde F_x in yaptığı iş

$$W = \int_{x_i}^{x_s} F_x \, dx \qquad \textbf{(7.7)}$$

Değişken kuvvetin yaptığı iş

olarak ifade edilebilir. $F_x = F\cos\theta$ sabit olduğunda bu eşitlik, 7.1 Eşitliğine indirgenir.

Bir parçacık üzerine birden fazla kuvvet etkirse, yapılan toplam iş, tam olarak bileşke kuvvetin yaptığı iştir. x doğrultusundaki bileşke kuvveti $\sum F_x$ olarak ifade edersek, cismin, x_i den x_s'ye hareket etmesi halinde yapılan net iş

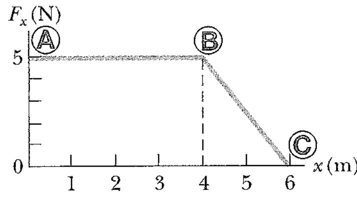
$$\sum W = W_{\text{net}} = \int_{x_i}^{x_s} \left(\sum F_x\right) dx \qquad \textbf{(7.8)}$$

olur.

ÖRNEK 7.4 Toplam İşin Grafikten Hesaplanması

Bir cisim üzerine etkiyen kuvvet, Şekil 7.8 de görüldüğü gibi x ile değişmektedir. Cisim, $x = 0$ dan $x = 6$ m ye hareket ettiğinde kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız.

Çözüm Kuvvetin yaptığı iş, $x_A = 0$ ile $x_C = 6$ m arasındaki eğrinin altında kalan toplam alana eşittir. Bu alan, Ⓐ ile Ⓑ arasındaki dikdörtgenin alanı ve Ⓑ ile Ⓒ arasında-



Şekil 7.8 Bir parçacık üzerine etkiyen kuvvet hareketin ilk 4 m'si için sabittir. Daha sonra $x = 4$ m den $x = 6$ m'ye kadar kuvvet doğrusal olarak azalır. Bu kuvvetin yaptığı net iş bu eğrinin altındaki alandır.

ki üçgen kısmın alanları toplamından oluşur. Dikdötrgenin alanı (4)(5) N · m = 20 J, üçgenin alanı $\frac{1}{2}$ (2) (5) N · m = 5 J dür. Dolayısıyla yapılan toplam iş

25 J dür.

ÖRNEK 7.5 Bir Uydu Üzerinde Güneşin Yaptığı İş

Şekil 7.9 da gösterilen gezegenler arası bir araştırma uydusu güneşe doğru

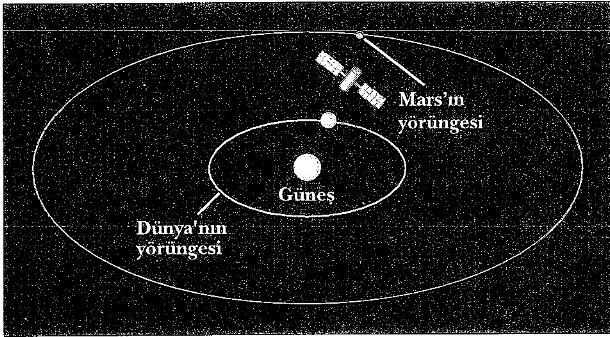
$$F = -1{,}3 \times 10^{22}/x^2$$

büyüklüğünde bir kuvvetle çekilmektedir. Burada x, güneşten uyduya doğru ölçülen uzaklıktır. Uydu-güneş arasındaki uzaklık $1{,}5 \times 10^{11}$ m'den $2{,}3 \times 10^{11}$ m'ye değişirse güneşin uydu üzerinde yaptığı işi hesaplayınız.

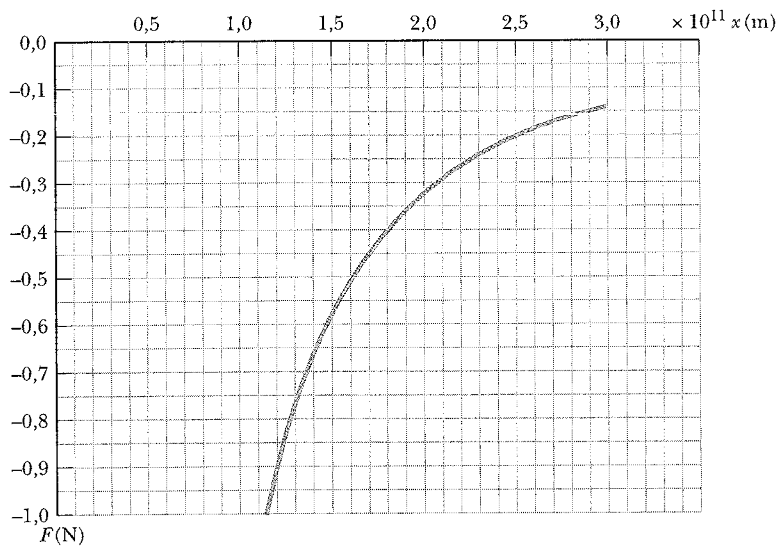
Grafiksel Çözüm Kuvvet formülündeki eksi işareti, uydunun güneşe doğru çekildiğini gösterir. Uydu güneşten uzaklaştığı için, uydu üzerine yapılan iş için negatif bir değer hesaplamayı bekleriz.

Bir hazır bilgisayar programı veya başka sayısal yollarla Şekil 7.9 b'dekine benzer bir grafik oluşturabilirsiniz.

Grafikteki herbir küçük kare (0,05 N) ($0{,}1 \times 10^{11}$ m) = 5×10^8 N·m alanına karşılık gelir. Yapılan iş, Şekil 7.9 b'deki gölgeli alana eşittir. Yaklaşık 60 gölgeli alan olduğu için toplam alan (x – ekseninin altında olduğu için negatiftir) -3×10^{10} N·m. dir. Bu, güneş tarafından uydu üzerinde yapılan iştir.



(a)



(b)

Şekil 7.9 (a) Gezegenler arası bir araştırma uydusu, dünyaya yakın bir konumdan, güneşten ışınsal olarak uzaklaşacak şekilde Marsın yörüngesine yakın bir konuma doğru hareket ediyor. (b) Gezegenler arası uydu için, çekim kuvvetinin uzaklıkla değişimi.

Analitik Çözüm Güneşin uydu üzerinde yaptığı işi daha kesin hesaplamak için 7.7 Eşitliğini kullanabiliriz. Bu integrali çözmek için Ek B, Çizelge B.5 deki ilk formülde $n = -2$ alarak:

$$W = \int_{1,5\times10^{11}}^{-2,3\times10^{11}} \left(-\frac{1,3\times10^{22}}{x^2}\right) dx$$

$$= \left(-1,3\times10^{22}\right) \int_{1,5\times10^{11}}^{2,3\times10^{11}} x^{-2}\,dx$$

$$= (-1,3\times10^{22})(-x^{-1})\Big|_{1,5\times10^{11}}^{2,3\times10^{11}}$$

$$= (-1,3\times10^{22})\left(\frac{-1}{2,3\times10^{11}} - \frac{-1}{1,5\times10^{11}}\right)$$

$$= -3\times10^{10}\,\mathrm{J}$$

bulunur.

Alıştırma Uydunun yörüngesinin, güneşten ışınsal bir çizgi boyunca yönelip yönelmemesinin bir önemi var mıdır?

Cevap Hayır; *W*nın değeri ilk ve son konumlara bağlı olup bu noktalar arasında gidilen yoldan bağımsızdır.

Bir Yayın Yaptığı İş

5.3 Kuvvetin konumla değiştiği genel bir fiziksel sistem Şekil 7.10 da gösterilmiştir. Pürüzsüz, yatay bir yüzey üzerindeki bir cisim, sarmal bir yaya bağlıdır. Yay, denge konumundan gerilir veya sıkıştırılırsa, cisim üzerine

$$F_s = -kx \qquad (7.9)$$

Yay kuvveti

ile verilen bir kuvvet uygular. Burada x, cismin gerilmemiş ($x = 0$) konumuna göre yerdeğiştirmesi, **k** yayın kuvvet sabiti olarak adlandırılan pozitif bir sabittir. Diğer bir deyişle, bir yayı germek veya sıkıştırmak için gerekli kuvvet, gerilme veya sıkıştırmanın x– büyüklüğü ile orantılıdır. Yaylar için **Hooke kanunu** olarak bilinen bu kuvvet yasası, sadece küçük yerdeğiştirmeler için geçerlidir. Sert yaylar daha büyük, yumuşak yaylar daha küçük k değerlerine sahiptir.

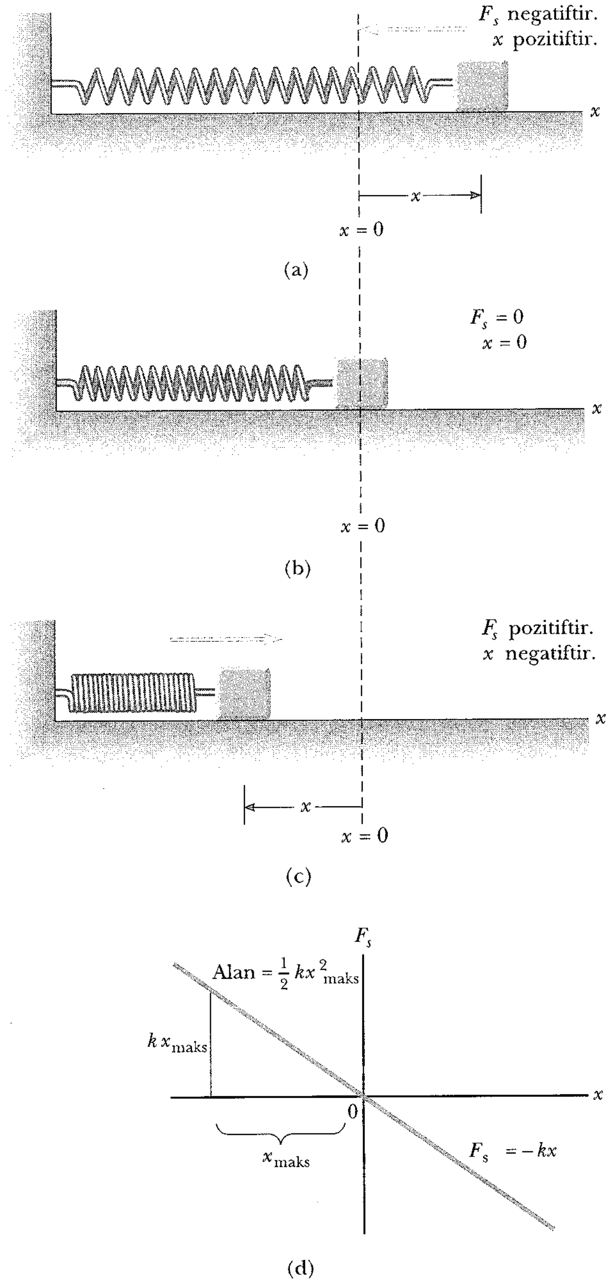
Sınama Sorusu 7.4

Hooke kanunundaki k kuvvet sabitinin birimi nedir?

Eşitlik 7.9 daki eksi işareti, yayın etkidiği kuvvetin daima yerdeğiştirme ile *zıt* yönlü olduğunu ifade eder. Şekil 7.10 a'daki gibi $x > 0$ olduğunda, yay kuvveti sola, negatif x– yönüne yönelmiştir. Şekil 7.10c'deki gibi $x < 0$ olduğunda, yay kuvveti sağa yani pozitif x– doğrultusunda yönelir. Şekil 7.10b deki gibi $x = 0$ olduğunda yay gerilmemiştir ve $F_s = 0$ dır. Yay kuvveti daima denge konumuna doğru etkidiği için, *geri çağırıcı kuvvet* olarak adlandırılır. Kütle, denge konumundan $-x_{maks}$ kadar yerdeğiştirilerek serbest bırakıldığında, $-x_{maks}$ den sıfıra ve oradan $+x_{maks}$ ye hareket edecektir. Yay bu kez de, blok x_{maks} noktasına gelinceye kadar gerdirilir ve sonra bırakılırsa, blok, $+x_{maks}$ dan, sıfırdan geçerek $-x_{maks}$ a hareket eder. Daha sonra yön değiştirerek $+x_{maks}$ a yönelir ve ileri geri titreşimini sürdürür.

Bloğun, denge konumundan sola doğru bir x_{maks} kadar itildiğini ve sonra serbest bırakıldığını varsayınız. Blok $x_i = -x_{maks}$ den $x_s = 0$ a hareket ederken yay kuvvetinin yaptığı işi hesaplayalım. 7.7 Eşitliğini uygulayarak

$$W_s = \int_{x_i}^{x_s} F_s\,dx = \int_{-x_{maks}}^{0} (-kx)\,dx = \tfrac{1}{2}kx_{maks}^2 \qquad (7.10)$$



Şekil 7.10 Yayın bloğa ulguladığı kuvvet, blokun $x = 0$ denge konumundan olan uzaklığıyla değişir. (a) x, pozitif olduğunda (gerilmiş yay), yay kuvveti sola doğrudur. (b) x sıfır olduğunda, yay kuvveti sıfırdır (yay doğal boyunda). (c) x, negatif olduğunda (yay sıkıştırılmış durumda), yay kuvveti sağa doğrudur. (d) Yukarıda tanımlanan sistemler için F_s in x e göre grafiği. Blok $-x_{maks}$ den 0 a giderken yay kuvvetinin yaptığı iş, gölgeli üçgenin $\frac{1}{2}kx^2_{maks}$ alanı kadardır.

elde ederiz. Burada $\int x^n dx = x^{n+1}/(n+1)$ belirsiz integralini $n = 1$ için kullandık. Yay kuvveti yerdeğiştirme ile aynı yönlü olduğu için (her ikisi de sağa doğru) yapılan iş pozitiftir. Bununla birlikte cisim, $x_i = 0$ dan $x_s = x_{maks}$ a giderken

yay kuvvetinin yaptığı işi gözönüne aldığımızda, $W_s = \frac{1}{2} kx_{maks}^{2}$ buluruz. Çünkü hareketin bu kısmında, yerdeğiştirme sağa doğru, yay kuvveti sola doğrudur. Dolayısıyla cisim $x_i = -x_{maks}$ den $x_s = x_{maks}$ a giderken yay kuvvetinin yaptığı net iş *sıfırdır.*

Şekil 7.10d, x'e göre F_s nin grafiğidir. 7.10 Eşitliğinde hesaplanan iş, gölgeli üçgenin alanı olup $-x_{maks}$ dan 0'a yerdeğiştirmeye karşılık gelir. Üçgenin tabanı x_{maks} ve yüksekliği kx_{maks} olduğu için alanı, 7.10 Eşitliği ile verilen, yayın yaptığı $\frac{1}{2} kx_{maks}^2$ işidir.

Kütle $x = x_i$ den $x = x_s$ ye keyfi bir yerdeğiştirme yaparsa, yay kuvvetinin yaptığı iş

$$W_s = \int_{x_i}^{x_s} (-kx)\,dx = \frac{1}{2}k\,x_i^2 - \frac{1}{2}k\,x_s^2 \qquad (7.11)$$

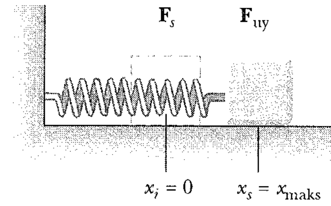
Yayın yaptığı iş

olarak verilir. Örneğin, yay 80 N/m lik kuvvet sabitine sahip olup denge konumundan 3 cm sıkıştırılmışsa, bloğun $x_i = -3$ cm 'den, yayın gerilmemiş olduğu $x_s = 0$ konumuna hareket etmesiyle yayın yaptığı iş, $3{,}6 \times 10^{-2}$J dür. 7.11 Eşitliğinden aynı zamanda, başladığı yerde sonlanan ($x_i = x_s$) herhangi bir hareket için yay kuvveti tarafından yapılan işin sıfır olduğunu görüyoruz. Bu önemli sonucu bu sistemin hareketini, daha ayrıntılı olarak açıkladığımız Bölüm 8'de kullanacağız.

7.10 ve 7.11 Eşitlilikleri, yayın blok üzerinde yaptığı işi anlatır. Şimdi Şekil 7.11 de görüldüğü gibi yayı yavaş yavaş $x_i = 0$ dan $x_s = x_{maks}$ a geren bir *dış etkinin* yaptığı işi inceleyelim. Bu iş, *uygulanan kuvvetle* $\mathbf{F}_{uy}$, $\mathbf{F}_s$ yay kuvvetinin eşit ve zıt yönlü olduğuna dikkat ederek kolayca hesaplanabilir. Bu durumda herhangi bir x yerdeğiştirmesi için $\mathbf{F}_{uy} = -(-kx) = kx$ olacaktır. Dolayısıyla bu dış kuvvetin yaptığı iş,

$$W_{F_{uy}} = \int_0^{x_{maks}} F_{uy}\,dx = \int_0^{x_{maks}} kx\,dx = \frac{1}{2}kx_{maks}^2$$

olur. Bu iş, aynı yerdeğiştirme için yaptıran yay kuvvetinin yaptığı işin negatifine eşittir.



Şekil 7.11 Sürtünmesiz bir yüzeyde bir $\mathbf{F}_{uy}$ kuvvetiyle $x = 0$ dan $x = x_{maks}$ a çekilen bir blok. İşlem çok yavaş yapılırsa, uygulanan kuvvet her bir an için yay kuvvetine eşit fakat zıt yönlü olur.

ÖRNEK 7.6 Bir Yay, *k*'nın Ölçülmesi

Bir yayın kuvvet sabitini ölçmek için kullanılan yaygın bir yöntem Şekil 7.12 de tanımlanmaktadır. Yay, düşey olarak asılır ve m kütleli bir cisim yayın alt ucuna tutturulur. Yay, mg "yükü"nün etkisiyle denge konumundan bir d uzunluğu kadar uzar. Yay kuvveti yukarı doğru olduğu için (yerdeğiştirmeye zıt), sistem durgun olduğunda aşağı doğru bir mg ağırlığıyla dengelenmelidir. Bu durumda Hooke yasasına göre $|\mathbf{F}_s| = kd = mg$,

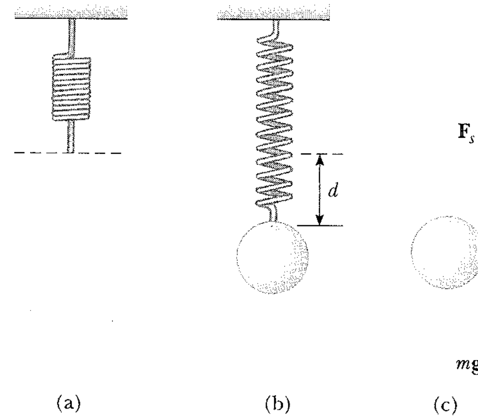
veya

$$k = \frac{mg}{d}$$

olarak bulunur. Örneğin bir yay 0,55 kg lık bir kütleyle 2 cm gerilirse, yayın kuvvet sabiti

$$k = \frac{mg}{d} = \frac{(0{,}55 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)}{2 \times 10^{-2} \text{ m}} = 2{,}7 \times 10^2 \text{ N/m}$$

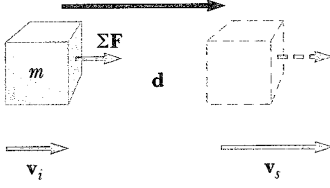
olur.



Şekil 7.12 Bir yayın kuvvet sabitinin tayini. Yay, mg ağırlığı nedeniyle d kadar uzar. Yukarı yöndeki yay kuvveti, ağırlığı dengelediğinden $k = mg/d$ olarak bulunur.

7.4 KİNETİK ENERJİ VE İŞ-KİNETİK ENERJİ TEOREMİ

Karmaşık kuvvetler içeren hereket problemlerini çözmede Newton'un ikinci yasasını kullanmak zor olabilir. Başka bir yaklaşım, bir takım net kuvvetlerin etkisi altında hareket eden parçacığın süratini yerdeğiştirmeye bağlamaktır. Bir parçacık üzerinde net kuvvetin yaptığı iş, verilen bir yerdeğiştirme için hesaplanabilirse, parçacığın süratindeki değişme kolayca hesaplanabilir.



Şekil 7.13 Net bir ΣF kuvvetinin etkisi altında, bir **d**–yerdeğiştirmesi ve hız değişimine uğrayan bir parçacık.

Şekil 7.13, sabit net bir ΣF kuvvetinin etkisi altında sağa doğru hareket eden m kütleli bir parçacığı göstermektedir. Kuvvet sabit olduğu için, Newton'un ikinci yasasına göre parçacığın sabit bir **a** ivmesiyle hareket edeceğini biliyoruz. Parçacık bir d uzaklığı kadar yerdeğiştirmişse, toplam ΣF kuvvetinin yaptığı iş

$$\sum W = \left(\sum F\right)d = (ma)\,d \qquad \textbf{(7.12)}$$

olur. Bölüm 2'de, bir parçacık sabit ivme ile gittiğinde aşağıdaki bağıntıların geçerli olduğunu bulduk:

$$d = \tfrac{1}{2}(v_i + v_s)t \qquad a = \frac{v_s - v_i}{t}$$

Burada v_i, $t = 0$'daki sürat ve v_s, t anındaki sürattir. Bu ifadeler, Eşitlik 7.12 ye yerleştirilirse

$$\sum W = m\left(\frac{v_s - v_i}{t}\right)\tfrac{1}{2}(v_i + v_s)t$$

$$\sum W = \tfrac{1}{2}m\,v_s^2 - \tfrac{1}{2}m\,v_i^2 \qquad \textbf{(7.13)}$$

elde edilir.

$\frac{1}{2}mv^2$ niceliği parçacığın hareketiyle ilgili enerjiyi temsil eder. Bu nicelik, **kinetik enerji** gibi özel bir isim verilecek kadar önemlidir. Bir parçacığa etkileyen net sabit bir ΣF kuvveti tarafından parçacık üzerinde yapılan iş, onun kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

Kinetik enerji, bir cismin hareketiyle ilgili enerjidir

Genel olarak bir v süratiyle hareket eden m kütleli bir parçacığın K kinetik enerjisi:

$$K \equiv \tfrac{1}{2}mv^2 \qquad \textbf{(7.14)}$$

olarak tanımlanır.

TABLO 7.1 Çeşitli Cisimler İçin Kinetik Enerjiler

Cisim	Kütle (kg)	Sürat (m/s)	Kinetik enerji (J)
Güneş etrafında dönen Dünya	$5{,}98 \times 10^{24}$	$2{,}98 \times 10^{4}$	$2{,}65 \times 10^{33}$
Dünya etrafında dönen Ay	$7{,}35 \times 10^{22}$	$1{,}02 \times 10^{3}$	$3{,}82 \times 10^{28}$
Kurtulma hızında hareket eden roket[a]	500	$1{,}12 \times 10^{4}$	$3{,}14 \times 10^{10}$
55 mi/saat hızında otomobil	2000	25	$6{,}3 \times 10^{5}$
Koşan atlet	70	10	$3{,}5 \times 10^{3}$
10 m'den düşen taş	1	14	$9{,}8 \times 10^{1}$
Limit hızda düşen golf topu	0,046	44	$2{,}4 \times 10^{1}$
Limit hızda düşen yağmur damlası	$3{,}5 \times 10^{-5}$	9	$1{,}4 \times 10^{-3}$
Havadaki bir oksijen molekülü	$5{,}3 \times 10^{-26}$	500	$6{,}6 \times 10^{-21}$

[a] *Kurtulma hızı*, bir cismin yerin çekim alanından kurtulması için, yer yüzünde ulaşması gereken minimum hızdır.

Kinetik enerji skaler bir nicelik olup, iş ile aynı birime sahiptir. Örneğin,
3.2 4 m/s'lik süratle giden 2 kg'lık bir kütlenin 16 J'lük bir kinetik enerjisi vardır. Tablo 7.1'de çeşitli cisimlerin kinetik enerjileri verilmektedir.

Genellikle, Eşitlik 7.13 ü

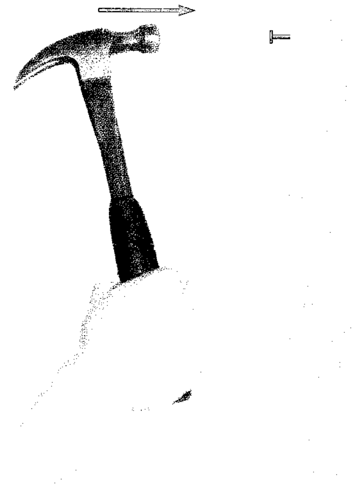
$$\Sigma W = K_s - K_i = \Delta K \quad \textbf{(7.15)}$$

İş-kinetik enerji Teoremi

biçiminde yazmak uygun olur. Yani, $K_i + \Sigma W = K_s$

Eşitlik 7.15, **iş–kinetik enerji teoremi** olarak bilinen önemli bir sonuçtur. Yapılan net işin hesabında, bu teoremi kullandığımız zaman parçacık üzerinde iş yapan *tüm* kuvvetleri almamız gerektiği unutulmamalıdır. Bu teoreme göre bir parçacığın üzerinde yapılan net iş pozitifse, süratinin artacağını görüyoruz. Çünkü, son kinetik enerji, ilk kinetik enerjiden daha büyüktür. Yapılan net iş negatifse, son kinetik enerji ilk kinetik enerjiden daha küçük olacağından parçacığın sürati azalır.

(7.15) Eşitliğiyle ifade edilen iş-kinetik enerji teoriminde kinetik enerji bir parçacığın durgun hale gelmesi sonucu yapabileceği iş veya parçacıkta depo edilen enerji miktarı olarak düşünülebilir. Örneğin Şekil 7.14'de görüldüğü gibi bir çekicin bir çiviye çarpmak üzere olduğunu varsayınız. Hareketli çekiç kinetik enerjiye sahiptir ve çivi üzerinde iş yapabilir. Çivi üzerinde yapılan iş, *Fd*' ye eşittir. Burada *F*, çekicin çiviye uyguladığı ortalama kuvvet ve *d* çivinin duvara girdiği uzaklıktır.[4]



Şekil 7.14 Hareketli çekiç kinetik enerjiye sahiptir, dolayısı ile çiviyi duvara çakarak çivi üzerinde iş yapabilir.

İş-kinetik enerji teoremini sabit bir net kuvvet varsayımı ile türettik, fakat sonuç kuvvet değişken olduğunda da geçerlidir. Bunu görmek için bir parçacık üzerine *x* yönünde etkiyen net kuvvetin ΣF_x olduğunu varsayınız. $\Sigma F_x = ma_x$ şeklindeki Newton'un ikinci yasasını ve 7.8 Eşitliğini kullanarak yapılan net işi

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_s} \left(\sum F_x\right) dx = \int_{x_i}^{x_s} m a_x \, dx$$

olarak ifade edebiliriz. Bileşke kuvvet *x* ile değişirse ivme ve hız da *x*'e bağlı olur. İvmenin normalde *t* nin bir fonksiyonu olduğunu düşündüğümüzden şimdi biraz farklı yolla *a* yı ifade etmek için aşağıdaki zincir kuralını uyguluyoruz:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

a nın bu ifadesini ΣW de yerine koyarsak

$$\sum W = \int_{x_i}^{x_s} mv \frac{dv}{dx} dx = \int_{v_i}^{v_s} mv\,dv$$

$$\sum W = \tfrac{1}{2} m v_s^2 - \tfrac{1}{2} m v_i^2 \quad \textbf{(7.16)}$$

Bir parçacık üzerinde yapılan net iş, kinetik enerjisindeki değişime eşittir.

eşitliğini buluruz. Değişken *x* den *v* ye değiştiği için, integralin sınırları *x* değerlerinden *v* değerlerine değiştirildi. Buna göre, bir parçacığa etkileyen net kuvvetin, parçacık üzerinde yaptığı net işin, parçacığın kinetik enerjisindeki değişime eşit olduğu sonucunu çıkarıyoruz. Net kuvvet sabit olsa da olmasa da bu söz doğrudur.

[4] Çivi ile çekiç ayrı parçacıklardan ziyade,çok parçacıklar *sistemi* olduğundan, çekicin kinetik enerjisinin bir kısmı çekiç çiviye çarptığında ısıya dönüşür. Ayrıca, çivi vurma sonucu duvara geçerken, çivi ile odun arasındaki büyük sürtünme kuvveti, çivinin kinetik enerjisini, çivi ile odunda sürekli şekilde sıcaklığa dönüşür ve aynı zamanda duvarda da şekil değişimine uğrar. Sıcaklık değişimi ile ilgili enerji, *iç enerji* olarak bilinir ve bölüm 20'de ayrıntılı şekilde incelenecektir.

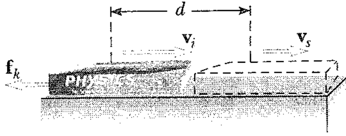
Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar

Yatay bir yüzeyde kayan bir cismin hareketini çözümlemede, sürtünme kuvvetlerini gözönüne almanın bir yolu, sürtünmeden dolayı kinetik enerji kaybını belirlemektir. Yatay bir yüzey üzerinde hareket eden bir kitabın, Şekil 7.15'de gösterildiği gibi, bir $\mathbf{v}_i$ ilk hızına sahip olduğunu ve bir $\mathbf{v}_s$ son hızına ulaşmadan önce bir d uzaklığı kadar kaydığını varsayalım. Kitabın negatif x– yönünde bir ivme kazanmasına neden olan dış kuvvet, harekete zıt yönde, sola doğru etkileyen $\mathbf{f}_k$ kinetik sürtünme kuvvetidir. Kitabın ilk kinetik enerjisi $\frac{1}{2}mv_i^2$ ve son kinetik enerjisi $\frac{1}{2}mv_s^2$ dir. Newton'un ikinci yasasının kitaba uygulanması bunu gösterir. x yönünde kitaba etkileyen tek kuvvet sürtünme kuvveti olduğundan, Newton'un ikinci yasası, $-f_k = ma_x$ olur. Bu ifadenin heriki tarafını d ile çarpıp, sabit ivmeli hareketlerin $v_{xs}^2 - v_{xi}^2 = 2a_xd$ biçimindeki 2.12 Eşitliğini kullanırsak $-f_kd = (ma_x)\ d = \frac{1}{2}mv_{xs}^2 - \frac{1}{2}mv_{xi}^2$ veya

Sürtünmeden dolayı kinetik enerji kaybı

$$\Delta K_{\text{sürtünme}} = -f_kd \qquad \textbf{(7.17a)}$$

yazabiliriz. Bu sonuç, kinetik sürtünme kuvvetinin, kitabın kinetik enerjisinde yapacağı değişimin $-f_kd$ kadar olduğunu söyler. Kaybolan bu kinetik enerjinin bir kısmı kitabı ısıtmaya, geri kalanı da kitabın üzerinde kaydığı yüzeyin ısınmasına harcanır. Gerçekte, $-f_kd$ niceliği, kinetik sürtünme kuvvetinin kitap üzerinde yaptığı iş ile, aynı kuvvetin yüzey üzerinde yaptığı işin toplamına eşittir. (Sıcaklık ile enerji arasındaki bağıntıyı bu kitabın III. kısmında inceleyeceğiz.) Bir cisim üzerine diğer kuvvetler ile birlikte sürtenme kuvveti de etkidiği zaman, iş-kinetik enerji teorimi



Şekil 7.15 Yatay bir yüzey üzerinde sağa doğru kayan bir kitap, sola doğru etkiyen bir kinetik sürtünme kuvveti yüzünden yavaşlar. Kitabın ilk hızı $\mathbf{v}_i$ ve son hızı $\mathbf{v}_s$ dir. Dik kuvvet ve kütle-çekim kuvveti, hareket yönüne dik oldukları için, dolayısıyla kitabın hızına etkileri olmadığından dikkate alınmamıştır.

$$K_i + \sum W_{\text{diğer}} - f_kd = K_s \qquad \textbf{(7.17 b)}$$

olarak yazılabilir. Buradaki $\sum W_{\text{diğer}}$, kinetik sürtünmenin dışındaki kuvvetlerin yaptıkları işlerin toplamını temsil eder.

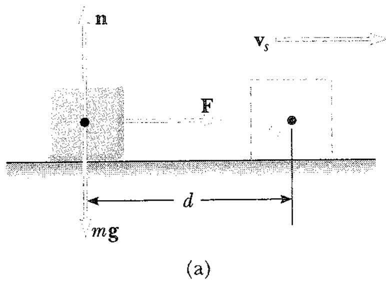
Sınama Sorusu 7.5

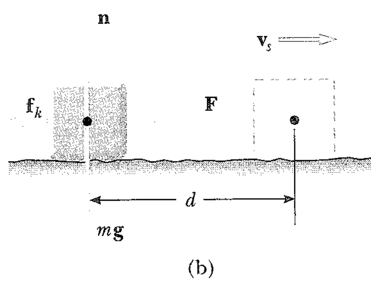
Sürtünme kuvvetleri bir cismin kinetik enerjisini artırabilir mi?

ÖRNEK 7.7 Sürtünmesiz Bir Yüzeyde Çekilen Blok

Başlangıçta durgun olan 6 kg'lık bir blok, 12 N'luk sabit, yatay bir kuvvetle yatay sürtünmesiz bir yüzey boyunca çekilmektedir. Blok 3 m 'lik bir uzaklığa hareket ettikten sonra hızını bulunuz.

Çözüm Bu durum ile ilgili çizenek Şekil 7.16a da verilmiştir. Cevabı belirlemek için, kinematiğin eşitliklerini kullanabilirdik fakat buradaki uygulamada enerji yaklaşımını kullanacağız. Ağırlık, normal kuvvetle dengelenmek-





Şekil 7.16 Sabit bir yatay kuvvet tarafından sağa çekilen bir blok (a) sürtünmesiz yüzey (b) pürüzlü yüzey.

tedir. Yerdeğiştirme yatay doğrultuda olduğundan, bu iki kuvvetten hiçbirisi iş yapmaz. Sürtünme kuvveti olmadığı için bloğa etkiyen net dış kuvvet 12 N luk kuvvettir. Bu kuvvet tarafından yapılan iş

$$W = Fd = (12\text{ N})\ (3\text{ m}) = 36\text{ N}\cdot\text{m} = 36\text{ J}$$

dir. İlk kinetik enerjinin sıfır olduğunu dikkate alıp, iş enerji teoremi kullanıldığında,

$$W = K_s - K_i = \tfrac{1}{2}\,mv_s^2 - 0$$

$$v_s^2 = \frac{2W}{m} = \frac{2(36\text{ J})}{6\text{ kg}} = 12\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_s = 3{,}5\text{ m/s}$$

bulunur.

Alıştırma Bloğun ivmesini ve $v_{xs}^2 = v_{xi}^2 + 2a_xd$ kinematik eşitliğini kullanarak bloğun son hızını bulunuz.

Cevap $a_x = 2\text{ m/s}^2$; $v_s = 3{,}5\text{ m/s}$.

ÖRNEK 7.8 Pürüzlü bir Yüzey Üzerinde Çekilen Blok

Yüzey 0,15 lik bir kinetik sürtünme katsayısına sahipse Örnek 7.7'de tanımlanan bloğun son süratini buluruz.

Çözüm Uygulanan kuvvet Örnek 7.7'de olduğu gibi iş yapar:

$$W = Fd = (12\text{N})\ (3\text{m}) = 36\text{ J}$$

Bu durumda, sürtünmeden dolayı ΔK kinetik enerji kaybını hesaplamak için7.17a Eşitliğini kullanmalıyız. Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = (0{,}15)\ (6\text{kg})\ (9{,}80\text{ m/s}^2) = 8{,}82\text{ N}$$

olur. Sürtünmeden dolayı kinetik enerjideki değişim

$$\Delta K_{\text{sürtünme}} = -f_kd = -(8.82\text{ N})\ (3\text{ m}) = -26{,}5\text{ J}$$

olur. Bloğun son hızı 7.17b Eşitliğinden elde edilir:

$$\tfrac{1}{2}\,mv_i^2 + \sum W_{\text{diğer}} - f_kd = \tfrac{1}{2}\,mv_s^2$$

$$0 + 36\text{ J} - 26{,}5\text{ J} = \tfrac{1}{2}\ (6\text{ kg})v_s^2$$

$$v_s^2 = 2(9{,}5\text{ J})\ /\ (6\text{ kg}) = 3{,}18\text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_s = 1{,}8\text{ m/s}$$

Blok, pürüzlü yüzey üzerinde 3 m kaydıktan sonra, 1,8 m/s lik bir süratle hareket ediyor. Bu sonuç, sürtünmesiz bir yüzeyde aynı uzaklık alındıktan sonraki (Örnek 7.7 ye bakınız) 3,5 m/s lik sürattan farklıdır.

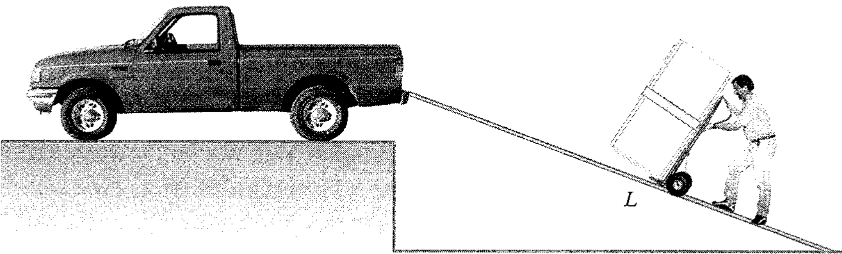
Alıştırma Newton'un ikinci kanunundan bloğun ivmesini ve kinematiği kullanarak bloğun son hızını bulunuz.

Çözüm $a_x = 0{,}53\text{ m/s}^2$; $v_s = 1{,}8\text{ m/s}$.

KAVRAMSAL ÖRNEK 7.9 Eğik Düzlem Gerekli İşi Azaltır mı?

Bir adam, buzdolabını Şekil 7.7 de gösterildiği gibi bir eğik düzlem kurarak kamyona yüklemek istemektedir. Adam, eğik düzlemin L uzunluğu artırılırsa, kamyona yüklemede gerekli işin azalacağını iddia etmektedir, tezi gerçerli midir?

Çözüm Hayır. Daha uzun eğik düzlemde daha az kuvvet gerekli olduğu halde, aynı miktarda iş yapılacaksa kuvvetin daha büyük bir uzaklık boyunca etkimesi gerekir. Buzdalobının, sabit bir hızla eğik düzlemde tekerlekli yük arabasıyla taşındığını varsayınız. Yokuşun bazdolabına uy-



Şekil 7.17 Sürtünmesiz tekerlekli yük arabasına tutturulan bir buzdolabı yokuş yukarı sabit bir süratle hareket etmektedir.

guladığı dik kuvvet harekete 90° lik açı yaptığından buzdolabı üzerinde hiçbir iş yapmaz. $\Delta K = 0$ olduğundan, iş-kinetik enerji teoremi

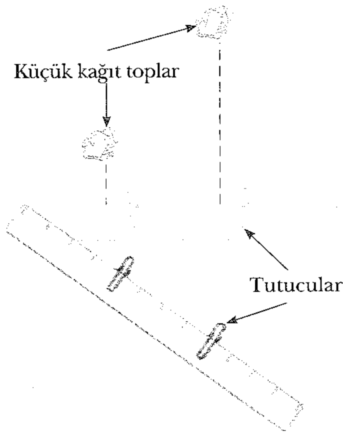
$$\sum W = W_{\text{adam}} + W_{\text{kütle çekimi}} = 0$$

şeklinde olur. Kuvvetin yaptığı iş, buzdolabının ağırlığı çarpı yerdeğiştirdiği yükseklik çarpı cos180° dir veya $W_{\text{kütle çekimi}} = -mgh$ dır (Eksi işareti, kütle çekiminin aşağı yönlü ve, yerdeğiştirme ile zıt yönlü olmasından kaynaklanır). Buna göre, adam yokuşun uzunluğu ne olursa olsun buzdolabı üzerinde *mgh* kadar iş yapar.

Bu bölümün başındaki fotografta akıntıya karşı yüzmeye çalışan somon balıklarını gözönüne alınız. Bir baraj civarında inşa edilen bir balık merdiveninin basamakları, somon balıkları, belirli düşey mesafelerde sıçrarlarken yapmaları gereken toplam iş miktarını değiştirmez. Bununla beraber merdiven, balığın daha küçük bir takım sıçramalarla iş yapmasına izin verir. Merdivenin net etkisi, balığın düşey konumunu barajın yüksekliği kadar yükseltmektir.

Ev Deneyi

İki adet kağıt tutucusunu, bir cetvelin ucundan biri diğerinden iki kat mesafede olacak şekilde tutturunuz. Cetveli, masa üzerine, tutucuların karşısına durdurucu olarak etkileyecek şekilde küçük kağıt toplarıyla birlikte yerleştiriniz. Cetveli kuvvetli bir şekilde, parmağınızla ani olarak durduracak şekilde küçük bir açı kadar döndürünüz. Masa üzerinde cetvelden kayarak uzaklaşırlarken, dıştaki kağıt top içteki kağıt topun iki kat süratine sahip olacaktır. Bu 7.10 Kavramsal Örnegin sonuçları ile nasıl ilişkilidir?





Bu bisikletliler Marin kırsalında pedal çevirirlerken çok çalışıyorlar ve enerji harcıyorlar. (*Fotograf: David Madison/ Tony Stone*)

KAVRAMSAL ÖRNEK 7.10 Daha Güvenli Sürüş İçin Fiziğin Yararı

Bu v ilk hızıyla giden araba, frene basıldıktan sonra durmak için d uzaklığı kadar kayıyor. Arabanın ilk süratinin frene basıldığı anda $2v$ olduğunu varsayarak, arabanın kaydığı mesafeyi kestiriniz.

Çözüm Araba ile yol yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme kuvvetinin sabit olduğunu ve her iki sürat için aynı olduğunu varsayalım. Arabanın yerdeğiştirmesi çarpı net kuvvet, arabanın ilk kinetik enerjisine eşittir (çünkü $K_s = 0$). Bu örnekte olduğu gibi sürat ikiye katlanırsa, kinetik enerji dört kat olur. Uygulanan sabit bir kuvvet için (bu durumda, sürtünme kuvveti) ilk hızı iki kat olduğunda gidilen uzaklık döt kez daha büyük olur. Buna göre arabanın kaydığı uzaklık, $4d$ olarak tahmin edilir.



ÖRNEK 7.11 Kütle-Yay Sistemi

1,6 kg kütleli bir blok, Şekil 7.10-daki gibi kuvvet sabiti 10^3 N/m olan yatay bir yaya bağlanmıştır. Yay 2 cm kadar sıkıştırılmış ve blok ilk hızsız serbest bırakılmıştır. (a) Yüzey sürtünmesiz olduğuna göre, blokun $x = 0$ denge konumundan geçerken hızını hesaplayınız.

Çözüm Bu durumda, $x_i = -2\text{cm}$ de $v_i = 0$ 'la harekete başlar ve $x_s = 0$ daki v_s 'yi bulmak istiyoruz. $x_{maks} = x_i = -2\text{cm} = -2 \times 10^{-2}$ m için yay tarafından yapılan işi bulurken 7.10 eşitliğini kullanıyoruz:

$$W_s = \tfrac{1}{2} k x_{max}^2 = \tfrac{1}{2}(1 \times 10^3 \text{N/m})\,(-2 \times 10^{-2}\,\text{m})^2 = 0{,}20\,\text{J}$$

$v_i = 0$ için iş-kinetik enerji teoremini kullanarak, yayın yaptığı işten dolayı blokun kinetik enerji değişimini elde ederiz:

$$W_s = \tfrac{1}{2} m v_s^2 - \tfrac{1}{2} m v_i^2$$

$$0{,}20\,\text{J} = \tfrac{1}{2}(1{,}6\,\text{kg})\, v_s^2 - 0$$

$$v_s^2 = \frac{0{,}4\,\text{J}}{1{,}6\,\text{kg}} = 0{,}25\ \text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_s = 0{,}50\ \text{m/s}$$

(b) 4,0 N luk sabit bir sürtünme kuvveti, blok serbest bırakıldığı andan itibaren harekete karşı koyarsa denge konumundan geçerken bloğun sürati ne olur?

Çözüm Sürtünme kuvveti harekete karşı koyacağı için, şüphesiz cevap daha küçük olmalıdır. Sürtünmeden dolayı kinetik enerji kaybını hesaplamak için, 7.17 Eşitliğini kullanıyor ve sürtünme yok iken bulunan kinetik enerjiye bu negatif değeri ekliyoruz. Sürtünmeden dolayı kinetik enerji kaybı;

$$\Delta K = -f_k d = -(4\text{N})\,(2 \times 10^{-2}\text{m}) = -0{,}08\,\text{J}$$

(a) şıkkında bu kaybın olmadığı son kinetik enerji 0,20J olarak bulunmuştu. Dolayısıyla, sürtünme varken son kinetik enerji

$$K_s = 0{,}2\,\text{J} - 0{,}08\,\text{J} = 0{,}12\,\text{J} = \tfrac{1}{2} m v_s^2$$

$$\tfrac{1}{2}(1{,}6\text{kg})\, v_s^2 = 0{,}12\text{J}$$

$$v_s^2 = \frac{0{,}24\,\text{J}}{1{,}6\ \text{kg}} = 0{,}15\,\text{m}^2/\text{s}^2$$

$$v_s = 0{,}39\text{m/s}$$

olur. Beklendiği gibi, bu değer (a) şıkkında bulduğumuz 0,5 m/s den bir miktar küçüktür. Sürtünme kuvveti daha büyük olsaydı, bulacağımız değer daha da küçük olacaktı.

7.5 GÜÇ



Zihninizde bir arabanın iki özdeş modelini canlandırın: Biri düşük fiatlı dört silindirli bir otomobil diğeri güçlü sekiz silindirli pahalı, isteğe uygun motora sahip bir otomobil. Motorları farklı olmasına rağmen, iki araba aynı kütleye sahiptir. Her iki araba tepeye çıkan bir yolu tırmanırlar, fakat isteğe uygun motora sahip olan arabanın tepeye ulaşması çok daha kısa zaman alır. Her iki araba kütle çekimine karşı aynı işi yapmışlardır, fakat süreler farklıdır. Uygulama açısından, sadece araçların yaptığı işi değil, aynı zamanda işin yapılma hızını da bilmek ilginçtir. Yapılan iş miktarının, onu yapmak için geçen süreye oranını alarak bu kavramı niceleştirmenin bir yolunu elde ederiz. İş yapma hızına **güç** deriz.

Bir cisme (parçacık olarak kabul ediyoruz) bir dış kuvvet uygulanırsa ve bu kuvvetin Δt süresinde yaptığı iş W ise, bu sürede harcanan **ortalama güç**;

$$\overline{\mathscr{P}} \equiv \frac{W}{\Delta t}$$

Ortalama Güç

olarak tanımlanır. Cismin üzerinde yapılan iş, cismin enerjisini artırır. Dolayısıyla, gücün daha genel bir tanımı *enerji aktarma hızıdır.* Hız ve ivmenin tanı-

mındaki yaklaşımımıza benzer bir biçimde, Δt sıfıra yaklaşırken ortalama gücün limit değerini $\mathcal{P}$ **ani gücü** olarak tanımlayabiliriz.

$$\mathcal{P} \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{W}{\Delta t} = \frac{dW}{dt}$$

Burada, dW ile yapılan iş artışını temsil ettik. Yerdeğiştirme $d\mathbf{s}$ olarak ifade edilirse 7.2 eşitliğine göre, $dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ buluruz. O halde ani güç,

Ani güç

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \qquad \textbf{(7.18)}$$

olarak yazılabilir. Burada $v = d\mathbf{s}/dt$ tanımını kullandık.

S I sisteminde güç birimi J/s, dir. Bu birim aynı zamanda watt (W) olarak adlandırılır (Buhar makinasının mucidi James Watt'ın onuruna):

Watt

$$1 \ W = 1 \ \text{J/s} = 1 \ \text{kg} \cdot m^2/\text{s}^3$$

Watt'ın W sembolü (italik değil), iş için kullanılan W (italik) sembolüyle karıştırılmamalıdır.

İngiliz mühendislik birim sisteminde, güç birimi beygir gücü hp (BG) dür:

$$1 \ \text{BG} = 746 \ \text{W}$$

Şimdi, güç birimi vasıtasıyle enerji (veya iş) için yeni bir birim tanımlanabilir. Bir **kilowatt–saat** (kWh), 1 saatte, sabit bir hızla 1 kW = 1000 J/s'lik tüketilen veya dönüştürülen enerji miktarıdır. 1 kWh'in sayısal değeri,

Kilowatt-saat bir enerji birimidir.

$$1 \ \text{kWh} = (10^3 \ \text{W}) \ (3600 \ \text{s}) = 3{,}6 \times 10^6 \ \text{J}$$

dür.

Kilowat-saatin güç birimi olmayıp, bir enerji birimi olduğunu anlamak önemlidir. Elektrik faturanızı ödediğinizde, elektrik şirketine fatura döneminde kullandığınız toplam elektrik enerjisinin karşılığını ödüyorsunuz. Bu enerji, güç ile elektriğin kullanıldığı sürenin çarpımıdır. Örneğin, 300W lık bir ampul 12 saat yandığında (0,300kW)(12 saat) = 3,6kWsaat(kWh) lık elektrik enerjisini dönüştürecektir.

Sınama Sorusu 7.6

Eski bir kamyonla bir spor araba bir tepeyi tırmanırlarken aynı miktarda iş yaptıklarını fakat, kamyonun bu işi çok daha uzun sürede gerçekleştirdiğini varsayınız. Bu iki araç için $\mathcal{P}$ 'nin t 'ye göre grafiklerinin karşılaştırılmaları nasıl olurdu?

ÖRNEK 7.12 Bir Asansör Motorunun Verdiği Güç

Bir asansör kabini 1000kg lık bir kütleye sahiptir ve toplam 800 kg kütleli yolcu taşımaktadır. 4000 N'luk Sabit bir sürtünme kuvveti Şekil 7.18a'daki gibi harekete karşı koyuyor. (a)Asansör kabinini 3m/s lik sabit bir süratte kaldırmak için motorun verdiği minimum güç ne olmalıdır?

Çözüm Motor, asansörü yukarı doğru çekerek **T** kuvvetini sağlamalıdır. Sürat sabit olduğundan $a = 0$ dır. Dolayısıyla Newton'un ikinci yasasına göre $\sum F_y = 0$ olacaktır. Şekil 7.18b de bir serbest cisim diyagramı çizdik ve yukarı yönü pozitif yön olarak belirledik Newton'un ikinci yasasından,

$$\sum F_y = T - f - Mg = 0$$

elde ederiz. Burada *M toplam* kütle (asansör kabini artı yolcular) olup 1800kg'a eşittir.

$$T = f + Mg$$
$$= 4 \times 10^3 \ \text{N} + (1{,}8 \times 10^3 \ \text{kg}) \ (9{,}80 \ \text{m/s}^2)$$
$$= 2{,}16 \times 10^4 \ \text{N}$$

T ile **v** nin aynı yönde olduğuna dikkat ederek 7.18 eşitliğini kullanırsak

$$\mathcal{P} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} = Tv$$
$$= (2{,}16 \times 10^4 \text{ N})\ (3 \text{ m/s}) = 6{,}48 \times 10^4 \text{ W}$$

buluruz.

(b) Motor yukarı doğru 1,0 m/s^2 lik ivme sağlayacak şekilde tasarlanmışsa, herhangi bir anda ne kadarlık bir güç vermelidir?

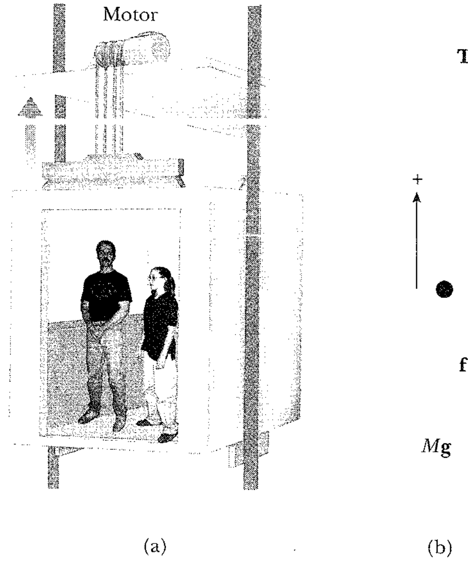
Çözüm Şimdi, süratin sabit olduğu (a) şıkkında elde ettiğimizden daha büyük bir değer elde ederiz. Çünkü motor şimdi asansör kabinini ivmelendirmede ek bir iş yapmalıdır. Problemin kuruluşunda tek değişiklik $a > 0$ olmasıdır. Newton'un ikinci kanunu asansöre uygulanırsa

$$\Sigma F_y = T - f - Mg = Ma$$
$$T = M(a + g) + f$$
$$= (1{,}8 \times 10^3 \text{ kg})\ (1 + 9{,}80) \text{ m/s}^2 + 4 \times 10^3 \text{ N}$$
$$= 2{,}34 \times 10^4 \text{ N}$$

bulunur. O halde 7.18 Eşitliğini kullanarak gerekli güç için,

$$\mathcal{P} = Tv = \quad (2{,}34 \times 10^4\ v)\ W$$

elde ederiz. Burada v, asansörün m/s olarak ani hızıdır. Hız, $\mathcal{P}/T = 2{,}77$m/s den daha küçük olduğu sürece güç daha küçüktür fakat asansörün hızı bu değeri geçtiğinde daha büyük olur.



Şekil 7.18 Motor asansör kabinine yukarı doğru bir **T** kuvveti uygular. Bu kuvvetin büyüklüğü kabini motora bağlayan halattaki **T** gerilmesidir. Asansöre etkiyen aşağı doğru kuvvetler, **f** sürtünme kuvvetiyle $\mathbf{F}_g = M\mathbf{g}$ çekim kuvvetidir. (b) Asansör kabini için serbest cisim çizeneği.

KAVRAMSAL ÖRNEK 7.13

Önceki örneğin (a) şıkkında, motor asansörü kaldırmada güç verdiği halde, asansör sabit süratle hareket eder. Bu durumu çözümleyen bir öğrenci, asansörün sürati de değişmediğinden kinetik enerjisinin değişmediğine dikkat eder. Bu durumda öğrenci, iş-kinetik enerji teoremine göre, $W = \Delta K = 0$ olduğu fikrini yürütür. $\mathcal{P} = W/t$ olduğunu bildiğinden, öğrenci motorun verdiği gücün sıfır olması gerektiği sonucuna varır. Bu apacık ikilemi nasıl açıklarsınız?

Çözüm İş-kinetik enerji teoremi bize, sistem üzerine etkiyen net kuvvetle yerdeğiştirmenin çarpımının sistemin kinetik enerjisindeki değişimine eşit olduğunu söyler. Asansör durumunda, net kuvvet gerçekten sıfırdır (yani $T - mg - f = 0$) ve dolayısıyla $W = (\Sigma F_y)\ d = 0$ dır. Bununla birlikte, motorun verdiği güç, net kuvvetten değil, hareketin yönünde etkiyen motorun uyguladığı kuvvetten hesaplanır. Bu durumda bu kuvvet T olup sıfır değildir.

Seçmeli Kesim

7.6 ENERJİ VE OTOMOBİL

Benzin motoruyla çalışan otomobiller, en verimsiz makinalar olarak bilinir. İdeal şartlarda bile, yakıt olarak kullanılabilir enerjinin %15'inden daha azı arabanın hareketinde kullanılır. Şehir trafiğinde, durup kalkmalarda, durum daha da kötü olur. Otomobilin yakıt tüketimini çözümlemek için enerji, güç ve sürtünme kuvveti kavramlarını kullanacağız.

Tipik bir otomobilde, enerji kaybına sebep olan pek çok etken vardır. Yakıttan elde edilen enerjinin %67 si motorda kaybolur. Kaybolan bu enerjinin bir kısmı egzost sistemi ile, bir kısmı da, soğutma sistemiyle atmosfere atılır (Bölüm 22 de göreceğimiz gibi, egzost ve soğutma sistemindeki büyük kayıplar, termodinamiğin temel kanununa göre gereklidir). Kullanılabilir enerjinin yaklaşık %10'u, otomobilin hareketli güç aktarma organlarında kaybolur. Bu kayıp, şaft, tekerlekler, dingil ve defransiyeldeki iletimde ortaya çıkan sürtünmeleri kapsar. Motordakiler gibi, diğer hareketli parçalardaki sürtünme, enerjinin yaklaşık %5'ini tüketir. Kullanılabilir enerjinin %4'ü yakıt ve yağ pompalarını, direksiyon, klima, fren ve elektrik tertibatını çalıştırmada kullanılır. Otomobili sürmek için eldeki enerjinin sadece %13 ü kalır. Bu enerji büyük ölçüde, tekerlerin esnemesinden ve daha yaygın şekilde *hava direnci* alarak atfedilen havanın neden olduğu sürtünmeden dolayı kaybolur.

Bu iki sürtünme kuvvetinin bileşkesini dengeleyen ileri yönde bir kuvvet sağlayan gerekli gücü inceleyelim. Tekerleklerle yol arasındaki yuvarlanma sürtünme katsayısı $\mu \cong 0{,}016$ civarındadır. 1450 kg lık bir araba için ağırlık 14200 N ve yuvarlanma sürtünme kuvveti $\mu n = \mu mg = 227$ N dur. Arabanın hızı artarken, arabanın üzerindeki hava akışının basıncı azaltması sonucu, dik (normal) kuvvette küçük bir azalma olur (Bu olay Bölüm 15 de tartışılmıştır). Tablo 7.2'de görüldüğü gibi bu hız arttıkça, f_r yuvarlanma sürtünme kuvvetinde küçük bir azalmaya neden olur.

Şimdi hava sürtünmesinin etkisini, yani arabanın çeşitli yüzeylerinden geçen havanın neden olduğu direnci gözönüne alalım. Büyük cisimler için hava sürtünmesi ile ilgili direnç kuvveti, hızın (m/s biriminde) karesiyle orantılıdır (kesim 6.4) ve

$$f_a = \tfrac{1}{2} D\rho A v^2$$

olarak yazılabilir. Burada, D direnç katsayısı, A hareketli cismin kesit alanı, ρ havanın yoğunluğudur. Tablo 7.2 deki f_a değerlerini hasaplamada, $D = 0{,}50$; $\rho = 1{,}293$ kg/m^3 ve $A \approx 2m^2$ değerleri için bu ifadeyi kullanabiliriz.

Toplam sürtünme kuvvetinin f_t büyüklüğü, yuvarlanma sürtünme kuvveti ile hava direncinin toplamı olarak verilir:

$$f_t = f_r + f_a$$

Tablo 7.2 de görüldüğü gibi düşük hızlarda, yol sürtünmesi direnç kuvvetine başattır, oysa yüksek hızlarda hava direnci sürtünme kuvvetine başattır. Yol sürtünmesi, teker esnekliğini azaltarak (hava basıncını önerilen değerin biraz üzerine çıkararak) ve radyal lastikler kullanarak azaltılabilir. Hava diren-

TABLO 7.2 Tipik Bir Araba İçin Sürtünme Kuvvetleri ve Gerekli Güçler[a]

v (m/s)	n (N)	f_r (N)	f_a (N)	f_t (N)	$\mathcal{P} = f_t v$ (kW)
0	14 200	227	0	227	0
8,9	14 100	226	51	277	2,5
17,8	13 900	222	204	426	7,6
26,8	13 600	218	465	683	18,3
35,9	13 200	211	830	1 041	37,3
44,8	12 600	202	1 293	1 495	67

[a] Bu tabloda, N dik (normal) kuvvet, f_r yol sürtünmesi, f_a hava sürtünmesi, f_t toplam sürtünme ve $\mathcal{P}$ tekerlere verilen güçtür.

ci, daha küçük bir kesit alanı ve hava akışına uygun bir araba kullanarak azaltılabilir. Camları açık bir arabayı sürmek, aynı yakıtla katedilecek yolda %3 lük bir azalmayı doğuracak şekilde hava direncini artırır. Oysa camların kapalı fakat klimanın çalışır olması, katedilecek aynı yolda %12'lik bir azalmaya neden olur.

Sabit bir v hızını korumak için gerekli toplam güç $f_t v$ çarpımına eşittir. Bu, tekerleklere aktarılan güce eşit olmalıdır. Örnek olarak Tablo 7.2'den v = 26,8 m/s (60mi/saat) de gerekli gücün,

$$\mathcal{P} = f_t v = (683\ \text{N})\left(26{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 18{,}3\ \text{kW}$$

olduğunu görürüz. Bu toplam iki kısma ayrılabilir: (1) yol sürtünmesini yenmek için gerekli güç $f_r v$ ve (2) hava sürtünmesini yenmek için gerekli güç $f_a v$. Bunlar, v = 26,8 m/s için

$$\mathcal{P}_r = f_r v = (218\ \text{N})\left(26{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 5{,}84\ \text{kW}$$

$$\mathcal{P}_a = f_a v = (465\ \text{N})\left(26{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) = 12{,}5\ \text{kW}$$

değerlerini elde ederiz. $\mathcal{P} = \mathcal{P}_r + \mathcal{P}_a$ olduğunu hatırlayın.

Diğer taraftan v = 44,8 m/s (100m/saat)de $\mathcal{P}_r$ = 9,05 kW, $\mathcal{P}_a$ = 57,9 kW ve $\mathcal{P}$ = 67 kW buluruz. Bu, yüksek hızlarda hava sürtünmesinin önemini göstermektedir.

ÖRNEK 7.14 Küçük Arabaların Tükettiği Benzin

Bir araba, 800 kg'lık bir kütleye sahiptir ve verimliliği %18 dir. (Yani kullanılabilir enerjinin %18 i tekerleklere aktarılır.) Arabayı durgun halden 60 mi/saat (27 m/s) hıza ivmelendirmek için harcanan benzin miktarını bulunuz. Bir galon benzinin enerji eşdeğeri olan $1{,}3 \times 10^8$ J değerini kullanınız.

Çözüm Arabayı durgun halden v hızına ivmelendirmek için gerekli enerji, arabanın $\frac{1}{2}mv^2$ son kinetik enerjisidir:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}(800\ \text{kg})\ (27\text{m/s})^2 = 2{,}9 \times 10^5\ \text{J}$$

Motor %100 verimli olsaydı, benzinin herbir galonu $1{,}3 \times 10^8$ J lük bir enerji sağlayacaktı. Motor sadece %18 verimli olduğu için, herbir galon benzin $(0{,}18)\ (1{,}3 \times 10^8\ \text{J}) = 2{,}3 \times 10^7$ J enerji verir. Böylece arabayı ivmelendirmek için kullanılan galon sayısı,

$$\text{Galon Sayısı} = \frac{2{,}9 \times 10^5\ \text{J}}{2{,}3 \times 10^7\ \text{J/gal}} = 0{,}013\ \text{gal}$$

olur. Seyir halindeki hızda, bu miktardaki benzin arabayı yaklaşık olarak 0,5 mi götürmeye yeter. Bu, aşırı durup kalkmaların ne kadar çok enerji gerektireceğini göstermektedir.

ÖRNEK 7.15 Tekere Verilen Güç

Örnek 7.14'te tanımlanan araba, 60 mi/saat hızda seyrederken 35 mi/ga oranında benzin tükettiğini farzediniz. Tekerleklere ne kadar güç aktarılır?

Çözüm Kolayca birimleri sadeştirerek arabanın, 60mi/saat ÷ 35mi/gal = 1,7 gal/saat yakıt tükettiğini belirleriz. Herbir galon, $1{,}3 \times 10^8$ J e eşdeğer olduğuna göre kullanılan toplam gücü,

$$\mathcal{P} = \frac{(1{,}7\ \text{gal/saat})\ (1{,}3 \times 10^8\ \text{J/gal})}{3{,}6 \times 10^3\ \text{s/saat}}$$

$$= \frac{2{,}2 \times 10^8\ \text{J}}{3{,}6 \times 10^3\ \text{s}} = 62\ \text{kW}$$

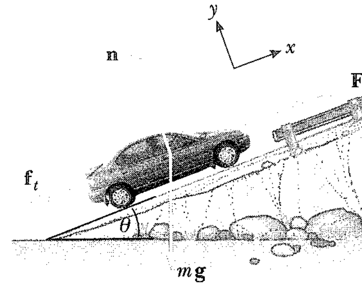
olarak buluruz. Kullanılabilir gücün %18 i arabayı yürütmede kullanıldığı için, tekerlere verilen güç (0,18)(62kW) = 11 kW olur. Bu, metinde tartışılan 1450 kg büyüklükteki araba için elde edilen 18,3kW değerinden daha küçüktür. Güç kaybı mekanizmaları arasında araç kütlesi açıkça önemli bir faktördür.

ÖRNEK 7.16 Bir tepeye Tırmanan Araba

Şekil 7.19 da bir tepeye tırmanan m kütleli bir arabayı gözönüne alınınız. Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü

$$f_t = (218 + 0{,}70v^2)\text{N}$$

olsun. Burada v, m/s olarak hızdır. Motorun tekerleklere vermesi gereken gücü hesaplayınız.



Şekil 7.19

Çözüm Arabaya etkiyen kuvvetler Şekil 7.19 da görülmektedir. Burada **F**, arabayı öne doğru çeken kuvvettir. Geri kalan kuvvetler bilinen anlamlarındadır. Yol yüzeyi boyunca harekete Newton'un ikinci kanunu uygulanırsa,

$$\sum F_x = F - f_t - mg\sin\theta = ma$$

$$F = ma + mg\sin\theta + f_t$$

$$= ma + mg\sin\theta + (218 + 0{,}70v^2)$$

bulunur. O halde yürütme için gerekli güç;

$$\mathcal{P} = Fv = mva + mvg\sin\theta + 218v + 0{,}70v^3$$

olur. Bu ifadede mva terimi, motorun arabayı ivmelendirmesi için gereken gücü temsil eder. Araba sabit bir hızda hareket ederse bu terim sıfırdır ve gerekli güç azalır. $mvg \sin\theta$ terimi, araba eğimli yolda çıkarken yerçekim kuvvetini yenmek için gereken güçtür. Yatay bir düzlemde bu terim sıfır olacaktı. $218v$ terimi, yol sürtünmesini dengelemek için gerekli güçtür. Son olarak $0{,}70\,v^3$ terimi, hava sürtünmesini yenmek için gerekli güçtür .

$m = 1450$ kg, $v = 27$ m/s (= 60 mi/sa), $a = 1$ m/s^2 $\theta = 10°$ alırsak, $\mathcal{P}$ deki çeşitli terimler

$$mva = (1450\text{ kg})\ (27\text{ m/s})\ (1\text{ m/s}^2)$$

$$= 39\text{ kW} = 52\text{ BG}$$

$$mvg\sin\theta = (1450\text{ kg})\ (27\text{ m/s})\ (9{,}80\text{ m/s}^2)\ (\sin 10°)$$

$$= 67\text{ kW} = 89\text{ BG}$$

$$218v = 218\ (27\text{ m/s}) = 5{,}9\text{ kW} = 7{,}9\text{ BG}$$

$$0{,}70v^3 = 0{,}70\ (27\text{ m/s})^3 = 14\text{ kW} = 19\text{ BG}$$

olarak hesaplanır.

Buna göre gerekli toplam güç 126 kW veya 168 BG dür.

Yatay bir yüzeyde, sabit hızda seyir için gerekli gücün sadece 20 kW veya 27 BG (son iki terimin toplamı) olduğuna dikkat ediniz. Ayrıca, arabanın kütlesi yarıya inerse (küçük arabalardaki gibi) gerekli güç hemen hemen aynı çarpan kadar azalır.

Seçmeli Kesim



YÜKSEK HIZLARDA KİNETİK ENERJİ

Newton mekaniğinin yasaları, sadece ışığın boşluktaki c ($\approx 3 \times 10^8$m/s) hızına kıyasla küçük hızlarda hareket eden parçacıkların hareketlerini tanımlamada geçerlidir. Parçacık hızları c ile karşılaştırılabilir olduğunda, Newton mekaniğindeki denklemler, yerini görelilik (rölâtivistik–izafiyet) teorisinin öngördüğü daha genel denklemlere bırakır. Görelilik teorisine göre, çok büyük v hızıyla hareket eden m mütleli bir parçacığın kinetik enerjisi, bundan böyle $K = mv^2/2$ değil,

Göreli kinetik enerji



$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - 1\right) \tag{7.19}$$

ile verilir.

Bu ifadeye göre c den daha büyük hızlara izin verilmez. Çünkü, v hızı c ye yaklaşırken K sonsuza gider. Bu sınırlama, hiçbir parçacığın c den daha büyük

hızlarda gidemeyeceğini gösteren deneysel gözlemlerle uyuşmaktadır (başka bir deyişle, c en büyük son hızdır). Bu göreceli bakış açısından, iş-kinetik enerji teoremi, v nin ancak c ye yaklaşabileceğini ifade eder. Çünkü hızın $v = c$ ye ulaşması için sonsuz bir iş gerekecekti.

Düşük hızlı parçacıklarda, görelilik teorisindeki tüm formüller, Newton mekaniğindeki formüllere indirgenmelidir. $v \ll c$ olduğunda, 7.19 Eşitliğini çözümleyerek, kinetik enerjinin klasik şekle dönüştüğünü göstermek öğreticidir. Bu durumda, K'nın Newton mekaniğindeki $K = mv^2/2$ ifadesine indirgenmesi gerektiğini bekleriz. Bunu, $v/c \ll 1$ için $[1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ niceliğine Binom açılımını uygulayarak kontrol edebiliriz $x = (v/c)^2$ alırsak, açılımı şu şekilde yazabiliriz:

$$\frac{1}{(1-x)^{1/2}} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{3}{8}x^2 + \cdots$$

Bu açılım 7.27 Eşitliğinde kullanılırsa

$$K = mc^2\left(1 + \frac{v^2}{2c^2} + \frac{3}{8}\frac{v^4}{c^4} + \cdots - 1\right)$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \cdots$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 \qquad \left(\frac{v}{c} << 1 \text{ için}\right)$$

sonucu bulunur. O halde gerçekten c ye kıyasla küçük hızlarda, göreli kinetik enerji ifadesi, Newton mekaniğindeki eşdeğer ifadeye indirgenebiliyor. Görecelik konusunu daha ayrıntılı olarak Bölüm 39 da inceliyeceğiz.

ÖZET

Bir parçacık üzerine etkiyen sabit bir **F** kuvvetinin yaptığı iş, kuvvetin yerdeğiştirme doğrultusundaki bileşeni ile yerdeğiştirmenin büyüklüğünün çarpımı olarak tanımlanır. **F** kuvveti, **d** yerdeğiştirmesi ile bir θ açısı yaparsa, **F** nin yaptığı iş

$$W \equiv Fd\cos\theta \qquad \textbf{(7.1)}$$

dir.

Herhangi **A** ve **B** gibi iki vektörün skalar veya **nokta çarpımı**

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} \equiv AB\cos\theta \qquad \textbf{(7.3)}$$

olarak tanımlanır. Burada sonuç skalar bir niceliktir ve θ, iki vektör arasındaki açıdır. Skalar çarpım yerdeğiştirme ve dağılım kurallarına uyar.

x–ekseni boyunca x_i den x_s ye hareket eden bir parçacığa etkiyen değişken bir kuvvetin yaptığı iş

$$W \equiv \int_{x_i}^{x_s} F_x\,dx \qquad \textbf{(7.7)}$$

ile verilir. Burada F_x, kuvvetin x doğrultusundaki bileşenidir. Parçacık üzerine bir kaç kuvvet etki ediyorsa, tüm kuvvetlerin yaptığı net iş, her bir kuvvet tarafından yapılan işlerin toplamıdır.

Bir v hızıyla (burada v ışık hızına kıyasla küçüktür) hareket eden m kütleli bir parçacığın **kinetik enerjisi**

$$K \equiv \frac{1}{2} mv^2 \quad \textbf{(7.14)}$$

olarak tanımlanır.

İş–kinetik enerji teoremi dış kuvvetler tarafından bir parçacık üzerinde yapılan net işin, parçacığın kinetik enerjisindeki değişime eşit, olduğunu söyler:

$$\sum W = K_s - K_i = \frac{1}{2} mv_s^2 - \frac{1}{2} mv_i^2 \quad \textbf{(7.16)}$$

Bir sürtünme kuvveti etkidiğinde iş-kinetik enerji teoremi

$$K_i + \sum W_{\text{diğer}} - f_k d = K_s \quad \textbf{(7.17b)}$$

Ani güç, $\mathcal{P}$ enerji aktarma hızı olarak tanımlanır. Bir etken, v hızıyla hareket eden bir cisme **F** kuvveti uygularsa, bu etkenin sağladığı güç,

$$\mathcal{P} \equiv \frac{dW}{dt} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} \quad \textbf{(7.18)}$$

olur.

SORULAR

1. İki takımın bir halatı, hiçbir hareket olmayacak şekilde birbirine denk bir şekilde çekildiği halat çekme oyununu düşününüz. Halatın uzamadığını varsayınız. Halat üzerinde iş yapılır mı? Çekenler üzerinde iş yapılır mı? Herhangi bir şey üzerinde iş yapılır mı?
2. θ nın hangi değerleri için skaler çarpım (a) pozitiftir? (b) negatiftir?
3. Düşey olarak asılı bir yay üzerindeki yük artırıldıkça, x e bağlı F_s eğrisinin Şek. 7.10d deki gibi daima doğrusal kalması beklenmeyecektir. m arttıkça, bu eğri için ne bekleyeceğinizi nitel olarak açıklayınız.
4. Bir cismin kinetik enerjisi negatif bir değere sahip olabilir mi? Açıklayınız.
5. (a) Bir parçacığın hızı iki katına çıkarsa, kinetik enerjisi ne olur? (b) Bir cisim üzerinde yapılan net iş sıfırsa, cismin hızı hakkında ne söylenebilir?
6. Örnek 7.16 da, sürtünme kuvveti azalırken gerekli güç artar mı yoksa azalır mı?
7. Bir otomobil satış temsilcisi, ekonomik bir arabada, alışılagelmiş 130 hp lik motorun yerine güçlendirilmiş 300 hp lik motor seçmenin gerekli olduğunu iddia etmektedir. 55 mi/saat hız sınırının altında ve düz bir alanda araba kullanmak niyetinde olduğunuzu varsayınız. Bu satış reklamına nasıl itiraz edersiniz?
8. Bir mermi, ikinci bir merminin iki kat kütlesindedir. Herikisi de aynı hıza sahip olacak şekilde ateşlenirse, hangisi daha fazla kinetik enerjiye sahip olacaktır? İki merminin kinetik enerjileri oranı nedir?
9. Bir futbolcu, topa vurduğunda, ayağının ucu topla temasta iken top üzerinde herhangi bir iş yapıyor olur mu? Top havada iken, iş yapan bir kuvvet var mıdır?
10. Beyzbol topuna vuran bir oyuncu tarafından yapılan işi tartışınız. Top fırlatılırken kuvvetin etki ettiği yaklaşık uzaklığı tartışınız.
11. İki keskin nişancı 30-kalibrelik tüfeklerini özdeş mermiler kullanarak ateşlerler. A Tüfeğinin namlusu, B tüfeğininkinden 2 cm daha uzundur. Merminin namlu ağzından çıkış hızı hangi tüfekte daha yüksektir? (*İpucu:* namluda, genleşen gaz kuvveti mermileri ivmelendirir.)
12. Bir basit sarkaç ileri–geri salınım yapıyor. Asılı kütleye etki eden kuvvetler yerçekimi kuvveti, ipteki gerilme ve hava direncidir. (a) Eğer varsa bu kuvvetlerden hangileri sarkaç üzerinde hiç iş yapmaz? (b) Bu kuvvetlerden hangisi hareket süresince devamlı negatif iş yapar? (c) Sarkaç salınırken yerçekimi kuvveti tarafından yapılan işi açıklayınız.
13. Bir cismin kinetik enerjisi, hareketin ölçüldüğü referans sistemine bağlıdır. Bu noktayı açıklayacak bir örnek veriniz.
14. Eski model bir araba 10 s de 0 dan bir v hızına çıkıyor. Daha yeni ve güçlü spor arabalar, aynı sürede 0 dan $2v$ ye hızlanıyor. İki arabanın sarf ettiği güçlerin oranı nedir? Arabaların, sadece kinetik enerjileri olarak görünecek motordan gelen enerjiyi gözönüne alınız.

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir = Sayısal/sembolik problem çifti

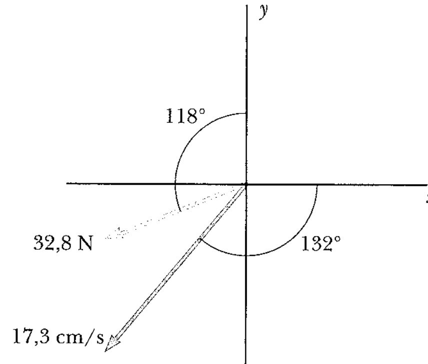
Kesim 7.1 Sabit Bir Kuvvetin Yaptığı İş

1. Bir römorkor, limanda sabit hızla giden bir gemiye 5000 N luk bir kuvvet uygulamaktadır. Römorkor, 3 km lik bir uzaklıkta gemi üzerinde ne kadar iş yapar?
2. Bir süpermarkette alışveriş yapan bir kimse, el arabasını yataydan aşağı doğru 25° lik bir açıda yönelmiş 35 N luk bir kuvvetle itiyor. Araba 5 m uzunluğunda bir koridorda hareket ettiğinde, bu kimsenin yaptığı işi bulunuz.
3. Bir yağmur damlası (m = 3,35 × 10^{-5}kg), yerçekimi ve hava direncinin atkisi altında düşey olarak sabit süratle düşüyor. Damla 100 m düştükten sonra, (a) yerçekimi (b) hava direnci tarafından yapılan iş nedir?
4. Tuğla dolu bir el arabası, 18 kg lık toplam kütleye sahip olup bir halat yardımıyla sabit hızla çekilmektedir. Halat, yatayın üzerinde 20° açıda ve araba yatay düzlemde 20 m hareket etmektedir. Yer ile elarabası arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,5 dir. (a) İpteki gerilme nedir? (b) Araba 20 m hareket ettiği zaman halatın araba üzerinde yaptığı iş ne kadardır? (c) Sürtünme kuvvetinin yaptığı iş ne kadardır?
5. 2,50kg lık bir blok, yatayın altında 25° yönelmiş 16N luk bir kuvvetle sürtünmesiz yatay bir masa boyunca 2,20m itilmektedir (a) Uygulanan kuvvetin, (b) masaya uygulanan dik kuvvetin, (c) yerçekimi kuvvetinin yaptığı işi bulunuz. (d) Blok üzerine yapılan toplam işi hesaplayınız.
6. 15 kg lık bir blok yatay, pürüzlü bir yüzey üzerinde yatayın üzerinde 20° lik bir açıda etki eden 70 N luk sabit bir kuvvetle çekilmektedir. Blok 5 m yer değiştirmekte olup kinetik sürtünme katsayısı 0,3 dür. (a) 70 N luk kuvvetin, (b) sürtünme kuvvetinin (c) dik kuvvetin (d) yerçekimi kuvvetinin yaptığı işi bulunuz. (e) Blok üzerine yapılan net iş nedir?
7. WEB Kütlesi 80 kg olan bir asker, bir ucu bir ağaç dalına bağlı 12 m lik bir halatın diğer ucundan tutuyor. Asker, salınarak sonunda halatın düşeyle 60° açı yaptığı bir çıkıntıya ulaşabilecek şekilde halata hareket verebiliyor. Böyle bir harekette yerçekimi kuvvetine karşı yapılan iş ne kadardır?

Kesim 7.2 İki Vektörün Skaler Çarpımı

8'den 14'e kadarki problemlerde, tüm sayısal cevapları üç anlamlı rakamda hesaplayınız.

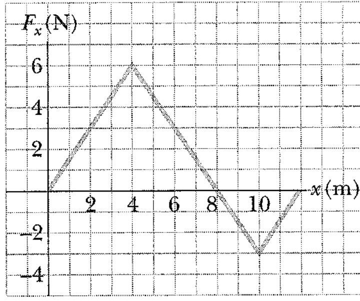
8. **A** vektörü 5 ve **B** vektörü 9 birim büyüklüğe sahiptir. İki vektör arasındaki açı 50° dir. **A** · **B** yi bulunuz.
9. Kutupsal koordinatlarda, **A** vektörü başlangıç noktasından (7; 70°) koordinatlı bir noktaya ve **B** vektörü başlangıç noktasından (4; 130°) koordinatlı bir noktaya uzanmışlardır. **A** ·**B** yi bulunuz.
10. Verilen herhangi iki **A** ve **B** vektörleri için **A**·**B** = $A_xB_x + A_y B_y + A_zB_z$ olduğunu gösteriniz. (*İpucu:* **A** ile **B** yi birim vektör cinsinden yazıp 7.4 ve 7.5 Eşitliklerini kullanınız.
11. WEB **F** = (6**i** – 2**j**) N luk bir kuvvet, bir parçacığa etkiyerek **d** = (3**i** + **j**)m lik bir yerdeğiştirme yaptırıyor. (a) Kuvvetin parçacık üzerinde yaptığı işi, (b) **F** ile **d** arasındaki açıyı bulunuz.
12. **A** = 3**i** + **j** – **k**, **B** = – **i** + 2**j** + 5**k** ve **C** = 2**j** – 3**k** olarak verilen üç vektör için **C**·(**A** – **B**) yi bulunuz.
13. Skaler çarpımın tanımını kullanarak, aşağıdaki vektör çiftleri arasındaki açıları bulunuz. (a) **A** = 3**i** – 2**j** ve **B** = 4**i** – 4**j** (b) **A** = –2**i** + 4**j** ve **B** = 3**i** – 4**j** + 2**k**, (c) **A** = **i** – 2**j** + 2**k** ve **B** = 3**j** + 4**k**
14. Şekil P7.14 deki vektörlerin skaler çarpımını bulunuz.



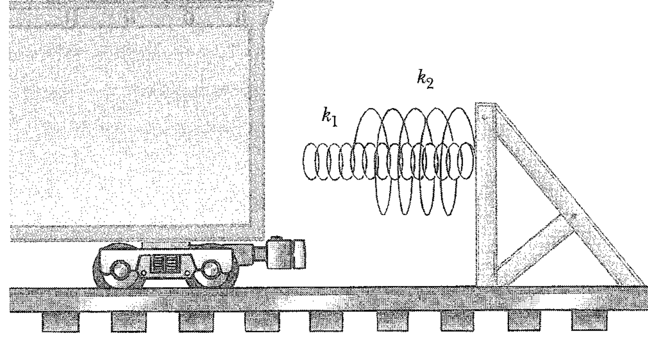
Şekil P7.14

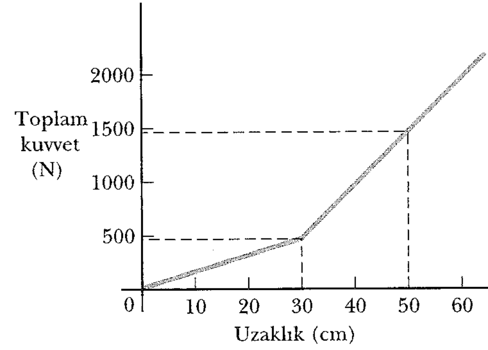
Kesim 7.3 Değişken Bir Kuvvetin Yaptığı İş

15. Bir parçacık üzerine etkiyen kuvvet Şekil 7.15 deki gibi değişmektedir. Parçacık (a) x = 0 dan x = 8 m ye (b) x = 8 m den x = 10 m ye ve (c) x = 0 dan x = 10 m ye yerdeğiştirdiğinde kuvvetin yaptığı işi bulunuz.
16. Bir parçacık üzerine etkiyen kuvvet F_x = (8x – 16) N ile verilmektedir. Burada x metre dir. (a) x = 0 ile x = 3 m arasında, kuvvetin x'e göre grafiğini çiziniz. (b) Grafiğinize göre, parçacık x = 0 dan x =3 m ye yerdeğiştirirse bu kuvvetin yaptığı net iş ne olur?
17. WEB Bir cisim, konumla Şekil 7.17 deki gibi değişen bir F_x kuvvetinin etkisindedir. Cisim (a) x = 0 dan x = 5 m ye (b) x = 5 m den x = 10 m ye ve (c) x = 10 m den

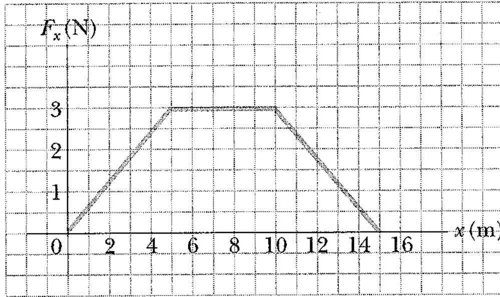


Şekil P7.15





Şekil P7.21



Şekil P7.17 17 ve 32. Problemler

den $x = 15$ m ye yerdeğiştirirse kuvvetin yaptığı iş nedir? (d) $x = 0$ ile $x = 15$ m arasındaki mesafede kuvvetin yaptığı toplam iş ne kadardır?

$\mathbf{F}(4x\mathbf{i} + 3y\mathbf{j})$N luk bir kuvvet bir cisme etki ederek onu orijinden x yönünde $x = 5$m noktasına hareket ettiriyor. Kuvvetin cisme yaptığı işi bulunuz.

19. 4 kg kütleli bir cisim, Hooke kanununa uyan belli bir yaya düşey olarak asıldığı zaman, yay 2,5 cm gerilmektedir. 4 kg lık kütle kaldırıldığında (a) 1,5 kg lık bir kütle asılırsa yay ne kadar gerilir? (b) Bir dış kuvvet, aynı yayı gerilmemiş durumdan 4 cm germekle ne kadar iş yapar?

20. Bir okçu, yayın ipini sıfırdan 230 N a kadar düzgün olarak artan bir kuvvet uygulayarak 0,4 m geriye doğru çekiyor. (a) Yaya eşdeğer "ip sabiti" nedir? (b) Yayı çekmekle yapılan iş ne kadardır?

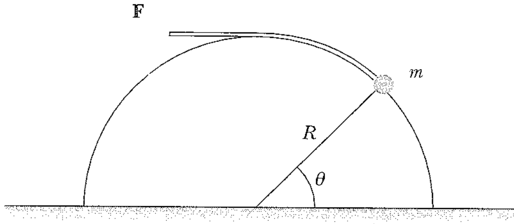
6000 kg lık bir yük vagonu, ihmal edilebilir sürtünmeyle ray boyunca gitmektedir. Vagon Şekil P7.21 de görüldüğü gibi, eş eksenli yaylar tarafından durduruluyor. Her iki yay k_1 = 1600N/m ve k_2 = 3400N/m kuvvet sabitlerine sahip olup Hooke kanununa uyarlar. Birinci yay 30cm lik bir uzaklığa sıkıştıktan sonra ikinci yay (birinciyle birlikte etkiyen), grafikte görüldüğü gibi ek bir sıkışma olacak şekilde kuvveti artırır. Vagon, iki-yay sistemine ilk değdikten sonra 50 cm'de durdurulursa vagonun ilk süratini bulunuz.

100g lık bir mermi, 0,6m uzunluğunda bir namluya sahip bir tüfekten ateşleniyor. Başlangıç noktası merminin harekete başladığı yer kabul edildiğinde, gazın genleşmesiyle mermiye uygulanan kuvvet (Newton olarak) $15\,000 + 10\,000x - 25\,000x^2$ dir. Burada x metre birimindedir. (a) Mermi, namlu uzunluğu boyunca giderken gazın mermi üzerinde yaptığı işi bulunuz. (b) Namlu 1m uzunluğunda ise, ne kadarlık iş yapılır ve bu değeri (a) şıkkında hesaplanan işle kıyaslayınız.

Hooke kanununa uyan bir yay, doğal uzunluğundan 10 cm gerilince 4 J lük iş yapılıyorsa, 10 cm daha germek için fazladan daha ne kadar iş yapılmalıdır?

Hooke kanununa uyan bir yayı, gerdirilmemiş uzunluğundan bir d uzaklığına çekmek için yapılan iş W ise, yayı ek bir d uzaklığı kadar gerdirmek için fazladan daha he kadar iş yapılmalıdır?

Küçük bir m kütlesi, Şekil P7.25 de görüldüğü gibi bir yarım silindirin üzerinden geçen bir sicimle sürtünmesiz bir yarım silindirin (R yarıçaplı) üzerinden çekilmektedir. (a) Kütle sabit bir hızla hareket ederse, $F = mg\cos\theta$ olacağını gösteriniz. (*İpucu:* Kütle sabit bir hızla hareket ederse, ivmenin silindire teğet bileşeni daima sıfır olmak zorundadır.) (b) Doğrudan $W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$ integralini alarak, kütle yarım silindirin alt noktasından tepesine sabit hızla hareket



Şekil P7.25

ederse yapılan işi bulunuz. Burada *ds* küçük kütlenin sonsuz küçük yerdeğiştirmesini temsil etmektedir.

26. Bir yayın kuvvet sabitinin birimini metre, kilogram ve saniye gibi temel birimler cinsinden ifade ediniz.

Kesim 7.4 Kinetik Enerji ve İş-Kinetik Enerji Teoremi

27. 0,6 kg lık bir parçacık A noktasında 2 m/s lik bir hıza, *B* noktasında 7,5 J lük bir kinetik enerjiye sahiptir. Parçacığın (a) A noktasındaki kinetik enerjisi, (b) *B* noktasındaki hızı, (c) A dan *B* ye hareket etmesiyle üzerine yapılan toplam iş nedir?

28. 0,3 kg lık bir top, 15 m/s lik bir hıza sahiptir. (a) Kinetik enerjisi nedir? (b) Hızı ikiye katlanırsa, kinetik enerjisi ne olur?

29. (a)3 kg lık bir kütle $\mathbf{v}_i = (6\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$ m/s lik bir ilk hıza sahiptir. (a) Bu andaki kinetik enerjisi nedir? (b) Hızı $(8\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$m/s ye değişirse, cisim üzerinde yapılan toplam işi bulunuz. (*İpucu*: $v^2 = \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}$ olduğunu hatırlayınız)

30. Bir kimse, 2500 kg lık bir arabayı iterek durgun halden bir *v* süratine hızlandırıyor. Bu süreçte 5000J lük iş yapılıyor. Bu sürede araba 25 m hareket ediyor. Araba ile yol arasındaki sürtünme ihmal edilirse, (a) arabanın son sürati ne olur? (b) Arabayı iten kişi ne kadarlık bir sabit kuvvet uygular?

31. Bir kimse, *m* kütleli bir arabayı iterek, durgun haden hızlandırarak *W* işini yapıyor. Araba ile yol arasındaki sürtünme ihmal edilirse, (a) Arabanın son kürati nedir? Araba itildiği sürece bir *d* uzaklığına gider. (b) Bu kişinin arabaya uyguladığı sabit yatay kuvvet nedir?

32. 4 kg lık bir parçacık konumla Şekil P7.17 de gösterildiği gibi değişen bir toplam kuvvetin etkisindedir. Parçacık, $x = 0$ da durgun halden harekete başlar. (a) $x = 5$ m, (b) $x = 10$ m, (c) $x = 15$ m deki parçacığın hızı nedir?

Başlangıçta durgun olan 40 kg lık bir kutu, uygulanan sabit 130 N luk yatay bir kuvvetle pürüzlü, yatay bir döşeme boyunca 5 m uzaklığa itilmektedir. Kutu ile döşeme arasındaki sürtünme katsayısı 0,3 ise; (a) Uygulanan kuvvetin yaptığı işi, (b) Sürtünme yüzünden kaybolan enerjiyi, (c) normal kuvvetin yaptığı işi, (d) yerçekiminin yaptığı işi, (e) Kutunun kinetik enerjisindeki değişimi, (f) Kutunun son hızını bulunuz.

İş-kinetik enerji teoremini, dış etkilerin bir cismin hareketini nasıl etkilediğini tanımlayan Newton yasalarına paralel şekilde hareketin ikinci bir teorisi olarak düşünebilirsiniz. Bu problemde, iki teorinin öngördüklerini karşılaştırmak için (a) ve (b) şıklarını (c) ve (d) şıklarından ayrı olarak inceleyiniz. Bir tüfek namlusunda, 15 g lık bir mermi, durgun halden 780m/s lik bir süratle hızlanıyor. (a) Mermi üzerinde yapılan işi bulunuz. (b)Tüfek namlusu 72 cm uzunluğunda ise, üzerine etkiyen ortalama toplam kuvvetin büyüklüğünü $F = W/(d\cos\theta)$ olarak bulunuz. (c) Durgun halden 72cm lik bir mesafede780m/s lik bir sürat kazanan bir merminin sabit ivmesini bulunuz. (d) Mermiye etkiyen toplam kuvveti $\sum F = ma$ olarak bulunuz.

10 kg kütleli bir sandık 1,5 m/s lik bir hızla, pürüzlü bir eğik düzlem boyunca çekilmektedir. Çeken kuvvet, yatayla 20° lik bir açı yapan eğik düzleme paralel olup 100 N dur. Kinetik sürtünme katsayısı 0,4 ise ve sandık 5 m lik bir uzaklığa çekilirse; (a) Yerçekimine karşı ne kadar iş yapılır? (b) Sürtünmeye karşı ne kadar iş yapılır? (c) 100 N luk kuvvet ne kadar iş yapar? (d) Sandığın kinetik enerjisindeki değişim nedir? (e) Sandık 5 m çekildikten sonra hızı ne olur?

12 kg kütleli bir blok 35° eğimli sürtünmesiz bir eğik düzlemden aşağı doğru ilk hızsız olarak kaymakta ve $k = 3{,}0 \times 10^4$ N/m lik bir yayla durdurulmaktadır. Blok bırakıldığı noktadan, yayın karşı koymasıyla durduğu noktaya kadar toplam $d = 3$ m uzaklığa kaymaktadır. Blok durduğunda yay ne kadar sıkışmış olur?

WEB **37.** Donmuş bir göl üzerindeki bir kızak itilerek $v_0 = 2$ m/s lik ilk hız veriliyor. Kızak ile buz arasındaki kinetik sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}1$ dir. Kızağın duruncaya kadar gideceği uzaklığı bulmak için iş–enerji teoremini kullanınız.

38. Bir televizyon cihazındaki resim tüpü 36 cm uzunluğundadır. Elektrik kuvveti tüpteki bir elektronu bu uzaklıkta durgun halden ışık hızının %1 ine hızlandırmaktadır (a) Elektron, tüpün sonundaki ekrana çarptığında elektronun kinetik enerjisini, (b) Bu mesafe boyunca elektrona etkiyen ortalama elektrik kuvvetinin büyüklüğünü, (c) bu mesafede elektronun ortalama ivmesinin büyüklüğünü ve (d) uçuş zamanını hesaplayınız.

5 g lık bir kütle ve 600 m/s lik hıza sahip bir mermi, bir ağaca çarpar ve ağaç içinde 4 cm gider. (a) Mermiyi durduran ortalama sürtünme kuvvetini bulmak için iş–enerji ilkesini kullanınız (b) Sürtünme kuvvetini sabit varsayarak merminin ağaca girdiği an ile durduğu an arasında ne kadar zaman geçtiğini bulun.

Bir Atwood makinası, hafif sabit bir makara ile üzerinden geçirilen esnemeyen hafif bir sicimden oluşur (Şekil. 5.12). Sicimin iki ucuna 0,2 kg ve 0,3 kg lık kütleler asılmıştır. Kütleler iki tarafta durgun tutulur ve sonra serbest bırakılır. Sürtünme ihmal edildiğinde, her iki kütle 0,4 m hareket ederse her bir kütlenin hızı nedir?

41. 2 kg lık bir blok, Şekil 7.10 daki gibi 500 N/m kuvvet sabitli hafif bir yaya tutturulmuştur. Blok, denge konumundan sağa doğru 5 cm çekilerek serbest bırakılmaktadır. (a) Yatay yüzey sürtünmesizse, (b) Blok ile yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,35 ise bloğun denge konumundan geçerken hızını bulunuz.

Kesim 7.5 Güç

42. Bir arabayı otoban süratine hızlandıran bir araba motorunun gücünün mertebesini tahmin ediniz. Somutlaştırmak için kendi arabanızı gözönüne alınız (kullanıyorsanız). Çözümünüzde veri olarak aldığınız fiziksel nicelikleri bunlar için ölçtüğünüz veya kestirdiğiniz değerleri ifade ediniz. Aracın kütlesi aracın katoloğunda verilir. Bir araba yerine bir otobüs veya kamyonu da inceleyebilirsiniz.

WEB 43. Temel eğitimini yapan 700 N'luk bir asker, düzgün hızla 8 s de düşey bir halatta 10 m tırmanmaktadır. Ne kadar güç sarfetmiştir?

44. Belirli bir at 2 saatlik sürede 1 hp (BG) lik gücünü koruyabiliyorsa, at, 70 kg lık kaç tane kum torbasını (bir makara düzeneğiyle) 8 m yükseklikteki bir evin çatısına çıkarabilir? Verimin %70 olduğunu varsayınız.

45. Belirli bir otomobil motoru, 27 m/s ($\approx$ 60 mi/saat) lik sabit bir hızla hareket ettiğinde, tekerlerine $2{,}24 \times 10^4$ W lık (30 hp) bir güç vermektedir. Bu hızdaki otomobile etkiyen direnç kuvveti nedir?

46. 70kg kütleli bir kayakçı, motorla sürülen bir kablo tarafından yokuş yukarı çekilmektedir. (a) 2 m/s lik sabit bir hızla sürtünmesiz kabul edilen 30° lik bir eğimde kayakçıyı 60 m lik bir uzaklığa çekmek için ne kadar iş gerekir? (b) Bu işi yapması için ne güçte bir motor gereklidir?

47. 650 kg lık bir asansör, durgun halden harekete başlıyor. 1,75 m/s lik normal yükselme süratine ulaşıncaya kadar 3 s süre ile sabit ivme ile yukarı doğru hareket ediyor. (a) Bu sürede asansör motorunun ortalama gücü nedir? (b) Bu gücü, asansörün normal yükselme hızında hareket ettiğindeki güçle karşılaştırınız.

48. Enerji tasarruflu bir ışık ampülü 28 W lık bir güç alarak 100-W güçte çalışan normal bir ampulün parlaklığıyla aynı düzeyde ışık verebilir. Enerji tasarruflu ampulün ömrü 10000 saat ve fiatı 17 dolardır. Oysa normal ampul 750 saatlik bir ömre sahip olup fiatı 0,420 dolardır. Bir enerji tasarruflu ampul ömrü boyunca kullanımından elde edilen tasarrufu, aynı sürede normal bir ampulün ömrü boyunca kullanımından elde edilen tararruf ile kıyaslayın. Kilowatsaat başına enerji maliyetinin 0,080 dolar olduğunu varsayınız.

(*Seçmeli*)

Kesim 7.6 Enerji ve Otomobil

49. 900 kg kütleli bir araba %15 lik bir motor verimine sahiptir. (Yani, yakıtın sağladığı enerjinin %15'i arabanın kinetik enerjisine dönüştürülmektedir.) (a) Bir galon benzinin yanması $1{,}34 \times 10^8$ J enerji sağlarsa, durgun halden 55 mi/saat'e (24,6 m/s) ivmelenmede kullanılan benzin miktarını bulunuz. (b) Bir galon kaç defa böyle bir ivmelenme sağlar? (c) Böyle bir araba için mil cinsinden tüketim 55 mi/saat'lik bir hızda 38 mi/gal dur. Araba bu sabit hızla sürüldüğünde, sürtünme etkilerini yenmek için tekerlerlere aktarılan güç ne kadardır?

50. Tablo 7.2 de tanıtılan boş araba, 26,8 m/s (60 mi/saat) hızla yol aldığında 6,4 km/litre lik (15 mi/gal) bir yakıt tüketimine sahiptir. Verimin sabit olduğunu varsayarak, yolcular ve sürücünün toplam kütlesi 350 kg ise arabanın yakıt sarfiyatı ne olur?

51. Problem 50 de tanıtılan arabaya bir klima eklendiğinde, klimayı çalıştırmak için gerekli ek çıkış gücü 1,54 kW dır. Klimasız yakıt tüketimi 6,4 km/litre ise, klima çalıştığında yakıt tüketimi ne olur?

(*Seçmeli*)

Kesim 7.7 Yüksek Hızlarda Kinetik Enerji

52. c ışık hızı olmak üzere, bir elektron $0{,}995c$ hızıyla hareket etmektedir. (a) Elektronun kinetik enerjisi nedir? (b) Kinetik enerjisinin hesaplanmasında, klasik ifade kullanılırsa, yüzde kaçlık bir hata ortaya çıkar?

53. Yüksek enerji hızlandırıcısındaki bir proton, $c/2$ hızıyla hareket etmektedir. Burada c ışık hızıdır. Protonun hızını (a) $0{,}75c$, (b) $0{,}995c$'ye çıkarmak üzere gerekli işi bulmak için iş–enerji teoremini kullanınız.

54. (a) $K = \frac{1}{2}\,mv^2$ kasik eşitliğini (b) rölativistik eşitliği kullanarak 106 km/s lik bir süratle güneş sisteminden ateşlenen 78 kg lık bir uzay aracının kinetik enerjisini bulunuz.

EK PROBLEMLER

55. Beyzbolda bir oyuncu 0,15 kg lık topu 30° lik bir ilk açı altında 40 m/s lik bir süratle fırlatır. Yörüngesinin en yüksek noktasında topun kinetik enerjisi nedir?

56. Koşan bir kimse vücudunun kilogramı başına herbir adımda 0,6J civarında mekanik enerji tüketir. 60kg lık bir koşucu bir yarış esasında 70 W lık bir güç harcarsa, bu kimse hangi hızda koşuyor olur? Koşma adımının 1,5 m uzunlukta olduğunu varsayınız.

57. m-kütleli bir parçacık sabit bir **a** ivmesiyle hareket etmektedir. Parçacığın ilk konum ve hız vektörleri sırasıyla $\mathbf{r}_i$ ve $\mathbf{v}_i$ ise, enerji kavramlarını kullanarak, herhangi bir anda, parçacığın son süratinin,

$$v_s^2 = v_i^2 + 2\mathbf{a}\cdot(\mathbf{r}_s - \mathbf{r}_i)$$

eşitliğini sağladığını gösteriniz. Burada $\mathbf{r}_s$ parçacığın 0 anındaki konum vektörüdür.

58. Keyfi bir **A** vektörünün yönü, vektörün x, y ve z eksenleriyle yaptığı sırasıyla, α, β ve γ açılarıyla tama-

men belirlenebilir. $A = A_x\mathbf{i} + A_y\mathbf{j} + A_z\mathbf{k}$ ise (a) cos α, cos β ve cosγ (bunlar *doğrultu kosinüsleri* olarak bilinir) için ifadeler bulunuz (b) Bu açıların $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$ bağıntısını sağladığını gösteriniz. (*İpucu:* **A**'nın ayrı ayrı **i**, **j** ve **k** ile skaler çarpımını alınız.)

4 kg lık bir parçacık *x*-ekseni boyunca hareket etmektedir. Konumu $x = t + 2t^3$ e göre değişmektedir. Burada *x*, *m* ve *t*, *s* dir. (a) Herhangi bir *t* anında kinetik enerjiyi, (b) *t* anında parçacığın ivmesini ve üzerine etkiyen kuvveti, (c) *t* anında verilen gücü (d) $t = 0$ ile $t = 2$ s aralığında parçacık üzerinde yapılan işi bulunuz.

Hava alanında bir yolcu, yürüyen merdivenle bir kat çıkıyor, (Şekil P7.60). Yürüyen merdiven, *h* yüksekliği ile ayrılan giriş ve çıkış noktaları arasında, yolcuyu *v* düşey hız bileşeniyle taşıyacaktı. Fakat, yürüyen merdiven hareket halinde iken aceleci yolcu, *n* adım/s lik bir hızla merdiveni çıkıyor. Her bir adımın yüksekliğinin h_s olduğunu varsayınız (a) Kütlesi *m* olan yolcunun merdivene bindiği sürede yaptığı işi bulunuz.



Şekil P7.60

Belirli bir yay orantılılık sınırının ötesinde gerildiği zaman $F = -kx + \beta x^3$ eşitliğini sağlıyor. $k = 10$ N/m ve $\beta = 100$ N/m^3 ise, yay 0,1 m gerildiğinde, bu kuvvetin yaptığı işi bulunuz.

62. Bir kontrol sisteminde, bir ivme-ölçer, düşük sürtünmeli yatay bir oluklu ray üzerinde kayan 4,70 g lık bir kütleden oluşuyor. Düşük kütleli yay, rayın bir ucundaki kenara bağlıdır. Kütle, 0,800g' lık kararlı bir ivmeye maruz kaldığında, denge konumundan 0,50 cm uzakta olduğu varsayılmaktadır. Yayın kuvvet sabitini bulunuz.

63. 2100 kg'lık bir balyoz, bir çelik direği toprağa çakmak için kullanılmaktadır. Balyoz direğe değmeden önce 5 m'lik bir uzaklıktan serbest bırakılmaktadır ve direği 12 cm toprağa çakmaktadır. Enerji kavramını kullanarak, balyoz durgun hale gelirken direğin balyoza uyguladığı ortalama kuvveti hesaplayınız.

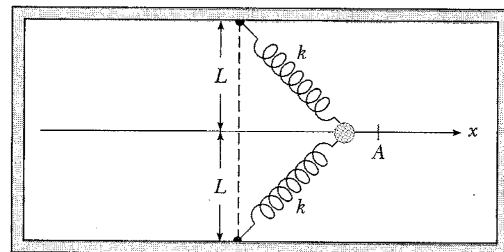
Bir bisikletli ile bisikleti, 75 kg lık toplam kütleye sahiptir. Bisikletli, yatayla 2°lik eğimli bir yolda 4 m/s sabit süratle aşağı doğru sürüyor. Sonra da 4° lik bir rampayı 8 m/s hızla iniyor. Daha sonra, hareketli bir araca tutunarak düz bir yol boyunca bisikleti sürüyor. Bisikletinin süratini 3 m/s de tutabilmek için araç ne kadarlık güç harcamalıdır. Hava direncinin bisikletlinin süratiyle orantılı olduğunu ve diğer sürtünme kuvvetlerinin sabit kaldığını varsayınız (Böyle tehlikeli bir oyunu denemeyin).

Sabit bir **F** kuvveti, *m* kütleli bir parçacığa etki etmektedir. Parçacık $t = 0$ da durgunken harekete başlıyor. (a) Herhangi bir *t* anında, kuvvetin verdiği ani gücün $(F^2/m)t$ ye eşit olduğunu gösteriniz. (b) $F = 20$ N ve $m = 5$ kg ise $t = 3$ s'de verilen güç nedir?

66. Bir parçacık, yatay sürtünmesiz bir masa üzerindeki iki özdeş yay arasına tutturulmuştur. Her iki yay *k* sabitine sahip olup ilk başta gerilmemiştir. (a) Parçacık Şekil P7.66 daki gibi yayların ilk şekillenimine dik yönde bir *x*-uzaklığına çekilirse, yayların parçacığa uyguladığı kuvvetin

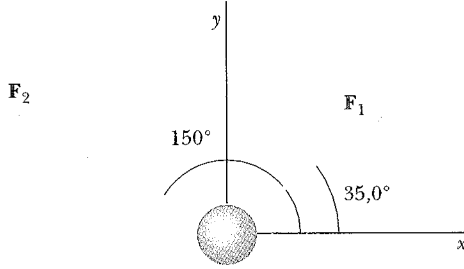
$$\mathbf{F} = -2\,kx\left(1 - \frac{L}{\sqrt{x^2 + L^2}}\right)\mathbf{i}$$

olacağını gösteriniz. (b) Parçacık, $x = A$ dan $x = 0$ a hareket ederse kuvvetin yaptığı işi hasaplayınız.



Şekil P7.66

Tarama Problemi. İki sabit kuvvet Şekil P7.67 de görüldüğü gibi xy düzleminde hareket eden 5 kg lık bir cisme etkimektedir. F_1 kuvveti 35° de 25 N ve F_2. 150° de 42 N dur. $t = 0$ anında cisim başlangıç noktasındadır ve $(4\mathbf{i} + 2{,}5\mathbf{j})$ m/s hıza sahiptir. (a) İki kuvveti birim vektörlerle ifade ediniz. Diğer cevaplarınız için de birim vektörleri kullanınız. (b) Cisme etkiyen toplam kuvveti bulunuz. (c) Cismin ivmesini bulunuz. Şimdi $t = 3$s için cismin (d) hızını, (e) konumunu, (f) $\frac{1}{2}mv_s^2$ den kinetik enerjisini (g) $\frac{1}{2}mv_i^2 + \sum\mathbf{F}\cdot\mathbf{d}$'den kinetik enerjisini bulunuz.



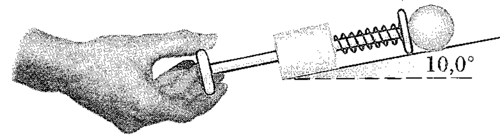
Şekil P7.67

68. Bir yaya farklı ağırlıklar asıldığında, yay aşağıdaki tabloda görüldüğü gibi farklı uzunluklarda gerilir. (a) Yayın uzamasına karşı uygulanan kuvvetin grafiğini çiziniz. En küçük kareler yöntemini uygulayarak, verilerle en iyi uyuşan doğruyu bulunuz (Tüm veri noktalarını kullanmak istemeyebilirsiniz) (b) En iyi uyuşan doğrunun eğiminden, k yay sabitini bulunuz. Yay 105 mm'ye uzatılırsa, asılı ağırlığa ne kadarlık bir kuvvet uygulanır?

F(N)	2	4	6	8	10	12	14	16	18
L(mm)	15	32	49	64	79	98	112	126	149

200 g lık bir blok, 1,4 kN/m kuvvet sabitine sahip bir yayı 10 cm sıkıştırıncaya kadar bastırmaktadır. Yay yatayla 60° lik bir eğik düzlemin alt noktasında serbest bırakılmaktadır. (a) Blok ile eğik düzlem arasında sürtünme yoksa, (b) kinetik sürtünme katsayısı 0,4 ise bloğun duruncaya kadar eğik düzlemde gittiği yolu bulmak için iş–enerji teoremini kullanınız.

0,4 kg'lık bir parçacık yatay bir ray üzerinde kaymaktadır. Ray 1,5 m yarıçaplı bir çember oluşturan, pürüzsüz düşey bir dış duvara sahiptir. Parçacığın ilk sürati 8m/s olarak verilmiştir. Bir devirden sonra, rayın sürtünmeli tabanından dolayı parçacığın sürati 6m/s yeye düşmüştür. (a) Bir devirde sürtünmeden dolayı enerji kaybını bulunuz. (b) Kinetik sürtünme katsayısını hesaplayınız. (c) Parçacığın duruncaya kadar yapacağı toplam devir sayısı ne olur?



Şekil P7.71

WEB Top fırlatıcı bir makina, 1,2 N/cm lik kuvvet sabitli bir yaya sahiptir (Şekil P7.71). Topun hareket ettiği yüzey, yatayla 10° lik açı yapmaktadır. Başlangıçta yay 5 cm sıkıştırılmışsa, piston serbest bırakıldığında, 100 g lık topun fırlatılma hızını bulunuz. Sürtünme ve pistonun kütlesi ihmal edilebilmektedir.

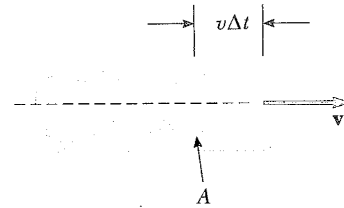
İki atomlu moleküllerde, bileşiği oluşturan atomlar birbirlerine uzun mesafelerde çekici kuvvet, kısa mesafelerde itici bir kuvvet uygularlar. Çok sayıda molekül için Lennard-Jones yasası bu kuvvetlerin büyüklüğünü iyi bir yaklaşıklıkla

$$F = F_0\left[2\left(\frac{\sigma}{r}\right)^{13} - \left(\frac{\sigma}{r}\right)^{7}\right]$$

olarak verir. Burada r, moleküldeki atomların merkezleri arası uzaklık σ bir uzunluk parametresi ve $F_0 = 9{,}60 \times 10^{-11}$ N ve $\sigma = 3{,}50 \times 10^{-10}$m dir. Atomlar $r = 4 \times 10^{-10}$m den $r = 9 \times 10^{-10}$m ye çekilirse, bu kuvvetin yaptığı iş ne olur?

Yatay bir sicim, pürüzlü yatay bir masa üzerinde bulunan 0,25 kg lık bir kütleye bağlıdır. Sicim hafif, sürtünmesiz makara üzerinden geçiriliyor ve 0,4 kg'lık bir başka kütle sicimin serbest ucuna bağlanıyor. 0,25 kg'lık kütle ile masa arasındaki kayma sürtünme katsayısı 0,2 dir. İş-kinetik enerji teoremini kullanarak, (a) herbir kütlenin durgun halden 20m hareket ettikten sonraki hızlarını, (b) verilen bir ilk hızda, kütlelerin sabit bir süratte harekete devam etmesini sağlayan, 0,25 kg'lık kütleye eklenmesi gereken kütleyi bulunuz. (c)0,4kg'lık kütleden ne kadar kütle kaldırılmalıdır ki (b) şıkkındaki aynı sonuç gerçekleşsin.

Bir arabanın, Şekil P7.74 deki gibi v hızı ile hareket eden bir silindir olarak modellendiğini varsayınız.



Şekil P7.74

Sistem bir Δt zamanında, Δm kütleli bir hava sütününu, $v\,\Delta t$ uzaklığına hareket ettirmeli ve böylece bir $\frac{1}{2}\,(\Delta m)v^2$ kinetik enerjisi verilmelidir. Bu modeli kullanarak, hava direncinden dolayı güç kaybının $\frac{1}{2}$ $\rho A v^3$ ve sürükleme kuvvetinin $\frac{1}{2}\,\rho A v^2$ olduğunu gösteriniz. Burada ρ havanın yoğunluğudur.

Bir parçacık

$$F = \frac{375}{x^3 + 3{,}75x}$$

ile verilen bir kuvvetin etkisi altında, $x = 12{,}8$ m den $x = 23{,}7$ m ye hareket etmektedir. Burada F Newton, x metre olarak verilmiştir. Bu yerdeğiştirme süresinde kuvvetin yaptığı toplam işi, sayısal integrasyon metodu kullanarak bulunuz. Hesaplarınız en azından %2 lik bir hassasiyete sahip olmalıdır.

Yaklaşık 2300 yıl önce Yunan filozofu Aristo Fizik adlı ilk kitabı yazdı. Günümüzün terminolojisine uyarlanan aşağıdaki pasaj, kitabının Eta Kesiminin sonundan alınmıştır:

$\mathcal{P}$ harekete sebep olan bir etkenin gücü, ω hareket eden nesne, d gidilen mesafe ve t geçen zaman olsun. Buna göre (1) $\mathcal{P}$ ye eşit bir güç, t ye eşit zaman aralığında, ω/2 yi $2d$ uzaklığına hareket ettirecektir; veya (2) $t/2$ süresinde ω/2 yi belirli bir d uzaklığına hareket ettirecektir. Ayrıca, (3), belirli bir $\mathcal{P}$ gücü verilen bir ω cismini $t/2$ sürede $d/2$ uzaklığa hareket ettirirse, o zaman (4) $P/2$ verilen t zamanda, $w/2$ yi belirli bir d uzaklığına hareket ettirecektir.

(a) Ariston'un orantılılığının, $\mathcal{P}t = b\,\omega d$ eşitliğini içerdiğini gösteriniz. Burada b orantı sabitidir (b) Ariston'un teorisi hareket teorimizin özel bir durumu olduğunu gösterin, özellikle bunun doğru olduğu bir durumu tanımlayınız. Ariston'un orantılılığını temsil eden eşitliği türetiniz ve orantı sabitini bulunuz.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

7.1 Hayır. Kuvvet, çemberin merkezine doğru yönelir, dolayısıyla harekete dik olduğundan cisim üzerinde iş yapmaz.

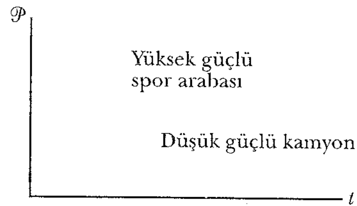
7.2 (a) Bir kimse, kutunun mg ağırlığı kadar bir kuvvetle kaldırdığı varsayıldığında, kuvvet yerdeğiştirme yönünde olduğundan, düşey yerdeğiştirme süresinde yaptığı iş mgh dir. Yatay yerdeğiştirme süresince yaptığı iş sıfırdır. Çünkü şimdi bu kimsenin kutuya uyguladığı kuvvet yerdeğiştirmeye diktir. Yaptığı net iş $mgh + 0 = mgh$ dir. (b) Kutunun düşey yerdeğiştirmesi süresinde, yerçekimi kuvveti yerdeğiştirmeye ters yönde olduğundan kutu üzerinde yaptığı iş, $-mgh$ dir. Yatay yerdeğiştirme süresinde, yerçekimi kuvvetinin yönü yerdeğiştirmeye dik olduğundan, yerçekiminin yaptığı iş sıfırdır. Yerçekimi kuvvetinin yaptığı net iş $-mgh + 0 = -mgh$ dir. Kutu üzerinde yapılan toplam iş $+mgh - mgh = 0$ dır.

7.3 Hayır. Örneğin $\mathbf{A} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ ve $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ gibi iki vektörü ele alınız. Her iki vektör negatif y bileşenine sahip olduğu halde, bunların nokta çarpımı $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = 8$ dir.

7.4 SI birimlerinde kuvvet bölü yerdeğiştirme metre başına Newton'dur (N/m)

7.5 Sürtünme kuvvetinin hareket boyunca bir bileşeni olduğu sürece evet. Bir yük arabasının üzerinde bulunan bir sandığı gözönüne alınız. Araba doğuya doğru gitmektedir. Arabanın sandığa uyguladığı statik sürtünme kuvveti sandığa, araba ile aynı yöne doğru ivmelenecek şekilde kuvvet uygular (sandığın kaymadığı kabul edildiğinde). Sandık hızlandığı için kinetik enerjisi artmalıdır.

7.6 İki araç aynı miktarda iş yaptığından, iki grafiğin altındaki alanlar eşittir. Fakat, düşük güçlü kamyonun grafiği, $\mathcal{P}$ ekseni üzerinde daha uzun bir zaman aralığına yayılır.



SİZCE NEDİR?

Bir karnaval sahnesinde, bir çanı çaldırmak için ağır bir çekici aşağı doğru sallayarak bir kütlenin yukarı doğru fırlatılma eğlencesi. Oyunu kazanmanız ve arkadaşlarınızın ilgisini çekmeniz için en iyi taktik nedir? *(Robert E. Daemmrich/Tony Stone Images)*



b ö l ü m

8 Potansiyel Enerji ve Enerjinin Korunumu

Bölüm İçeriği

Bölüm 7'de; cismin hareketiyle ilgili olan kinetik enerji kavramını tanıttık. Bu bölümde, birbirine kuvvet uygulayan nesnelerin oluşturduğu bir sistemin düzenlenişi ile ilgili olan ve *potansiyel enerji* denilen enerjinin başka bir biçimini tanıtacağız. Potansiyel enerji, iş yapabilen veya kinetik enerjiyi dönüştürülebilen sistemin depoladığı enerji olarak düşünülebilir.

Potansiyel enerji kavramı, sadece *korunumlu kuvvetler* olarak bilinen kuvvetlerin özel bir türü ile ilgili olarak kullanılır. Yalıtılmış bir sisteme sadece korunumlu kuvvetler etkidiğinde, sistemin kazandığı (ya da kaybettiği) kinetik enerji sistemin bileşenlerinin birbirlerine göre konumlarının değişmesiyle, potansiyel enerji de eşit miktarda bir kayıpla (veya kazançla) dengelenir. Enerjinin bu iki biçiminin dengelenişi *mekanik enerjinin korunumu* olarak bilinir.

Enerji evrende mekanik, elektromanyetik, kimyasal ve nükleer enerjiler gibi değişik biçimlerde bulunur. Ayrıca, enerjinin bir biçimi diğerine dönüşebilir. Örneğin bir elektrik motoru, bir pile bağlandığı zaman, pildeki kimyasal enerji, motorda elektrik enerjisine ve motorun bazı cihazları döndürmesi sonucu da mekanik enerjiye dönüşür. Enerjinin bir biçimden diğerine dönüşümü, fizik, mühendislik, kimya, jeoloji ve astronominin temel bir inceleme konusudur.

Enerji bir biçimden diğerine değiştiğinde, toplam mevcut miktar değişmez. Enerjinin korunumu, enerji biçim olarak değişebilmekle birlikte, bir cisim (veya sistem) enerji kaybederse, aynı miktadaki enerjinin başka bir cisimde veya cismin çevresinde görüneceğini ifade eder.

8.1 POTANSİYEL ENERJİ

Hareket eden bir çekicin bir çiviyi duvara çakması örneğindeki gibi, kinetik enerjiye sahip bir cisim başka bir cisim üzerinde iş yapabilir. Şimdi enerjinin diğer bir biçimini tanıtacağız. **Potansiyel enerji** (**U**) denilen bu enerji bir cisimler sisteminin enerjisidir.

Potansiyel enerjinin özel bir biçimini tanımlamadan önce, birbirine kuvvet uygulayan, iki veya daha çok cisimden oluşan bir *sistemi* tanıtmalıyız. **Sistemin düzenlenişi değişirse, sistemin potansiyel enerjisi de değişir.** Sistem birbirine kuvvet uygulayan sadece iki parçacıktan oluşmuşsa, bu parçacıklardan biri üzerine etkiyen kuvvetin yaptığı iş, parçacığın kinetik enerjisi ile sistemin diğer biçimlerdeki enerjisi arasında bir enerji dönüşümüne neden olur.

Kütle-Çekim Potansiyel Enerjisi

Bir cisim yere doğru düşerken, yer, cisim üzerine, cismin hareketiyle aynı yönde bir $m\mathbf{g}$ kütle çekimi kuvveti uygular. Kütle çekim kuvveti cisim üzerinde iş yapar ve bu yüzden cismin kinetik enerjisi artar. Bir tuğla, yerde duran bir tahtadaki çivinin üzerine durgun halden düşüyor olsun. Tuğla bırakıldığında, sürat kazanarak, dolayısıyla kinetik enerji kazanarak yere doğru düşer. Tuğla, yerden herhangi bir yükseklikte iken, tuğla-dünya sistemi potansiyel enerjiye sahiptir (yani sistem iş yapma *potansiyeline* sahiptir) ve bu potansiyel enerji, tuğla düşerken kinetik enerjiye dönüşür. Potansiyel enerjiden kinetik enerjiye dönüşüm, tüm düşme süresince oluşur. Tuğla, yerde duran çivi ile tahtaya ulaştığında, çiviyi tahtaya çakarak çivi üzerinde iş yapar. Tuğlanın çivi üzerinde ne kadarlık iş yapabileceğini neler belirler? Bu, daha ağır tuğlanın çiviyi da-

ha fazla çakacağını ve daha yüksekten bırakılan tuğlanın çiviyi çaktığında daha çok iş yapacağını görerek anlaşılır.

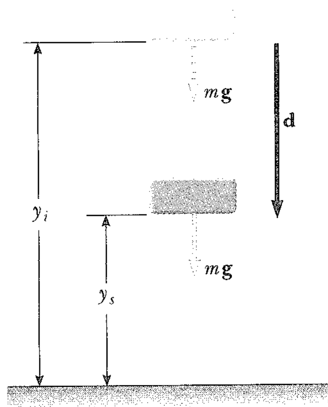
Bir cisim üzerine etkiyen *mg* kütle-çekim kuvvetinin büyüklüğüyle, cismin y-yüksekliğinin çarpımı, fizikte o kadar önemlidir ki, bu enerjiye özel bir ad veririz: **kütle-çekimi** (yerçekimi) **potansiyel enerjisi**. Kütle-çekimi potansiyel enerjisinin simgesi U_g olup tanım eşitliği

Kütle-çekimi potansiyel enerjisi

$$U_g \equiv mgy \tag{8.1}$$

dir. Kütle-çekimi potansiyel enerjisi, cisim-Dünya sisteminin potansiyel enerjisidir. Bu potansiyel enerji, kütle-çekim kuvveti tarafından sistemin kinetik enerjisine dönüştürülür. Bir cismin kütlesi (dünya), diğer cisimden çok büyük olduğu bir sistemde, büyük kütleli cisim, durgun olarak alınabilir ve sistemin kinetik enerjisi tümüyle daha hafif cismin kinetik enerjisiyle temsil edilebilir. Bu durumda, sistemin kinetik enerjisi, yere doğru düşen cismin kinetik enerjisi ile temsil edilir. Ayrıca, 8.1 Eşitliğinin sadece yer yüzüne yakın cisimler için geçerli olduğuna dikkat ediniz. Burada g yaklaşık olarak sabittir.[1]

Şimdi, kütle-çekim kuvvetinin bir cisim üzerinde yaptığı işi, cisim-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisine doğrudan bağlayalım. Bunun için, Şekil 8.1 de görüldüğü gibi yerden başlangıçta bir y_i yükseklikteki m kütleli bir tuğlayı ele alalım. Hava direncini ihmal edersek, tuğla düşerken üzerine etkiyen tek kuvvet $m\mathbf{g}$ kütle-çekim kuvvetidir. Tuğla aşağı doğru $\mathbf{d}$ kadar yerdeğiştirmeye uğradığında, kütle çekim kuvvetinin yaptığı W_g işi



Şekil 8.1 Tuğla bir y_i yüksekliğinden bir y_s yüksekliğine düşerken kütle-çekim kuvvetinin tuğla üzerinde yaptığı iş, $mgy_i - mgy_s$ a eşit olur.

$$W_g = (m\mathbf{g})\cdot\mathbf{d} = (-mg\mathbf{j})\cdot(y_s - y_i)\mathbf{j} = mgy_i - mgy_s$$

olur. Burada $\mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = 1$ (7.4 Eşitliği) gerçeğini kullandık. Bir cisim, $\mathbf{d} = (x_s - x_i)\mathbf{i} + (y_s - y_i)\mathbf{j}$ olacak şekilde hem yatay, hem de düşey bir yerdeğiştirme yaparsa, bu durumda kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş, $-mg\mathbf{j}\cdot(x_s - x_i)\mathbf{i} = 0$ olduğundan yine $mgy_i - mgy_s$ olur. O halde, kütle-çekim kuvvetinin yaptığı iş, sadece y deki değişime bağlı olup, yatay x konumundaki herhangi bir değişime bağlı değildir.

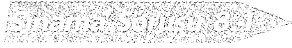
Şimdi mgy niceliğinin sistemin U_g kütle-çekim potansiyel enerjisi olduğunu ve buna göre

$$W_g = U_i - U_s = -(U_s - U_i) = -\Delta U_g \tag{8.2}$$

elde edeceğimizi öğrendik. Bu sonuçtan, kütle-çekim kuvvetinin herhangi bir cisim üzerinde yaptığı işin, sistemin kütle-çekim potansiyel enerjisindeki değişimin negatifine eşit olduğunu görüyoruz. Ayrıca bu sonuç, sadece ilk ve son konumlardaki potansiyel enerjilerin *farkını* gösterir. Bu, koordinatın başlangıcını herhangi uygun bir konumda seçmekte serbest olduğumuzu ifade eder. Son olarak, bir cisim yere düşerken, kütle çekim kuvvetinin cisim üzerine yaptığı iş, cisim aynı noktadan başlayıp eğik düzlemde yere doğru kaydığı zaman yapılan iş ile aynıdır. Yatay hareket, W_g'nin değerini etkilemez.

Kütle-çekim potansiyel enerjisinin birimi, işin birimi ile aynı, yani–joule'-dür. Potansiyel enerji, iş ve kinetik enerji gibi skaler bir niceliktir.

[1] Düşey yerdeğiştirme, Yerin yarıçapına kıyasla küçük olduğu sürece kütle-çekim kuvvetinin sabit varsayılması iyi bir yaklaşımdır.



Bir sistemin kütle-çekim potansiyel enerjisi negatif olabilir mi?

ÖRNEK 8.1 Bovling Oyuncusu ve Yaralı Parmağı

Dikkatsiz bir bovling oyuncusunun tuttuğu top, oyuncunun elinden kayarak ayak parmağına düşüyor. Yer seviyesini koordinat sisteminizde $y = 0$ seçerek, top düşerken kütle-çekim kuvvetinin top üzerinde yaptığı toplam işi kestiriniz. Oyucunun başının tepe noktasını, koordinatların başlangıcı seçerek hesabı tekarlayınız.

Çözüm Önce, bir kaç değeri belirlememiz gerekir. Bir bovling topunun kütlesi yaklaşık 7 kg'dır ve bir kişinin ayak parmağının tepesi yerden 0,03 m yukarıdadır. Ayrıca, topun 0,5 m'lik bir yükseklikten bırakıldığını varsayıyoruz. Problemi bitirinceye kadar anlamlı rakam sayısını önemseyerek, top bırakılmadan hemen önce, top-yer sisteminin kütle çekim potansiyel enerjisini $U_i = mgy_i$ = (7 kg) (9,80 m/s^2) (0,5 m) = 34,3 J olarak hesaplarız . Top oyuncnun parmağına ulaştığı an benzer bir hesaplama ile $U_s = mgy_s$ = (7 kg) (9,80 m/s^2) (0,03 m) = 2,06 J buluruz. Buna göre, kütle-çekim kuvvetinin yaptığı iş, $W_g = U_i - U_s$ = 32,24 J dür. Kabaca tahmin yaptığımızdan, bovling topunun düşerken kütle-çekim kuvvetinin topa yaptığı işi 30 J olarak kestirebiliriz. Top düşmeye başlamadan önce, ayak parmağının tepesine göre, sistem 30J lük bir kütle çekim potansiyel enerjisine sahiptir.

Oyuncunun başını koordinatlarımızın başlangıcı olarak kullandığımızda (yerden 1,50 m yukarıda olduğu varsayımı ile), $U_i = mgy_i$ = (7 kg) (9,80 m/s^2) (−1 m) = −68,6 J ve $U_s = mgy_s$ = (7 kg) (9,80 m/s^2) (−1,47 m) = −100,8 J buluruz. Kütle çekim kuvvetinin yaptığı iş yine $W_g = U_i - U_s$ = 32,24 J ≈ 30 J dür.

Esneklik Potansiyel Enerjisi

Şimdi, Şekil 8.2'de görüldüğü gibi blok ve yaydan oluşan bir sistemi inceleyelim. Yayın blok üzerine uyguladığı kuvvet, $F_s = -kx$ ile verilir. Önceki bölümde, yaya bağlı bir blok üzerinde yay tarafından yapılan işin 7.11 Eşitliğiyle verildiğini öğrendik:

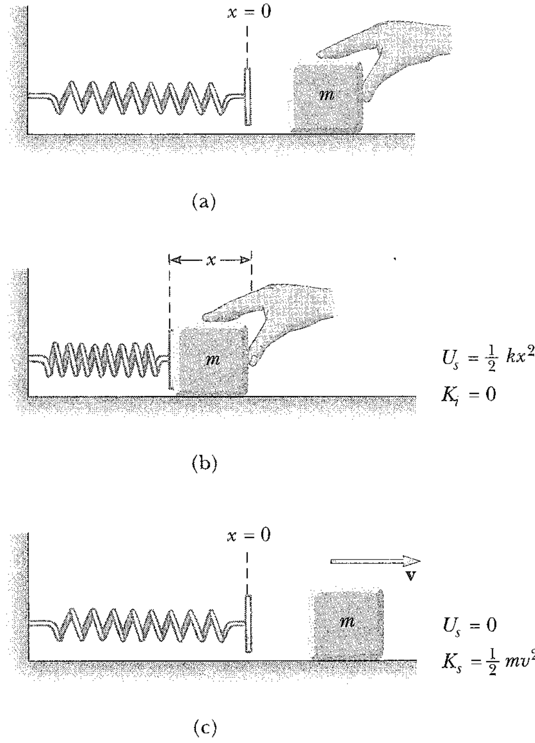
$$W_s = \tfrac{1}{2}kx_i^2 - \tfrac{1}{2}kx_s^2 \tag{8.3}$$

Bu durumda, bloğun ilk ve son x koordinatları, $x = 0$ denge konumundan ölçülür. Yine, W_s'nin sadece, cismin ilk ve son x koordinatlarına bağlı olduğunu ve herhangi kapalı bir yol için sıfır olduğunu biliyoruz. Sistemin **esneklik potansiyel** enerji fonksiyonu

$$U_s \equiv \tfrac{1}{2}kx^2 \tag{8.4}$$

Bir yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi

olarak tanımlanır. Sistemin esneklik potansiyel enerjisi, şekli değişmiş yayda (denge konumundan ya sıkıştırılmış ya da gerdirilmiş bir yay) depolanan enerji olarak düşünülebilir. Bunu anlamak için, sürtünmesiz, yatay bir yüzeydeki bir yayı gösteren Şekil 8.2'yi ele alalım. Bir blok yaya doğru itilerek (Şek. 8.2b) yay bir x uzaklığı kadar sıkıştırıldığında, yayda depolanan potansiyel enerji, $kx^2/2$ dir. Blok, durgun halden bırakıldığında, yay ilk uzunluğuna döner ve depolanan esneklik potansiyel enerjisi, blokun kinetik enerjisine dönüşür (Şek. 8.2c). Yay şeklini değiştirmediği sürece ($x = 0$), yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi sıfırdır. Yay, sadece yay gerildiğinde ya da sıkıştırıldığında, yayda enerji depolanır. Ayrıca, yay maksimum sıkışma veya gerilmeye ulaştığında (yani, $|x|$ maksimum olduğunda) esneklik potansiyel enerjisi maksimum olur. Son olarak, esneklik potansiyel enerjisi, x^2 ile orantılı olduğundan, U_s, şekli bozulmuş bir yayda, daima pozitif olacaktır.



Şekil 8.2 (a) Sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerinde, şekli değişmemiş bir yay. (b) *m*-kütleli bir blok yaya doğru itilerek yay bir *x* uzunluğu kadar sıkıştırılmıştır. (c) Blok durgun halden bırakıldığında, yayda depolanan esneklik potansiyel enerji, kinetik enerjisi biçiminde bloğa aktarılır.

8.2 KORUNUMLU VE KORUNUMSUZ KUVVETLER

Kütle-çekim kuvvetinin yaptığı iş, cismin dikey olarak düşmesine ya da eğik bir düzlemden aşağı doğru kaymasına bağlı değildir. Tüm sorun cismin yüksekliğindeki değişmedir. Öte yandan eğik düzlemde sürtünmeden dolayı enerji kaybı, cismin kaydığı uzaklığa bağlıdır. Başka bir deyişle, kütle-çekim kuvvetinin yaptığı işi gözönüne aldığımızda, yolun önemi yoktur, fakat sürtünmeden dolayı enerji kaybını dikkate aldığımızda seçilen yol önem kazanır. Kuvvetleri korunumlu ve korunumsuz olarak sınıflandırmada, yola bağlı bu değişimi kullanabiliriz.

Burada sözü edilen kütle-çekim kuvveti korunumlu, sürtünme kuvveti korunumsuz birer kuvvettir.

Korunumlu Kuvvetler

Korunumlu kuvvetin özellikleri

Korunumlu kuvvetin iki önemli özelliği vardır:

1. Bir kuvvetin, herhangi iki nokta arasında hareket eden bir parçacık üzerinde yaptığı iş, parçacığın aldığı yoldan bağımsızsa kuvvet korunumludur.
2. Kapalı bir yol boyunca korunumlu bir kuvvetin parçacık üzerinde yaptığı iş sıfırdır. (Kapalı bir yol, başlangıç ve bitiş noktaları özdeş olan bir yoldur.)

Kütle-çekim kuvveti, korunumlu bir kuvvet örneğidir. Yaya bağlı herhangi bir cisme uygulanan kuvvet de bir başka korunumlu kuvvettir. Bundan önceki kesimden öğrendiğimiz gibi, yeryüzü yakınında, herhangi iki nokta arasında, hareket eden bir cisim üzerinde kütle-çekim kuvvetinin yaptığı iş, $W_g = mgy_i - mgy_s$ dir. Bu eşitlikten, W_g nin sadece, cismin ilk ve son *y*-koordinatlarına bağlı

olduğunu ve gidilen yoldan bağımsız olduğunu görüyoruz. Ayrıca, cisim herhangi bir kapalı yol boyunca hareket ettiği zaman (burada $y_i = y_s$) W_g sıfırdır.

Kütle-yay sisteminde, yay kuvveti tarafından yapılan iş, $W_s = \frac{1}{2}kx_i^2 - \frac{1}{2}kx_s^2$ (Eş. 8.3) ile verilir. yine, W_s cismin ilk ve son x-koordinatlarına bağlı olduğundan, ve herhangi bir kapalı yol için sıfır olduğundan, yay kuvvetinin korunumlu olduğunu görüyoruz.

Bir korunumlu kuvvet, bir potansiyel enerji ile ilişkilendirilebilir ve bu *sadece* korunumlu kuvvetler için yapılabilir. Önceki kesimde, kütle-çekim kuvvetiyle ilgili potansiyel enerji, $U_g \equiv mgy$ olarak tanımlandı. Genel olarak korunumlu bir kuvvetin bir cisim üzerinde yaptığı iş, cisme ait potansiyel enerjinin ilk değeri eksi son değerine eşitir:

Korunumlu bir kuvvetin yaptığı iş

$$W_c = U_i - U_s = -\Delta U \tag{8.5}$$

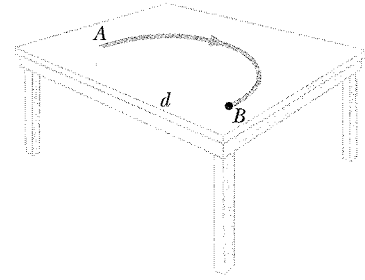
Bu eşitlik size tanıdık gelmelidir. Bunlar, kütle-çekim kuvvetinin yaptığı işin (8.2 Eşitliği) ve yay kuvvetinin yaptığı işin (Eş. 8.3) genel biçimleridir.

Korunumsuz Kuvvetler

Korunumlu olmayan bir kuvvetin özellikleri

5.3 Bir kuvvet, kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı olarak tanımladığımız ***E* mekanik enerjisinde bir değişime neden olursa, bu kuvvet korunumsuzdur.** Örneğin, bir kitap sürtünmeli yatay bir yüzeyde kaydırılarak gönderilirse, kinetik sürtünme kuvveti kitabın kinetik enerjisini azaltır. Kitap yavaşlarken, kitabın kinetik enerjisi azalır. Sürtünme kuvvetinin bir sonucu olarak, kitap ve yüzeyin sıcaklıkları artar. Sıcaklıkla ilgili enerji türü, Bölüm 20'de ayrıntılı olarak inceleyeceğimiz *iç enerji*dir. Deneyimler, bu iç enerjinin, tekrar kitabın kinetik enerjisine dönüştürülemeyeceğini söyler. Başka bir deyişle, enerji dönüşümü tersinir değildir. Kinetik sürtünme kuvveti bir sistemin mekanik enerjisini değiştirdiği için, korunumsuz kuvvettir.

İş-kinetik enerji teoremine göre, korunumlu bir kuvvetin bir cisim üzerinde yaptığı işin, cismin kinetik enerjisinde bir değişime sebep olacağını biliyoruz. Kinetik enerjideki bu değişim, yalnızca, cismin ilk ve son konumlarına bağlı olup, bu noktaları birleştiren yoldan bağımsızdır. Bunu, yüzey ile kayan kitap arasındaki korunumsuz sürtünme kuvveti örneğiyle karşılaştıralım. 7.17a Eşitliğine göre, sürtünmeden dolayı kitabın kinetik enerjisindeki değişim $\Delta K_{\text{sürtünme}} = -f_k d$ dir. Burada d, sürtünme kuvvetinin etkidiği yolun uzunluğudur. Kitap, Şekil 8.3'deki A 'dan B 'ye düz yol boyunca kaymış olsun. Kinetik enerjideki değişim $-f_k d$ 'dir. Şimdi kitabın A'dan B'ye yarı-dairesel yol üzerinden kaydığını varsayınız. Bu durumda, yol daha uzun olup, bunun sonucu, kinetik enerjideki değişim, düz yol durumundaki miktarından daha büyüktür. Bu belirli yol için, kinetik enerjideki değişim, d yarım dairenin çapı olmak üzere $-f_k \pi\, d/2$ dir. Buna göre, korunumsuz bir kuvvet için, kinetik enerjideki değişimin, ilk ve son noktalar arasında izlenen yola bağlı olduğunu görüyoruz. Bir potansiyel enerji söz konusu olursa, toplam mekanik enerjideki değişim, izlenen yola bağlı olur. Bu noktaya Kesim 8.5'de döneceğiz.



Şekil 8.3 Kitap A 'dan B ' ye hareket ettirildiğinde kinetik sürtünme kuvvetinden dolayı, mekanik enerjideki kayıp alınan yola bağlıdır. Mekanik enerjideki kayıp, kırmızı yol boyunca, mavi yol boyunca olandan daha büyüktür.

8.3 KORUNUMLU KUVVETLER VE POTANSİYEL ENERJİ

Önceki kesimde, korunumlu bir kuvvetin bir parçacık üzerine yaptığı işin, parçacığın aldığı yola bağlı olmadığını bulduk. Bu iş, yalnızca parçacığın ilk ve son koordinatlarına bağlıdır. Sonuç olarak, öyle bir ***U* potansiyel enerji fonksiyonu** tanımlanabilir ki, korunumlu kuvvet tarafından yapılan iş, siste-

min potansiyel enerjisindeki azalmaya eşit olsun. Bir parçacık x-ekseni boyunca, hareket ederken, korunumlu **F** kuvvetinin yaptığı iş[2]

$$W_k = \int_{x_i}^{x_s} F_x dx = -\Delta U \tag{8.6}$$

olur. Burada F_x, **F** 'nin yerdeğiştirme doğrultusundaki bileşendir. Yani, **korunumlu bir kuvvet tarafından yapılan iş, bu kuvvete ait potansiyel enerjideki değişimin negatifine eşittir**. Burada, potansiyel enerjideki değişim, $\Delta U = U_s - U_i$ olarak tanımlanır.

8.6 Eşitliği,

$$\Delta U = U_s - U_i = -\int_{x_i}^{x_s} F_x\, dx \tag{8.7}$$

olarak da ifade edilebilir. O halde bir cisim, bir kütle çekim alanında aşağıya inerken ya da, bir yay bir cismi denge konumuna doğru ittiğinde olduğu gibi, F_x ile dx aynı yönde olacağından ΔU negatiftir.

Potansiyel enerji terimi, cismin bir potansiyele sahip olması ya da, sistemin başka bir elemanı tarafından, cisme uygulanan korunumlu bir kuvvetin etkisi altında herhangi bir noktadan bırakılan cismin ya kinetik enerji kazanması ya da iş yapabilme yeteneğine sahip olmasını ifade eder. Genellikle, belirli bir x_i konumunun referans noktası olarak alınması ve tüm potansiyel enerji farklarının bu noktaya göre ölçülmesi uygundur. Buna göre, potansiyel enerji fonksiyonu,

$$U_s(x) = -\int_{x_i}^{x_s} F_x\, dx + U_i \tag{8.8}$$

olarak tanımlanabilir.

U_i değeri, referans noktasında çoğu kez sıfır olarak alınır. Gerçekte U_i ye hangi değerin verilmesi önemli değildir. Çünkü, sıfırdan farklı herhangi bir değer, $U_s(x)$'i sadece sabit bir miktar kadar kaydırır; yani yalnızca potansiyel enerjideki *değişim* fiziksel olarak anlamlı olur.

Korunumlu kuvvet, konumun bir fonksiyonu olarak bilinirse, sistem içindeki bir cisim x_i'den x_s'ye hareket ederken, bir sistemin potansiyel enerjisindeki değişimi hesaplamada, 8.8. Eşitliğini kullanabiliriz. Bir-boyutlu yerdeğiştirme durumunda bir kuvvet yalnızca konumun fonksiyonu ise, bu kuvvetin daima korunumlu olduğunu görmek ilginçtir. İki veya üç boyutlu yerdeğiştirmeleri içeren hareket için bu, zorunlu bir durum değildir.



8.4 MEKANİK ENERJİNİN KORUNUMU

5.9 Yerden herhangi bir h yüksekliğinde tutulan cisim hiçbir kinetik enerjiye sahip değildir. Bununla birlikte daha önce öğrendiğimiz gibi, cisim-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisi mgh 'ye eşit olur. Cisim düşürülürse, cismin düşmesi esnasında sistemin potansiyel enerjisi azalırken, cismin sürati ve dolayısıyla kinetik enerjisi artar. Hava direnci gibi etkenler gözardı edilirse, cisim aşağı doğru hareket ederken, sistemin kaybettiği potansiyel enerji, cismin kinetik enerjisi olarak görünür. Başka bir deyişle, kinetik ve potansiyel enerji-

[2] Genel bir yerdeğiştirme için, iki veya üç boyutta yapılan iş de $U_i - U_s$'a eşittir. Burada $U = U(x, y, z)$ dir. Bunu da esasen $W = \int_i^s \mathbf{F}\cdot d\mathbf{s} = U_i - U_s$ şeklinde yazarız.

lerin toplamı yani toplam mekanik enerji E sabit kalır. Bu, **mekanik enerjinin korunumu ilkesine** bir örnektir. Bir cismin serbest düşmesi durumunda, bu ilke bize, potansiyel enerjideki herhangi bir artışa (veya azalışa), kinetik eneride eşit bir azalış (veya artış) eşlik edeceğini söyler. **Sadece korunumlu kuvvetler yolu ile etkileşen yalıtılmış cisimler sisteminde, sistemin toplam mekanik enerjisinin sabit kalacağına** dikkat ediniz.

Bir sistemin toplam mekanik enerjisi, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olarak tanımlandığından,

$$E \equiv K + U \quad \textbf{(8.9)}$$

Toplam mekanik enerji

olarak yazabiliriz. Enerjinin korunumu ilkesini $E_i = E_s$ olarak ifade edebiliriz. Bu durumda,

$$K_i + U_i = K_s + U_s \quad \textbf{(8.10)}$$

Yalıtılmış bir sisitemin mekanik enerjisi sabit kalır.

elde ederiz.

8.10 Eşitliğinin, sadece sisteme hiçbir enerji eklenip çıkarılmadığı durumlar için geçerli olduğuna dikkat edilmelidir. Ayrıca, sistem içinde iş yapan hiçbir korunumsuz kuvvet bulunmamalıdır.

Bu bölümün başında resmi verilen karnavaldaki çan-çalma olayını gözönüne alınız. Katılan kişi, çekicin ilk kinetik enerjisini, düşey bir ray üzerinde kayan bir ağırlıkla ilgili kütle çekim potansyel enerjisine dönüştürmeye gayret ediyor. Çekiç yeterli kinetik enerjiye sahip olursa ağırlık, rayın tepesindeki çana ulaşmaya yetecek yüksekliğe çıkarılır. Çekicin kinetik enerjisini maksimum yapmak için, oyuncu ağır çekici mümkün olduğunca hızlı sallamalıdır. Hızlı hareket eden çekiç mil üzerindeki hedefte iş yapar ve daha sonra o da ağırlık üzerinde iş yapar. Kuşkusuz, yağlanmış ray (sürtünmeden dolayı enerji kaybını minimum yapacak şekilde) işi kolaylaştırır, fakat muhtemelen buna izin verilmez.

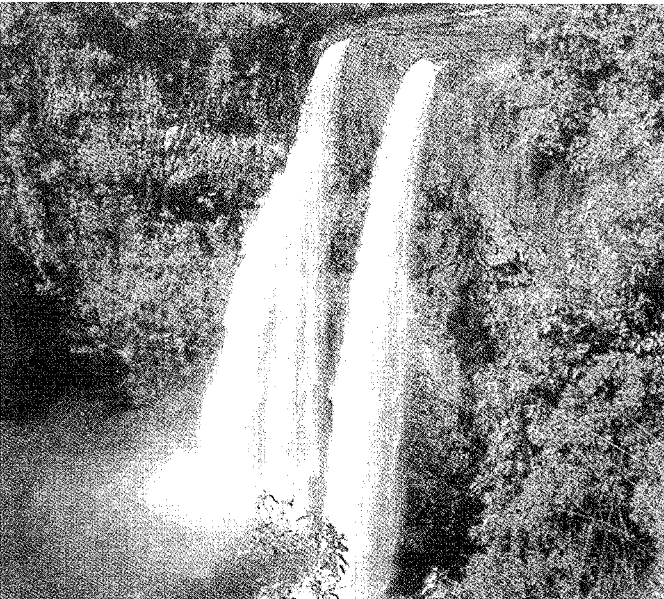
Bir sistemdeki cisim üzerine birden fazla korunumlu kuvvet etki ederse, her bir kuvvetle ilgili bir potansiyel enerji fonksiyonu mevcut olur. Böyle bir durumda, sistemin mekanik enerji korunumu ilkesi

$$K_i + \Sigma U_i = K_s + \Sigma U_s \quad \textbf{(8.11)}$$

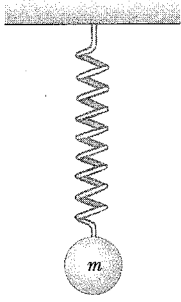
olarak yazılır. Burada, toplamdaki terimlerin sayısı, korunumlu kuvvetlerin sayısına eşittir. Örneğin, yaya bağlı bir cisim düşey olarak titreşirse, cisim üzerine iki korunumlu kuvvet etki eder: yay kuvveti ve kütle çekim kuvveti.

Ev Deneyi

Bir ayakkabıyı, bağından sallayarak bir sarkaç gibi kullanınız. Ayakkabıyı bir tarafta tutup bırakınız ve çemberinin sonunda ne kadar yükseğe salındığına dikkat ediniz. Bu yüksekliği ilk yükseklik ile kıyaslayın. Araştırmanzın bir parçası olarak Soru 8.3'ü kontrol etmek isteyebilirsiniz.



Kauai/Hawaii Adasında, ikiz şelale. Su, şelalenin tepesinden düşmeye başladığında, su-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisi, kinetik enerjiye dönüşür. Su uçurumun tepesine nasıl ulaştı? Başka bir deyişle, su tepedeyken kütle çekim potansiyel enerjsinin kaynağı ne idi? (*İpucu:* Bu kaynak, gezegenimizdeki hemen herşeye güç verir.) (*Bruce Byers/FPG*)



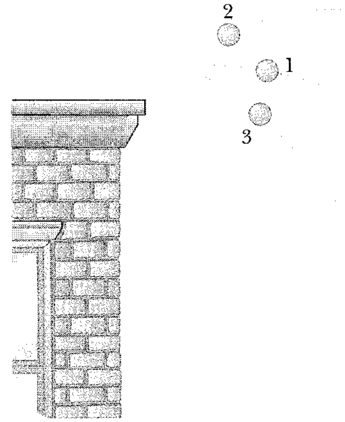
Şekil 8.4 Düşey olarak asılmış kütlesiz yaya bağlı bir top. Top aşağı doğru yerdeğiştirdiğinde, top-yay-Dünya sistemiyle ilgili potansiyel enerji biçimleri nelerdir?

Sınama Sorusu 8.2

Bir kitap, Şekil 8.4'de görüldüğü gibi, düşey olarak asılmış hafif bir yaya bağlıdır. Denge konumundan aşağı doğru yerdeğiştirilir ve sonra bırakılırsa, top aşağı yukarı salınır. Hava direnci ihmal edilirse sistemin (top + yay + Dünya) toplam mekanik enerjisi korunur mu? Bu durum için potansiyel enerjinin kaç biçimi vardır?

Sınama Sorusu 8.3

Üç özdeş top aynı ilk süratle bir binanın tepesinden fırlatılıyor. Şekil 8.5 de görüldüğü gibi, ilki yatay olarak, ikincisi yatayın üzerinde ve üçüncüsü yatayın altında herhangi bir açıda atılıyor. Hava direncini ihmal ederek, her bir topun yere çarptığı anda, süratlerini sıralayınız.



Şekil 8.5 Üç özdeş top, bir binanın tepesinden aynı süratle fırlatılıyor.

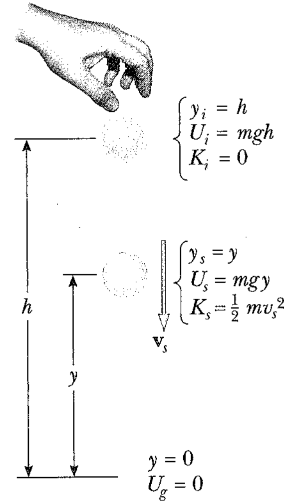
ÖRNEK 8.2 Serbest Düşen Top

Şekil 8.6 da görülen *m* kütleli bir top *h* kadar yükseklikten bırakılmıştır. (a) Hava direncini ihmal ederek, yerden bir *y* yükseklikte iken topun süratini bulunuz.

Çözüm Top serbest düşme yaptığından, üzerine etki eden tek kuvvet kütle çekim kuvvetidir. Dolayısıyla top-dünya sistemine mekanik enerjinin korunumu ilkesini uygulayabiliriz. İlk önce, sistem sadece potansiyel enerjiye sahip olup kinetik enerjisi yoktur. Top düşerken toplam mekanik enerji sabit kalır ve sistemin ilk potansiyel enerjisine eşittir.

Top durgun olarak bırakıldığında kinetik enerjisi $K_i = 0$ ve sistemin potansiyel enerjisi $U_i = mgh$ dir. Top yerden bir y uzaklığında olduğunda, kinetik enerjisi $K_s = \frac{1}{2} mv_s^2$ ve yere göre potansiyel enerjisi $U_s = mgy$ dir. 8.10 Eşitliğini uygulayarak,

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$
$$0 + mgh = \frac{1}{2} mv_s^2 + mgy$$
$$v_s^2 = 2g(h - y)$$



Şekil 8.6 Bir top yerden bir *h*-yükseklikten bırakılıyor. İlk olarak top-dünya sisteminin toplam enerjisi, yere göre *mgh*'ye eşittir. *y*-yüksekliğinde toplam enerji, kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamıdır.

$$v_s = \sqrt{2g(h-y)}$$

elde ederiz. Sürat daima pozitiftir. Topun hızının bulunması istenseydi, y bileşeni hareketin aşağı doğru olduğunu gösterdiği için karekökün negatif değerini kullanabilirdik.

(b) Top ilk h yüksekliğinden bırakıldığı anda bir v_i ilk süratine sahipse, topun y-deki süratini hesaplayınız.

Çözüm Bu durumda, ilk enerji $\frac{1}{2}mv_i^2$'ye eşit olan kinetik enerjidir ve 8.10 Eşitliği

$$\tfrac{1}{2}mv_i^2 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_s^2 + mgy$$

olarak yazılabilir. Buradan,

$$v_s^2 = v_i^2 + 2g(h-y)$$

$$v_s = \sqrt{v_i^2 + 2g(h-y)}$$

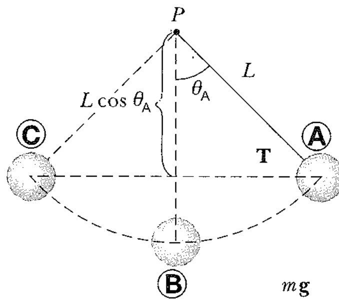
elde edilir. Bu sonuç kinematikteki $v_{ys}^2 = v_{yi}^2 - 2g(y_s - y_i)$ ifadesi ile uyuşur. Burada $y_s = h$ dir. Ayrıca, ilk hız yatayla bir açı yapsa bile (eğik atış durumu) bu sonuç iki nedenden dolayı geçerlidir. (1) enerji bir skalerdir ve kinetik enerji sadece hızın büyüklüğüne bağlıdır ve (2) kütle-çekim potansiyel enerjisindeki değişim yalnızca düşey doğrultuda konumdaki değişime bağlıdır



ÖRNEK 8.3 Sarkaç

Bir sarkaç, Şekil 8.7 deki gibi L uzunluklu hafif ipe bağlı m-kütleli bir küreden oluşuyor. İp düşeyle bir θ_A açısı yaptığında, küre durgun olarak bırakılıyor ve P mili sürtünmesizdir. (a) Küre en alt nokta olan Ⓑ ye geldiğinde sürati ne olur?

Çözüm Küre üzerinde iş yapan tek kuvvet, kütle çekim kuvvetidir. Gerilme kuvveti, yerdeğiştirme elemanına daima dik olduğu için iş yapmaz. Kütle çekim kuvveti korunumlu olduğu için sarkaç-dünya sisteminin toplam mekanik enerjisi sabittir. Başka bir deyişle, bunu bir "enerji korunumu" problemi olarak sınıflandırabiliriz. Sarkaç salınırken, potansiyel ve kinetik enerji arasında sürekli bir dönüşüm olur. Sarkaç bırakıldığı anda, enerji tümüyle potansiyel enejidir. Ⓑ noktasında, sarkaç kinetik enerjiye sahiptir. Fakat sistem bir miktar potansiyel enerji kaybetmiştir. Ⓒ noktasında sistem ilk potansiyel enerjisini yeniden kazanmış ve sarkacın kinetik enerjisi yine sıfır olmuştur.



Şekil 8.7 Küre durgun halde iken θ_A açısında bırakılırsa, hareketi esnasında, hiç bir zaman bu noktanın üstüne salınamayacaktır. Hareketin başlangıcı olan Ⓐ noktasında, enerji tümüyle potansiyel enerjidir. Bu ilk potansiyel enerji en düşük Ⓑ yüksekliğinde, tümüyle kinetik enerjiye dönüşür. Küre yay boyunca harekete devam ederken, enerji yine Ⓒ de tümüyle potansiyel enerji olur.

Kürenin y-koordinatlarını dönme merkezine göre ölçersek, $y_A = -L\cos\theta_A$ ve $y_B = -L$ olur. Dolayısıyla $U_A = -mgL\cos\theta_A$ ve $U_B = -mgL$ dir. Mekanik enerjinin korunumu ilkesi sisteme uygulanırsa aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 - mgL\cos\theta_A = \tfrac{1}{2}mv_B^2 - mgL$$

$$(1) \quad v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta_A)}$$

(b) Ⓑ de iken ipdeki T_B gerilmesi nedir?

Çözüm Gerilme kuvveti iş yapmadığı için, enerji yöntemini kullanarak gerilmeyi belirleyemeyiz. T_B'yi bulmak için Newton'un ikinci kanununu radyal yöne uygulayabiliriz. Önce, dairesel hareket yapan bir parçacığın merkezcil ivmesinin dönme merkezine doğru yönelmiş v^2/r ye eşit olduğunu hatırlayınız. Bu örnekte $r = L$ olduğu için

$$(2) \quad \sum F_r = T_B - mg = ma_r = m\frac{v_B^2}{L}$$

elde ederiz. (1, (2) de yerine konulursa, Ⓑ noktasındaki gerilme bulunur.

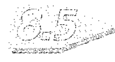
$$(3) \quad T_B = mg + 2mg(1-\cos\theta_A)$$

$$= mg(3 - 2\cos\theta_A)$$

(2) den, Ⓑ deki gerilmenin kürenin ağırlığından daha büyük olduğunu görüyoruz. Ayrıca (3), ilk açı $\theta_A = 0$ olduğunda, $T_B = mg$ beklenen sonucunu verir.

Alıştırma 2 m uzunluğunda ve 0,5 kg kütleye sahip bir sarkaç, düşeyle 30° lik açı yaptığı noktadan durgun halden bırakılıyor. Kütle en düşük seviyede olduğunda süratini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

Cevap 2,29 m/s; 6,21 N



KORUNUMSUZ KUVVETLERİN YAPTIĞI İŞ

Gördüğümüz gibi, bir sistemdeki cisimlere etkiyen kuvvetler korunumlu iseler, sistemin mekanik enerjisi sabit kalır. Fakat cisimlere etkiyen kuvvetlerin bir kısmı korunumlu değilse, sistemin mekanik enerjisi sabit kalmaz. İki tür korunumsuz kuvveti inceleyelim: Uygulanan bir kuvvet ve kinetik sürtünme kuvveti.

Uygulanan Bir Kuvvetin Yaptığı İş

Bir kitaba bir kuvvet uygulayarak herhangi bir yüksekliğe kaldırdığınızda, uyguladığınız kuvvet kitaba W_{uy} işini yapar. Bu esnada kütle çekim kuvveti de kitap üzerinde W_g işini yapar. Kitabı bir parçacık olarak ele alırsak, kitap üzerinde yapılan net iş, 7.15 Eşitliğiyle verilen iş-kinetik enerji teoremiyle tanımlandığı gibi, kinetik enerjisindeki değişime bağlıdır:

$$W_{uy} + W_g = \Delta K \qquad \textbf{(8.12)}$$

Kütle-çekim kuvveti korunumlu olduğu için, bunun yaptığı işi, potansiyel enerji değişimi cinsinden ifade etmek için 8.2 Eşitliğini kullanabiliriz, yani $W_g = -\Delta U$ dur. Bu 8.12 eşitliğinde yerleştirilirse,

$$W_{uy} = \Delta K + \Delta U \qquad \textbf{(8.13)}$$

yazılabilir. Bu eşitliğin sağ tarafının, kitap-Dünya sisteminin mekanik enerjisindeki değişimi temsil ettiğine dikkat ediniz. Bu sonuç, uyguladığınız kuvvetin, sisteme, kitabın kinetik enerjisi ve kitap-Dünya sisteminin kütle çekim potansiyel enerjisi olarak enerji aktarıldığını gösterir. O halde, bir cisim bir sistemin bir parçası ise, uygulanan kuvvetin sisteme enerji verip, alabileceği sonucunu çıkarırız.

Kinetik Sürtünmeyi İçeren Durumlar

Kinetik sürtünme, korunumlu olmayan bir kuvvet örneğidir. Sürtünmeli yatay bir yüzey üzerinde herhangi bir başlangıç hızı ile giden bir kitap verilirse, kitaba etkiyen kinetik sürtünme kuvveti, kitabın hareketine karşı koyar ve kitap yavaşlayarak sonunda durur. Kinetik sürtünme kuvveti, kinetik eneriyi, kitap ve sürtünen yüzeyde iç enerjiye dönüştürerek, kitabın kinetik enerjisini azaltır. Kitabın kinetik enerjsinin sadece bir kısmı iç enerjiye dönüştürülür. Geri kalanı, yüzeyde iç enerji olarak görünür. (Bir jimnastik salonunda koşarken düştüğümüzde, sadece diziniz üzerindeki deri değil aynı zamanda döşeme de ısınır!)

Ev Deneyi

Bir arkadaş bulup masa tenisi oynayınız. Uzun bir vuruştan sonra, topun ısındığını gözlersiniz. Bunun nedeni nedir?

Kitap bir d uzaklığı kadar hareket ederken, iş yapan tek kuvvet kinetik sürtünme kuvvetidir. Bu kuvvet, kitabın kinetik enerjisinde bir azalmaya neden olur. Bu azalma, Bölüm 7'de hesaplandı (7.17a Eşitliği) ve burada tekrar yazılırsa

$$\Delta K_{\text{sürtünme}} = -f_k d \qquad \textbf{(8.14)}$$

olur. Kitap sürtünmeli bir eğik düzlemde hareket ederse, kitap-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisinde de bir değişme olur ve $-f_k d$ kinetik sürtünme kuvvetinden dolayı sistemin mekanik enerjisindeki değişim miktarı olmuş olur. Bu durumlarda

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = -f_k d \qquad \textbf{(8.15)}$$

dir. Burada, $E_i + \Delta E = E_s$ dir.

Sınama Sorusu 8.4

Bir yayla birbirine bağlanan ve üzerine kütle-çekimi ve başka dış kuvvetlerin uygulandığı iki cisim için iş-kinetik enerji teoremini yazınız. Sürtünme etkilerini $\Delta E_{\text{sürtünme}}$ olarak hesaba katınız.

Problem Çözümünde İpuçları

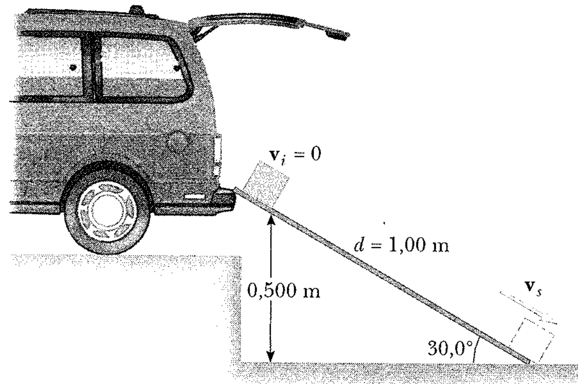
Enerji Korunumu

Fizikte pekçok problemi, enerji korunumu ilkesini kullanarak çözebiliriz. Bu ilkeyi uygularken, aşağıdaki hususları gözönüne almalısınız:

- Esneklik potansiyel enerjinin depolanabileceği, yaylar veya diğer sistemlere ilaveten iki veya daha çok etkileşen parçacıklar içeren sisteminizi tanımlayınız. İlk ve son noktaları seçiniz.
- Kütle-çekim ve yayın potansiyel enerjisi için sıfır noktalarını belirleyiniz. Birden fazla korunumlu kuvvet varsa, herbir kuvvetle ilgili potansiyel enerjileri yazınız.
- Herhangi bir korunumsuz kuvvet olup olmadığını belirleyiniz. Sürtünme veya hava direnci varsa, mekanik enerjinin korunmayacağını unutmayınız.
- Mekanik enerji korunursa, herhangi bir noktada, ilk toplam enerji için $E_i = K_i + U_i$ ifadesini yazabilirsiniz. Daha sonra, ilgilenilen son noktadaki $E_s = K_s + U_s$ son toplam enerji ifadesini yazınız. Mekanik enerji korunduğu için, bu iki toplam enerjiyi eşitleyebilir ve bilinmeyen niceliği çözebilirsiniz.
- Sürtünme kuvveti varsa (ve dolayısıyla mekanik enerji korunmuyorsa) önce ilk ve son toplam enerjiler için ifadeler yazınız. Bu durumda, toplam son mekanik enerji ile toplam ilk mekanik enerji arasındaki fark, sürtünmeden dolayı mekanik enerjideki değişime eşittir.

ÖRNEK 8.4 **Eğik Düzlemde Kayan Sandık**

3 kg'lık bir sandık bir eğik düzlemden aşağı doğru kaymaktadır. Eğik düzlem Şekil 8.8 de gösterildiği gibi 1 m uzunluğunda ve 30°'lik eğimdedir. Sandık, durgun halden, tepe noktasından harekete başlıyor ve 5 N büyüklüğünde sabit bir sürtünme kuvvetinin etkisinde kalıyor. Sandık eğik düzlemi terk ettikten sonra döşeme üzerinde kısa bir mesafe hareket devam edebilir. Eğik düzlemin tabanında sandığın süratini bulmak için enerji yöntemini kullanınız.



Şekil 8.8 Sandık, kütle çekiminin etkisi altında eğik düzlemde aşağı doğru kayar. Kinetik enerji artarken potansiyel enerji azalır.

Çözüm $v_i = 0$ olduğundan eğik düzlemin tepesinde ilk kinetik enerji sıfırdır. y koordinatı eğik düzlemin tabanından ölçülürse (potansiyel enerjinin sıfır olduğu son konum) ve yukarı yön pozitif alınırsa, $y_i = 0{,}500$ m olur. Dolayısıyla, sandık-Dünya sisteminin tepedeki toplam mekanik enerjisi tümüyle potansiyel enerjidir:

$$E_i = K_i + U_i = 0 + U_i = mgy_i$$

$$= (3 \text{ kg})\ (9{,}80 \text{ m/s}^2)\ (0{,}500 \text{ m}) = 14{,}7 \text{ J}$$

Sandık eğik düzlemin tabanına ulaştığında, sandığın yüksekliği $y_s = 0$ olduğu için, sistemin potansiyel enerjisi, *sıfırdır.* Dolayısıyla sandık tabana ulaştığında, sistemin toplam mekanik enerjisi tümüyle kinetik enerjidir:

$$E_s = K_s + U_s = \tfrac{1}{2}mv_s^2 + 0$$

Korunumsuz bir kuvvet sistemin mekanik enerjisini azalttığı için $E_i = E_s$ olduğunu söyleyemeyiz: Çünkü burada sandık üzerine kinetik sürtünme kuvveti etkimektedir. Bu durumda, 8.15 Eşitliği, d eğik düzlem boyunca uzaklık olmak üzere, $\Delta E = -f_k d$ yi verir. (Eğik düzleme dik kuvvetlerin, yer değiştirmeye dik olduklarından sandık üzerinde iş yapmayacaklarını hatırlayınız.) $f_k = 5$ N ve $d = 1$ m için

$$\Delta E = -f_k d = -(5 \text{ N})(1 \text{ m}) = -5 \text{ J}$$

elde ederiz. Korunumsuz sürtünme kuvvetinden dolayı, bu sonuç, sistemin bir miktar mekanik enerji kaybedeceğini gösterir. 8.15 Eşitliği uygulandığında

$$E_s - E_i = \tfrac{1}{2}mv_s^2 - mgy_i = -f_k d$$

$$\tfrac{1}{2}mv_s^2 = 14{,}7 \text{ J} - 5 \text{ J} = 9{,}70 \text{ J}$$

$$v_s^2 = \frac{19{,}4 \text{ J}}{3 \text{ kg}} = 6{,}47 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_s = 2{,}54 \text{ m/s}$$

sonucu bulunur.

Alıştırma Eğik düzlem boyunca, sandığın ivmesini bulmak için Newton'un ikinci yasasını ve sandığın son süratini belirlemek için kinematik denklemleri kullanınız.

Cevap 3,23 m/s²; 2,54 m/s

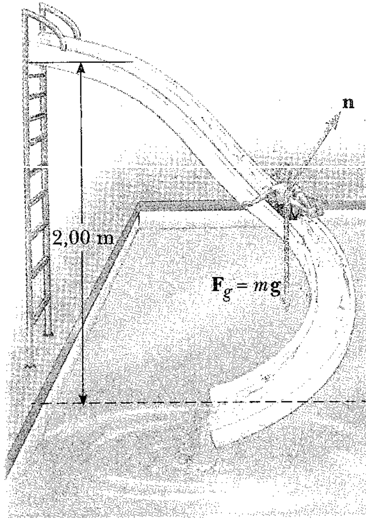
Alıştırma Eğik düzlemin sürtünmessiz olduğunu kabul ederek sandığın son süratini ve eğik düzlem boyunca ivmesini bulunuz.

Cevap 3,13 m/s; 4,90 m/s²

ÖRNEK 8.5 Eğri Bir Kaydırakta Hareket

m kütleli bir çocuk, Şekil 8.7 deki gibi h-yükseklikte düzensiz şekilde eğilmiş bir kaydırakta kaymaktadır. Çocuk tepeden ilk hızsız olarak harekete başlıyor. (a) Sürtünmenin olmadığını varsayarak çocuğun tabandaki süratini bulunuz.

Çözüm n dik (normal) kuvveti, herbir yerdeğiştirme elemanına dik olduğu için çocuk üzerinde iş yapmaz. Hiçbir sürtünme olmadığı için, çocuk-Dünya sisteminin mekanik enerjisi korunur. y koordinatı, kaydırağın tabanından yukarı doğru ölçülürse, $y_i = h$, $y_s = 0$ olur ve



Şekil 8.9 Kaydırak sürtünmesizse, tabanda çocuğun sürati sadece kaydırağın yüksekliğne bağlıdır

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

$$0 + mgh = \tfrac{1}{2}mv_s^2 + 0$$

$$v_s = \sqrt{2gh}$$

elde edilir. Bu sonuca göre çocuk, bir h yüksekliğinden doğrudan düşseydi kazanacağı hız aynı olacaktı. Bu örnekte, $h = 2$ m alındığında

$$v_s = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}80 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m})} = 6{,}26 \text{ m/s}$$

elde edilir.

(b) Çocuğa bir kinetik sürtünme kuvveti etki ederse, sistem ne kadarlık bir mekanik enerji kaybeder? $v_s = 3$ m/s ve $m = 20$ kg olduğunu varsayınız.

Çözüm Bu durumda mekanik enerji *korunmaz.* Dolayısı ile sürtünmeden kaynaklanan mekanik enerji kaybını bulmak için, 8.15 Eşitliğini kullanmamız gerekir:

$$\Delta E = E_s - E_i = (K_s + U_s) - (K_i + U_i)$$

$$= (\tfrac{1}{2}mv_s^2 + 0) - (0 + mgh) = \tfrac{1}{2}mv_s^2 - mgh$$

$$= \tfrac{1}{2}(20 \text{ kg})(3 \text{ m/s})^2 - (20 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2)(2 \text{ m})$$

$$= -302 \text{ J}$$

Yine sürtünme, sistemin mekanik enerjisini azalttığı için, ΔE negatiftir (son mekanik enerji, ilk mekanik enerjiden daha küçüktür.) Kaydırak bükülmüş olduğundan, hareket süresince, dik kuvvet değer ve yön olarak değişir. Dolayısıyla n ile orantılı olan sürtünme kuvveti de hareket süresince değişir. Bu değişen sürtünme kuvveti verilirse, bu verilerden μ_k yi belirlemenin mümkün olacağını düşünebiliyor musunuz?

ÖRNEK 8.6 Kayak Yapalım

Bir kayakçı, Şekil 8.10'daki gibi 20 m yüksekliğinde sürtünmesiz bir yokuşun tepesinden durgun olarak kaymaya başlar. Yokuşun tabanında, kayakçı kayakla kar arasındaki kinetik sürtünme katsayısının 0,210 olduğu yatay, sürtünmeli bir yüzeyle karşılaşır. Kayakçı durana kadar yatay yüzeyde ne kadar yol alır?

Çözüm Önce, potansiyel enerjinin sıfır noktası olarak seçtiğimiz yokuşun tabanında kayakçının süratini hesaplayalım. Yokuş sürtünmesiz olduğundan, kayakçı-dünya sisteminin mekanik enerjisi sabit kalır ve önceki örnekte yaptığımız şekilde

$$v_B = \sqrt{2gh} = \sqrt{2(9{,}80\text{m/s}^2)(2\text{m})} = 19{,}8\text{ m/s}$$

buluruz. Şimdi kayakçı, sürtünmeli yatay yüzey boyunca Ⓑ den Ⓒ ye hareket ettiğinde 8.15 Eşitliğini uygularız. Yatay yol boyunca mekanik enerjideki değişim $\Delta E = -f_k d$ dir. Burada d yatay yerdeğiştirmedir.

Kayakçının duruncaya kadar gittiği uzaklığı bulmak için, $K_C = 0$ alınız. $v_B = 19{,}8$ m/s ve sürtünme kuvveti $f_k = \mu_k n = \mu_k mg$ ile verildiğinden,

$$\Delta E = E_C - E_B = -\mu_k mgd$$

$$(K_C + U_C) - (K_B + U_B) = (0 + 0) - (\tfrac{1}{2} mv_B^2 + 0)$$

$$= -\mu_k mgd$$

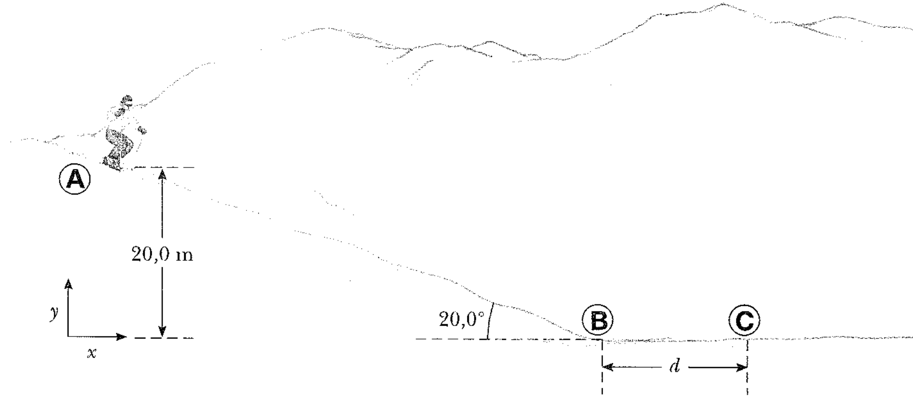
$$d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} = \frac{(19{,}8\text{ m/s})^2}{2(0{,}210)(9{,}8\text{ m/s}^2)}$$

$$= 95{,}2\text{ m}$$

elde ederiz.

Alıştırma Aynı zamanda, yokuş, dar 0,210 lik bir kinetik sürtünme katsayısına sahipse, kayakçının duruncaya kadar gideceği yatay uzaklığı bulunuz.

Cevap 40,3 m.



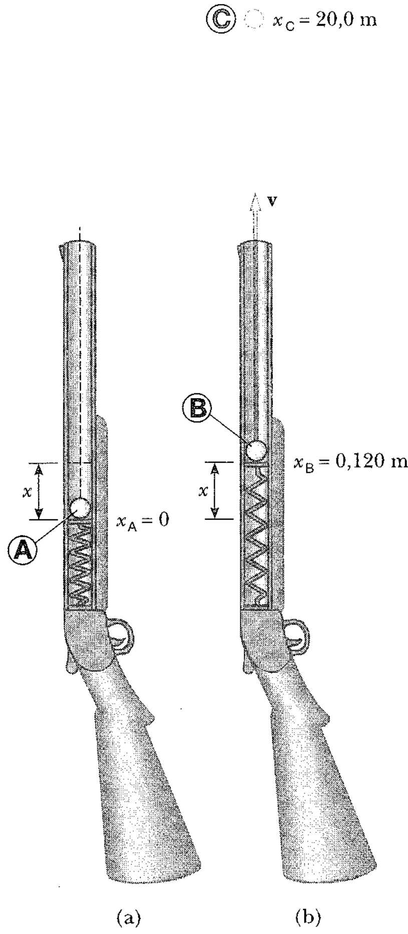
Şekil 8.10 Kayakçı önce yokuş aşağı daha sonra bir d mesafesinde duruncaya kadar düz bir yüzeyde kayar.

ÖRNEK 8.7 Yaylı Oyuncak Tüfek

Bir oyuncak tüfeğin atış işleyim (mekanizması), Şekil 8.11a da gösterildiği gibi bilinmeyen kuvvet sabitli bir yaydan oluşmuştur. Yay 0,120 m sıkıştırıldığında, tüfek düşey olarak ateşlendiğinde, 35 g lık bir mermiyi, ateşleme öncesi konumunun üzerinde 20 m lik bir maksimum yüksekliğe fırlatabilmektedir. (a) Tüm direnç kuvvetlerini ihmal ederek yay sabitini bulunuz.

Çözüm Mermi durgun halden harekete başladığından, ilk kinetik enerji sıfırdır. Mermi-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisi için sıfır noktasını, merminin en düşük x_A konumu olarak alırsak, ilk kütle-çekim potansiyel enerjisi de sıfır olur. Hiçbir korunumsuz kuvvet bulunmadığından, bu sistemin mekanik enerjisi sabittir.

İlk olarak, sistemdeki tek mekanik enerji, tüfeğin yayında depolanan $U_{sA} = kx^2/2$ esneklik potansiyel enerjisidir.



Şekil 8.11 Yaylı oyuncak tüfek

Burada, yayın sıkışması $x = 0,120$ m dir. Mermi $x_C = h = 20$ m lik bir maksimum yüksekliğe çıkar ve bu durumda, mermi en tepe noktasına ulaştığında, son kütle-çekim potansiyel enerjisi mgh olur. Merminin son kinetik enerjisi sıfırdır ve yayda depolanan son esneklik potansiyel enerjisi de sıfırdır. Sistemin mekanik enerjisi sabit olduğundan,

$$E_A = E_C$$

$$K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_C + U_{gC} + U_{sC}$$

$$0 + 0 + \tfrac{1}{2}kx^2 = 0 + mgh + 0$$

$$\tfrac{1}{2}k(0,120 \text{ m})^2 = (0,0350 \text{ kg})(9,80 \text{ m/s}^2)(20 \text{ m})$$

$$k = 953 \text{ N/m}$$

(b) Merminin, Şekil 8.11b de gösterildiği gibi yayın denge konumundan geçerken (burada $x_B = 0,120$ m) süratini bulunuz.

Çözüm Biraz önce dikkat çekildiği gibi, Ⓐ daki sistemde tek mekanik enerji $kx^2/2$ esneklik potansiyel enerjisidir. Mermi yayın denge konumundan geçerken sistemin toplam enerjisi, merminin $mv_B{}^2/2$ kinetik enerjisi ile mgx_B kütle çekim potansiyel enerjisini içerir. Bu durumda, mekanik enerjinin korunumu ilkesi

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_{gA} + U_{sA} = K_B + U_{gB} + U_{sB}$$

$$0 + 0 + \tfrac{1}{2}kx_2 = \tfrac{1}{2}mv_B{}^2 + mgx_B + 0$$

olarak yazılabilir. v_B için çözüldüğünde

$$v_B = \sqrt{\frac{kx^2}{m} - 2gx_B}$$

$$= \sqrt{\frac{(953 \text{N/m})\ (0,120 \text{m})^2}{0,0350 \text{kg}} - 2(9,80 \text{ m/s}^2)(0,120 \text{ m})}$$

$$= 19,7 \text{m/s}$$

elde edilir. Bu bölümde şimdiye kadar verilen farklı örnekleri karşılaştırmalısınız. Problemi parçalara bölmekle analizin kolaylaştığına dikkat ediniz.

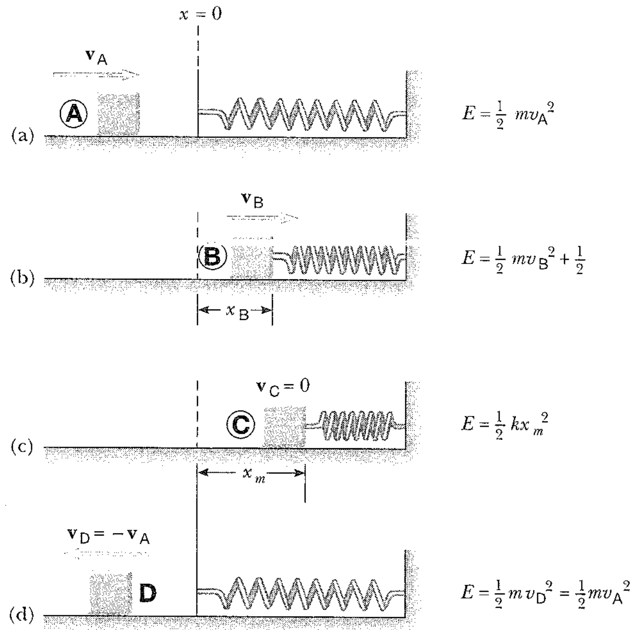
Alıştırma 10 m'lik bir yükseklikte merminin sürati nedir?

Cevap 4 m/s

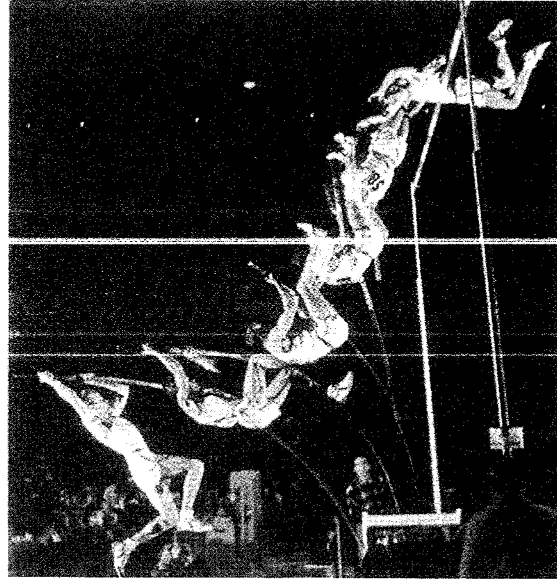
ÖRNEK 8.8 Blok-Yay Çarpışması

0,80 kg kütleli bir bloğa sağa doğru $v_A = 1,2$ m/s lik bir ilk hız verilmektedir. Şekil 8.12 de gösterildiği gibi blok, $k = 50$ N/m kuvvet sabitli kütlesi ihmal edilebilir bir yayla çarpışıyor. (a) Yüzeyin sürtünmesiz olduğunu varsayarak, çarpışmadan sonra, yayın maksimum sıkışmasını hesaplayınız.

Çözüm Bu örnekteki sistemimiz blok ve yaydan oluşuyor. Çarpışmadan önce, Ⓐ da blok kinetik enerjiye sahiptir ve yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi sıfır olacak şekilde yay henüz sıkıştırılmamıştır. Bu durumda çarpışmadan önce, sistemin toplam mekanik enerjisi tam olarak $\frac{1}{2}mv_A{}^2$ dir. Çarpışmadan sonra, Ⓒ de, yay tümüyle sıkıştırılmıştır; şimdi blok durgun ve sıfır kinetik enerjiye sahiptir. Oysa yayda depolanan enerji $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kx_m{}^2$ maksimum değerine sahiptir. Burada koordinatların $x = 0$ başlangıcı yayın denge konumudur ve x_m bu durumda x_C



Şekil 8.12 Düz, yatay bir yüzey üzerinde kayan bir blok, hafif bir yayla çarpışıyor. (a) Başlangıçta mekanik enerji tümüyle kinetik enerjidir. (b) Mekanik enerji, blokun kinetik enerjisiyle, yaydaki esneklik potansiyel enerjisinin toplamıdır. (c) Enerji tümüyle potansiyel enerjidir. (d) Enerji, blokun kinetik enerjisine geri dönüştürülür. Hareket süresince, toplam enerji sabit kalır.



Bir sırıkla uzun atlama olayında peşpeşe çekilen fotoğraf. Bu resimde enerjinin kaç biçimini ayırt edebiliyorsunuz? *(© Harold E./Palm Press Inc.nin izni ile).*

de meydana gelen yayın maksimum sıkışması olarak seçilir. Sistemdeki cisimlere hiçbir korunumsuz kuvvet etki etmediğinden sistemin toplam mekanik enerjisi korunur.

Mekanik enerji korunduğundan, çarpışmadan önce blokun kinetik enerjisi, tümüyle sıkıştırılmış yayda depolanan maksimum potansiyel enerjiye eşit olmalıdır:

$$E_A = E_C$$

$$K_A + U_{sA} = K_C + U_{sC}$$

$$\frac{1}{2} mv_A^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2} kx_m^2$$

$$x_m = \sqrt{\frac{m}{k}}\, v_A = \sqrt{\frac{0{,}80\text{kg}}{50\text{N/m}}}\,(1{,}2 \text{ m/s})$$

$$= 0{,}15 \text{ m}$$

Düşey konumda hiçbir değişme oluşmadığından U_g terimlerini hesaba katmadığımıza dikkat ediniz.

(b) Blok ile $\mu_k = 0{,}50$ li yüzey arasında, sabit bir kinetik sürtünme kuvvetinin etkidiğini varsayınız. Blok yayla çarpıştığı anda, blokun sürati $v_A = 1{,}2$ m/s ise, yaydaki maksimum sıkışma nedir?

Çözüm Bu durumda, blok üzerine bir sürtünme kuvveti etkidiğinden, mekanik enerji *korunmaz.* Sürtünme kuvvetinin büyüklüğü,

$$f_k = \mu_k n = \mu_k mg = 0{,}50(0{,}80 \text{ kg})(9{,}80 \text{ m/s}^2) = 3{,}92 \text{ N}$$

dur. Dolayısıyla, blok yayın denge konumundan (başlangıç noktası olarak seçtiğimiz nokta) x_B ye yerdeğiştirirken, sürtünmeden dolayı blokun mekanik enerjisindeki değişme,

$$\Delta E = -f_k x_B = -3{,}92 x_B$$

olur. Bu, 8.15 Eşitliğinde yerine konulursa,

$$\Delta E = E_s - E_i = (0 + \tfrac{1}{2} kx_B^2) - (\tfrac{1}{2} mv_A^2 + 0) = -f_k x_B$$

$$(\tfrac{1}{2} 50) x_B^2 - \tfrac{1}{2}(0{,}80)(1{,}2)^2 = -3{,}92\, x_B$$

$$25x_B^2 + 3{,}92x_B - 0{,}576 = 0$$

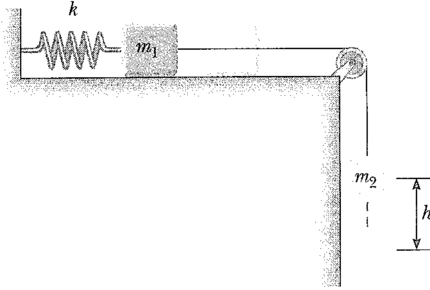
yazılabilir. Bu ikinci dereceden denklemin x_B ' ye göre çözümü, $x_B = 0{,}092$ m ve $x_B = -0{,}25$ m sonuçlarını verir. Fiziksel olarak anlamlı kök, $x_B = 0{,}092$ m'dir. Blok durgun hale geldiği zaman, başlangıç noktasının sağında (x in pozitif değeri) bulunması gerektiği için negatif kök bu duruma uygulanamaz. 0,092 m 'nin (a) şıkkındaki sürtünmesiz durumda elde edilen uzaklıktan daha küçük olduğuna dikkat ediniz. Sürtünme, sistemin hareketini engellediğinden bu beklediğimiz bir sonuçtur.

ÖRNEK 8.9 Birbirine Bağlı Blokların Hareketi

İki blok, Şekil 8.13 de gösterildiği gibi, sürtünmesiz bir makaranın üstünden geçen, hafif bir iple bağlanmıştır. m_1 kütleli blok yatay bir yüzey üzerindedir ve k-kuvvet sabitli bir yaya bağlanmıştır. Yay gergin değilken, sistem durgun durumdan serbest bırakılmıştır. m_2 kütleli asılı blok, duruncaya kadar bir h-yüksekliği kadar düşmüşse, m_1 kütleli blok ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısını hesaplayınız.

Çözüm *Durgun* anahtar kelimesi, ilk ve son hızlar ile kinetik enerjilerin sıfır olduğu anlamında problemde iki kez görünmektedir. (Ayrıca, hareketin başlangıç ve bitiş noktalarıyla ilgilendiğimizden, önceki örnekte yaptığımız gibi, daire içine alınmış harflerle olayları etiketlemek zorunda olmadığımıza dikkat ediniz). Bu durumda sistem, iki blok, yay ve dünyadan oluşmaktadır. Potansiyel enerjinin iki biçimini gözönüne almamız gerekir: Kütle-çekimi ve esneklik. Sistemin ilk ve son kinetik enerjileri sıfır olduğundan $\Delta K = 0$ olup,

$$(1) \qquad \Delta E = \Delta U_g + \Delta U_s$$



Şekil 8.13 Asılı blok, en yüksek seviyesinden en düşük seviyesine hareket ederken, sistem kütle-çekim potansiyel enerjisi kaybeder, fakat yay, esneklik potansiyel enerjisi kazanır. Kayan blok ile yüzey arasındaki sürtünmeden dolayı bir miktar mekanik enerji kaybolur.

yazabiliriz. Burada, $\Delta U_g = U_{gs} - U_{gi}$, sistemin kütle-çekim potansiyel enerjisindeki değişmedir ve $\Delta U_s = U_{ss} - U_{si}$, sistemin esneklik potansiyel enerjisindeki değişimdir. Asılı blok bir h uzaklığı kadar düştüğünde, yatay olarak hareket eden blok, sağa doğru aynı h uzaklığı kadar hareket eder. Dolayısıyla, 8.15 Eşitliğini kullanarak, yatay olarak kayan blok ile yüzey arasındaki sürtünmeden dolayı enerji kaybını

$$(2) \qquad \Delta E = -f_k h = -\mu_k m_1 g h$$

olarak buluruz. Sistemin kütle çekim potansiyel enerjisindeki değişim, yalnızca düşen blokla ilgilidir. Çünkü yatay olarak kayan blokun düşey koordinatı değişmez. O halde,

$$(3) \qquad \Delta U_g = \Delta_{gs} - U_{gi} = 0 - m_2 g h$$

elde ederiz. Buradaki koordinatlar, düşen bloğun en düşük seviyesinden ölçülmüştür.

Yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisindeki değişim,

$$(4) \qquad \Delta U_s = U_{ss} - U_{si} = \tfrac{1}{2} kh^2 - 0$$

dır. (2), (3) ve (4) Eşitliklerini (1) Eşitliğinde yerine yazarak

$$-\mu_k m_1 g h = -m_2 g h + \tfrac{1}{2} kh^2$$

$$\mu_k = \frac{m_2 g h - \frac{1}{2} kh}{m_1 g}$$

elde edilir.

Bu düzenek, bir cisim ile herhangi bir yüzey arasındaki, kinetik sürtünme katsayısının bör ölçüm yöntemini gösterir. Problemden görebileceğiniz gibi, bazen enerjilerin asıl değerlerinden çok, çeşitli tiplerdeki enerjilerin değişimi ile çalışmak daha kolaydır. Örneğin, yatay olarak kayan blokla ilgili, kütle-çekimi potansiyel enerjisinin sayısal değerini hesaplamak isteseydik, düşen blokun en düşük seviyesine göre, yatay yüzeyin yüksekliğini belirlememiz gerekirdi. Neyse ki, birinci blokla ilgili kütle-çekim potansiyel enerjisi değişmediğinden bu gerekli değildir.

ÖRNEK 8.10 Muhteşem Bir Giriş

Oyunun icrası esnasında, sahneye *uçarak* inen 65 kg kütleli bir aktörü destekleyecek bir alet tasarlıyorsunuz. Aktörün sırtına bağlı takımı, Şekil 8.14a da gösterildiği gibi, iki sürtünmesiz makara üzerinden kolayca kayan çok hafif bir çelik kablo vasıtasıyla 130 kg'lık bir kum torbasına bağlamaya karar veriyorsunuz. Makara bir perdenin arkasında gizlenebilecek şekilde sırt bağı ile en yakın makara arasında, 3 m lik bir kabloya ihtiyaç duyuyorsunuz. Aletin başarılı bir şekilde çalışabilmesi için, aktör sahnenin üzerinden döşemeye doğru salınırken, kum torbası kesinlikle döşemenin üstüne çıkmamalıdır. Aktörün kablosunun düşeyle yaptığı açıya θ diyelim. Kum torbasını döşemeden kaldırmadan hemen önceki θ'nın maksimum değeri nedir?

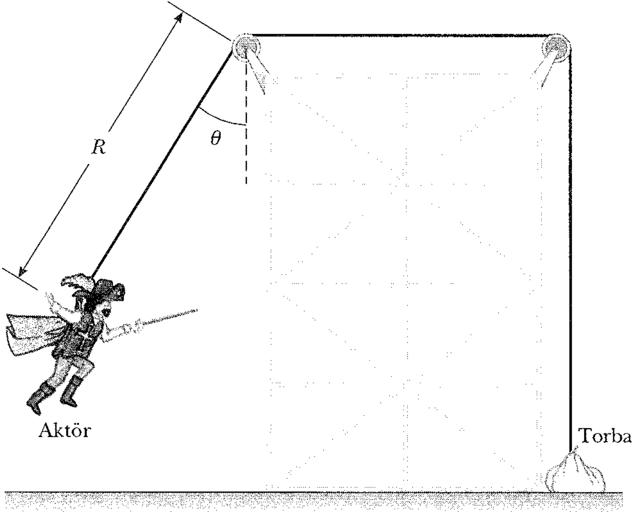
Çözüm Bu problemi çözmek için bir kaç kavramı kullanmamız gerekir. Önce, aktör döşemeye çarptığında aktörün süratini, θ ve salındığı dairesel yörüngenin R yarıçapı cinsinden bulabilmek için mekanik enerjinin korunumu ilkesini kullanırız. Daha sonra, verilen parametrelerin bir fonksiyonu olarak, dairesel yörüngenin tabanında kablo gerilimini bulmak için aktöre Newton'un ikinci kanununu uygularız. Son olarak, kablo tarafından, kum torbasına yu-

karı doğru uygulanan kuvvet, torbaya etkiyen kütle-çekim kuvvetini aştığı zaman dik kuvvetin sıfır olacağını gözönüne alırız.

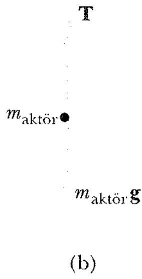
Aktör-Dünya sistemine enerjinin korunumu uygulanırsa,

$$K_i + U_i = K_s + U_s$$

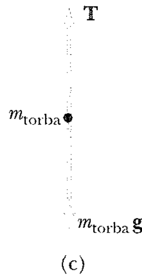
$$(1) \quad 0 + m_{\text{aktör}} g y_i = \tfrac{1}{2} m_{\text{aktör}} v_s^2 + 0$$



(a)



(b)



(c)

Şekil 8.14 (a) Bir aktör sahneye girişinde bazı zekice sahne düzeneği kullanır. (b) Dairesel yörüngenin tabanında aktör için serbest-cisim diagram. (c) Kum torbası için serbest-cisim diagramı.

yazılabilir. Burada y_i, döşemeye göre aktörün yüksekliğidir ve v_s, aktörün yere varmadan hemen önceki süratidir. (Durgun halden başladığından $K_i = 0$ olduğuna ve aktör döşemede durduğunda sırt bağının seviyesi potansiyel enerjinin sıfır seviyesi olarak aldığımızdan, $U_s = 0$ olduğuna dikkat ediniz.) Şekil 8.14a daki geometriden, $y_i = R - R\cos\theta = R(1 - \cos\theta)$ olduğunu görürüz. (1) Eşitliğindeki bağıntıyı kullanarak,

$$(2) \quad v_s^2 = 2gR(1 - \cos\theta)$$

elde ederiz. Şimdi Şekil 8.14b'deki serbest cisim diagramın kullanarak dairesel yörüngenin tabanında aktöre Newton'un ikinci kanununu uygulayalım:

$$\sum F_y = T - m_{\text{aktör}} g = m_{\text{aktör}} \frac{v_s^2}{R}$$

$$(3) \quad T = m_{\text{aktör}} g + m_{\text{aktör}} \frac{v_s^2}{R}$$

T ile aynı değerde bir kuvvet kum torbasına iletilir. Kum torbası tam döşemeden kaldırılması anında, üzerindeki dik kuvvet sıfır olur ve bu durumda Şekil 8.14c de gösterildiği gibi $T = m_{\text{torba}} g$ almamız gerekir. Bu koşulu (2) ve (3) eşitlikleriyle birlikte kullanarak,

$$m_{\text{torba}} g = m_{\text{aktör}} g + m_{\text{aktör}} \frac{2gR(1 - \cos\theta)}{R}$$

buluruz. Verilen parametreleri yerine koyup θ için çözdüğümüzde,

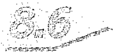
$$\cos\theta = \frac{3m_{\text{aktör}} - m_{\text{torba}}}{2m_{\text{aktör}}} = \frac{3(65\text{kg}) - 130\text{kg}}{2(65\text{kg})} = \frac{1}{2}$$

$$\theta = 60°$$

elde ederiz. Aktörün sırt bağını sol üstteki makaraya birleştiren kablonun R uzunluğu ile ilgilenmemiz gerekmediğine dikkat ediniz. Problemde izlenen önemli nokta, bazen enerji düşüncelerini Newton'un hareket kanunlarıyla birleştirmenin gerekliliğidir.

Alıştırma İlk açı $\theta = 40°$ ise, aktörün, döşemeye ulaşmadan hemen önceki süratini ve kablodaki gerilmeyi bulunuz. (*İpucu:* Bu hesaplamada, $R = 3$ m uzunluğunu ihmal edemeyebilirsiniz.)

Cevap 3,7 m/s; 940 N



KORUNUMLU KUVVETLER İLE POTANSİYEL ENERJİ ARASINDAKİ BAĞINTI

Yine bir kez daha, sistemin parçası olan bir parçacığı gözönüne alalım. Parçacığın x ekseni boyunca hareket ettiğini ve parçacığa F_x bileşenli korunumlu bir kuvvetin etkidiğini varsayınız. Bu bölümün başlarında, korunumlu kuvvet ve-

rildiğinde, bir sistemin potansiyel enerjisindeki değişimi nasıl belirleyeceğimizi gösterdik. Şimdi, sistemin potansiyel enerjisi bilinirse, F_x'in nasıl bulunacağını göstereceğiz.

Kesim 8.2 de, korunumlu bir kuvvetin uygulama noktası bir Δx yerdeğiştirmesi yaptığında, bu kuvvetin yaptığı işin, kuvvetle ilgili potansiyel enerjideki değişimin negatifine eşit olduğunu öğrendik. Yani, $W = F_x \Delta x = -\Delta U$ idi. Kuvvetin uygulama noktası sonsuz küçük bir dx yerdeğiştirmesi yaparsa, sistemin potansiyel enerjisindeki sonsuz küçük dU değişimini,

$$dU = -F_x\, dx$$

olarak ifade edebiliriz. Buna göre korunumlu kuvvet,[3]

Kuvvetle potansiyel enerji arasındaki bağıntı

$$F_x = -\frac{dU}{dx} \qquad (8.16)$$

eşitliği ile potansiyel enerjiye bağlıdır. Yani, **bir sistem içindeki bir cisme etkiyen korunumlu bir kuvvet, sistemin potansiyel enerjisinin x e göre türevinin negatifine eşittir.**

Bu bağıntıyı, daha önce tartışılan iki örnek için kolayca kontrol edebilirsiniz. Şekli değişmiş yay durumunda, $U_s = \frac{1}{2}kx^2$ dir, dolayısıyla

$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -\frac{d}{dx}\left(\tfrac{1}{2}kx^2\right) = -kx$$

olur. Bu ifade yayın geri-çağırıcı kuvvetine karşılık gelir. Kütle-çekim potansiyel enerjisi $U_g = mgy$ olduğundan, 8.16 Eşitliğinin U_g' nin x yerine y ye göre diferensiyeli alındığında $F_g = -mg$ bulunur.

Şimdi, korunumlu bir kuvvet U dan türetilebildiği için, U'nun önemli bir fonksiyon olduğunu görüyoruz. Ayrıca, bir sabitin türevi sıfır olduğundan, 8.16 Eşitliği potansiyel enerjiye bir sabitin eklenmesinin önemsiz olduğu gerçeğini açıklığa kavuşturur.



Sınama Sorusu 8.5

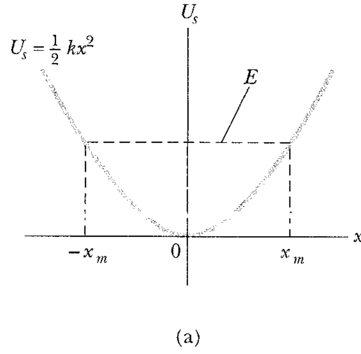
$U(x)$ in x e göre grafiğinin eğimi neyi temsil eder?

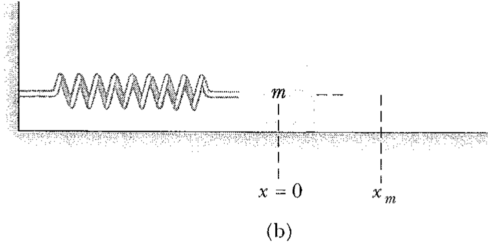
Seçmeli Kesim

ENERJİ DİAGRAMLARI VE BİR SİSTEMİN DENGESİ

Bir sistemin hareketi genellikle, sistemdeki potansiyel enerji fonksiyonunun cisimler arasındaki uzaklığa göre grafiği vasıtasıyla nitel olarak anlaşılabilir. Bir blok-yay sistemi için, $U_s = \frac{1}{2}kx^2$ olarak verilen potansiyel enerji fonksiyonunu ele alalım. Bu fonksiyon Şekil 8.15a da x e göre çizilmiştir. (Yaygın hata, grafik üzerindeki potansiyel enerjinin yüksekliği temsil ettiğini düşünmektir.

[3] Üç boyutta, ifade, $\mathbf{F} = -\mathbf{i}\frac{\partial U}{\partial x} - \mathbf{j}\frac{\partial U}{\partial y} - \mathbf{k}\frac{\partial U}{\partial z}$ dir. Burada, $\frac{\partial U}{\partial x}$ vb. kısmi türevlerdir. Vektör dilinde $\mathbf{F}$, $U(x, y, z)$ skaler niceliğinin gradiyentinin negatifine eşittir.





Şekil 8.15 (a), (b)'de gösterilen blok-yay sistemi için x 'in fonksiyonu olarak potansiyel enerji. Blok $x = \pm x_m$ koordinatlarına sahip, dönüm noktaları arasında salınım yapar. Yayın uyguladığı geriçağırıcı kuvvetin, $x = 0$ kararlı denge konumuna doğru etkidiğine dikkat ediniz.

Bu açıkça, blokun sadece yatay olarak hareket ettiği buradaki durum değildir. Bloğa yay tarafından uygulanan F_s kuvveti, 8.16 Eşitliği vasıtasıyla U_s ye bağlıdır:

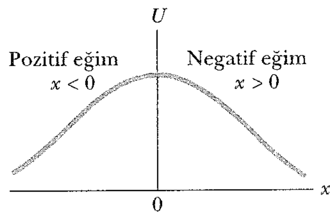
$$F_s = -\frac{dU_s}{dx} = -kx$$

Sınama Sorusu 8.5'de kuvvetin, x 'e göre U-grafiğinin eğiminin negatifine eşit olduğunu gördük. Blok, $s = 0$ olduğu yayın denge konumuna ($x = 0$) durgun halden bırakıldığında, üzerine herhangi bir $F_{dış}$ dış kuvveti etkimediği sürece öylece kalır. Bu dış kuvvet, yayı denge konumundan gererse, x pozitif olup dU/dx eğimi de pozitifdir. Dolayısıyla, yayın uyguladığı F_s kuvveti negatiftir ve blok bırakıldığında, $x = 0$ 'a doğru ivmelenir. Dış kuvvet yayı sıkıştırırsa, bu durumda x negatiftir ve eğim de negatiftir; dolayısıyla F_s pozitiftir ve yine kütle serbest kaldığında $x = 0$'a doğru ivmelenir.

Bu çözümlemeden, bir blok-yay sistemi için $x = 0$ konumunun **kararlı bir denge** konumu olduğu sonucunu çıkarıyoruz. Yani, bu konumdan herhangi bir uzaklaşma, $x = 0$ a doğru geri yönelmiş bir kuvveti oluşturur. Genel olarak, **kararlı denge konumları, $U(x)$ in minimum olduğu noktalara karşılık gelir.**

Şekil 8.15'e göre, blok bir x_m ilk yerdeğiştirmesi yapıp durgun halden bırakılmışsa, toplam enerjisi ilkin yayda depolanan $\frac{1}{2} kx_m^2$ potansiyel enerjisidir. Blok, harekete başlarken, sistem kinetik enerji kazanır ve eşit miktarda potansiyel enerji kaybeder. Toplam enerjisinin sabit kalması gerektiğinden, blok *dönüm noktaları* denilen $x = -x_m$ ve $x = +x_m$ arasında (ileri geri) salınır. Gerçekte, hiçbir enerji kaybı olmadığı için (sürtünme yok) blok $-x_m$ ile $+x_m$ arasında devamlı salınacaktır. (Bu salınımları daha çok Bölüm 13'de tartışacağız.) Enerji bakış açısından, sistemin enerjisi $\frac{1}{2} kx_m^2$ yi aşamaz. Dolayısıyla, yay kuvveti yüzünden blok bu noktalarda durmalı ve $x = 0$'a doğru hızlanmalıdır.

Kararlı bir denge konumuna sahip basit başka bir mekanik sistem, bir kasenin tabanı civarında yuvarlanan bir toptur. Top herhangi bir anda, en düşük konumundan ayrıldığında, o konuma geri dönme eğilimindedir.



Şekil 8.16 $x = 0$ da bulunan kararsız denge konumuna sahip bir parçacık için, U'nun x'e göre grafiği. Parçacığın herhangi bir sonlu yerdeğiştirmesi için, üzerine etkiyen kuvvet, $x = 0$ dan uzaklaştıracak şekilde yönelir.

Şimdi, korunumlu bir F_x kuvvetinin etkisi altında, x-ekseni boyunca hareket eden bir parçacık alalım. Bu durum için U'nun x'e göre grafiği Şekil 8.16 da gösterildiği gibidir. Yine $x = 0$ da $F_x = 0$ olup parçacık bu noktada dengededir. Fakat burası aşağıdaki sebepten dolayı bir **kararsız denge** konumudur. Parçacığın sağa doğru yerdeğiştirdiğini ($x > 0$) varsayınız. $x > 0$ için eğim negatif olduğundan, $F_x = -dU/dx$ pozitiftir ve parçacık $x = 0$ dan *uzaklaşacak* şekilde hızlanacaktır. Parçacık $x = 0$ da iken sola doğru yer değiştirirse ($x < 0$), $x < 0$ için eğim pozitif olacağından kuvvet negatiftir, parçacık yine denge konumundan *uzaklaşacak* şekilde hızlanır. Bu durumda $x = 0$ kararsız bir denge konumudur. Çünkü, bu noktadan herhangi bir yerdeğiştirme için, kuvvet parçacığı denge konumundan *uzaklaştıracak* şekilde iter. Kuvvet parçacığı daha düşük potansiyel enerjili bir konuma doğru iter. Uç noktasında dengelenmiş bir kurşun kalem, kararsız bir denge konumundadır. Kalem, düşey konumundan hafifçe ayrılır ve sonra bırakılırsa, kalemin düşeceği kesindir. Genel olarak, **kararsız denge konumları, $U(x)$ in maksimum olduğu noktalara karşılık gelir.**

Son olarak, U'nun herhangi bir bölgede sabit olduğu ve dolayısıyla $F_x = 0$ olduğu bir durum ortaya çıkabilir. Bu **doğal denge** konumu olarak bilinir. Bu konumdan, küçük ayrılmalar, ne geri çağırıcı ve ne de uzaklaştırıcı kuvvetler oluşturur. Yatay, düz bir düzlemde bulunan bir tüp, doğal dengedeki bir cisme örnektir.

ÖRNEK 8.11 Atomik Ölçekte Kuvvet ve Enerji

Bir moleküldeki iki nötr atom arasındaki kuvvetle ilgili potansiyel enerji, Lennard-Jones potansiyel enerji fonksiyonu ile temsil edilebilir:

$$U(x) = 4\varepsilon\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

Burada, x, atomlararası uzaklıktır. $U(x)$ fonksiyonu, deneylerden belirlenen iki σ ve ε parametrelerini içerir. Bir molekülün iki atomu arasındaki etkileşme için örnek değerler, $\sigma = 0{,}263$ nm ve $\varepsilon = 1{,}51 \times 10^{-22}$ J 'dür. (a) Bir bilgisayar programı veya benzer bir yöntem kullanarak, bu fonksiyonun grafiğini çiziniz ve iki atom arasındaki en olası uzaklığı bulunuz.

Çözüm İki atom herhangi bir denge uzaklığı kadar birbirinden ayrıldığında ve iki atomlu sistemin (molekülün) potansiyel enerjisi minimum olduğunda kararlı denge bekleriz. $U(x)$ fonksiyonunun türevi alınıp sıfıra eşitlenerek $U(x)$ fonksiyonunun minimumu belirlenebilir:

$$\frac{dU(x)}{dx} = 4\varepsilon\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right] = 0$$

$$= 4\varepsilon\left[\frac{-12\sigma^{12}}{x^{13}} - \frac{-6\sigma^{6}}{x^{7}}\right] = 0$$

Bir moleküldeki iki atomun x denge uzaklığı verileri yerine konularak çözülürse,

$$x = 295 \times 10^{-10} \text{ m}$$

sonucunu bulunur.

Enerji diagramını oluşturmak için, Şekil 8.17a'da görüldüğü gibi bu kritik noktanın iki tarafında Lennard-Jones fonksiyonunun grafiğini çizdik. $U(x)$ in, atomlar birbirine çok yaklaştığında son derece büyük olduğuna, atomlar kritik uzaklıklarında bulunduğunda bir minimum olduğuna ve atomlar birbirinden uzaklaşırken arttığına dikkat ediniz. $U(x)$ bir minimum olduğunda atomlar kararlı dengededirler; bu, atomlar arasında bu uzaklığın en olası uzaklık olduğunu gösterir.

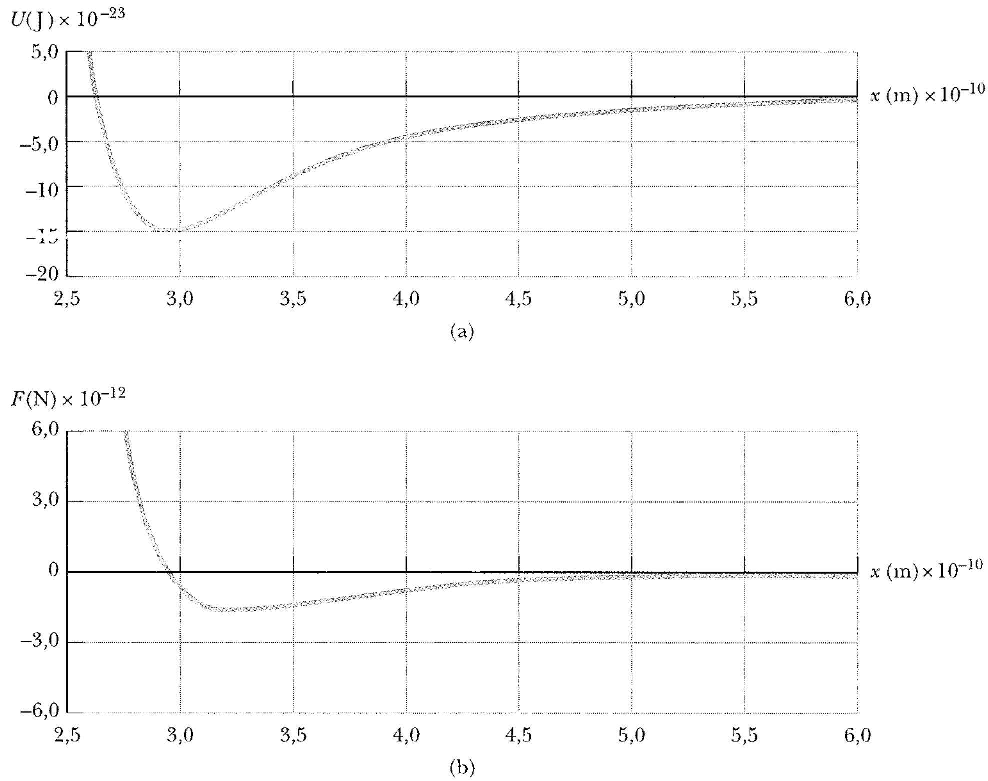
(b) Moleküldeki bir atomun diğerine uyguladığı $F(x)$ kuvvetini, uzaklığın fonksiyonu olarak bulunuz, ve atomlar birbirine çok yaklaştıklarında ve uzaklaştıklarında, bu kuvveti fiziksel olarak akla uygun olduğunu tartışınız.

Çözüm Atomlar bir molekül oluşturduklarından, atomlar birbirinden uzaklaştıklarında, kuvvetin çekici olması gerektiği sonucuna varırız. Öte yandan, atomlar birbirlerine çok yaklaştıklarında, kuvvet itici olmalıdır. Aksi taktirde, molekül kendi üzerine çökerdi. Buna göre, yayların uzamasından sıkışmaya değişiminde işaret değiştirmesi gibi, bu kuvvet de işaret değiştirmelidir. 8.16 Eşitliği Lennard-Jones potansiyel enerji fonksiyonuna uygulanırsa

$$F_x = -\frac{dU(x)}{dx} = -4\varepsilon\frac{d}{dx}\left[\left(\frac{\sigma}{x}\right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{x}\right)^{6}\right]$$

$$= 4\varepsilon\left[\frac{12s^{12}}{x^{13}} - \frac{6s^{6}}{x^{7}}\right]$$

olur. Bu sonucun grafiği Şekil 8.17b'de verilmiştir. Beklendiği gibi küçük atomik uzaklıklarda kuvvet pozitiftir (itici), atomlar kararlı denge konumunda bulunduklarında sıfırdır [$U(x)$ in minimumunu nasıl bulduğumuzu hatırlayınız.], daha büyük uzaklıklarda negatiftir (çekici kuvvet). Atomlararası uzaklık çok büyük olduğunda, kuvvetin sıfıra yaklaştığına dikkat ediniz.



Şekil 8.17 (a) Bir molekülün potansiyel eneji eğrisi. *x*-uzaklığı, molekülü oluşturan iki atom arasındaki mesafedir. (b) Bir atoma diğer atomun uyguladığı kuvvet.



GENEL OLARAK ENERJİ KORUNUMU

Bir sistem üzerine sadece korunumlu kuvvetler etki ettiğinde, sistemin toplam mekanik enerjisinin korunduğunu gördük. Ayrıca, herbir korunumlu kuvveti bir potansiyel enerji fonksiyonuna bağladık. Diğer taraftan Kesim 8.5 de gördüğümüz gibi, sürtünme gibi korunumlu olmayan kuvvetler bulunduğu zaman mekanik enerji korunmaz.

Bu kitabın sonlarında, termodinamiği incelerken, mekanik enerjinin, sistemi oluşturan çeşitli cisimler *içerisine* depolanan enerjiye dönüşebileceğini göreceğiz. Enerjinin bu biçimi *iç enerji* olarak bilinir. Örneğin bir blok pürüzlü bir yüzey üzerinde kaydığında, kaybolan mekanik enerji, blokta geçici olarak depolanan iç enerjiye dönüşür. Bloğun sıcaklığındaki ölçülebilir bir artış, bunun bir göstergesidir. Göreceğiz ki, mikroskobik ölçekte bu iç enerji, atomların denge konumları etrafındaki titreşimleriyle ilişkilidir. Böylesi iç atomik hareket; kinetik ve potansiyel enerjinin her ikisini içerir. Dolayısıyla, sistemi oluşturan cisimlerin iç enerjisindeki bu artışı hesaba katarsak toplam enerji korunur.

Bu, yalıtılmış bir sistemi nasıl analiz edebileceğinizin ve enerjinin tüm biçimlerini hesaba kattığımız sürece, içerdiği toplam enerji miktarını bulabileceğinizin tam bir örneğidir. Yani **enerji ne yaratılabilir ve ne de yok edilebilir. Enerji bir biçimden diğerine dönüştürülebilir, fakat yalıtılmış sistemin toplam**

Toplam enerji daima korunur

enerjisi daima sabittir. Evrensel görüş açısından, **evrenin toplam enerjisi sabittir** diyebiliriz. Dolayısıyla, evrenin bir kısmı herhangi bir biçimde enerji kazanırsa, diğer kısmı eşit miktarda bir enerjiyi kaybetmelidir. Bu ilkeyi bozan bir durum bulunmamıştır.

Seçmeli Kesim



KÜTLE - ENERJİ EŞDEĞERLİĞİ

Bu bölüm, enerjinin korunumu ilkesi ve bu ilkenin çeşitli fiziksel olaylara uygulanması ile ilgilidir. **Kütlenin korunumu kanunu** olarak adlandırılan başka önemli bir ilke; sıradan bir fiziksel veya kimyasal işlemde **maddenin ne yaratılacağını ne de yok edileceğini söyler.** Yani, sistemin işlemden önceki kütlesi işlemden sonraki kütlesine eşittir.

Yüzyıllar boyunca bilim adamları, enerji ve kütlenin, ayrı ayrı korunan iki ayrı nicelik olduğuna inanmışlardır. Buna karşılık Einstein 1905'de, herhangi bir sistemin kütlesinin, *O* sistemin enerjisinin bir ölçüsü olduğunu ifade eden olağanüstü keşfini yaptı. Buna göre, enerji ile kütle ilişkili kavramlardır. Enerji ile kütle arasındaki bağıntı Einstein'in,

$$E_O = mc^2 \tag{8.17}$$

meşhur formulü ile verilir. Burada c ışık hızı ($c \approx 3 \times 10^8$ m/s) ve E_O, m kütlesinin enerji eşdeğeridir. R alt indisi m-kütleli bir cismin **durgun kütle enerjisini**, yani cismin süratinin $v = 0$ olduğu zamanki enerjisini temsil eder.

Çok küçük miktardaki bir madde ile ilgili enerji çok büyüktür. Meselâ herhangi bir maddenin 1 kg 'nın durgun enerjisi

$$E_O = mc^2 = (1 \text{ kg})\ (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 9 \times 10^{16} \text{ J}$$

dür. Bu, yaklaşık 15 milyon varil ham petrolün içerdiği enerjiye eşdeğerdir (yaklaşık tüm Amerika Bileşik Devletlerindeki günlük tüketimdir.) Bu enerji, kolayca yararlı işe çevrilebilseydi, enerji kaynaklarımız sınırsız olurdu.

Gerçekte bir madde örneğinde bulunan enerjinin sadece küçük bir kesri, kimyasal veya nükleer işlemler sonucu açığa çıkar. Enerji ve dolayısıyla kütledeki yaklaşık 10^{-3} lük kesirsel değişmelerin olduğu nükleer reaksiyonlarda bu etkiler çok büyüktür. İyi bir örnek, uranyum-235 çekirdeği daha küçük parçalara ayrışmaya (fission) uğradığı zaman açığa çıkan muazzam enerjidir. Bu enerjinin kaynağı, ^{235}U çekirdeğinin kütlesi, parçalanan ürünlerinin kütleleri toplamından daha büyük olmasıdır. Bu tür reaksiyonlarda açığa çıkan enerjinin korkunç tabiatı, bir nükleer silahın patlamasında çok canlı bir şekilde kanıtlanır.

Eşitlik 8.17, *enerjinin kütleye sahip olduğunu gösterir.* Bir cismin enerjisi değiştiğinde, kütlesi de değişir. ΔE cismin enerjisindeki değişme ise, kütlesindeki değişme

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \tag{8.18}$$

ile verilir. Herhangi bir biçimdeki ΔE enerjisi bir cisme verilirse, cismin kütlesindeki değişim $\Delta m = \Delta E / c^2$ olur. Fakat c^2 çok büyük olduğu için, herhangi bir sıradan mekanik deneyde veya kimyasal reaksiyonlarda değişimler algılanamayacak kadar küçüktür.

ÖRNEK 8.12 **Güneşten Gelen Enerji**

Güneş, çok büyük miktardaki maddeyi enerjiye çevirir. Her saniye, yaklaşık 400 ortalama boyda bir yük gemisinin kapasitesi olan $4{,}19 \times 10^9$ kg lık madde enerjiye dönüştürülür. Güneşin güç çıkışı nedir?

Çözüm Dönüşüm yoluyla saniyede serbest kalan enerjiyi doğrudan buluruz:

$$E_0 = (4{,}19 \times 10^9 \text{ kg})(3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 = 3{,}77 \times 10^{26} \text{ J}$$

Gücün tanımını uygularsak

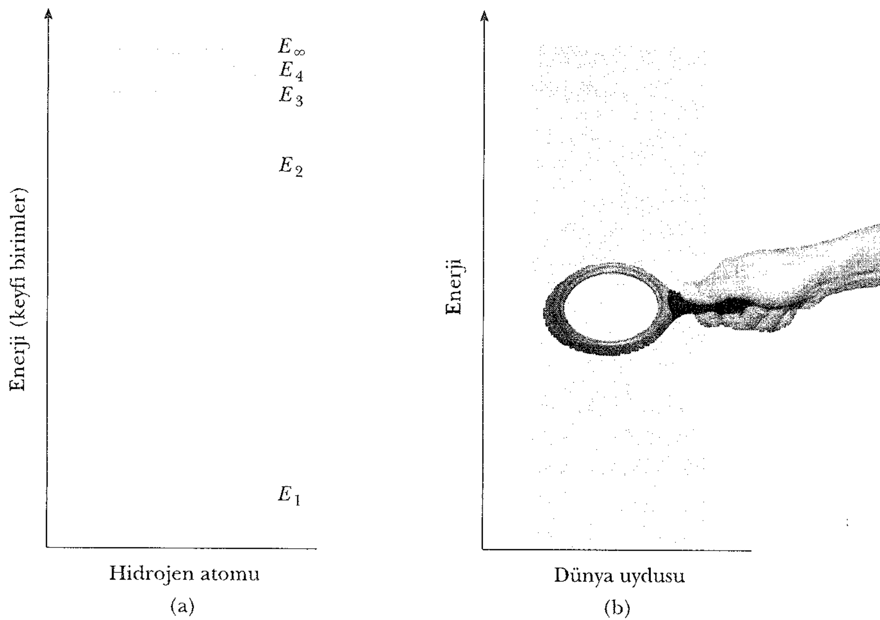
$$\mathcal{P} = \frac{3{,}77 \times 10^{26} J}{1 s} = 3{,}77 \times 10^{26} W$$

olur. Güneş düzgün şekilde tüm doğrultulara ışınım yayar ve toplam çıkış gücünün sadece çok küçük bir kesri dünya tarafından alınır. Yine de bu miktar, dünyadaki hemen herşeye enerji sağlamak için yeterlidir. (Nükleer ve jeotermal enerjiler yalnızca alternatiflerdir.) Bitkiler güneş enerjisini soğururlar ve bitkinin moleküllerinde depolanan kimyasal potansiyel enerjiye dönüştürürler. Bir hayvan bitkiyi yediği zaman, bu kimyasal potansiyel enerji kinetik ve diğer biçimdeki enerjilere dönüştürülür. Bu kitabı güneş-enerjili gözlerle okuyorsunuz!

Seçmeli Kesim

8.10 ENERJİNİN KUANTUMLANMASI

Elektrik yükü gibi, belirli fiziksel nicelikler *kuantumlanmıştır* yani, nicelikler sürekli değerler yerine kesikli değerlere sahiptir. Enerjinin kuantumlu doğası, özellikle atom ve atom-altı dünyada önemlidir. Örnek olarak, bir proton etrafında dolanan bir elektrondan ibaret olan hidrojen atomunun enerji seviyelerini ele alalım. Atom, Şekil 8.18a'da gösterildiği gibi, kuantum durumları denilen yalnızca belirli enerji düzeylerinde bulunabilir. Atom, bu kuantum durumları arasında başka bir enerji değerine sahip olamaz. E_1 ile gösterilen en düşük enerji seviyesi atomun *taban durumu* olarak adlandırılır. Taban duru-



Şekil 8.18 Enerji-düzey diagramları (a) Hidrojen atomunun kuantum durumları. En düşük E_1 durumu taban durumudur. (b) Bir dünya uydusunun enerji düzeyleri de kuantumludur, fakat bunlar birbirine o kadar yakındır ki birbirinden ayırt edilemezler.

mu, yalıtılmış bir atomun içinde bulunduğu duruma karşılık gelir. Atom, herhangi bir dış kaynaktan enerji soğurarak veya öteki atomlarla çarpışarak daha yüksek enerji durumlarına çıkabilir. Şekil 8.14a'da gösterilen ölçekte, en yüksek enerji E_∞ enerjisidir. Bu enerji, elektron tamamıyla protondan ayrıldığında atomun sahip olduğu enerjiye karşılık gelir. $E_\infty - E_1$ enerji farkına **iyonlaşma enerjisi** denir. Ölçeğin üst kısımlarında enerji seviyelerinin birbirine yaklaştığına dikkat ediniz.

İkinci olarak, dünya çevresinde bir yörüngede bulunan bir uydu düşünelim. Sizden, bu uydunun sahip olabileceği mümkün enerjileri belirlemeniz istenseydi; uydunun herhangi bir enerjiye sahip olacağını söyleyebilmeniz mantıklı olurdu (fakat doğru değil). Bununla birlikte, hidrojen atomunda olduğu gibi **uydunun enerjisi de kuantumlanmıştır.** Uydu için izinli enerji seviyelerini gösteren bir enerji seviye diyagramı oluştursaydınız, seviyeler birbirine çok yakın olacak ve esas olarak Şekil 8.18b de gösterildiği gibi sürekli bir durum oluşturacaktı. Gerçekten, seviyeler birbirine o kadar yakındır ki, bunların sürekli olmadıklarını söylemek imkansızdır; başka bir deyişle, makroskobik dünyada enerjinin kuantumlandığını denemenin hiçbir yolu yoktur. Bu nedenle, günlük olayların açıklanmasında kuantumlanmayı gözardı edebiliriz.

ÖZET

m kütleli bir parçacık dünya yüzeyinden bir *y* uzaklıkta ise, parçacık-Dünya sisteminin **kütle-çekim potansiyel enerjisi**

$$U_g = mgy \tag{8.1}$$

dir. *k* yay sabitli bir yayda depolanan **esneklik potansiyel enerjisi**

$$U_s \equiv \frac{1}{2} kx^2 \tag{8.4}$$

dir. Bu iki eşitliği, iş yapacak bir cismin potansiyelini belirlemede, çeşitli durumlara uygulayabilmelisiniz.

Bir kuvvetin iki nokta arasında hareket eden bir parçacık üzerinde yaptığı iş, parçacığın bu iki nokta arasında aldığ yoldan bağımsız ise, bu kuvvet **korunumludur**. Ayrıca, bir kuvvetin, herhangi keyfi kapalı bir yol boyunca hareket edip ilk konumuna dönen bir parçacık üzerinde yaptığı iş sıfırsa da bu kuvvet korunumludur. Bu ölçütlere karşılık gelmeyen bir kuvvetin **korunumsuz** olduğu söylenir.

Bir *U* **potansiyel enerji** fonksiyonu yalnızca korunumlu bir kuvvetle ilişkili olabilir. Korunumlu bir **F** kuvveti, *x*-ekseni boyunca x_i' den x_s' ye hareket eden bir parçacığa etkirse, sistemin potansiyel enerjisindeki değişim, bu kuvvetin yaptığı işin negatifine eşittir:

$$U_s - U_i = -\int_{x_i}^{x_s} F_x \, dx \tag{8.7}$$

Korunumlu bir kuvvetle ilgili potansiyel enerjiyi veya potansiyel enerjiyle ilgili korunumlu kuvveti bulmak için matematiği kullanabilmeniz gerekir.

Bir **sistemin toplam mekanik enerjisi,** kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamı olarak tanımlanır:

$$E \equiv K + U \tag{8.9}$$

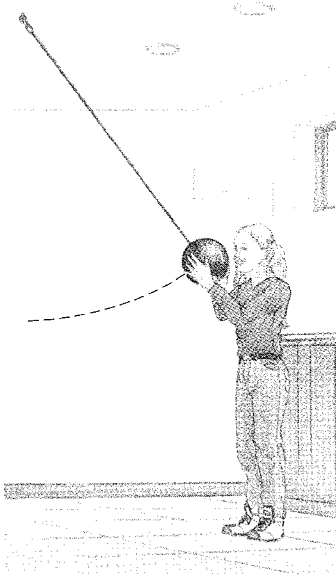
Bir sistem üzerinde hiç bir dış kuvvet iş yapmazsa ve sistemdeki cisimlere hiçbir korunumsuz kuvvet etkimiyorsa, sistemin toplam mekanik enerjisi sabit kalır:

$$K_i + U_i = K_s + U_s \tag{8.10}$$

Bir sistem içindeki cisimlere (sürtünme gibi) korunumsuz kuvvetler etkirse, mekanik enerji korunmaz. Bu durumlarda, sistemin son toplam mekanik enerjisi ile, ilk toplam mekanik enerjisi arasındaki fark, korunumsuz kuvvetler tarafından sisteme aktarılan ya da sistemden alınan enerjiye eşittir.

SORULAR

1. Pek çok dağ yolu, düz bir yokuştan çok, bir dağın etrafında dönerek çıkacak şekilde inşa edilirler. Enerji ve güç bakış açısından bu tasarımı tartışınız.
2. Bir top havada düşey olarak yukarı doğru atılıyor. Kinetik enerjisinin maksimum olduğu anda yeri nedir? Çekim potansiyel enerjisinin maksimum olduğu anda yeri nedir?
3. Bir bovling topu, kuvvetli bir sicimle bir konferans salonunun tavanına asılmıştır. Bovling topu denge konumundan çekilerek Şekil Q8.3 gibi öğrencinin burnunun ucunda durgun halden serbest bırakılmaktadır. Öğrenci hareketsiz kalırsa, topun geri salınımında niçin öğrenciye çarpmadığını açıklayınız.



Şekil P8.3

4. Bir top, bir binanın tepesinden birisi tarafından bırakılmıştır. Başka bir kimse altta topun hareketini gözlemektedir. Bu iki kişi, top-Dünya sisteminin potansiyel enerjisinin değerinde, potansiyel enerjideki değişimde ve topun kinetik enerjisi konusunda aynı fikirde olurlar mı?
5. Bir kimse, bir koşu yolunda sabit hızla koştuğu zaman herhangi bir iş yapılır mı? (*Not*: Koşucu sabit hızla koşuyor olmakla birlikte, bacakları ve kolları ivme kazanır.) Hava direnci bu olaya nasıl girer? Koşucunun kütle merkezi yatay olarak mı hareket eder?
6. Vücut kaslarımız, kaldırdığımız, ittiğimiz, koştuğumuz vb. zaman kuvvet uygular. Bu kuvvetler korunumlu mudur?
7. Bir sistem üzerine birbirinden farklı üç korunumlu ve bir korunumsuz kuvvet etki ederse, bu sistemi tanımlayan eşitlikte kaç tane potansiyel enerji terimi görünecektir?
8. Bir çubuğun ucuna tutturulmuş bir topu gözönüne alınız. Çubuğun diğer ucu, çubuk düşey bir düzlemde dönebilecek şekilde yatay bir mile tesbit edilmiştir. Kararlı ve kararsız konumlar nelerdir?
9. $E - U < 0$ olan bir durum, fiziksel olarak mümkün müdür?
10. Bir parçacık doğal denge bölgesinde olsaydı U'nun x e bağlı eğrisi nasıl olurdu?
11. (a) Sırıkla yüksek atlama, (b) gülle atışı, (c) yüksek atlama esnasında meydana gelen enerji dönüşümlerini açıklayınız. Herbir durumda enerjinin kaynağı nedir?
12. Bir otomobilin çalışması esnasında oluşan tüm enerji dönüşümlerini tartışınız.
13. Bir parçacık üzerine etki eden tek bir dış kuvvet varsa (a) kinetik enerjisi (b) hızı değişmesi gerekir mi?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

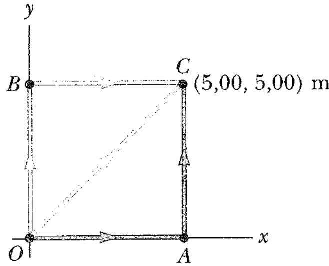
WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 8.1 Potansiyel Enerji
Kesim 8.2 Korunumlu ve Korunumlu Olmayan Kuvvetler

1. 1000 kg'lık bir lunapark treni ilkin en tepede A noktasındadır. Daha sonra yatayın altında 40° lik bir açıda daha aşağıda bir B noktasına 135 ft hareket ediyor. (a) B noktasını kütle-çekim potansiyel enerjisi için sıfır düzeyi seçiniz. Lunapark treni-Dünya sisteminin A ve B noktalarındaki potansiyel enerjisini ve tren hareket ederken potansiyel enerjisini ve tiren hareket ederken potansiyel enerjideki değişimi bulunuz. (b) Sıfır referans düzeyini A noktasında alarak (a) şıkkını tekrarlayınız.

2. 40 N'luk bir çocuk 2 m uzunluğunda bir halatın ucundan tutarak sallanmaktadır. (a) Halat yatay konumunda iken (b) halat düşeyle 30° bir açı yaptığında (c) çocuk dairesel yayın en alt noktasında iken çocuğun en düşük konumuna göre çocuk-Dünya sisteminin kütle-çekim potansiyel enerjisini bulunuz.

3. 4 kg'lık bir parçacık, negatif y yönünde etki eden yerçekiminin etkisi altında orjinden $x = 5$ m ve $y = 5$ m koordinatlarına sahip konuma hareket etmektedir (Şek. P8.3). Üzerine etkiyen tek kuvvet negatif y yönündeki kütle-çekim kuvvetidir. Eş. 7.2'yi kullanarak O'dan C ye gidişte, aşağıdaki yollar boyunca kütle çekiminin yaptığı işi hesaplayınız: (a) OAC, (b) OBC ve (c) OC. Sonuçlarınız özdeş olmalıdır. Niçin?



Şekil P8.3 3, 4 ve 5. Problemler

4. (a) Sabit bir kuvvetin bir cisim üzerine etkidiğini varsayınız. Kuvvet ne zamanla, ne konumla ne de cismin hızıyla değişmektedir. Bir kuvvetin yaptığı işin

$$W = \int_i^s \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

genel tanımından başlayarak kuvvetin korunumlu olduğunu gösteriniz. (b) Özel bir durum olarak $\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 4\mathbf{j})$ N kuvvetinin; Şekil P8.3 de O'dan C'ye hareket eden bir parçacık üzerine etkidiğini varsayınız. Parçacık OAC, OBC ve OC yollarının her biri boyunca hareket etmesi halinde $\mathbf{F}$ nin yaptığı işi hesaplayınız (üç cevabınız da aynı olmalıdır).

5. xy düzleminde hareket eden bir parçacık üzerine etki eden kuvvet $\mathbf{F} = (2y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j})$ N olarak verilmektedir. Burada x ve y m cinsindendir. Parçacık, başlangıç noktasından Şekil P8.3 deki gibi $x = 5$ m ve $y = 5$ m koordinatlarına sahip bir konuma hareket etmektedir. (a) OAC, (b) OBC, (c) OC boyunca $\mathbf{F}$'nin yaptığı işi hesaplayınız. (d) $\mathbf{F}$ korunumlu mu yoksa korunumsuz mudur? Açıklayınız.

Kesim 8.3 Korunumlu Kuvvetler ve Potansiyel Enerji
Kesim 8.4 Mekanik Enerjinin Korunumu

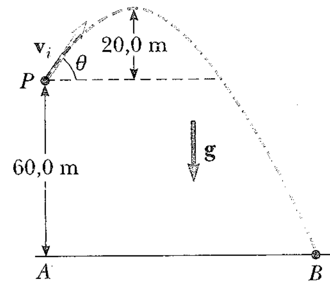
6. t_i anında, bir sistemdeki parçacığın kinetik enerjisi 30 J ve sistemin potansiyel enerjisi 10 J'dür. Daha sonraki bir t_s anında, parçacığın kinetik enerjisi 18 J'dür. (a) Parçacık üzerine sadece korunumlu kuvvetler etki ederse, t_s anındaki potansiyel enerji ve toplam enerji nedir? (b) t_s anında sistemin potansiyel enerjisi 5 J ise parçacık üzerine etki eden herhangi bir korunumlu olmayan kuvvet var mıdır? Açıklayınız.

WEB 7. Bir $F_x = (2x + 4)$ N korunumlu kuvveti, 5 kg'lık bir parçacık üzerine etki etmektedir. Burada x m cinsindendir. Parçacık x ekseni boyunca $x = 1$ m'den $x = 5$ m'ye hareket ettiğinde (a) bu kuvvetin yaptığı işi, (b) parçacığın potansiyel enerjisindeki değişimi (c) $x = 1$ m'de süratı 3 m/s ise, $x = 5$ m'deki kinetik enerjisini hesaplayın.

8. Sabit bir $\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 5\mathbf{j})$ N kuvveti, 4 kg lık bir parçacık üzerine etki etmektedir. (a) Parçacık başlangıç noktasından $\mathbf{r} = (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$ m vektör konumlu noktaya hareket ederse, bu kuvvetin yaptığı işi hesaplayınız. Bu sonuç yola bağlı mıdır? Açıklayınız. (b) Parçacığın başlangıç noktasında sürati 4 m/s ise $\mathbf{r}$ deki sürati nedir? (c) Parçacığın potansiyel enerjisindeki değişim nedir?

9. Bir parçacık üzerine etki eden tek bir korunumlu kuvvet $\mathbf{F} = (-Ax + Bx^2)\mathbf{i}$ N olarak değişmektedir. Burada A ve B sabit, x m cinsindedir. $x = 0$'da $U = 0$ alarak bu kuvvetle ilgili potansiyel enerji fonksiyonunu hesaplayınız. (b) Parçacık $x = 2$ m'den $x = 3$ m'ye hareket ettiğinde, potansiyel ve kinetik enerjideki değişimi bulunuz.

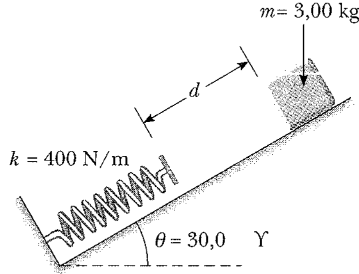
10. Şekil P8.10'da gösterildiği gibi 0,5 kg kütleli bir parçacık yatay bileşeni 30 m/s olan $\mathbf{v}_i$ ilk hızıyla P den atılır. Parçacık, P'nin 20 m üzerinde bir maksimum yüksekliğe çıkar. Enerjinin korunumunu kullanarak, (a) $\mathbf{v}_i$'nin düşey bileşenini (b) parçacığın P den B ye hareketi esnasında üzerine etki eden kütle-çekim kuvvetinin yaptığı işi, (c) parçacık B ye ulaştığında hız vektörünün yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.



Şekil P8.10

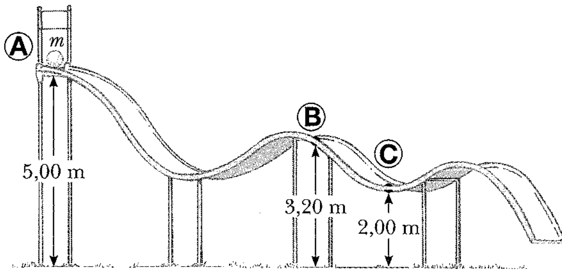
11. 3 kg'lık bir kütle, 30° lik sürtünmesiz bir eğik düzlemde durgun halden harekete başlar ve bir d uzaklığı kadar kayarak Şekil P8.11'de gösterildiği gibi kütlesi ihmal edilebilir gerilmemiş bir yaya değer. Kütle 0,2 m kadar daha kayar ve yayı (kuvvet sabiti k = 400 N/m) sıkıştırarak bir anlık durur. Kütle ile yay arasındaki ilk d uzaklığını bulunuz.

12. Bir m kütlesi θ açılı sürtünmesiz eğik düzlem üzerinde durgun halden başlayarak bir d uzaklığına kayıyor. Kayarken, Şekil P8.11'de gösterilen kütlesi ihmal edilebilir zorlanmamış bir yaya çarpıyor. Kütle, kuvvet sabiti k yayın sıkışmasıyla bir anlık durduruluncaya kadar ek bir x uzaklığı kadar kayıyor. Kütle ile yay arasındaki ilk d uzaklığını bulunuz.



Şekil P8.11 11 ve 12. Problemler

13. m = 5 kg kütleli bir parçacık Şekil P8.13 de gösterilen sürtünmesiz bir ray üzerinde Ⓐ noktasından bırakılıyor. (a) Ⓑ ve Ⓒ noktalarında m kütlesinin süratini, (b) parçacığın Ⓐ dan Ⓒ ye hareketinde kütle-çekim kuvvetinin yaptığı net işi bulunuz.



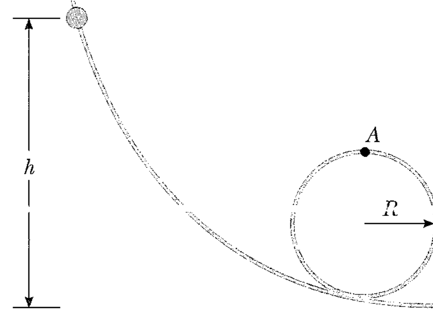
Şekil P8.13

14. 2 m uzunluğunda bir basit sarkaç, sicim düşeyle 25° lik bir açı yaptığında, durgun halden bırakılıyor. Salınımın en alt noktasında asılı kütlenin sürati nedir?


15. Bir boncuk Şekil P8.15'deki yörüngede sürtünmesiz olarak kaymaktadır. Boncuk, h = 3,50R yüksekliğinden bırakılırsa, A daki süratı ne olur? Kütlesi 5 g ise üzerine etkiyen dik kuvvetin büyüklüğü nedir?

16. 120 g'lık bir kütle, gerilmemiş, hafif düşey bir yayın (k = 40 N/m) ucuna tutturulup ve sonra bırakılıyor. (a) Düşen kütlenin maksimum sürati nedir? (b) Kütle bir an için hareketsiz duruma gelmeden önce ne kadar düşecektir?


17. 0,250 kg kütleli bir blok, k = 5000 N/m yay sabitli, hafif düşey bir yayın en tepesine konduğunda yay 0,100 m sıkışacak şekilde aşağı doğru itilir. Blok serbest bırakıldıktan sonra yukarı doğru hareket ediyor ve sonra yayı terk ediyor. Bloğun, serbest bırakıldığı noktanın üstünde yükseleceği maksimum yükseklik nedir?



Şekil P8.15

18. 1992 Barcelona Olimpiyat yarışmasında bronz madalya kazanan Dave Johnson, 6 m/s' lik bir düşey hız bileşeniyle yerden yüksek atlama yapmıştır. Atlama yaparken ağırlık merkezi ne kadar yükseğe çıkar?

19. 0,400 kg'lık bir top yukarı doğru havaya fırlatıldığında 20 m'lik bir maksimum yüksekliğe ulaşıyor. İlk konumunu sıfır potansiyel enerjili nokta olarak alıp, enerji yöntemlerini kullanarak (a) İlk sürtini, (b) toplam mekanik enerjisini ve (c) top 10 m'lik bir yükseklikte olduğu zaman kinetik enerjisinin top-Dünya sisteminin potansiyel enerjisine oranını bulunuz.

20. Tehlikeli bir spor olan bunge atlayışında, cesaretli bir öğrenci, Şekil P8.20'de gösterildiği gibi, ayak bi-



Şekil P 8.20 Esnek halatla Bungee atlayışı

leğine bağlı özel bir şekilde tasarlanmış esnek bir halatla bir balondan atılıyor. Halatın gerilmemiş uzunluğu 25 m, öğrencinin ağırlığı 700 N ve balon aşağıdaki bir nehrin yüzeyinden 36 m yukarıdadır. Halatın Hooke kanununa uyduğunu varsayarak, öğrenciyi nehrin 4 m üzerinde emniyetle durduracak olan gerekli kuvvet sabitini hesaplayınız.

21. İki kütle, Şekil P8.21'de gösterildiği gibi sürtünmesiz bir makaranın üzerinden geçen hafif bir iple bağlanmıştır. (a) 5 kg'lık kütle durgun halden bırakılmıştır. Enerji korunumunu kullanarak 5 kg'lık kütle tam yere çarptığında 3 kg'lık kütlenin süratini bulunuz. (b) 3 kg'lık kütlenin yükseleceği maksimum yüksekliği bulunuz.

22. İki kütle, Şekil P8.21'de gösterildiği gibi sürtünmesiz bir makaranın üzerinden geçen hafif bir iple bağlanmıştır. m_1 kütlesi (m_2 den daha büyük) durgun halden bırakılıyor. Enerjinin korunumunu kullanarak (a) m_1 tam yere çarptığı anda m_2 nin süratini, m_1, m_2 ve h cinsinden bulunuz. (b) m_2 'nin yükseleceği maksimum yüksekliği bulunuz.

$m_1 = 5{,}00$ kg

$m_2 = 3{,}00$ kg

$h = 4{,}00$ m

Şekil P8.21 Problem 21 ve22

23. 20 kg'lık bir havan topu, yatayla 37° lik bir açıda, 1000 m/s'lik namlu hızı ile ateşleniyor. İkinci bir topda 90° lik açıda ateşleniyor. (a) Her bir topun ulaşacağı maksimum yüksekliği, (b) herbir top için maksimum yükseklikte toplam mekanik enerjisini bulmak için mekanik enerjinin korunumu yasasını kullanınız. Topun namlu ağzında $y = 0$ olsun.

24. 2 kg'lık bir top bir misinanın alt ucuna bağlıdır. Misinanın dayanabileceği gerilim (10 lb (445N) dur. İpin üst ucu hareketsiz tutuluyor. Top gergin şekilde yatay konumda ($\theta = 90°$) iken durgun halden bırakılıyor. Hangi θ açısında (düşeyden ölçülen) olta ipi kopacaktır?

25. *Trapez* olarak bilinen bir sirk düzeneği, herbiri ℓ uzunluklu iki paralel halata asılı bir demir çubuktan oluşmaktadır. Trapez sirk oyuncusunun düşey dairesel bir yayda sallanmasına izin verir (Şekil P8.25). Çubuğu tutan m-kütleli bir oyuncunun, halatın düşeyle yaptığı bir θ_i açısında, durgun halde yüksek bir platformdan kendini bıraktığını varsayınız. Oyuncunun vücudunun boyutunun ℓ uzunluğuna kıyasla küçük olduğunu, oyuncunun trapezi daha yükseğe çıkarmadığını ve hava direncinin ihmal edilebilir olduğunu varsayınız. (a) Halatlar düşeyle bir θ açısı yaptığı zaman, oyuncunun asılı olarak kalabilmesi için

$$F = mg\,(3\cos\theta - 2\cos\theta_i)$$

kadarlık bir kuvvet uygulaması gerektiğini gösteriniz. (b) Salınımın alt noktasında asılı kalmak için gerekli kuvvetin, oyuncunun ağırlığının iki katı olduğu θ_i açısını bulunuz.

θ

ℓ

Şekil P8.25

26. İlk yükselişin tepesinden berbest bırakıldıktan sonra, bir lunapark treni, ihmal edilebilir bir sürtünmeyle serbest hareket ediyor. Şekil P8.26'da gösterilen lunapark treni, 20 m yarıçaplı dairesel bir çevirime sahiptir. Çevirimin tepesinde, yolcular baş aşağıdırlar ve kendilerini ağırlıksız hissederler. (a) Çevirimin tepesinde (3 konumu) lunapark treninin süratini bulunuz. (b) 1 konumunda ve (c) 2 konumunda trenin süratini bulunuz. (d) 4. konumundaki sürat 10 m/s ise, 1 ve 4 konumları arasındaki yükseklik farkını bulunuz.

27. Hafif katı bir çubuk 77 cm uzunluğundadır. Üst ucu düşük sürtünmeli yatay bir mile dönebilecek şekilde geçirilmiştir. Çubuk, alt ucunda küçük bir top bağlı şekilde aşağı doğru durgun halde asılı durmaktadır. Aniden topa çarparak, tam bir daire etrafında salınacak şekilde topa yatay bir hız kazandırıyorsunuz. Topun halkanın tepesini aşması için, alt noktada ne kadarlık bir minimum sürat gereklidir?

Şekil P8.26

3,00 kg

5,00 kg

Şekil P8.31

Kesim 8.5 Korunumlu Olmayan Kuvvetin Yaptığı İş

28. 70 kg'lık bir dalgıç, 10 m'lik bir kuleden atlayarak suya çivileme düşüyor. Dalgıç su yüzeyinin 5 m altında durgun hale gelirse suyun dalgıca uyguladığı ortalama direnç kuvvetini bulunuz.

29. Şekil P8.29'da, uzaklığın fonksiyonu olarak gösterilen F_x kuvveti, 5 kg'lık bir kütle üzerine etki ediyor. Parçacık $x = 0$ m'de durgun halden harekete başlarsa, $x = 2$, 4 ve 6 m de hızın büyüklüğü ne olur?

Şekil P8.29

30. Bir oyuncu, 0,250 kg kütleli yumuşak bir topu, elinden fırlatmadan önce, 60 cm yarıçaplı düşey dairesel bir yol etrafında sallıyor. Oyuncu, tüm yol boyunca topa etkiyen kuvvetin hareket yönündeki 30 N'luk sabit değerdeki bileşenini korumaktadır. Dairenin tepesinde topun sürati 15 m/s dir. Top, dairenin altında serbest bırakıldığında sürati ne olur?

WEB 31. Şekil P8.31'deki 3 kg'lık cisimle yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,40 dür. Kütleler durgun halden harekete başladığında, 5 kg'lık kütle 1,5 m'lik bir düşey uzaklığa indiğinde hızının büyüklüğü nedir?

32. 2000 kg'lık bir araba durgun halden harekete başlıyor ve yatayla 20° eğimli olan 5 m uzunluktaki yolun tepesinden aşağı doğru iniyor. 4000 N'luk bir ortalama sürtünme kuvveti arabanın hareketine karşı koyuyorsa, yolun altında arabanın sürati ne olur?

33. 5 kg'lık bir blok, 8 m/s'lik bir ilk hızla Şekil P8.33 deki gibi bir eğik düzlemde hareket etmek üzere bırakılıyor. Blok şekilde gösterildiği gibi düzlem boyunca 3 m gittikten sonra duruyor. Düzlem, yatayla 30° lik eğimdedir. (a) Kinetik enerjideki değişimi bulunuz. (b) Potansiyel enerjideki değişimi bulunuz. (c) Blok üzerindeki sabit varsayılan sürtünme kuvvetini bulunuz. (d) Kinetik sürtünme katsayısı nedir?

$v_i = 8,00$ m/s

3,00 m

30,0°

Şekil P8.33

34. Tekerlekli sandalyedeki bir çocuk (toplam kütlesi 47 kg) bir patenle bir yarış kazanıyor. 2,60 m yükseklik ve 12,4 m uzunlukta bir eğime sahip bir tepede 1,40 m/s'lik bir sürate sahiptir. Yokuşun tabanında sürati 6,20 m/s'dir. Have direnci ve yuvarlama direnci 41 N'luk sabit bir sürtünme kuvveti olarak modellenebilirse, aşağı doğru sürüş esnasında tekerleri üzerinde öne doğru itmede yaptığı işi bulunuz.

35. 50 kg kütleli bir paraşütçü, 1000 m yükseklikte bir uçaktan atlar. Praşüt açılır ve 5 m/s lik bir süratle yere iner. Bu atlayış süresinde ne kadarlık enerji hava sürtünmesiyle kaybolmuştur?

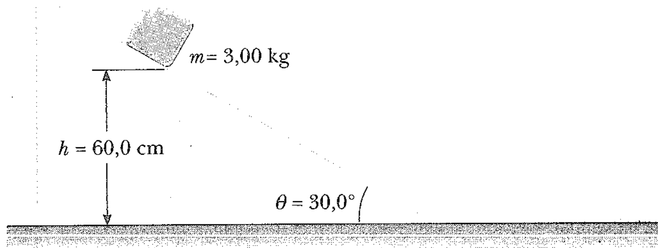
36. 80 kg'lık bir paraşütçü 1000 m'lik yükseklikteki bir balondan atlar ve 200 m'lik bir yükseklikte paraşütü açar (a) Paraşütçüye etkiyen yavaşlatıcı kuvvetin, pa-

raşüt kapalı iken 50 N sabit değerde ve paraşüt açıkken 3600 N sabit değerde olduğu varsayıldığında, paraşütçü yere indiğinde hızı ne olur? (b) Paraşütçünün canının yanacağını düşünüyor musunuz? Açıklayınız. (c) Hangi yükseklikte paraşüt açılmalıdır ki, paraşütçü yere çarptığı anda son sürati 5 m/s olsun? (d) Toplam yavaşlatıcı kuvvetin sabit olması varsayımı ne ölçüde gerçeğe yakındır? Açıklayınız.

37. Oyuncak bir havan topu, 5,30 kg'lık lastik topu atmak için bir yay kullanıyor. Yay başlangıçta 5 cm sıkışıyor. Yayın kuvvet sabiti 8 N/m'dir. Top ateşlendiğinde, mermi topun namlusunda 15 cm hareket ediyor. Namlu ile mermi arasında 0,032 N'luk sabit bir sürtünme kuvveti vardır. (a) Mermi topun namlusunu hangi hızla terkeder? (b) Hangi noktada top maksimum sürâte sahip olur? (c) Bu maksimum sürât nedir?

38. 1,50kg'lık bir kütle, 320N/m'lik yay sabitli, kütlesiz, düşey bir yayın 1,20 m üzerinde tutuluyor. Kütle yayın üzerine bırakılıyor. (a) Kütle, yayı ne kadar sıkıştırır? (b) Aynı deney $g = 1{,}63$ m/s^2 olduğu ay üzerinde yapılsa idi, yay ne kadar sıkışacaktı? (c) a şıkkını tekrarlayınız, ancak hareketi boyunca kütleye etkiyen sabit hava-direnç kuvvetinin 0,7 N varsayınız.

39. 3 kg kütleli bir blok, Şekil P8.39'da gösterildiği gibi 30° eğim açısına sahip bir düzlem üzerinde 60 cm yükseklikten harekete başlıyor. Düzlemin tabanına ulaştığında, blok yatay bir yüzey boyunca kayıyor. Her iki yüzey üzerindeki sürtünme katsayısı $\mu_k = 0{,}20$ ise, blok durmadan önce yatay yüzey yüzerinde ne kadar kayacaktır? [*İpucu:* yolu, iki doğrusal kısma bölünüz.]



Şekil P8.39

40. 75kg'lık bir hava dalgıcı, 60 m/s'lik bir limit hızla düşüyor. Mekanik enerjisinin kaybolma hızını (gücü) bulunuz.

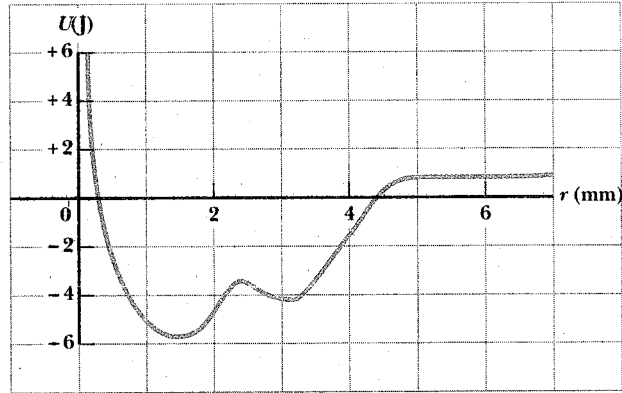
Kesim 8.6 Korunumlu Kuvvetler ile Potansiyel Enerji Arasındaki Bağıntı

WEB 41. Birbirinden r kadar ayrılmış iki parçacıklı bir sistemin potansiyel enerjisi, A bir sabit olmak üzere $U(r) = A/r$ ile verilmektedir. Her bir parçacığın diğerine uyguladığı $\mathbf{F}_r$ ışınsal kuvveti bulunuz.

42. İki boyutlu bir kuvvet için potansiyel enerji fonksiyonu $U = 3x^3y - 7x$ biçimindedir. (x, y) noktasında etkiyen kuvveti bulunuz.

(*Seçmeli*)
Kesim 8.7 Enerji Diyagramları ve Bir Sistemin Dengesi

43. Bir parçacık, potansiyel enerji fonksiyonunun Şekil P8.43'deki grafikte olduğu gibi, r konumuna bağlı olarak bir çizgi boyunca hareket etmektedir. r' nin sonsuz limitinde $U(r)$, +1 J'e yaklaşmaktadır. (a) Bu parçacık için herbir denge konumunu belirleyiniz. Herbir noktanın, kararlı mı, kararsız mı, yoksa doğal (nötr) denge noktası mı olduğunu gösteriniz. (b) Parçacağın potansiyel enerjisi hangi aralıkta bulunursa, parçacık bağlı olacaktır? Şimdi parçacığın enerjisi 3 J olsun. (c) Parçacığın bulunabileceği konumların aralığını, (d) maksimum kinetik enerjisini, (c) maksimum kinetik enerjiye sahip olduğu konumu, (f) parçacığın *bağ enerjisini,* yani, parçacığı sonsuza $r \to \infty$ götürmek için verilmesi gereken enerjiyi bulunuz.



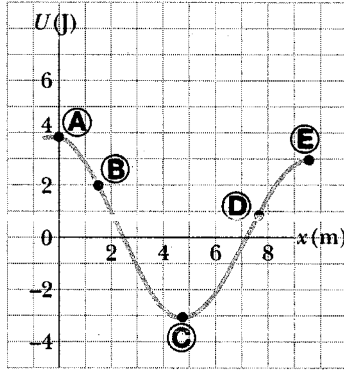
Şekil P8.43

44. Bir dairesel dik koni, üç farklı yolla yatay bir yüzeyde dengelenebilir. Bu üç denge şekillenimini çizerek bunları, kararlı, kararsız veya doğal denge durumları olarak belirleyiniz.

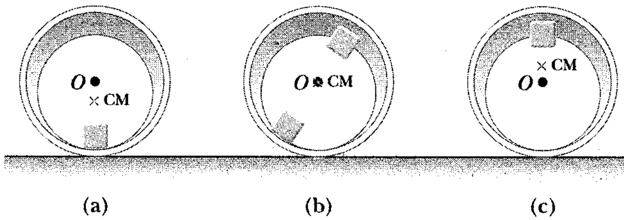
45. Şekil P8.45'de bir potansiyel enerji eğrisi görülmektedir. (a) gösterilen beş noktada F_x kuvvetinin pozitif mi, negatif mi yoksa sıfır mı olduğunu belirleyiniz. (b) kararlı, kararsız ve doğal denge durumlarını bulunuz. (c) $x = 0$ dan $x = 9{,}5$ m aralığında F_x 'in x 'e göre grafiğini çiziniz.

46. İçi boş bir boru, Şekil P8.46 (a), (b), (c) de gösterildiği gibi iç yüzeylerine tutturulmuş bir veya iki ilave ağırlığa sahiptir. Bunlardan birinin kararsız dengede, birinin doğal dengede ve birinin de kararlı dengede bulunmasının nedenini açıklayınız. (Her bir diagramda O eğrilik merkezi ve "KM" kütle merkezidir.)

47. *m* kütleli bir parçacık yatay sürtünmesiz bir masa üzerinde iki özdeş yay arasına bağlanmıştır. *k* yay sa-



Şekil P8.45

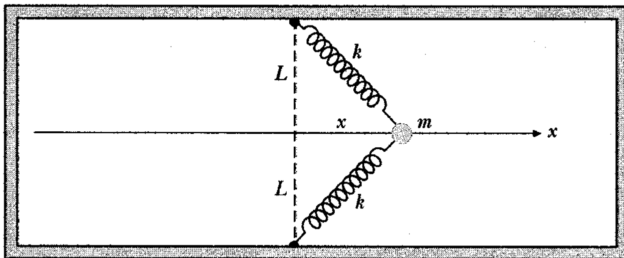


Şekil P8.46

bitli yaylar başlangıçta zorlanmamıştır. (a) Kütle, Şekil P8.47'deki gibi, yayların ilk düzenlenişine dik bir yönde bir x uzaklığı kadar çekilirse, sistemin potansiyel enerjisinin

$$U(x) = kx^2 + 2kL(L - \sqrt{x^2 + L^2})$$

olacağını gösteriniz. (*İpucu:* Bölüm 7'deki Problem 66'ya bakınız). (b) $U(x)$'in x' e göre grafiğini çiziniz ve tüm denge noktaların belirleyiniz. L = 1,20 m ve k = 40 N/m kabul ediniz. (c) Kütle sağa doğru 0,500 m çekilir ve bırakılırsa, x = 0 denge noktasına ulaştığında sürati ne olur?



Üstten görünüş

Şekil P8.47

Seçmeli

Kesim 8.9 **Kütle-Enerji Eşdeğerliği**

48. Aşağıdaki cisimlerin enerji eşdeğerini bulunuz. (a) $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg kütleli bir elektron, (b) $4{,}0 \times 10^{-25}$ kg kütleli bir uranyum atomu, (c) 2 g kütleli bir kağıt kırpıntısı, (d) $5{,}99 \times 10^{24}$ kg kütleli dünya.

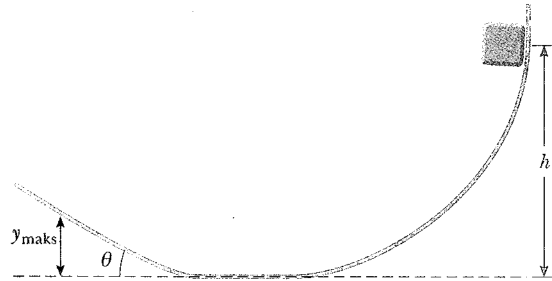
49. v süratiyle hareket eden bir parçacığın kinetik enerjisi Eşitlik 7.19 ile verilir. Bu ifade, $\gamma = [1 - (v/c)^2]^{-1/2}$ olmak üzere $K = \gamma mc^2 - mc^2$ olarak yazılabilir. γmc^2 terimi parçacığın toplam enerjisi; mc^2 terimi durgun enerjisidir. Bir proton, $0{,}990c$ hızıyla hareket ediyor. Burada c ışık hızıdır. (a) Durgun enerjisini (b) toplam enerjisini (c) kinetik enerjisini bulunuz.

EK PORBLEMLER

50. Bir blok, P8.50'deki gibi eğrisel sürtünmesiz bir raydan aşağı doğru kayıp sonra eğik düzlemde yukarı doğru çıkıyor. Blok ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k'dir. Bloğun ulaşacağı maksimum yüksekliğin

$$y_{\text{mak}} = \frac{h}{1 + \mu_k \cot\theta}$$

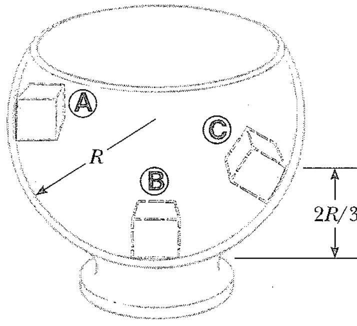
olacağını göstermek için enerji yöntemlerini kullanınız.



Şekil P8.50

51. Bir kampüsün merkezine yakın yerde, yarım küre kapaklı uzun bir silo bulunmaktadır. Kapak ıslak olduğundan sürtünmesizdir. Birisi, bir balkabağını en üst noktada bir ölçüde dengeler. Kapağın eğrilik merkezini balkabağına birleştiren doğru, düşeyle θ_i = 0°'lik bir açı yapıyor. Yağmurlu bir gecede, bir rüzgar esintisi, balkabağı durgun halden aşağı doğru kaydırmaya başlıyor. Yarım kürenin merkezini balkabağına birleştiren doğru düşeyle belirli bir açı yaptığında, kabak kapakla temasını kaybeder. Bu açı nedir?

52. 200 g'lık bir parçacık, R = 30 cm yarıçaplı sürtünmesiz yarım küre şeklindeki kâsenin iç tarafında çap boyunda Ⓐ noktasından durgun olarak bırakılıyor (Şek P8.52). (a) Ⓑ noktasına göre Ⓐ noktasındaki kütle-çekim potansiyel enerjisini, (b) Ⓑ noktasındaki kinetik enerjiyi, (c) Ⓑ noktasında hızın büyüklüğünü, (d) Ⓒ noktasında kinetik ve potansiyel enerjiyi hesaplayınız.



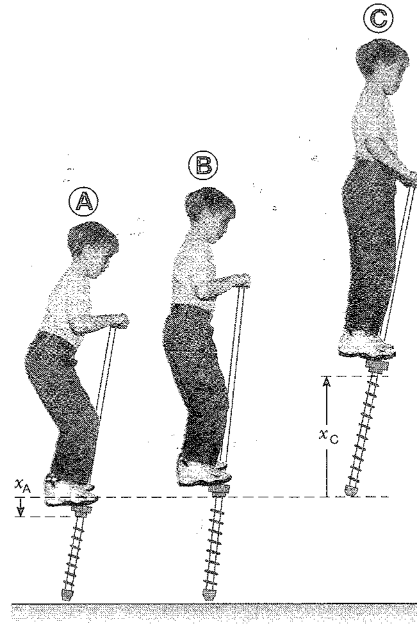
Şekil P8.52 52. ve 53. Problemler

WEB 53. Problem 52 de tanımlanan parçacık (Şek. P8.52), Ⓐ noktasından durgun olarak bırakılıyor. Kâsenin yüzeyi sürtünmelidir. Parçacığın Ⓑ deki sürati 1,5 m/s dir. (a) Ⓑ deki kinetik enerjisi nedir? (b) Parçacık Ⓐ dan Ⓑ ye gittiğinde sürtünme sonucu ne kadarlık enerji kaybolur? (c) Bu sonuçlardan daha basit bir yolla μ ' yü belirlemek mümkün müdür? Açıklayınız.

54. **Tarama Problemi:** Bir arabanın kütlesi 1500 kg'dır. Cismin şekli, aerodinamik sürükleme katsayısı D = 0,330 olacak şekildedir ve cephe alanı 2,50 m^2'dir. Sürükleme kuvvetinin v^2 ile orantılı olduğunu varsayarak ve diğer sürtünme kaynaklarını ihmal ederek, 3,20°'lik eğimli uzun bir tepeyi tırmanırken arabanın 100 km/saat'lik süratini sürdürmesi için gerekli gücü hesaplayınız.

55. Merdivenleri çıkarken çıkış gücünüzün mertebesini kestiriniz. Çözümünüzde, veri olarak aldığınız fiziksel nicelikleri ve bunlar için ölçtüğünüz veya kestirdiğiniz değerleri ifade ediniz. Tepe gücünüzü veya tahammül gücünüzü dikkate alır mısınız?

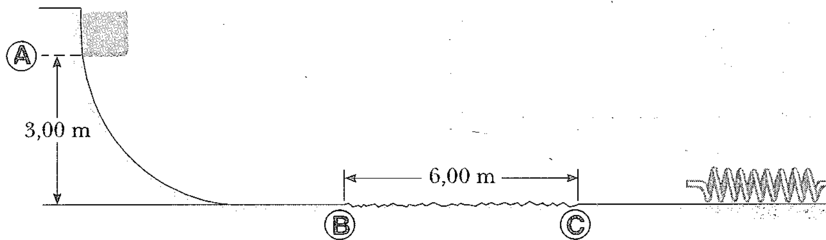
56. Çocukların kullandığı bir yaylı sırık, (Şek.P8.56), enerjiyi bir yayda ($k = 2,5 \times 10^4$ N/m) depolar. Ⓐ konumunda ($x_A = -0,1$ m), yayın sıkışması maksimumdur ve çocuk bir an için hareketsizdir. Ⓑ konumunda ($x_B = 0$) yay gevşer ve çocuk yukarı doğru hareket eder. Ⓒ konumunda yani sıçramanın tepe noktasında, çocuk yine bir an için hareketsizdir. Çocuğun kütlesi ile yaylı sırığın kütlesinin toplamını 25 kg kabul ederek (a) $x = 0$'da her iki potansiyel enerji sıfırsa sistemin toplam enerjisini hesaplayınız. (b) x_C'yi belirleyiniz. (c) $x = 0$'da çocuğun süratini hesaplayınız. (d) Sistemin kinetik enerjisinin maksimum olduğu bir değeri bulunuz. (e) Çocuğun yukarı yöndeki maksimum hızını bulunuz.



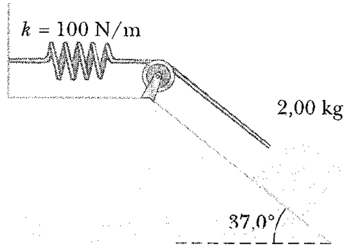
Şekil P8.56

57. 10 kg'lık bir blok, Şekil P8.57'de gösterildiği gibi Ⓐ noktasından bırakılıyor. Ray 6 m uzunluğundaki Ⓑ ve Ⓒ kısmı dışında sürtünmesizdir. Blok, raydan aşağı doğru kayarak k = 2250 N/m olan bir yaya çarpar ve yayı denge konumuna göre 0,3 m sıkıştırarak bir an durur. Rayın Ⓑ ve Ⓒ kısmı ile blok arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

58. Sürtünmeli bir eğik düzlem üzerinde bulunan 2 kg lık bir blok, kütlesi ihmal edilebilen 100 N/m'lik bir yaya bağlanmıştır (Şek. P8.58). Yay gerilmemiş durumda iken, blok ilk hızsız olarak bırakılır. Makara sürtünmesizdir. Blok duruncaya kadar eğik düzlemde aşağı doğru 20 cm hareket ediyor. Blok ile düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.



Şekil P8.57

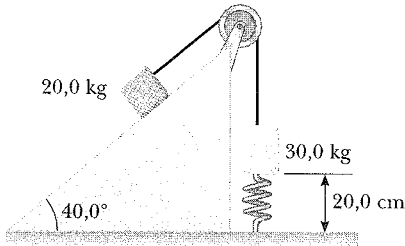


Şekil P8.58 58. ve 59. Problemler

59. **Tarama Problemi:** Problem 58'de belirtilen sistemde, eğik düzlemin sürtünmesiz olduğunu varsayınız (Şek.P8.58). Blok, yayın başlangıçta gerilmemiş durumundan ilk hızsız olarak bırakılıyor. (a) Blok durmadan önce eğik düzlemde ne kadar aşağı hareket eder? (b) Blok, en alt noktasına geldiğinde ivmesi nedir? İvme sabit midir? (c) Bloğun aşağı inişi esnasında meydana gelen enerji dönüşümünü açıklayınız.

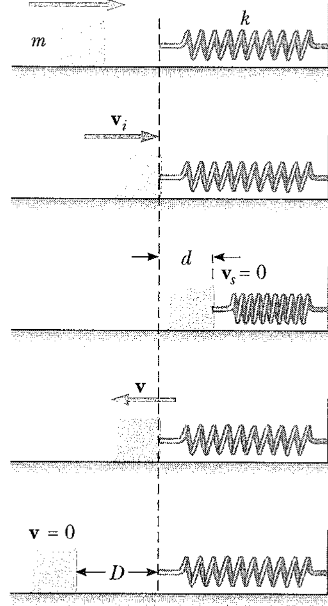
60. Bir sistemin potansiyel enerji fonksiyonu $U(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x$ ile verilmektedir. (a) x'in fonksiyonu olarak F_x kuvvetini bulunuz. (b) x'in hangi değerleri için kuvvet sıfıra eşittir? (c) $U(x)$ ve F_x'in x'e göre grafiklerini çiziniz, kararlı ve kararsız denge noktalarını gösteriniz.

61. 20 kg'lık bir blok, sürtünmesiz bir makaradan geçen bir iple 30 kg'lık bir bloka bağlanmaktadır. 30 kg'lık blok Şekil P8.61'deki gibi 250 N/m kuvvet sabitli kütlesi ihmal edilebilir bir yaya bağlıdır. Sistem, şekilde gösterildiği gibi olduğunda yay gergin değildir. Eğik düzlem sürtünmesizdir. 20'kg lık blok eğik düzlemden aşağı doğru 20 cm çekilmekte (30'kg lık blok yerden 40 cm yukarıda olacak şekilde) ve durgun halden serbest olarak bırakılmaktadır. 30'kg lık blok yerden 20 cm yukarıdayken (yani yay gergin değilken) herbir bloğun süratini bulunuz.



Şekil P8.61

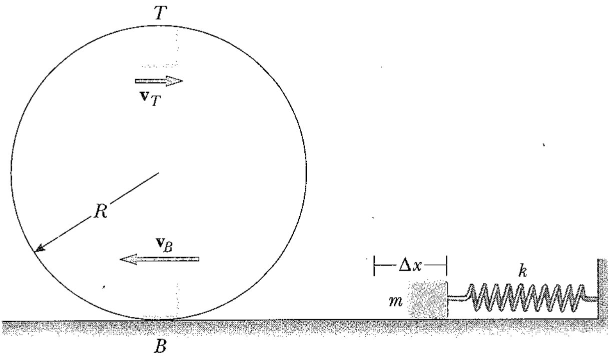
62. 1 kg'lık bir kütle, sürtünme katsayısı $\mu = 0{,}25$ olan bir yüzey üzerinde sağa doğru kayıyor (Şekil P8.62). Kütle, $k = 50$ N/m olan bir yaya dokunduğu an $v_i =$ 3 m/s'lik bir sürate sahiptir. Yay, bir d uzaklığı kadar sıkıştırıldıktan sonra kütle duruyor. Daha sonra kütle, yay tarafından sola doğru zorlanır ve bu yönde gerilmemiş konuma doğru harekete devam ediyor. Sonunda kütle, gerilmemiş konumun solunda bir D uzaklığında duruyor. Aşağıdakileri bulunuz: (a) d sıkışma uzaklığını, (b) gerilmemiş konumda v hızını (c) gerilmemiş konumun solunda, kütlenin duracağı D uzaklığını.



Şekil P8.62

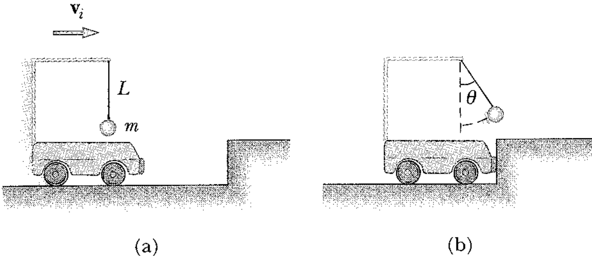
WEB 63. 0,5 kg kütleli bir blok, kütlesi ihmal edilebilir yatay bir yaya karşı, yay bir Δx uzaklığı kadar sıkışıncaya kadar itiliyor (Şekil P8.63). Yay sabiti 450 N/m'dir. Yay serbest bırakıldığında blok, sürtünmesiz yatay yüzey boyunca, $R = 1$ m yarıçaplı, düşey dairesel rayın alt noktasındaki B noktasına doğru hareket ediyor ve ray üzerinde yukarı doğru harekete devam ediyor. Rayın tabanında blokun sürati $v_B = 12$ m/s'dir ve blok rayda yukarı doğru kayarken, ortalama 7 N'luk bir kuvvetin etkisinde kalıyor. (a) Δx nedir? (b) Rayın tepesinde bloğun öngördüğünüz hızı nedir? (c) Blok gerçekten rayın tepesine ulaşır mı veya tepeye ulaşmadan önce düşer mi?

64. 8m uzunluğunda düzgün bir zincir başlangıçta yatay bir masa üzerinde çekilmiş bir şekilde durmaktadır. (a) Masa ile zincir arasındaki statik sürtünme katsayısı 0,600 ise, zincir masanın kenarından en azından 3 m sarkıtılırsa kaymaya başlayacağını gösteriniz. (b) Zincir ile masa arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,400 ise, zincir tümüyle masayı terk ederken hızı ne olur?



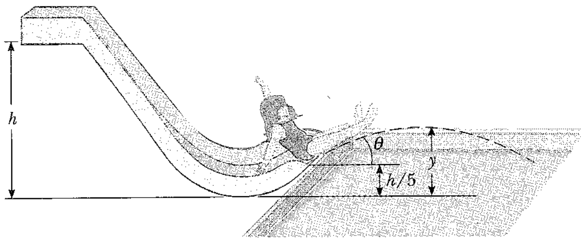
Şekil P8.63

65. m kütleli bir cisim, Şekil P8.65a'daki gibi, L uzunluklu bir sicimle, bir yük arabasının üstündeki direğe asılmıştır. Başlangıçta cisim ve araba sağa doğru sabit bir v_i hızı ile hareket ediyorlar. Yük arabası, Şekil P8.65b'deki gibi çarpıştıktan sonra duruyor ve asılı cisim bir θ açısı kadar salınıyor. (a) $v_i = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta)}$ olduğunu gösteriniz. (b) $L = 1{,}20$ m ve $\theta = 35°$ ise, yük arabasının ilk hızını bulunuz (*İpucu:* Sicimin cisim üzerine uyguladığı kuvvet, cismin üzerinde iş yapmaz).



Şekil P8.65

66. Bir çocuk, eğri bir su kaydırağı boyunca h yüksekliğinden sürtünmesiz olarak kayıyor (Şekil P8.66). Çocuk $h/5$ yüksekliğinden suya atlarsa, çocuğun ulaştığı maksimum y yüksekliğini, h ve θ cinsinden hesaplayınız.

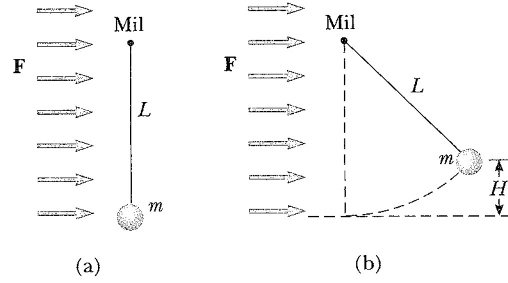


Şekil P8.66

67. m kütleli bir top, L uzunluklu kuvvetli bir sicimle bir mile bağlanarak düşey bir konumda tutulmuştur. F büyüklüğünde sabit bir kuvvet uygulayan rüzgar, Şekil P8.67a'daki gibi soldan sağa doğru esmektedir. (a) Top durgun halden bırakılırsa, topun ilk konumuna göre ulaşacağı H yüksekliğinin

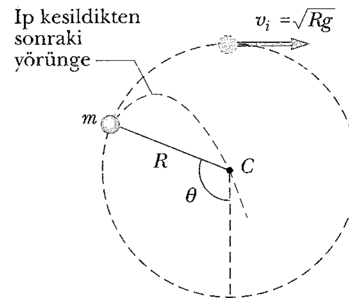
$$H = \frac{2L}{1 + (mg/F)^2}$$

olacağını gösteriniz. Yukarıdaki formülün, hem $0 \leq H \leq L$ ve hem de $L \leq H \leq 2L$ olduğunda geçerli olduğunu test ediniz (*İpucu:* Önce sabit rüzgar kuvvetiyle ilgili potansiyel enerjiyi belirleyiniz) (b) $m = 2$ kg, $L = 2$ m ve $F = 14{,}7$ N değerlerini kullanarak H nin değerini hesaplayınız. (c) Bu değerleri kullanarak, topun denge yüksekliğini bulunuz. (d) Denge yüksekliği L'den daha büyük olabilir mi? Açıklayınız?



Şekil P8.67

68. Bir top bir sicimin bir ucuna bağlanmıştır. Sicimin diğer ucu sabitleştirilmiştir. Top, sürtünmesiz düşey bir daire etrafında hareket ettiriliyor. Top, dairenin tepesinde iken Şekil P8.68'de görüldüğü gibi $v_i = \sqrt{Rg}$ 'lik bir sürate sahiptir. Hangi θ açısında sicim kesilsin ki, top dairenin merkezinden geçerek uzaklaşsın?

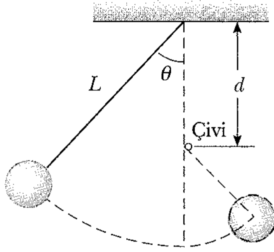


Şekil P8.68

69. Bir sicimin ucundaki bir top, düşey bir daire etrafanda dönüyor. Topun toplam enerjisi sabit kalırsa, alt noktada sicimdeki gerilmenin, üst noktasındaki ge-

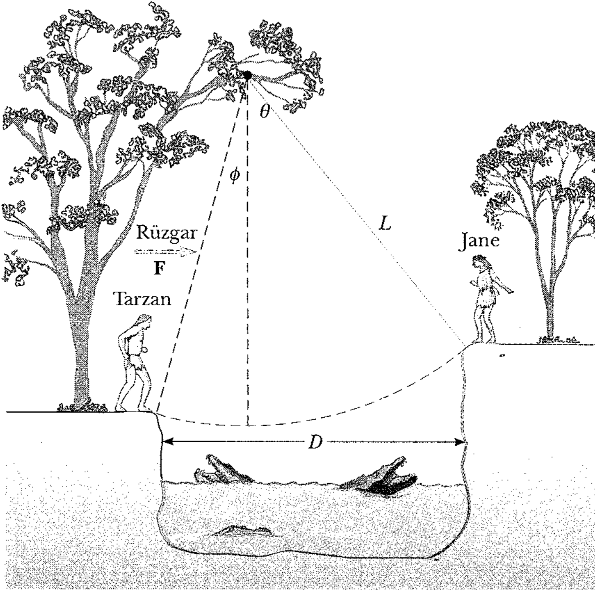
rilmeden topun ağırlığının altı katı kadar daha büyük olacağını gösteriniz.

70. L uzunluklu bir sicim ve bir küreden oluşan bir sarkaç düşey düzlemde salınıyor. Sicim, asıldığı noktanın d kadar aşağısında bulunan bir çiviye çarpıyor (Şekil P8.70). (a) Sarkaç, çivinin altındaki bir yükseklikten bırakılırsa, çiviye çarptıktan sonra bu yüksekliğe geri döneceğini gösteriniz. (b) Sarkaç, yatay konumdan (θ = 90°) bırakılır ve çivinin merkez olduğu tam bir çember boyunca salınırsa, d nin minimum değerinin $3L/5$ olması gerektiğini gösteriniz.



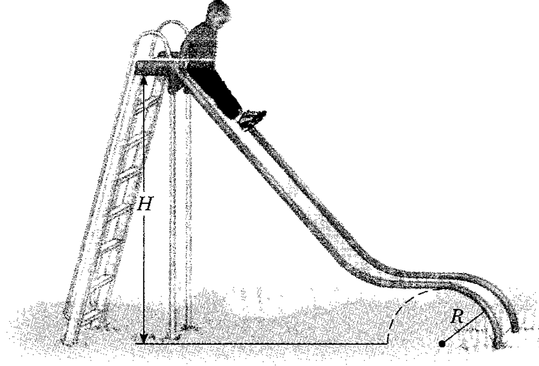
Şekil P8.70

71. Kütlesi 50 kg olan Jane, Tarzanı tehlikeden kurtarmak için insan yiyen timsahlarla dolu bir nehri (D genişliğinde) geçmesi için sallanması gerekir. Bununla birlikte, Jane, L uzunluğuna sahip ve başlangıçta düşeyle bir θ açısı yapan bir halata sabit yatay bir **F** kuvveti uygulayan bir rüzgara karşı sallanmalıdır (Şekil P8.71) D = 50 m; F = 110 N, L = 40 m ve θ = 50° alındığında, (a) Jane hangi minimum süratle sallanmaya başlamalıdır ki tam karşı tarafa geçebilsin? (*İpucu*: Önce rüzgar kuvvetiyle ilgili potansiyel enerjiyi belirleyiniz.) (b) kurtarma tamamlandıktan sonra, nehrin karşı tarafına geri geçmek istiyorlar. Hangi minimum hızla sallanmalıdırlar? Tarzan'ın kütlesi 80 kg'dır.



Şekil P8.71

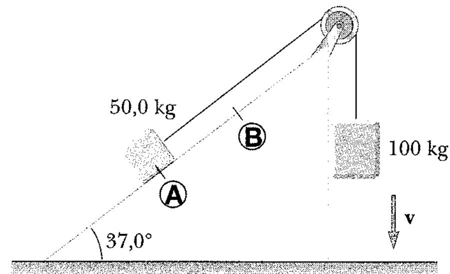
72. Bir çocuk Şekil P8.72'de gösterilen sürtünmesiz kaydırakdan aşağı doğru kaymaktadır. Hangi h yüksekliğinde çocuk, R yarıçaplı kısımla olan temas durumunu kaybedecektir? Sonucunuzu R ve H cinsinden bulunuz.



Şekil P8.72

73. Yatay, sürtünmesiz bir yüzey üzerinde harekete izin verilen 5 kg'lık bir blok, bir yaya tutturulmuştur. Yay denge konumundan 0,100 m sıkıştırılarak bırakılıyor. Blok, yayın denge konumundan geçtiğinde, sürati 1,20 m/s dir. Sürtünmesiz yüzey μ_k = 0,300 olan bir yüzeyle değiştirilerek aynı deney tekrarlanırsa, yayın denge konumunda bloğun sürati ne olur?

74. A ve B blokları (sırasıyla 50 kg ve 100 kg kütleli) Şekil P8.74'de gösterildiği gibi bir sicimle birbirine bağlanmıştır. Makara sürtünmesiz ve kütlesi ihmal edilebilmektedir. A bloku ile eğik düzlem arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ_k = 0,250 dir. 5 kg'lık blok A'dan B 'ye 20 m hareket ettiğinde, kinetik enerjisindeki değişmeyi bulunuz.



Şekil P8.74

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

8.1 Evet. $U_g = 0$ olacak şekilde koordinatımızın başlangıç noktası olarak isteğimiz noktayı seçmekte serbestiz. Cisim seçtiğimiz koordinatın başlangıç noktasının altında ise, cisim-Dünya sistemi için $U_g < 0$'dır.

8.2 Evet. Kütle-çekim kuvveti ve yay kuvveti gibi sadece korunumlu kuvvetler etkidiğinden, sistemin toplam mekanik enerjisi korunur. Potansiyel enerjinin iki biçimi vardır: (1) Kütle-çekim potansiyel enerjisi, (2) yayda depolan esneklik potansiyel enerjisi.

8.3 Birinci ve üçüncü toplar fırlatıldıktan sonra hızlanırlar, oysa ikinci top başlangıçta yavaşlar ve tepe noktasına ulaştıktan sonra hızlanır. Her üç topun yörüngesi paraboldür ve toplar, farklı başlangıç hızlarına sahip olduklarından yere ulaşmaları farklı zamanlarda olur. Fakat her üç top aynı kinetik enerji ile başladıklarından ve kütle-çekim potansiyel enerjisindeki değişmeler aynı olduğundan yere çarptıkları anda aynı sürate sahiptirler. Başka deyişle, $E_{top} = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ hareketin başlangıcında her üç top için de aynıdır.

8.4 Bir cismi 1 numara, diğer cismi 2 numara olarak işaretleyin. Dış kuvvet, sistem üzerine W_{uy} işini yapar. $W_{uy} > 0$ ise sistemin enerjisi artar. $W_{uy} < 0$ ise sistemin enerjisi azalır. Sürtünmenin etkisi, sistemin toplam enerjisini azaltmaktadır. Buna göre 8.15 Eşitliği,

$$\begin{aligned}\Delta E &= W_{uy} - \Delta E_{sür} \\ &= \Delta K + \Delta U \\ &= [(K_{1s} + K_{2s}) - (K_{1i} + K_{2i})] \\ &\quad + [(U_{g1s} + U_{g2s} + U_{ss})] - (U_{g1i} + U_{g2i} + U_{si})]\end{aligned}$$

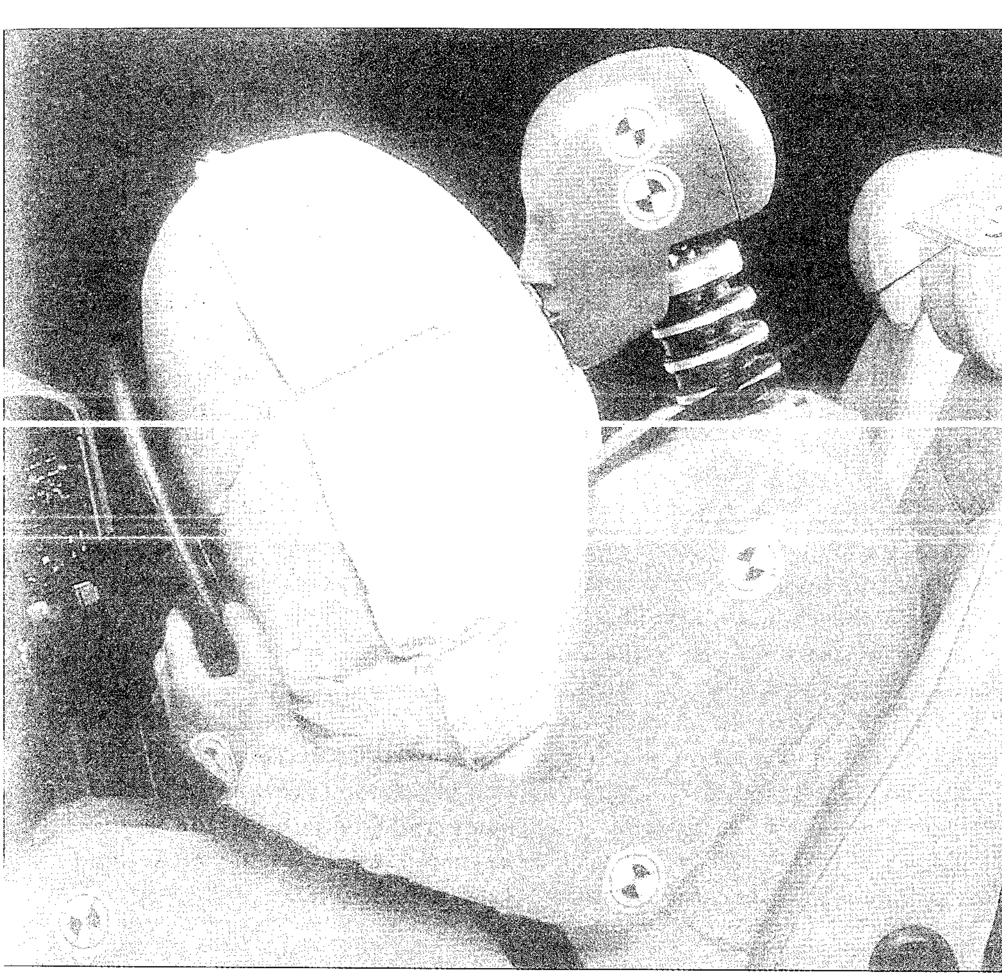
olur. Bu eşitliği farklı bir sırada, yani

toplam ilk enerji + net değişim = toplam son enerji gibi,

$$K_{1i} + K_{2i} + U_{g1i} + U_{g2i} + U_{si} + W_{uy} - f_k d = K_{1s} + K_{2s} + U_{g1s} + U_{g2s} + U_{ss}$$

şeklinde düşünmeyi daha kolay bulabilirsiniz.

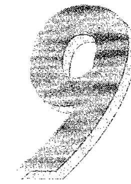
8.5 $U(x)$'in x'e göre grafiğinin eğimi, $dU(x)/dx$ tanımıyla verilir. 8.16 Eşitliğinden, bu ifadenin, sistemin bir parçası olan bir cisme etkiyen korunumlu kuvvetin x bileşeninin negatifine eşit olduğunu görürüz.



SİZCE NASIL?

Havayastıkları çarpışmalar esnasında yolcular üzerine uygulanan kuvveti düşürmek suretiyle pekçok hayat kurtarmıştır. Bir insanı yüksek hızdan durgun hale getirmek için gerekli kuvveti havayastıkları nasıl değiştirir? Genellikle tek başına neden emniyet kemerlerinden daha güvenlidir? *(Saab'ın izniyle)*

Bölüm



Doğrusal Momentum ve Çarpışmalar

Bir golf topuna vurunca ne olacağına bakalım. Çarpışma sonucu topa büyük bir ilk hız kazandırılır. Böylece havada 100m'den fazla gidebilir ve top büyük bir ivme ile hareket eder. Top bu ivmeyi kısa bir zaman aralığında kazandığından çarpma sonucu üzerine uygulanan kuvvet oldukça büyüktür. Newton'un üçüncü yasasına göre, büyüklüğü sopanın uyguladığı kuvvete eşit ve ters yönde olmak üzere, top da sopa üzerine bir tepki kuvveti uygular. Bu tepki kuvveti de sopaya bir ivme kazandırır. Sopa, topa göre çok büyük olduğundan sopadaki ivmelenme topun ivmelenmesine göre çok küçüktür.

Bu bölümün temel amaçlarından biri, böyle olayları anlamak ve çözümlemektir. İlk adım olarak, hareket halindeki cisimlerin açıklanmasında Newton kanunlarının uygulanmasında kolaylık sağlayan *momentum* kavramını tanımlarız. Kütlesi büyük bir futbolcunun sahada koşarken büyük bir momentuma sahip olduğu söylenir. Daha küçük kütleli bir futbolcu ise büyük bir hızla koşması halinde ancak böyle bir momentum kazanabilir. Bu gerçek, momentumun kütle ile hızın çarpımı olduğunu ortaya koyar. Momentum kavramı, ikinci bir korunum yasasına, momentum korunumuna götürür. Bu yasa, cisimler arasındaki çarpışma problemlerinde ve roket hareketinin analizinde özellikle kullanışlıdır. Ayrıca, bir parçacıklar sisteminin kütle merkezi kavramı tanımlanmakta ve göreceğizki, bir parçacıklar sisteminin hareketi, kütle merkezine konulan temsili bir parçacığın hareketi olarak betimlenebilir.



DOĞRUSAL MOMENTUM VE KORUNUMU

Önceki iki bölümde, Newton yasaları ile kolayca çözümlenemeyecek kadar karmaşık durumlar incelenmişti. Aslında Newton da, karmaşık durumlara kolayca uygulanabildiğinden ikinci kanunu olan $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ biçimindeki (5.2) Eşitliğinden az farklı olan bir biçimini kullandı. Fizikçiler, atomik büyüklükteki parçacıklardan roket problemine kadar her konuda bu biçimi kullanırlar. Böyle durumlarda bir cismin kendisi ile hareketi hakkında bilgi sahibi olmak yararlı olur. Şimdi bu durumu ortaya koyan yeni bir kavramı tanımlıyoruz:

Bir parçacık için doğrusal momentum tanımı

v hızı ile hareket eden *m* kütleli bir parçacığın doğrusal (çizgisel/lineer) momentumu kütle ve hızın çarpımı olarak tanımlanır:

$$\mathbf{p} \equiv m\mathbf{v} \qquad \textbf{(9.1)}$$

6.2 Bir *m* skaleri ile bir **v** vektörünün çarpımına eşit olduğundan, momentum vektörel bir niceliktir. Yönü, hız ile aynıdır ve boyutu ML/T dir. SI'de birimi, kg·m/s'dir.

Bir parçacık rastgele bir yönde hareket ediyorsa, **p** üç bileşene sahip olur ve 9.1 Eşitliği bileşenleri cinsinden

$$p_x = mv_x \qquad p_y = mv_y \qquad p_z = mv_z \qquad \textbf{(9.2)}$$

eşitliklerine denktir. Bu tanımlamadan görüleceği gibi momentum kavramı, aynı hızla hareket eden ağır ve hafif parçacıklar arasında nicel bir farklılığı ortaya koyar. Örneğin, 10 m/s hızla giden bir bovling topunun momentumu, aynı hızda giden bir tenis topunun momentumundan daha büyüktür. Newton,

mv çarpımına *hareket miktarı* demişti. Bu belki de şimdi kullandığımız Latinceden gelen *momentum* sözcüğünden daha grafiksel bir tasvirdi.

Sınama Sorusu 9.1

Aynı kinetik enerjiye sahip iki parçacığın momentumlarını karşılaştırınız: (a) $p_1 < p_2$ (b) $p_1 = p_2$ (c) $p_1 > p_2$ (d) cevap için bilgi yeterli değil.

Newton'un ikinci hareket yasasını kullanarak, bir parçacığın doğrusal (çizgisel/lineer) momentumunu ona etki eden kuvvete bağlayabiliriz: **Bir parçacığın doğrusal momentumunun değişme hızı (zamana göre türevi) parçacığa etkiyen net kuvvete eşittir:**

Bir parçacık için Newton'un ikinci kanunu

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \tag{9.3}$$

Hız vektörünün zamanla değişmesi durumuna ek olarak, kütlenin de değişmesi durumunda 9.3 Eşitliğini kullanabiliriz. Bir parçacık üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olduğu zaman, momentumun zamana göre türevi de sıfır olur ve dolayısı ile doğrusal momentum sabit kalır.[1] Eğer parçacık *yalıtılmışsa* o zaman $\sum \mathbf{F} = 0$ şartından $\mathbf{p}$ sabit olur, bu da $\mathbf{p}$'nın korunduğu anlamına gelir. Karışık hareket problemlerinin çözümünde, enerji korunumu yasası kadar, momentumun korunumu yasası da yararlı olur.

İki-Parçacıklı Bir Sistem İçin Momentumun Korunumu

3.2 Birbirleriyle etkileşen, çevrelerinden yalıtılmış iki parçacık ele alalım (Şekil 9.1). Yani, parçacıklar birbirine kuvvet uygulasın fakat hiç bir dış kuvvet bulunmasın. Bu durumun analizinde Newton'un üçüncü kanunu önemlidir. Birinci parçacık ikinci parçacığa bir kuvvet uygularsa (çekim kuvveti olabilir), ikinci parçacık da birinciye büyüklükçe eşit zıt yönde bir kuvvet uygular.

Bir an için, 1. parçacığın momentumunun $\mathbf{p}_1$ ve 2. parçacığınkinin $\mathbf{p}_2$ olduğunu varsayalım. Her parçacığa Newton'un 2. yasasını uygularsak şöyle yazabiliriz:

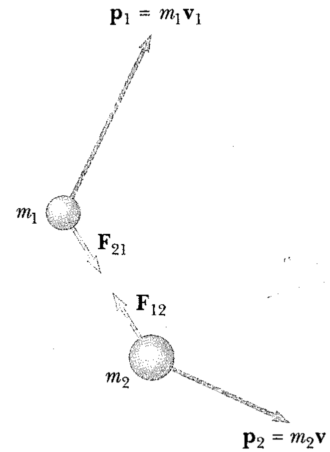
$$\mathbf{F}_{21} = \frac{d\mathbf{p}_1}{dt} \quad \text{ve} \quad \mathbf{F}_{12} = \frac{d\mathbf{p}_2}{dt}$$

burada $\mathbf{F}_{21}$ ikinci parçacık tarafından birinciye, $\mathbf{F}_{12}$ ise birinci parçacık tarafından ikinciye uygulanan kuvvettir. Newton'un üçüncü yasasına göre $\mathbf{F}_{12}$ ve $\mathbf{F}_{21}$ kuvvetleri büyüklükçe eşit ve zıt yönlüdür. Bunlar, $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ şeklinde etki-tepki çifti oluşturur. Bu durumu

$$\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12} = 0$$

veya

$$\frac{d\mathbf{p}_1}{dt} + \frac{d\mathbf{p}_2}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2) = 0$$



Şekil 9.1 Belli bir anda 1 ve 2 kütlelerinin momentumları sırasıyla $\mathbf{p}_1 = m_1\mathbf{v}_1$ ve $\mathbf{p}_2 = m_2\mathbf{v}_2$ dir. Burada $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ dir. Sistemin toplam momentumu $\mathbf{p}_{top} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ olur.

[1] Bu bölümde *momentum ve doğrusal momentum* terimleri aynı anlamda kullanılmaktadır. 11. Bölümde, dönme hareketi ile ilgili *açısal momentum* kavramı kullanılacaktır.

olarak yazabiliriz. Toplam momentumun ($\mathbf{p}_{top} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$) zamana göre türevi *sıfır* olduğundan, sistemin *toplam* mometumunun sabit kaldığı sonucuna varırız:

$$\mathbf{p}_{top} = \sum_{sistem} \mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{sabit} \tag{9.4}$$

veya eşdeğer olarak

$$\mathbf{p}_{1i} + \mathbf{p}_{2i} = \mathbf{p}_{1s} + \mathbf{p}_{2s} \tag{9.5}$$

yazılabilir. Burada $\mathbf{p}_{1i}$ ve $\mathbf{p}_{2i}$ parçacık çiftinin ilk momentumları, $\mathbf{p}_{1s}$ ve $\mathbf{p}_{2s}$ ise dt gibi bir zaman aralığında etkileşen çiftin son momentumlardır. 9.5 Eşitliği, toplam momentumun x, y, z bileşenlerinin de ayrı ayrı korunacağını gösterir:

$$\sum_{sistem} \mathbf{p}_{ix} = \sum_{sistem} \mathbf{p}_{sx} \qquad \sum_{sistem} \mathbf{p}_{iy} = \sum_{sistem} \mathbf{p}_{sy} \qquad \sum_{sistem} \mathbf{p}_{iz} = \sum_{sistem} \mathbf{p}_{sz} \tag{9.6}$$

Doğrusal momentumun korunumu kanunu olarak bilinen bu sonuç, yalıtılmış çok parçacıklı sistemlere genişletilebilir. Buna en önemli mekanik yasalarından biri olarak bakılabilir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir:

Momentum korunumu

Yalıtılmış bir sistemde iki veya daha fazla parçacık etkileştiğinde, sistemin toplam momentumu sabit kalır.

Bu yasa, **yalıtılmış bir sistemin toplam momentumunun her zaman ilk momentumuna eşit olduğunu** söyler.

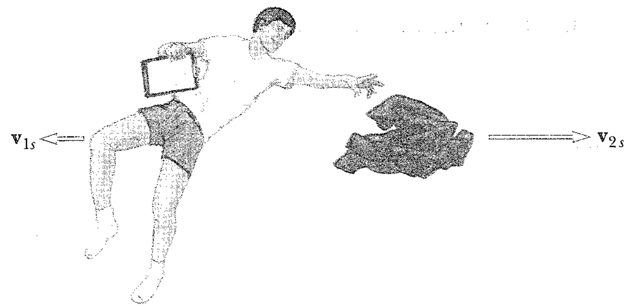
Sistemin parçacıkları üzerine etkiyen kuvvetlerin tabiatı ile ilgili hiçbir ifademiz olmadı. Burada tek şart, kuvvetlerin, sistemin *iç kuvvetleri* olmasıdır.

Sınama Sorusu 9.2

Fizik öğretmeniniz size bir topu belli bir hızla atıyor ve siz onu yakalıyorsunuz. Öğretmen daha sonra öncekinin on katı büyüklükte kütleye sahip ikinci bir top atıyor. Size aşağıdaki seçenekler verliliyor: İkinci topu aşağıdaki şıkların hangisi ile yakalarsınız? (a) birinci ile aynı hızda, (b) aynı momentumda, (c) aynı kinetik enerjide. Topu yakalamak için en kolaydan en zora doğru bu şıkları sıralayınız.

ÖRNEK 9.1 Uçan Astronot

Bir uzay laboratuvarı astronotunun yazılı notlarına bakıldığında, açık havada bir uzay aracında yavaşça yüzer gibi hareket ettiği ortaya çıktı. Zıt yönde hareket edinceye kadar hiç beklemedi ve bir arkadaşının itmesini istedi. Bu duruma arkadaşları gülerek yardım etmediler, böylece üniformasını çıkarıp kendisinin hareket etmek istediği yöne zıt yönde atlamak zorunda kaldı. Astronotun hızını tahmin ediniz.



Şekil 9.2 Şanssız astronot, bir yere varmak için üniformadan vazgeçmiş

Çözüm Uygun verilerle makul tahminler yaparak başlayalım. Astronotun 70kg olduğunu ve 1 kg'lık üniformasını 20m/s hızla attığını varsayalım ve bu atış yönünü x-ek-

seninin pozitif yönü olarak alalım (Şekil 9.2). Ayrıca x-eksenini uzay aracı yörüngesine teğet alalım. Astronot ve üniformasını bir sistem olarak ele alalım. Uzay aracı ile birlikte astronot ve üniformasını yörüngede tutan çekim-kuvvetinden dolayı, sistem gerçekten yalıtılmış değildir. Bu kuvvet sistemin hareketine diktir. x-doğrultusunda hiçbir dış kuvvet olmadığından momentum bu doğrultuda sabittir.

Atılmadan önce sistemin toplam momentumu sıfırdır ($m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = 0$). Buna göre atılıştan sonra da toplam momentum sıfır olmalıdır:

$$m_1\mathbf{v}_{1s} + m_2\mathbf{v}_{2s} = 0$$

$m_1 = 70\text{kg}$, $\mathbf{v}_{2s} = 20\mathbf{i}$ m/s ve $m_2 = 1\text{kg}$ değerleri için astronotun geri-tepme $\mathbf{v}_{1s}$ hızını

$$\mathbf{v}_{1s} = -\frac{m_2}{m_1}\mathbf{v}_{2s} = -\left(\frac{1\text{kg}}{70\text{kg}}\right)(20\mathbf{i}\ \text{m/s}) = -0{,}3\mathbf{i}\ \text{m/s}$$

olarak buluruz. $\mathbf{v}_{1s}$'deki negatif işaret, son halde astronotun sola hareket ettiğini gösterir (Newton'un üçüncü yasasına göre üniformaya zıt yön). Astronotun kütlesi üniforma kütlesinden büyük olduğundan astronotun ivmesi ve son hızı üniformanınkinden küçüktür.

ÖRNEK 9.2 Durgun Bir Kaonun Parçalanması

Nötr Kaon (K^0) olarak bilinen bir tür nükleer parçacık, Şekil 9.3'te gösterildiği gibi kütleleri eşit ve yükleri zıt işaretli olan parçacık çiftlerine **piyonlara** (π^+ ve π^-) bölünür. Kaonun başlangıçta durgun olduğunu varsayarak iki piyonun büyüklükçe eşit, işaretçe zıt momentumlara sahip olacağını gösteriniz.

Çözüm Kaonun parçalanma reaksiyonu,

$$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$$

olarak yazılabilir. $\mathbf{p}^+$ ve $\mathbf{p}^-$ sıra ile pozitif ve negatif piyonların momentumları olarak alınırsa, sitemin son momentumu bu ikisinin toplamından ibaret olur:

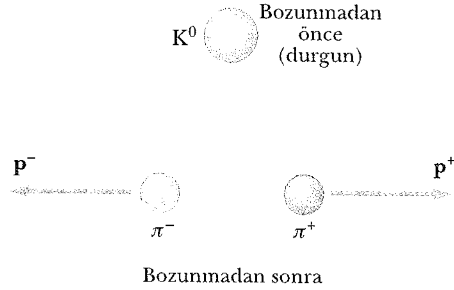
$$\mathbf{p}_s = \mathbf{p}^+ + \mathbf{p}^-$$

parçalanmadan önce kaon durgun olduğundan $\mathbf{p}_i = 0$ dır. Momentum korunduğundan $\mathbf{p}_i = \mathbf{p}_s = 0$ ve böylece $\mathbf{p}^+ + \mathbf{p}^- = 0$ veya

$$\mathbf{p}^+ = -\mathbf{p}^-$$

dir.

Bu problemdeki önemli nokta, ilgilenilen nesnelerin farklı olup olmadığına bakılmaksızın, fiziğinin özdeş olmasıdır: Yalıtılmış bir sistemde doğrusal momentum korunur.



Şekil 9.3 Durgun bir kaon aniden zıt yüklü piyon çiftine bozunur. Piyonlar, büyüklükleri eşit ve yönleri zıt momentumlarla hareket ederler.

9.2 İMPULS VE MOMENTUM

Üzerine kuvvet uygulanan bir parçacığın momentumunun değiştiğini gördük. Bunu bilmek, pek çok problemin çözümünü kolaylaştırır. Bir parçacık üzerine zamanla değişen bir $\mathbf{F}$ kuvveti uygulanırsa bu önemli kavramı daha iyi anlayabiliriz. Newton'un ikinci yasasına göre $\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ veya

$$d\mathbf{p} = \mathbf{F}dt \qquad \textbf{(9.7)}$$

olur. Kuvvet belli bir zaman aralığında uygulanmış ise, momentum değişimini bulmak için bu ifadelerin integralini alırız.[2] Parçacığın momentumu t_i

[2]Burada zaman üzerinden integral alıyoruz. Bunu, kuvvet tarafından yapılan işi bulmak için Bölüm 7'de konuma göre alınan integral ile karşılaştırınız.

anındaki $\mathbf{p}_i$ değerinden t_s anında $\mathbf{p}_s$ değerine değişirse, 9.7 Eşitliğinin integrali aşağıdaki şekli alır:

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_s - \mathbf{p}_i = \int_{t_i}^{t_s} \mathbf{F}dt \qquad \textbf{(9.8)}$$

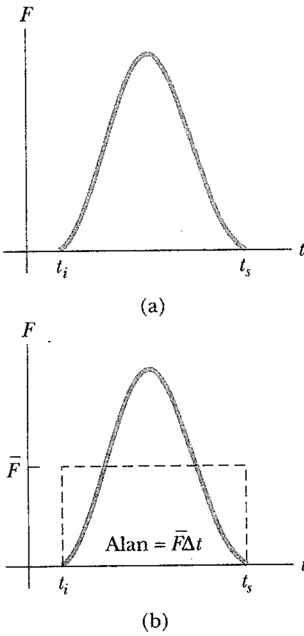
İntegrali hesaplamak için kuvvetin zamanla nasıl değiştiğini bilmemiz gerekir. Bu eşitliğin sağ tarafındaki niceliğe, $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında parçacığa etkiyen **F** kuvvetinin **impulsu** denir. İmpuls, aşağıdaki şekilde tanımlanan bir vektördür:

Bir kuvvetin impulsu

$$\mathbf{I} \equiv \int_{t_i}^{t_s} \mathbf{F}dt = \Delta\mathbf{p} \qquad \textbf{(9.9)}$$

İmpuls-momentum teoremi

Bir parçacık üzerine etkiyen **F** kuvvetinin impulsu, bu kuvvetin sebep olduğu parçacığın momentumundaki değişime eşittir.



Şekil 9.4 (a) Bir parçacığa etkiyen kuvvet zamanla değişebilir. İtme, kuvvet-zaman eğrisi altındaki alan kadardır. (b) Ortalama kuvvet (yatay çizgi), (a)' da tanımlanan gerçek kuvvet-zaman eğrisindeki gibi Δt zaman aralığında parçacığa aynı itmeyi verecektir.

İmpuls-momentum teoremi[3] olarak bilinen bu ifade, Newton'un ikinci yasasına eşdeğerdir. Bu tanıma göre, Şekil 9.4a'da belirtildiği gibi impulsun, kuvvet-zaman eğrisi altındaki alana eşit büyüklükte bir vektörel nicelik olduğunu görürüz. Bu şekilde gösterildiği gibi, kuvvetin zamanla değiştiği ve $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında sıfır olmadığı varsayılıyor. İmpuls vektörünün yönü momentum değişiminin yönü ile aynıdır. Boyutu da ML/T şeklinde momentum boyutundadır. İmpuls, parçacığın kendi başına bir özelliği *olmayıp*, uygulanan dış kuvvetin, parçacığın momentumunu değiştirmesiyle ilgili bir niceliktir. O halde, parçacığa bir impuls verilmesi, kuvvet uygulayan kaynaktan parçacığa momentum aktarılması demektir.

Genel olarak kuvvet zamanla değişebildiğinden, aşağıdaki şekilde ortalama bir **F** kuvveti tanımlamak uygun düşer:

$$\bar{\mathbf{F}} \equiv \frac{1}{\Delta t}\int_{t_i}^{t_s} \mathbf{F}\, dt \qquad \textbf{(9.10)}$$

burada, $\Delta t = t_s - t_i$ dir. (Bu, yüksek matematikteki ortalama değer teoreminin bir uygulamasıdır). 9.9 Eşitliği şu şekilde yazılabilir:

$$\mathbf{I} \equiv \bar{\mathbf{F}}\,\Delta t \qquad \textbf{(9.11)}$$

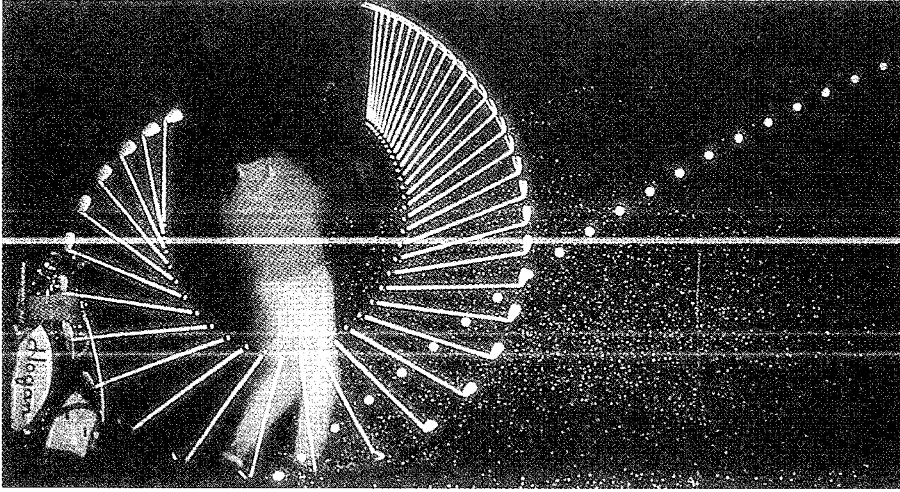
Şekil 9.4b'de tanımlanan bu ortalama kuvvet, parçacığa Δt zaman aralığında değişen gerçek kuvvetin impulsuna eşit impuls veren sabit bir kuvvet olarak düşünülebilir.

İlke olarak, **F** zamanın fonksiyonu olarak bilinirse; impuls, 9.9 Eşitliğinden hesaplanabilir. Parçacığa etkiyen kuvvetin sabit olması halinde hesaplama oldukça basit olur. Bu durumda $\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{F}$ dir ve 9.11 Eşitliği şu hale gelir:

$$\mathbf{I} = \mathbf{F}\Delta t \qquad \textbf{(9.12)}$$

Pekçok fiziksel durumda, **impuls yaklaşımı** ifadesini kullanacağız. Bu yaklaşımda, **bir parçacık üzerine uygulanan kuvvetlerin birinin kısa bir süre etki ettiği, fakat mevcut diğer kuvvetlerden daha büyük olduğunu varsayarız.** Bu

[3]Parçacık üzerine tek bir kuvvetin uygulandığını kabul etsek de impuls-momentum teoremi pekçok kuvvet uygulandığında da geçerlidir; bu durumda 9.9 Eşitliğindeki **F**'i, $\Sigma\mathbf{F}$ ile değiştiririz



Topla golf sopasının çarpışmasının ilk anlarında, çarpışma sonucu olarak top momentum kazanır ve golf sopası da aynı miktarda momentum kaybeder (*Michel Hans'ın izmiyle Photo Researchs, İnc*)

yaklaşım, özellikle çarpışma süresi çok kısa olan çarpışma olaylarında kullanışlıdır. Bu yaklaşımda kuvvete, ***impulsif kuvvet*** deriz. Örnek olarak, bir beyzbol topunun beyzbol sopasına çarpma süresi 0,01 s civarındadır ve bu zaman aralığında, sopanın topa uyguladığı ortalama kuvvet birkaç bin newton kadardır. Bu da kütle çekim kuvvetinden daha büyüktür ve böylece impuls yaklaşımı da doğrulanır. Bu yaklaşım kullanılırken $\mathbf{p}_i$ ve $\mathbf{p}_s$'nin çarpışmadan *hemen* önce ve sonraki momentumlar olduğuna özellikle dikkat etmek gerekir. Bu nedenle impuls yaklaşımında, çarpışma sürecince parçacığın hareketi çok küçük olur.

Ev Deneyi 

Yumurta yakalama oyununa hevesli birini bulabilirsiniz. Yumurtayı yakalayıp momentumunu sıfıra düşürürken yumurtanın kırılmaması için elinizin en kolay hareket şekli nedir?

Sınama Sorusu 9.3

İki cisim sürtünmesiz bir yüzey üzerinde durgundur. Bunların birincisi, ikincisinden kütlece daha büyüktür. Bir kuvvet birinciyi bir d mesafesi boyunca hızlandırıyor. Kuvvet birinciden kaldırılıyor ve ikinciye uygulanıyor. İkinci cisim aynı d mesafesi boyunca hızlanırsa şu ifadelerin hangisi doğrudur? (a) $p_1 < p_2$, (b) $p_1 = p_2$, (c) $p_1 > p_2$, (d) $K_1 < K_2$, (e) $K_1 = K_2$, (f) $K_1 > K_2$

ÖRNEK 9.3 Topa Vuruş

50 g kütleli bir golf topuna golf sopası ile vurulmaktadır (Şekil 9.5). Top üzerindeki kuvvet, sıfırdan, topun şeklinin bozulduğu andaki maksimum değere çıkar ve top 4'deki gibi olur. Topun 200 m gittiğini gözönüne alarak, çarpışmanın neden olduğu itmenin (impuls) büyüklüğünü bulunuz.

Çözüm Sopanın topa ilk temas ettiği anı Ⓐ ile, sopanın teması kesip, harekete geçtiği anı Ⓑ ile, iniş anını da Ⓒ ile gösterelim. Hava direncini ihmal edip 4.14 Eşitliğini kullanarak,

$$R = x_C = \frac{v_B^2}{g}\sin 2\theta_B$$

menzil ifadesini kullanabiliriz. Topun maksimum menzile gitmesi için θ_B çıkış açısının 45° olduğunu kabul edelim. Buna göre $2\theta_B = 1$ olup topun ilk hızı,

$$v_B = \sqrt{x_C\, g} = \sqrt{(200\text{ m})(9{,}80\text{ m/s}^2)} = 44\text{ m/s}$$

olarak bulunur. Top için $v_i = v_A = 0$ ve $v_s = v_B$ olduğundan, topa verilen itme:

$$I = \Delta p = mv_B - mv_A = (50 \times 10^{-3}\text{ kg})(44\text{ m/s}) - 0$$
$$= 2{,}2\text{ kg·m/s}$$

Alıştırma Golf sopasının topla $4{,}5 \times 10^{-4}$s temas etmesi halinde sopa tarafından topa aktarılan ortalama kuvvetin büyüklüğünü bulunuz.

Cevap $4{,}5 \times 10^3$N. Topun 0,49 N 'luk ağırlığı ile karşılaştırıldığında oldukça büyük bir değer.



Şekil 9.5 Bir golf sopası ile vurulan golf topu (© *Harold E. Edgerton'dan Palm Press, Inc. izniyle*)

ÖRNEK 9.4 Tamponlar Ne Kadar Sağlamdır?

Özel bir çarpışma deneyinde, 1500 kg kütleli bir otomobil, Şekil 9.6'daki gibi bir duvara çarpar. Otomobilin ilk ve son hızları sırayla $\mathbf{v}_i = -15\mathbf{i}$ m/s ve $\mathbf{v}_s = 2{,}6\mathbf{i}$ m/s'dir. Çarpışma 0,150 s sürerse, çarpışmayla ilgili itmeyi ve otomobile uygulanan ortalama kuvveti bulunuz.

Çözüm Diğer kuvvetlerle karşılaştırıldığında duvarın arabaya uyguladığı kuvvet oldukça büyüktür. Çekim-kuvveti ve normal kuvvet hareket yönüne dik olduğundan yatay momentumu etkilemez. Çözümde impuls yaklaşımını kullanabiliriz.

Otomobilin ilk ve son momentumları,

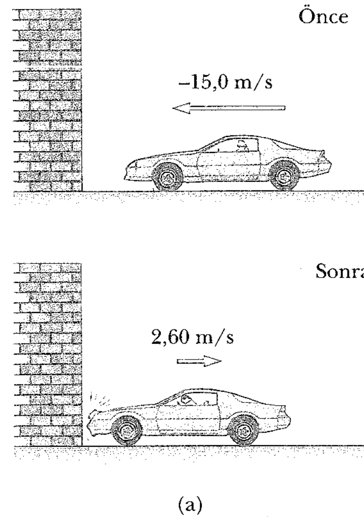
$$\mathbf{p}_i = m\mathbf{v}_i = (1\,500\text{ kg})(-15\mathbf{i}\text{ m/s}) = -2{,}25 \times 10^4\mathbf{i}\text{ kg·m/s}$$
$$\mathbf{p}_s = m\mathbf{v}_s = (1\,500\text{ kg})(2{,}6\mathbf{i}\text{ m/s}) = 0{,}39 \times 10^4\mathbf{i}\text{ kg·m/s}$$

Böylece, momentumdaki değişime eşit olan impuls,

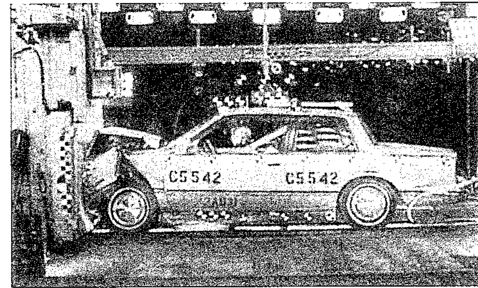
$$\mathbf{I} = \Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_s - \mathbf{p}_i = 0{,}39 \times 10^4\mathbf{i}\text{ kg·m/s} - (-2{,}25 \times 10^4\mathbf{i}\text{ kg·m/s})$$
$$\mathbf{I} = 2{,}64 \times 10^4\mathbf{i}\text{ kg·m/s}$$

olur. Otomobile etkiyen ortalama kuvvet

$$\overline{\mathbf{F}} = \frac{\Delta\mathbf{p}}{\Delta t} = \frac{2{,}64 \times 10^4\mathbf{i}\text{ kg·m/s}}{0{,}150\text{ s}} = 1{,}76 \times 10^5\mathbf{i}\text{ N}$$



(a)



(b)

Şekil 9.6 (a) Duvarla çarpışma sonucu bu arabanın momentumu değişir. (b) Bir çarpışma deneyinde arabanın ilk kinetik enerjisinin pekçoğu arabanın hasar görmesi için gerekli enerjiye dönüşür (*General Motor'un izniyle*).

Bu kuvvetin büyüklüğü arabanın ağırlığına göre oldukça büyüktür ($mg = 1{,}47 \times 10^4$N) ve bu da ilk kabulümüzü doğrular. Bu çarpışmada hızların işareti önemlidir. İlk ve son hızlar aynı işaretli olsaydı sonuç Matematik açısından ne olurdu?

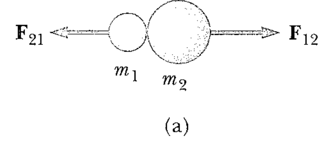
Sınama Sorusu 9.4

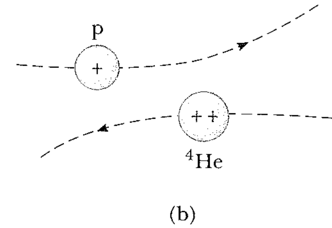
Bir çarpısma anında bir ön koltuk yolcusuna uygulanan ortalama kuvvet ve impuls terimleriyle bir otomobilde kontrol paneli, emniyet kemeri ve hava yastığını önemine göre sıralayınız.

9.3 ÇARPIŞMALAR

6.5 & 6.6 Bu kesimde, iki parçacık birbiriyle çarpışınca ne olacağını anlamak için momentum korunumu yasasını kullanacağız. **Çarpışma** terimini, iki parçacığın birbiri üzerine impulsif kuvvetler oluşturarak kısa bir süre için birlikte olmaları şeklinde tanımlayacağız. **Çarpışmadaki itme (impulsif) kuvvetinin, mevcut dış kuvvetlerden daha büyük olduğu kabul edilecektir.**

Çarpışma, Şekil 9.7a'da gösterildiği gibi iki cisim arasındaki fiziki temasın sonucu olabilir. Ancak çarpışma kelimesiyle söylenmek istenen, genelleştirilmelidir çünkü mikroskopik ölçeğe dayalı "fiziki temas" yanlış bir tanımdır ve anlamsızdır. Bunu anlamak için atomik ölçekte bir çarpışma gözönüne alalım (Şekil 9.7b): bir protonun bir alfa parçacığı (Helyum atomunun çekirdeği) ile çarpışması gibi. Parçacıklar pozitif yüklü olduklarından asla birbirleriyle fiziki temasta bulunamazlar; aralarındaki kuvvetli elektrostatik itmeden dolayı birbirlerinden biraz uzaktırlar. m_1 ve m_2 kütleli iki parçacık Şekil 9.7'deki gibi çarpıştığı zaman, impulsif kuvvetler (itme kuvvetleri) Şekil 9.8'de görüldüğü gibi karmaşık bir şekilde zamanla değişebilir. Eğer $\mathbf{F}_{21}$, m_2'nin m_1 üzerine uyguladığı kuvvetse, parçacıklar üzerine hiçbir dış kuvvetin etkimeyeceğini gözönüne alırsak, çarpışmadan dolayı m_1'in momentumundaki değişme 9.8 Eşitliği ile verilir:





Şekil 9.7 (a) Doğrudan temasla iki cisim arasındaki çarpışma. (b) İki yüklü parçacık arasındaki çarpışma

$$\Delta \mathbf{p}_1 = \int_{t_i}^{t_s} \mathbf{F}_{21}\, dt$$

olarak yazılabilir. Benzer şekilde, m_1'in m_2 üzerine uyguladığı kuvvet $\mathbf{F}_{12}$ olmak üzere, m_2'nin momentumundaki değişim de

$$\Delta \mathbf{p}_2 = \int_{t_i}^{t_s} \mathbf{F}_{12}\, dt$$

ile verilir. Nitekim Newton'un üçüncü yasasına göre şu sonucu yazabiliriz:

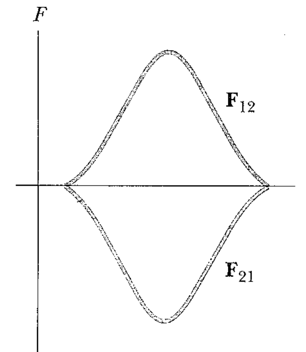
$$\Delta \mathbf{p}_1 = -\Delta \mathbf{p}_2$$

$$\Delta \mathbf{p}_1 + \Delta \mathbf{p}_2 = 0$$

Sistemin toplam momentumu $\mathbf{p}_{\text{sistem}} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ olduğundan, çarpışmadan dolayı sistemin momentumundaki değişimin sıfır olduğu sonucuna varırız. Bu da,

$$\mathbf{p}_{\text{sistem}} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = \text{sabit}$$

demektir. Sisteme hiçbir dış kuvvet etki etmediğinden bu sonuç tam olarak beklediğimiz sonuçtur (Kesim 9.2). İtme kuvvetleri iç kuvvetler olduğundan, sistemin momentumunu değiştiremezler (sadece dış kuvvetler değiştirir). Bu-



Şekil 9.8 Şekil 9.7a'daki çarpışan iki parçacık için, zamanın fonksiyonu olarak kuvvetin değişimi. $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ olduğu unutulmamalı.

Herhangi bir çarpışmada momentum korunur

radan şu sonucu çıkarırız: **Yalıtılmış bir sistemin çarpışmadan hemen önceki toplam momentumu, çarpışmadan hemen sonraki toplam momentumuna eşittir.**

ÖRNEK 9.5 İki Arabanın Çarpışması

Trafik ışığında durmakta olan 1800 kg kütleli bir arabaya, 900 kg kütleli küçük bir araba arkadan çarpar ve iki araba birlikte sürüklenirler. Çarpışmadan önce küçük arabanın hızı 20 m/s ise, çarpışmadan sonra birleşik kütlenin (arabaların) sürüklenme hızı ne olur?

Çözüm Son hızı, küçük arabanın 20m/s'lik ilk hızından daha küçük tahmin ederiz. Çarpışmadan önceki sistemin (iki arabanın) toplam momentumu çarpışmadan hemen sonraki toplam momentumuna eşit olmalıdır, çünkü momentum her tür çarpışmada korunur. Çarpışmadan önceki toplam momentumun büyüklüğü, küçük arabanınkine eşittir, çünkü büyük araba başlangıçta durgundur.

$$p_i = m_1 v_{1i} = (900 \text{ kg})(20 \text{ m/s}) = 1{,}80 \times 10^4 \text{ kg·m/s}$$

Çarpışmadan sonra birleşik kütlenin momentumu:

$$p_s = (m_1 + m_2)v_s = (2\,700 \text{ kg})v_s$$

Bu momentumu, çarpışmadan önceki momentuma eşitleyerek v_s'yi bulabiliriz:

$$v_s = \frac{p_i}{m_1 + m_2} = \frac{1{,}80 \times 10^4 \text{ kg·m/s}}{2700 \text{ kg}} = 6{,}67 \text{ m/s}$$

Son hızın yönü başlangıçta hareketli olan araba hızı ile aynıdır.

Alıştırma Her iki arabanın kütlesi 900kg olsaydı son hız ne olurdu?

Çözüm 10m/s

Bovling topu sopaya çarpınca topun momentumunun bir kısmı sopaya aktarılır. Sonuçta sopa momentum ve kinetik enerji kazanırken, top kaybeder. Top ve sopadan ibaret olan sistemin toplam momentumu sabit kalır *(Ben Rose/The Image Bank)*

Sınama Sorusu 9.5

Bir top yere düşerken hızı arttığından momentumu da artar. Bundan momentumun korunmadığı sonucu çıkar mı?

Sınama Sorusu 9.6

Bir patinajcı çok düşük sürtünmeli tekerlek kullanıyor ve bir arkadaşı buna bir frizbi fırlatıyor. Frizbi, patinajcıya hangi durumda en büyük impuls aktarır? (a) Patinajcı cismi yakalar ve elinde tutarken (b) bir an için yakalar ve düşürürken, (c) bir defa yakalar ve arkadaşına geri atarken

9.4 BİR-BOYUTTA ESNEK VE ESNEK OLMAYAN ÇARPIŞMALAR

Dış kuvvetlerin dikkate alınmadığı bir çarpışmada momentumun korunduğunu gördük. Fakat çarpışmanın türüne bağlı olarak kinetik enerji sabit kalmayabilir. Gerçekte, kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olup olmaması, çarpışmanın esnek veya esnek olmadığını belirlemede kullanılır.

Esnek çarpışma

İki cismin arasındaki **esnek çarpışma**, *toplam momentum ve toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra sabit kaldığı* çarpışmadır. Bilardo topu çarpışmaları ve herhangi bir sıcaklıkta hava moleküllerinin duvarla çarpışması yaklaşık olarak esnektir. Gerçek esnek çarpışmalar, atom ve atom-altı parçacıklar arasında gerçekleşir. Makroskobik dünyada bilardo topları gibi belirli cisimler arasındaki çarpışmalar yaklaşık olarak esnektir, çünkü bazı bozulmalar ve kinetik enerji kaybı oluşur.

Bir **esnek olmayan** (inelastik) çarpışma, *momentum korunduğu halde toplam kinetik enerjinin çarpışmadan önce ve sonra aynı olmadığı çarpışmadır.* Esnek olmayan çarpışmalar iki çeşittir. Bir meteor taşının yere çarpışında olduğu gibi, çarpışan cisimlerin çarpışmadan sonra birlikte hareket ettiği çarpışma, **tamamen esnek olmayan çarpışma** olarak adlandırılır. Bir lastik topun katı bir yüzeyle çarpışması, gibi çarpışan cisim diğerine yapışıp kalmıyor ama biraz kinetik enerji kaybediyorsa çarpışma **esnek olmayan** çarpısmadır. Örneğin lastik top katı yüzeyle çarpıştığında, çarpışma inelastiktir çünkü top şekil değiştirmiş ve kinetik enerji kaybetmiştir.

Esnek olmayan çarpışma

Ev Deneyi

Bir pingpong veya tenis topunu bir basketbol topu üzerine oturtunuz ve ikisini aynı anda bırakınız. Basketbol topu yere çarpıp sıçrar ve küçük topa çarpar. Burada ne olur, niçin?



Pek çok çarpışmada, kinetik enerji çarpışmadan önce ve sonra aynı *değildir,* çünkü cismin şekli bozulduğunda, bu enerjinin bir kısmı iç enerjiye, esneklik potansiyel enerjisine ve dönme enerjisine dönüşür. Esnek ve tamamen esnek olmayan çarpışmalar sınır halleridir; pekçok çarpışma, bu ikisi arasında oluşur.

Bu kesimin kalan kısmında, bir-boyuttaki çarpışmaları ve iki sınır durumunu esnek ve tamamen esnek olmayan çarpışmaları gözönüne alacağız. Bu iki tür arasındaki önemli farklılık şu şekilde ifade edilir: **Bütün çarpışmalarda momentum sabittir fakat kinetik enerji sadece esnek çarpışmalarda sabit kalır.**

Tamamen Esnek Olmayan Çarpışmalar

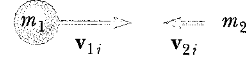
Şekil 9.9'daki gibi, doğrusal bir yol boyunca ilk $\mathbf{v}_{1i}$ ve $\mathbf{v}_{2i}$ hızları ile hareket eden m_1 ve m_2 kütleli iki parçacığı ele alalım. Çarpışmadan sonra iki cisim birbirine yapışır ve $\mathbf{v}_s$ ortak hızı ile hareket ederse, sistemin sadece momentumu korunur. Bu nedenle, çarpışmadan önceki toplam momentumun, çarpışmadan sonraki birleşik sistemin toplam momentumuna eşit olduğunu söyleyebiliriz. Yani,

$$m_1\mathbf{v}_{1i} + m_2\mathbf{v}_{2i} = (m_1 + m_2)\,\mathbf{v}_s \qquad \textbf{(9.13)}$$

$$\mathbf{v}_s = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{m_1 + m_2} \qquad \textbf{(9.14)}$$

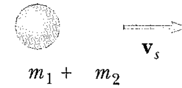
olur.

Çarpışmadan önce



(a)

Çarpışmadan sonra



(b)

Şekil 9.9 İki parçacık arasında tamamen esnek olmayan kafa-kafaya çarpışmanın şematik gösterimi: (a) çarpışmadan önce ve (b) çarpışmadan sonra.

Sınama Sorusu 9.7

Şunların hangisi daha kötüdür; 40 mil/saat hızla bir tuğla duvara çarpmak mı yoksa sizinle aynı ve ters yönde 40 mil/saat hızla gelen bir araçla burun-buruna çarpışma mı?

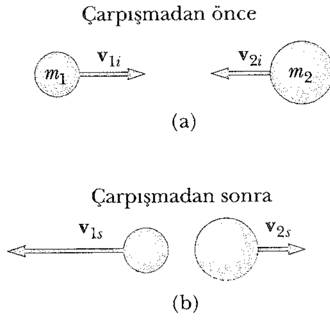
Esnek Çarpışmalar

Şimdi, kafa-kafaya esnek çarpışmaya uğrayan iki parçacığı ele alalım (Şekil 9.10). Bu durumda momentum ve kinetik enerji birlikte korunur; bu nedenle şu eşitlikleri yazabiliriz:

$$m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1s} + m_2 v_{2s} \qquad \textbf{(9.15)}$$

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2s}^2 \qquad \textbf{(9.16)}$$

Şekil 9.10'daki hızların tümü ya sağa ya da sola yönelik olduğundan, yönlerini gösteren cebirsel işaretleri ile birlikte süratleri cinsinden temsil edilebilir. Burada, parçacık sağa ilerlerken v pozitif, sola ilerlerken negatiftir. Önceki bö-



Şekil 9.10 İki parçacık arasındaki kafa-kafaya bir esnek çarpışmanın şematik gösterimi: (a) çarpışmadan önce (b) çarpışmadan sonra.

lümlerden bilindiği gibi, v ye "sürat" demek uygun olur; yani cebirsel bir işareti olmayan hız vektörünün büyüklüğüdür.

Esnek çarpışmalarla ilgili herhangi bir problemde iki tane bilinmeyen vardır; 9.15 ve 9.16 Eşitlikleri bunları bulmak için birlikte çözülür. Alternatif bir yaklaşım, 9.16 Eştiliğini farklı bir şekilde yazmaktır; bu da matematik işlemi basitleştirir. Buna göre, 9.16 Eşitliğinde $\frac{1}{2}$ katsayısı kaldırılıp ifade yeniden yazılınca

$$m_1(v_{1i}^2 - v_{1s}^2) = m_2(v_{2s}^2 - v_{2i}^2)$$

olur. Şimdi eşitliğin iki tarafı çarpanlara ayırılırsa,

$$m_1(v_{1i} - v_{1s})(v_{1i} + v_{1s}) = m_2(v_{2s} - v_{2i})(v_{2s} + v_{2i}) \quad \textbf{(9.17)}$$

olur. Şimdi, (9.15) Eşitliğini, m_1 ve m_2'yi ayrı ayrı ihtiva edecek şekilde

$$m_1(v_{1i} - v_{1s}) = m_2(v_{2s} - v_{2i}) \quad \textbf{(9.18)}$$

olarak yazabiliriz. 9.17 Eşitliğini 9.18 Eşitliğine bölerek

$$v_{1i} + v_{1s} = v_{2s} + v_{2i}$$

veya

$$v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1s} - v_{2s}) \quad \textbf{(9.19)}$$

şeklinde eşitliği elde edilir.

Bu eşitlik,9.15 Eşitliği ile birlikte esnek çarpışma ile ilgili problemleri çözmek için kullanılabilir. 9.19 Eşitliğine göre iki cismin çarpışma öncesi bağıl hızları $(v_{1i} - v_{2i})$, çarpışma sonrası bağıl hızlarının negatifine, $-(v_{1s} - v_{2s})$, eşittir.

Parçacıkların kütleleri ve ilk hızlarının bilinmesi halinde, iki eşitlik ve iki bilinmeyen olduğundan, 9.15 ve 9.19 Eşitlikleri ilk hızlar cinsinden son hızların bulunmasına olanak verir. Böylece v_{1s} ve v_{2s} şunlar olur:

Esnek çarpışma: İlk ve son hızlar arasındaki bağıntılar

$$v_{1s} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \quad \textbf{(9.20)}$$

$$v_{2s} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \quad \textbf{(9.21)}$$

v_{1i} ve v_{2i} hızları vektörel nicelikler olduğundan, 9.20 ve 9.21 Eşitliklerinde bunların işaretleri de konmalıdır. Örneğin başlangıçta m_2 sola hareket ediyorsa, v_{2i} negatif alınır.

Şimdi bazı özel durumları inceleyelim: Kütleler eşitse $(m_1 = m_2)$, $v_{1s} = v_{2i}$ ve $v_{2s} = v_{1i}$ olur. Yani, parçacıkların hızları değiş-tokuş olmuştur. Bu da bilardo toplarında gözlediğimiz durumdur. Çarpılan top, çarpan topun hızı ile hareket eder.

İkinci kütle başlangıçta durgun ise, $v_2 i = 0$, 9.20 ve 9.21 Eşitlikleri aşağıdaki şekli alır:

$$v_{1s} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} \quad \textbf{(9.22)}$$

Esnek çarpışma: İkinci parçacık başlangıçta durgun.

$$v_{2s} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} \quad \textbf{(9.23)}$$

m_1'in m_2'den çok büyük olması halinde, 9.22 ve 9.23 Eşitliklerinden $v_{1s} \approx v_{1i}$ ve $v_{2s} \approx 2v_{1i}$ olduğunu görürüz. Yani ağır bir parçacık, durmakta olan hafif bir parçacıkla çarpışınca, ağır parçacık kendi ilk hızı ile hareket ederken, baş-

langıçta durgun olan hafif parçacık, diğerinin ilk hızının iki katına eşit bir hızla hareket eder. Böyle bir çarpışma örneği, uranyum gibi hareketli ağır bir atomla hidrojen gibi durgun hafif bir atomun çarpışmasıdır.

m_2 kütlesi m_1'den çok büyük ve başlangıçta durgun ise, $v_{1s} \approx -v_{1i}$ ve $v_{2s} \approx v_{2i} = 0$ olduğu görülür. Yani, çok hafif bir parçacık, durgun olan çok ağır bir parçacıkla çarpışınca, ağır parçacık yaklaşık olarak sükûnetini korurken, hafif parçacık aynı hızla yön değiştirir.

ÖRNEK 9.6 Balistik Sarkaç

Balistik sarkaç, bir mermi gibi hızlı hareket eden cisimlerin hızını ölçmek için kullanılan bir sistemdir (Şekil 9.11). Mermi, hafif tellerle asılı büyük bir ağaç blok üzerine atılır. Mermi, ağaç bloğa çarparak durdurulur ve birlikte h kadarlık bir yüksekliğe çıkarlar. Çarpışma tam esnek olmayan türdendir. Momentum korunduğundan 9.14 Eşitliği, itme yaklaşımı ile çarpışmadan hemen sonra sistemin hızını verir. Merminin kütlesini 1, bloğun kütlesini 2 indisi ile gösterirsek, Çarpmadan hemen sonraki kinetik enerji

$$K_s = \tfrac{1}{2}(m_1 + m_2)v_s^2 \qquad (1)$$

olur. $v_{2i} = 0$ olduğundan, 9.14 Eşitliği

$$v_s = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2} \qquad (2)$$

olur ve bu değer (1) de yerine yazılarak

$$K_s = \frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

elde edilir, burada v_1 merminin ilk hızıdır. Bu kinetik enerji, merminin ilk kinetik enerjisinden küçüktür. Fakat, çarpışmadan *sonra* ortaya çıkan bütün enerji değişimlerinde toplam mekanik enerji korunur. O halde denilebilir ki çarpışmadan sonra en altta mermi ve bloğun kinetik enerjisini, h yüksekliğindeki, potansiyel enerjiye dönüşür. Yani,

$$\frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh$$

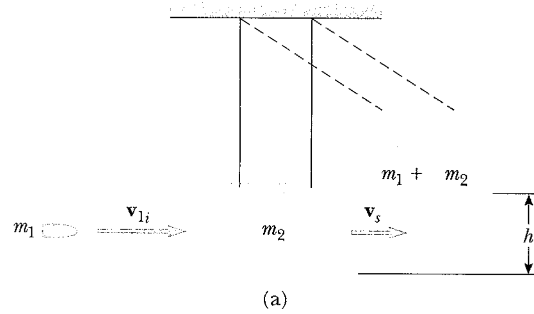
den v_{1i} çözülerek

$$v_{1i} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh}$$

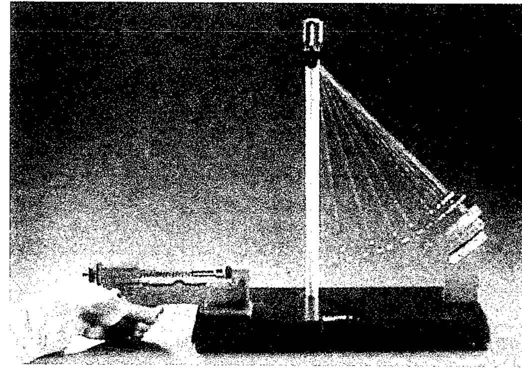
elde edilir. Buradan, h yüksekliğini ve iki kütleyi ölçerek merminin ilk hızını elde etmek mümkün olur. Çarpışma tam olarak esnek olmadığından mekanik enerjinin bir kısmı iç enerjiye dönüşür ve gelen merminin ilk kinetik enerjisini mermi-blok sisteminin çekim potansiyel enerjisine eşitlemek *yanlış* olacaktır.

Alıştırma Bir balistik sarkaç deneyinde $h = 5$ cm, $m_1 = 5$ g ve $m_2 = 1$ kg alarak, (a) merminin ilk hızını ve (b) çarpışmadaki enerji kaybını bulunuz.

Cevap 199 m/s; 98,5 J.



(a)



(b)

Şekil 9.11 (a) Balistik sarkaç çizeneği. $\mathbf{v}_{1i}$, çarpışmadan hemen önceki merminin hızıdır. Tam esnek olmayan çarpışmadan sonra sistemin hızı $\mathbf{v}_s = \mathbf{v}_{1s} = \mathbf{v}_{2s}$ dir. (b) Laboratuvarda kullanılan balistik sarkacın ardarda hızlı çekim fotografı (*Central Scientific Company izniyle*)



ÖRNEK 9.7 Yaylı İki-Cisim Çarpışması

4 m/s hızla sağa hareket eden m_1 = 1,60 kg kütleli bir blok, Şekil 9.12a'daki gibi sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde 2,50 m/s hızla sola hareket eden m_2 = 2,10 kg kütleli ikinci bir bloğa tutturulmuş bir yayla çarpışıyor. Yayın kuvvet sabiti 600 N/m dir. (a) m_1 kütlesinin sağa 3,00 m/s hızla hareket ettiği anda 2. bloğun hızını bulunuz.

Çözüm (a) Önce, m_2 'nin ilk hızının –2,5 m/s olduğuna dikkat edin; çünkü yönü sola doğrudur. Sistemin toplam momentumu korunduğundan;

$$m_1v_{1i} + m_2v_{2i} = m_1v_{1s} + m_2v_{2s}$$

$$(1{,}60 \text{ kg})(4 \text{ m/s}) + (2{,}10 \text{ kg})(-2{,}50 \text{ m/s})$$

$$= (1{,}60 \text{ kg})(3 \text{ m/s}) + (2{,}10 \text{ kg})v_{2s}$$

$$v_{2s} = -1{,}74 \text{ m/s}$$

elde ederiz. v_{2s}'deki negatif işaret, m_2 kütlesinin bu anda halâ sola doğru ilerlediğini gösterir.

(b) yaydaki sıkışma miktarını bulunuz.

Çözüm Şekil 9.12b'de gösterilen yaydaki x sıkışmasını bulmak için mekanik enerjinin korunumunu kullanabiliriz. Çünkü sisteme etkiyen hiçbir sürtünme kuvveti yoktur. O halde:

$$\tfrac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \tfrac{1}{2}m_1v_{1s}^2 + \tfrac{1}{2}m_2v_{2s}^2 + \tfrac{1}{2}kx^2$$

olacaktır. Verilenler ve (a) da bulunan değerler burada yerine konarak

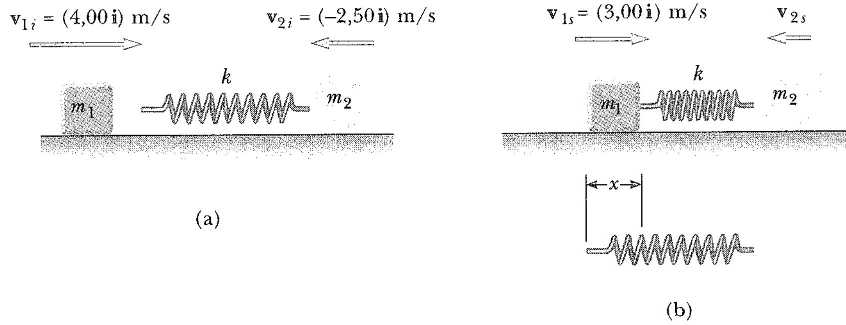
$$x = 0{,}173 \text{ m}$$

bulunur.

Bu problemin (b) şıkkının çözümünde, hem momentum korunumunu hem de mekanik enerjinin korunumunu kullanmaya ihtiyacımız olduğuna dikkat etmek önemlidir.

Alıştırma m_2 durgun olduğu anda, m_1'in hızını ve yaydaki sıkışmayı bulunuz.

Cevap 0,719 m/s; 0,251 m.



Şekil 9.12

ÖRNEK 9.8 Nötronların Çarpışmalarla Yavaşlatılması

Bir nükleer reaktörde, $^{235}_{92}$U izotopu *fisyona* (bölünmeye) uğrayınca nötronlar oluşur. Bu nötronlar, 10^7 m/s gibi yüksek hızla hareket ederler ve başka bir fisyon olayına katılmadan önce bu hızların 10^3 m/s mertebesine düşürülmesi gerekir. Nötronlar yavaşlatıldığında yeni fisyon olayı oluşturma ihtimali yükselir ve böylece zincir reaksiyonu ortaya çıkar. Yüksek hızlı nötronlar, *yavaşlatıcı* (*moderatör*) olarak adlandırılan bir katı veya sıvı madde içinden geçirilerek yavaşlatılabilirler. Yavaşlatma işlemi esnek çarpışmalarla olur. Bir nötron, döteryum ve karbon gibi hafif çekirdekler ihtiva eden bir yavaşlatıcı ile esnek olarak çarpışırsa, kinetik enerjisinin çoğunu kaybedebilir. Böylece yavaşlatıcı madde genellikle ağır su (D_2O) veya (Karbon çekirdekleri içeren) grafittir.

Çözüm m_2 kütleli yavaşlatıcı çekirdek, başlangıçta durgun olsun ve ilk hızı v_{ni} olan m_n kütleli nötronla çarpışsın.

Çarpışmanın esnek olması nedeniyle momentum ve enerji korunduğundan, 9.22 ve 9.23 Eşitlikleri yavaşlatıcı çekirdekle nötronun kafa-kafaya çarpışmasına uygulanır. Olayı Şekil 9.10'daki gibi bir çizimle temsil edebiliriz.

Nötronun ilk kinetik enerjisi

$$K_i = \tfrac{1}{2}m_nv_{ni}^2$$

dir.

Çarpışmadan sonra nötronun kinetik enerjisi $\frac{1}{2} m_n v_{ns}^2$ dir. Burada v_{ns}, 9.22 Eşitliği ile verilir. Bu enerjiyi şu şekilde yazabiliriz:

$$K_{ns} = \frac{1}{2} m_n v_{ns}^2 = \frac{m_n}{2}\left(\frac{m_n - m_m}{m_n + m_m}\right)^2 v_{ni}^2$$

Böylece, çarpışmadan sonra nötronun kinetik enerjisinin, ilk toplam kinetik enerjiye oranı aşağıdaki şekilde verilir:

$$(1) \qquad f_n = \frac{K_{ns}}{K_{ni}} = \left(\frac{m_n - m_m}{m_n + m_m}\right)^2$$

Bu sonuçtan, nötronun son kinetik enerjisinin, m_m, m_n e yakınken küçük ve $m_n = m_m$ iken sıfır olduğunu görürüz.

9.23 eşitliğini kullanarak, başlangıçta durgun olan yavaşlatıcı çekirdeğin çarpışmadan sonra kinetik enerjisini hesaplayabiliriz:

$$K_{ms} = \frac{1}{2} m_m v_{ms}^2 = \frac{2m_n^2 m_m}{(m_n + m_m)^2} v_{ni}^2$$

Buradan, yavaşlatıcı çekirdeğe aktarılan toplam kinetik enerji oranı şu şekilde verilir:

$$(2) \qquad f_m = \frac{K_{ms}}{K_{ns}} = \frac{4 m_n m_m}{(m_n + m_m)^2}$$

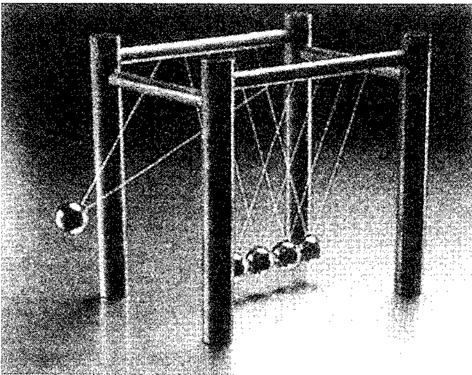
Sistemin toplam kinetik enerjisi korunduğundan, $f_n + f_m = 1$ veya $f_m = 1 - f_n$ şartı ile, (2) eşitliği, (1) eşitliğinden de elde edilebilir.

Yavaşlatıcı olarak ağır su kullanıldığını düşünelim. D_2O içindeki döteryum çekirdekleri ($m_m = 2m_n$) ile nötronların çarpışmaları, $f_n = 1/9$ ve $f_m = 8/9$ olmasını öngörür. Yani, nötronların kinetik enerjisinin % 89'u deteryum çekirdeğine aktarılır. Pratikte, kafa–kafaya çarpışmalar nadiren oluşacağından, yavaşlatıcı etkinliği azalır.

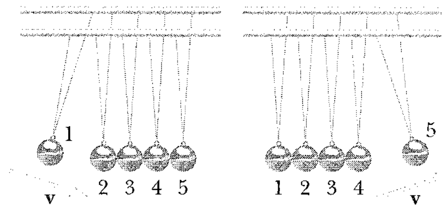
Yavaşlatıcı olarak grafit (^{12}C, kurşun kalemde var) kullanılsa ne olurdu?

Sınama Sorusu 9.8

Momentum ve kinetik enerji korunumunu belirleyen bir aygıt Şekil 9.13a da gösterilmiştir. Bu aygıt, uzunlukları eşit ipler ucuna tutturulmuş beş tane özdeş katı toptan ibarettir. 1 numaralı top çekilip bırakılınca 2 numaralı top ile yaklaşık esnek çarpışmadan sonra Şekil 9.13b'de görüldüğü gibi 5 numaralı top yana kayar. 1 ve 2 numaralı toplar birlikte çekilip bırakılırsa 4 ve 5 numaralı toplar yan kayar ve olay böyle devam eder. 1 numaralı top çekilip bırakılınca 4 ve 5 numaralı topun Şekil 9.13c'de görüldüğü gibi birincinin yarı hızı ile ters yönde hareketi hiç mümkün müdür?

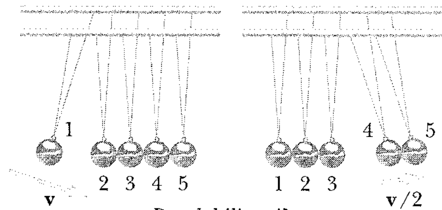


(a)



Bu olabilir.

(b)



Bu olabilir mi?

(c)

Şekil 9.13 Bir zor giderici

9.5 İKİ-BOYUTTA ÇARPIŞMALAR

Kesim 9.1 ve 9.2'de, yalıtılmış iki parçacıklı bir sistemin toplam momentumunun korunduğu gösterildi. Bu sonuç, iki parçacığın herhangi bir çarpışması için de x, y ve z doğrultularının herbirinde toplam momentumun korunacağını ortaya koyar. Ancak çarpışmaların önemli bir bölümü düzlemde yer alır. Bilardo oyunu iki-boyutlu bir yüzey üzerinde hareket eden cisimlerin çoklu çarpışmalarına bir örnektir. İki-boyutlu çarpışmalar için momentum korunumuyla ilgili iki bileşenli eşitlik elde ederiz:

$$m_1 v_{1ix} + m_2 v_{2ix} = m_1 v_{1s} x + m_2 v_{2sx}$$

$$m_1 v_{1iy} + m_2 v_{2iy} = m_1 v_{1sy} + m_2 v_{2sy}$$

Başlangıçta durgun olan m_2 kütleli bir parçacıkla, m_1 kütleli bir parçacığın iki boyutta çarpışmasını ele alalım (Şekil 9.14). Çarpışmadan sonra m_1 kütlesi yatayla θ ve m_2 kütlesi ϕ açısı ile hareket eder. Bu durum *sıyırmalı* çarpışma olarak adlandırılır. Momentumun korunumu kanununu, heriki parçacığın momentumlarının başlangıçtaki y bileşenlerinin sıfır olduklarına dikkat ederek şöyle yazabiliriz:

$$m_1 v_{1i} = m_1 v_{1s} \cos\theta + m_2 v_{2s} \cos\phi \qquad \textbf{(9.24)}$$

$$0 = m_1 v_{1s} \sin\theta - m_2 v_{2s} \sin\phi \qquad \textbf{(9.25)}$$

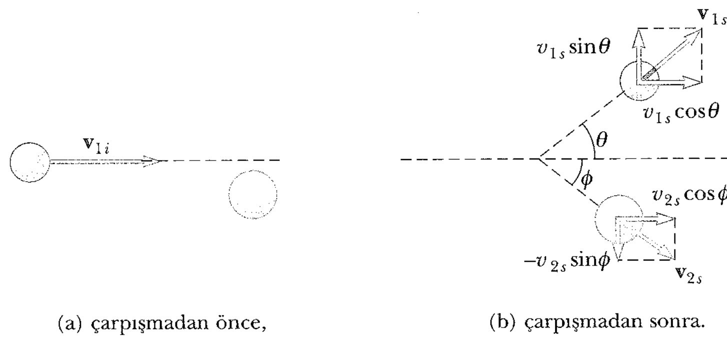
9.25 Eşitliğindeki negatif işaret, çarpışmadan sonra ikinci parçacığın hızının y bileşeninin aşağı yönlü olması gerçeğinden ileri gelir. Şimdi iki bağımsız eşitliğe sahibiz. 9.24 ve 9.25 Eşitliklerindeki yedi nicelikten sadece ikisi bilinmiyorsa problem çözülebilir.

Çarpışma esnekse 9.16 Eşitliğini (kinetik enerji korunumu) kullanabiliriz. $v_{2i} = 0$ alınarak

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2s}^2 \qquad \textbf{(9.26)}$$

yazılabilir. Eğer ilk hız v_{1i} ve kütleler bilinirse geriye dört bilinmeyen (v_{1s}, v_{2s}, θ, ϕ) kalır. Elimizde üç eşitlik bulunduğundan, sadece korunum kanunlarına göre çarpışmadan sonraki hareketi çözümlemek için, diğer dört nicelikten (v_{1s}, v_{2s}, θ veya ϕ) birinin daha verilmesi gerekir.

Yine, çarpışmanın esnek olmaması halinde, kinetik enerjinin *korunmadığına* ve 9.26 Eşitliğinin *uygulanamayacağına* dikkat etmek gerekir.



Şekil 9.14 İki parçacık arasındaki kafa-kafaya olmayan esnek çarpışma

Problem Çözümünde İpuçları

Çarpışmalar

İki cisim arasındaki çarpışmalarla ilgili problemleri çözmek gerektiğinde şu işlemler tavsiye edilir:

- Bir koordinat sistemi oluşturunuz ve hızları bu sistem üzerinde gösteriniz. İlk hızlardan birini x-ekseni üzerine almak en uygun olanıdır.
- Koordinat sisteminde, bütün hız vektörlerini çiziniz ve değerlerini üzerinde gösteriniz.
- Çarpışmadan önce ve sonra her cismin momentumunun x ve y bileşenleri için eşitlikleri yazınız. Hız vektörlerinin bileşenleri için uygun işaretleri belirtiniz. Mesela, bir cismin negatif x yönünde hareket etmesi halinde hızının x bileşeni negatif alınmalıdır. İşaret belirlemede dikkatli olmak esastır.
- Çarpışmadan önce ve sonra, x doğrultusundaki toplam momentum ifadelerini yazıp birbirine eşitleyiniz, bu işlemi y doğrultusu için de yapınız. "İfadeleriniz, herhangi bir çarpışmada *sistemin* momentumu koruduğundan, herhangi bir doğrultudaki toplam momentum da korunmalıdır" gerçeğine dayanır. Burada korunan ayrı ayrı parçacıkların momentumları olmayıp, *sistemin* momentumu olduğuna dikkat etmek gerekir.
- Esnek olmayan çarpışmada kinetik enerji korunmaz ve bilinmeyen nicelikler için momentum eşitliklerini çözmemiz gerekir.
- Esnek çarpışmada kinetik enerji de korunur. Yani, çarpışmadan önce ve sonraki toplam kinetik enerjileri de eşitleyebilirsiniz. Bu da çeşitli hızlar arasında ilave bir bağıntı verir.



ÖRNEK 9.9 Bir Kavşakta Çarpışma

25 m/s hızla doğuya doğru giden 1500 kg'lık bir araba, şekil 9.15'te görüldüğü gibi 20 m/s hızla kuzeye giden 2500 kg'lık büyük bir yük kamyonu ile kavşakta çarpışıyor. Araçların tam esnek olmayan çarpışma yaptıklarını (birlikte hareket ettiklerini) gözönüne alarak, çarpışmadan sonra enkazın hızının büyüklüğünü ve yönünü bulunuz.

Çözüm Doğuyu pozitif x-ekseni, kuzeyi de pozitif y-ekseni yönünde seçelim. Çarpışmadan önce, x yönünde momentumu olan yalnızca küçük arabadır. Böylece x doğrultusunda sistemin (araba + kamyon) ilk toplam momentumu

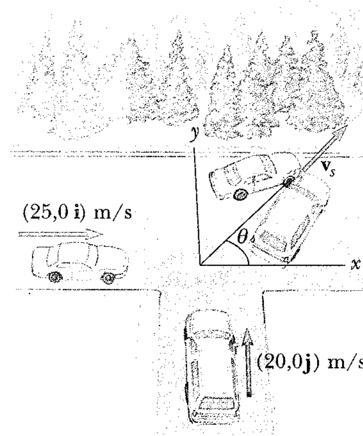
$$\Sigma p_{xi} = (1500 \text{ kg})(25 \text{ m/s}) = 3{,}75 \times 10^4 \text{ kg·m/s}$$

Çarpışmadan sonra enkazın, θ açısı altında v_s hızı ile gittiğini farzedelim. Çarpışmadan sonra x doğrultusundaki toplam momentum

$$\Sigma p_{xs} = (4000 \text{ kg})(v_s \cos\theta)$$

dir. x doğrultusunda momentum korunduğundan bu iki ifadeyi eşitleriz:

$$(1) \qquad 3{,}75 \times 10^4 \text{kg·m/s} = (4000 \text{ kg})(v_s \cos\theta)$$



Şekil 9.15 Bir arabanın büyük bir kamyon ile çarpışmasının üstten görünüşü

Benzer şekilde sistemin y-doğrultusundaki ilk momentumu (2500 kg)(20 m/s) değerindedir ve bu, kamyona ait-

tir. Momentum korunumunu y-doğrultusuna uygulayarak

$$\Sigma p_{yi} = \Sigma p_{ys}$$

eşitliğinden

$$(2500\ \text{kg})(20\ \text{m/s}) = (400\ \text{kg})(v_s \sin\theta)$$

$$(2) \quad 5 \times 10^4\ \text{kg·m/s} = (4000\ \text{kg})(v_s \sin\theta)$$

buluruz. (2) eşitliğini (1)'e bölersek

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \tan\theta = \frac{5 \times 10^4}{3{,}75 \times 10^4} = 1{,}33$$

$$\theta = 53{,}1°$$

elde ederiz. Bu değer (2)'de yerine yazılarak v_s hızının değeri

$$v_s = \frac{5 \times 10^4\ \text{kg·m/s}}{(4000\ \text{kg})\sin 53{,}1°} = 15{,}6\ \text{m/s}$$

olur. Çarpmadan önce ve sonra araçların momentum vektörlerini çizmek sizin için öğretici olabilirdi.

ÖRNEK 9.10 Proton–Proton Çarpışması

Bir proton, başlangıçta duran diğer bir protonla tam esnek olarak çarpışıyor. Gelen protonun ilk hızı $3{,}5 \times 10^5$ m/s dir ve ikinci protonla Şekil 9.14'teki gibi kafa kafaya olmayan bir çarpışma yapıyor. Çarpışmadan sonra, bunlardan biri ilk geliş doğrultusu ile 37° açı yaparak, diğeri de bir ϕ açısı ile saçılır. İki protonun son hızlarını ve ϕ açısını bulunuz.

Çözüm $m_1 = m_2$, $\theta = 37°$, ve $v_{1i} = 3{,}5 \times 10^5$ m/s verildiğinden 9.24 ve 9.25 Eşitlikleri şu şekli alır:

$$v_{1s}\cos 37° + v_{2s}\cos\phi = 3{,}5 \times 10^5\ \text{m/s}$$

$$v_{1s}\sin 37° - v_{2s}\sin\phi = 0$$

$$v_{1s}^2 + v_{2s}^2 = (3{,}5 \times 10^5\ \text{m/s})^2$$

Bu üç eşitliği birlikte çözerek üç bilinmeyeni buluruz:

$$v_{1s} = 2{,}80 \times 10^5\ \text{m/s}$$

$$v_{2s} = 2{,}11 \times 10^5\ \text{m/s}$$

$$\phi = 53{,}0°$$

Burada $\theta + \phi = 90°$ olduğuna dikkat ediniz. Bu sonuç tesadüfi değildir. **Başlangıçta biri durgun olan iki kütle kafa kafaya olmayan tam esnek çarpışma yaparlarsa, son hızlar daima birbirine diktir.** Bir sonraki örnek bunu daha ayrıntılı açıklar.

ÖRNEK 9.11 Bilardo Topu Çarpışması

Bir bilardo oyununda oyuncu, hedefteki topu köşedeki deliğe Şekil 9.16'teki gibi düşürmek ister. Köşe deliğin, geliş doğrultusuna göre açısı 35° ise, gelen top hangi açı ile sapar? Sürtünme ve dönme hareketinin önemli olmadığını ve çarpışmanın esnek olduğunu varsayınız.

Çözüm Hedef top başlangıçta durgun olduğundan ve kinetik enerji korunumundan (9.16 Eş.)

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_{1s}^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_{2s}^2$$

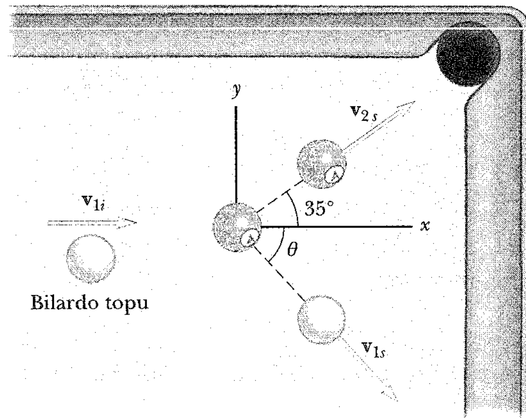
yazılabilir. Fakat, $m_1 = m_2$ olduğundan

$$(1) \quad v_{1i}^2 = v_{1s}^2 + v_{2s}^2$$

olur. İki boyutlu çarpışmaya momentum korunumu uygulanırsa

$$(2) \quad \mathbf{v}_{1i} = \mathbf{v}_{1s} + \mathbf{v}_{2s}$$

olur. $m_1 = m_2$ olduğundan (2) de kütleler elenmiştir. Kesim (7.2) deki sakaler çarpımı tanımını kullanarak (2) nin iki



Şekil 9.16

tarafının karesini alırsak

$$v_{1i}^2 = (\mathbf{v}_{1s} + \mathbf{v}_{2s})\cdot(\mathbf{v}_{1s} + \mathbf{v}_{2s}) = (v_{1s}^2 + v_{2s}^2 + 2\mathbf{v}_{1s}\cdot\mathbf{v}_{2s}$$

elde ederiz. $\mathbf{v}_{1s}$ ve $\mathbf{v}_{2s}$ arasındaki açı $\theta + 35°$ dir. $\mathbf{v}_{1s}\cdot\mathbf{v}_{2s} = v_{1s}v_{2s}\cdot\cos(\theta + 35°)$'dan

$$(3) \qquad v_{1i}^2 = v_{1s}^2 + v_{2s}^2 + 2v_{1s}v_{2s}\cos(\theta + 35°)$$

elde ederiz.

(3) ten (1)'i çıkararak

$$2v_{1s}v_{2s}\cos(\theta + 35°) = 0$$

$$\cos(\theta + 35°) = 0$$

$$\theta + 35° = 90° \quad \text{veya} \quad \theta = 55°$$

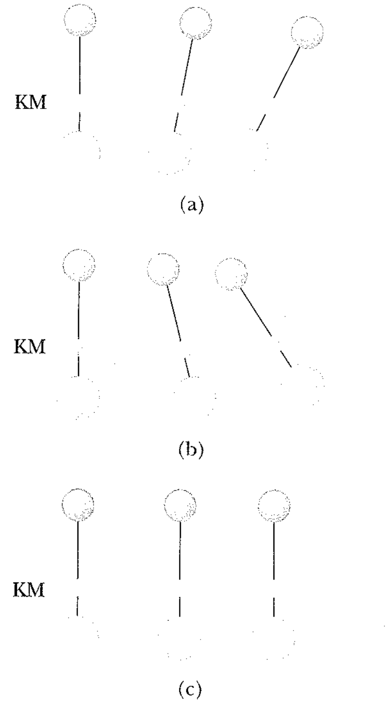
buluruz. Bu da gösterir ki, iki eşit kütle sıyırma şeklinde esnek çarpışma yaptıklarında (başlangıçta biri durgunken, çarpışmadan sonra birbirine dik hareket ederler.



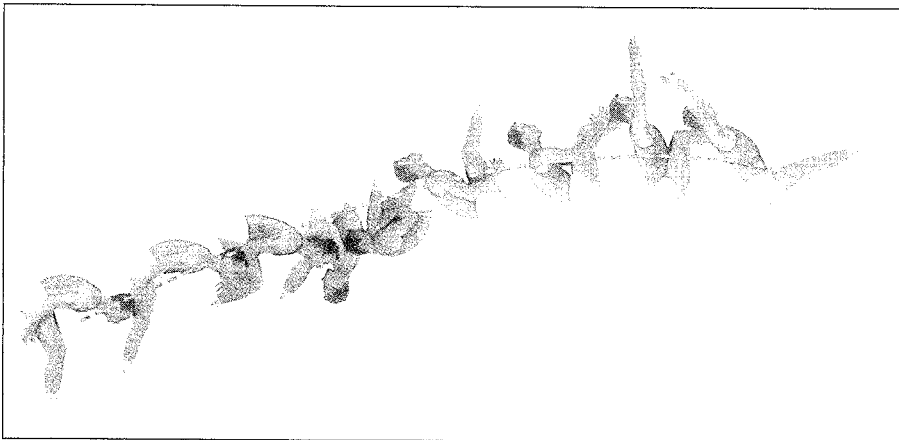
KÜTLE MERKEZİ

Bu kesimde, mekanik bir sistemin bütününün hareketini, sistemin **kütle merkezi** olarak adlandırılan özel bir nokta yardımıyla açıklayacağız. Mekanik sistem, bir kap içindeki atomlar gibi bir parçacıklar sistemi veya havada takla atan bir jimnastikçi gibi büyük bir cisim olabilir. Mekanik sistemin, sanki bütün kütlesinin kütle merkezinde yoğunlaşmış gibi hareket ettiğini göreceğiz. Dahası, sisteme etkiyen toplam dış kuvvet $\sum\mathbf{F}_{\text{dış}}$ ve sistemin toplam kütlesi M ise, kütle merkezi, $\mathbf{a} = \sum\mathbf{F}_{\text{dış}}/M$ ivmesi ile hareket eder. Yani, sistem sanki dış kuvvet kütle merkezine yerleşmiş M kütleli tek bir parçacığa uygulanıyormuş gibi hareket eder. Bu davranış, sistemin dönmesi, titreşimi gibi başka hareketlerinden bağımsızdır. Hemen hemen bütün örnekler büyük cisimlerin hareketiyle ilgili olduğundan bu sonuç önceki bölümlerde de vurgulandı.

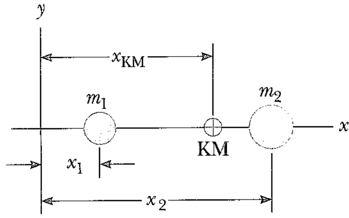
Hafif, katı bir çubukla bağlanmış parçacıklar çiftinden ibaret mekanik bir sistemi ele alalım (Şekil 9.17). Sisteminin kütlesinin kütle merkezinin yerini, sistemin *ortalama konumu,* olarak düşünebiliriz. Kütle merkezi, parçacıkları bağlayan çizgi üzerinde bir yerde ve büyük kütleye daha yakındır. Eğer tek bir



Şekil 9.17 Farklı iki kütle hafif bir çubukla bağlanmıştır. (a) Kuvvet, kütle merkezinden yukarıda bir noktaya uygulandığı zaman, sistem saat ibresi yönünde döner. (b) Kuvvet, kütle merkezinin altına uygulandığı zaman, sistem saat ibresi ile zıt yönde döner. (c) Kuvvet, kütle merkezine uygulandığı zaman sistem dönmeden öteleme hareketi yapar.



Bu ardarda hızlı çekim fotoğraf serisi bir akrobat hareketini gösteriyor. Sporcunun kütle merkezi bir parçacığınki gibi parabolik bir yol üzerindedir. (*Globus Bros. Studios/The Stoc Market*)



Şekil 9.18 x ekseni üzerindeki iki parçacığın kütle merkezi, iki parçacık arasında büyük kütleye daha yakın olan x_{KM} noktasındadır.

kuvvet, çubuk üzerinde küçük kütleye yakın bir noktaya uygulanırsa sistem, saat ibresi yönünde döner (Şekil 9.17a). Kuvvet, çubuk üzerinde büyük kütleye yakın bir noktaya uygulanınca da sistem saat ibresine ters yönde döner (Şekil 9.17b). Kuvvet, kütle merkezine uygulanırsa sistem dönmeden **F** yönünde hareket eder (Şekil 9.17c). Böylece kütle merkezi kolayca bulunur.

Örneğin, Şekil 9.18'de gösterilen bir parçacık çiftinin kütle merkezi, x ekseni üzerinde ve parçacıklar arasında bir yerdedir. Bu durumda kütle merkezinin x koordinatı

$$x_{KM} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \tag{9.27}$$

olarak tanımlanır. Burada, $x_1 = 0$, $x_2 = d$ ve $m_2 = 2m_1$ alınırsa $x_{KM} = \frac{2}{3}d$ bulunur. Yani kütle merkezi ağır parçacığa daha yakındır. İki kütlenin eşit olması halinde kütle merkezi parçacıklar arasında ve orta noktada bulunur.

Kütle merkezi kavramını, üç boyutta çok parçacıklı sisteme genelleştirebiliriz. n parçacıklı sistemin kütle merkezinin x koordinatı

$$x_{KM} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i} \tag{9.28}$$

olarak tanımlanır. Burada x_i, i nci parçacığın x koordinatı ve $\sum m_i$ sistemin toplam kütlesidir. Toplam kütle $M = \sum_i m_i$ olarak ifade edilir; buradaki toplam, n tane parçacık üzerinden alınır. Kütle merkezinin y ve z koordinatları da benzer şekilde aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$y_{KM} \equiv \frac{\sum_i m_i y_i}{M} \quad \text{ve} \quad z_{KM} \equiv \frac{\sum_i m_i z_i}{M} \tag{9.29}$$

Kütle merkezinin yeri de, $\mathbf{r}_{KM}$ konum vektörü ile gösterilebilir. Bu vektörün dik koordinatları (bileşenleri) 9.28 ve 9.29 Eşitlikleri ile tanımlanan x_{KM}, y_{KM} ve z_{KM} dir. Buna göre,

$$\mathbf{r}_{KM} = x_{KM}\mathbf{i} + y_{KM}\mathbf{j} + z_{KM}\mathbf{k}$$

$$= \frac{\sum_i m_i x_i \mathbf{i} + \sum_i m_i y_i \mathbf{j} + \sum_i m_i z_i \mathbf{k}}{M}$$

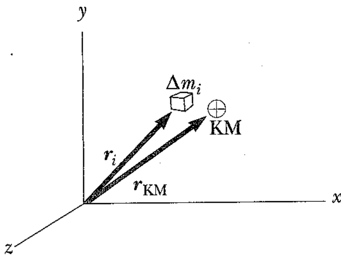
Bir parçacıklar sistemi için kütle merkezinin vektörel konumu

$$\mathbf{r}_{KM} \equiv \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{M} \tag{9.30}$$

dır. Burada $\mathbf{r}_i$, aşağıdaki şekilde tanımlanan i nci parçacığın konum vektörüdür:

$$\mathbf{r}_i \equiv x_i\mathbf{i} + y_i\mathbf{j} + z_i\mathbf{k}$$

Katı bir cisim için, kütle merkezinin yerini bulmak oldukça zor olmakla birlikte, tartıştığımız temel düşünce yine de uygulanabilir. Genel katı bir cismi, çok sayıda parçacıklar sistemi olarak düşünebiliriz (Şekil 9.19). Parçacıklar arası çok çok küçüktür ve cisim sürekli bir kütle dağılımına sahipmiş gibi ele alınabilir. Cismi, x_i, y_i, z_i koordinatlı, Δm_i kütleli parçalara ayırarak kütle merkezinin x koordinatının yaklaşık olarak



Şekil 9.19 Katı bir cisim, Δm_i kütleli küçük parçalardan ibaretmiş gibi gözönüne alınabilir. Kütle merkezi, $\mathbf{r}_{KM}$ vektör konumundadır ve koordinatları x_{KM}, y_{KM} ve z_{KM} dir.

$$x_{KM} \approx \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M}$$

olduğunu görürüz; benzer ifadeler y_{KM} ve z_{KM} için de yazılır. Parçacık sayısı

n'yi yaklaşık sonsuz alırsak, x_{KM} tam olarak elde edilir. Bu limit durumunda, toplam ifadesi yerine integral ve Δm_i yerine de diferensiyel eleman dm alırız, böylece x_{KM} için şunu elde ederiz:

$$x_{KM} = \lim_{\Delta m_i \to 0} \frac{\sum_i x_i \Delta m_i}{M} = \frac{1}{M}\int x\, dm \tag{9.31}$$

Benzer şekilde, y_{KM} ve z_{KM} için aşağıdaki sonuçlar elde edilir:

$$y_{KM} = \frac{1}{M}\int y\, dm \quad \text{ve} \quad z_{KM} = \frac{1}{M}\int z\, dm \tag{9.32}$$

Katı bir cismin kütle merkezinin vektörel konumunu da

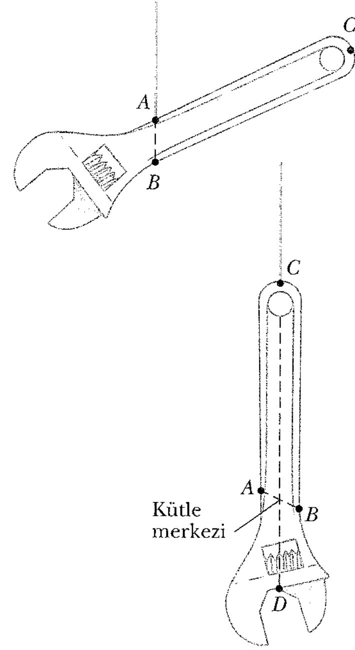
$$\mathbf{r}_{KM} = \frac{1}{M}\int \mathbf{r}\, dm \tag{9.33}$$

şeklinde yazabiliriz. Bu da 9.31 ve 9.32 Eşitlikleri ile verilen üç skaler ifadeye eşdeğerdir.

Herhangi bir, simetrik cismin kütle merkezi, simetri ekseni ve simetri düzlemi üzerinde olmalıdır.[4] Meselâ, homojen bir çubuğun kütle merkezi, çubuk üzerinde iki ucun orta yerinde olmalıdır. Homojen bir küre veya kübün kütle merkezi, geometrik merkezinde olur.

Düzgün olmayan düzlemsel şekilli bir cismin kütle merkezi, cismi farklı iki noktadan asarak deneysel olarak bulunabilir (Şekil 9.20). Cisim önce A noktasından asılır ve denge sağlanınca düşey AB çizgisi çizilir. Sonra cisim C noktasından asılarak düşey CD çizgisi çizilir. Kütle merkezi bu iki çizginin kesim noktasıdır. Gerçekten, cisim herhangi bir noktadan asılırsa, bu noktadan geçen düşey çizgi kütle merkezinden geçer.

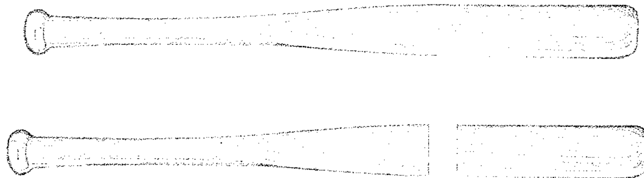
Katı cismin sürekli bir kütle dağılımı olduğundan, her küçük parçası çekim kuvvetinin etkisindedir. Bu kuvvetlerin net etkisi, ağırlık merkezi olarak adlandırılan özel bir noktaya etkiyen tek bir $M\mathbf{g}$ kuvvetinin etkisine eşdeğerdir. Eğer **g** bütün kütle boyunca sabitse, **ağırlık merkezi**, kütle merkezi ile çakışır. Cisim, ağırlık merkezinden asılırsa her yönde denge sağlanır.



Şekil 9.20 Düzlemsel ve gelişigüzel şekilli bir cismin kütle merkezini tayin için deneysel teknik. Cisim A ve C gibi farklı iki noktadan asılır. Düşey çizgilerinin kesim noktası kütle merkezidir.

Sınama Sorusu 9.9

Bir beyzbol sopası, Şekil 9.21'deki gibi kütle merkezinden kesilirse iki parçanın kütlesi aynı olur mu?



Şekil 9.21 Kütle merkezinden kesilen bir beyzbol sopası

Ev Deneyi

Kartondan bir üçgen kesiniz ve içine, bir kenara paralel ve yakın şeritler çiziniz. Her şeridin yaklaşık kütle merkezine bir işaret koyunuz ve bu hatlardan karşı köşeye düz çizgi çiziniz. Üçgenin kütle merkezi bu açıortay üzerinde olmalıdır. Bu işlemleri diğer iki kenar için tekrarlayınız. Çizdiğiniz üç açıortay üçgenin kütle merkezinde kesişecektir. Üçgen içinde küçük bir delik açıp o deliğe bağlı iple asarsanız kütle merkezi delikten geçen düşey doğrultu üzerinde bulunur.

[4] Bu ifade, cismin kütle yoğunluğunun her yerde aynı olması halinde geçerlidir.

ÖRNEK 9.12 Üç Parçacığın Kütle Merkezi

Şekil 9.22a'daki gibi yerleştirilmiş üç parçacıktan oluşan bir sistemin kütle merkezini bulunuz.

Çözüm Şekilde görüldüğü gibi parçacıkların kütlelerini $m_1 = m_2 = 1$kg ve $m_3 = 3$ kg alarak problemi kurarız. Kütle merkezinin koordinatları için tanımlanan eşitlikleri kullanarak ve $z_{KM} = 0$ olduğuna dikkat ederek çözüm yaparız.

$$x_{KM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

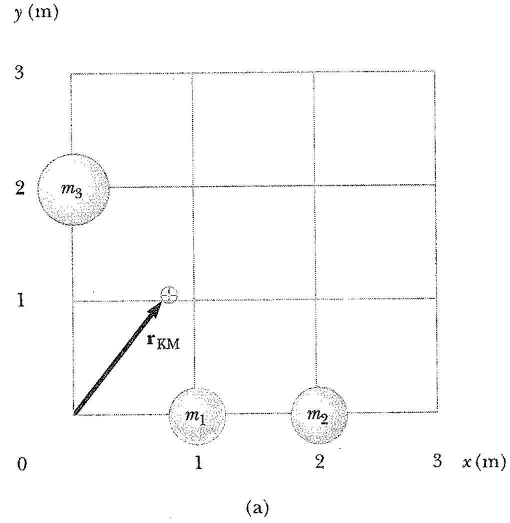
$$= \frac{(1 \text{ kg})(1 \text{ m}) + (1 \text{ kg})(2 \text{ m}) + (2 \text{ kg})(0 \text{ m})}{1 \text{ kg} + 1 \text{ kg} + 2 \text{ kg}}$$

$$= \frac{3 \text{ kg·m}}{4 \text{ kg}} = 0{,}75 \text{ m}$$

$$y_{KM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{(1 \text{ kg})(0) + (1 \text{ kg})(0) + (2 \text{ kg})(2 \text{ m})}{4 \text{ kg}}$$

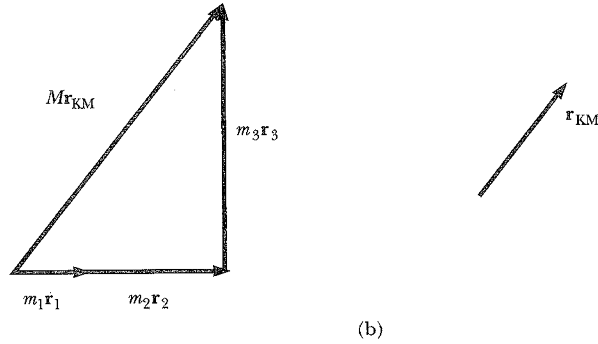
$$= \frac{4 \text{ kg·m}}{4 \text{ kg}} = 1 \text{ m}$$



Buna göre, kütle merkezinin orjine göre ölçülen yer vektörünü de yazabiliriz:

$$\mathbf{r}_{KM} = x_{KM}\mathbf{i} + y_{KM}\mathbf{j} = (0{,}75\mathbf{i} + 1\mathbf{j})\,m$$

Grafik metodu ile $m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + m_3\mathbf{r}_3$ vektörlerini toplayıp toplam kütleyi M'ye bölmek suretiyle de bu sonucu sağlayabiliriz. Bu durum Şekil 9.22b'de gösterilmiştir.



Şekil 9.22 (a) İki tane 1 kg'lık, 1 tane 2'kg lık kütle şekildeki gibi yerleştirilmiştir. Vektör, sistemin kütle merkezini göstermektedir (b) $m_i\mathbf{r}_i$'nin vektörel toplamı

ÖRNEK 9.13 Bir Çubuğun Kütle Merkezi

(a) Kütlesi M ve boyu L olan düzgün bir çubuğun kütle merkezinin, çubuğun ortasında olduğunu gösteriniz.

Çözüm Çubuk x-ekseni boyunca yerleştirilirse, simetriden $y_{KM} = z_{KM} = 0$ olduğunu görürüz (Şek. 9.23). Birim uzunluk başına kütleyi λ ile (*çizgisel kütle yoğunluğu*) gösterirsek, düzgün çubuk için $\lambda = M/L$ olur. Çubuk dx boyunda parçalara ayrılırsa her parçanın kütlesi $dm = \lambda dx$ olur. Keyfi bir parçacık orijinden x kadar uzakta olduğundan, 9.31 Eşitliği şu hali alır:

$$x_{KM} = \frac{1}{M}\int x\, dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\, dx = \frac{\lambda}{M}\frac{x^2}{2}\bigg|_0^L = \frac{\lambda L^2}{2M}$$

$\lambda = M/L$ olduğundan

$$x_{KM} = \frac{L^2}{2M}\left(\frac{M}{L}\right) = \frac{L}{2}$$

elde edilir. Simetri ile de $x_{KM} = L/2$ olduğu söylenebilir.

(b) Çubuğun *düzgün olmadığını* ve α bir sabit olmak üzere çizgisel kütle yoğunluğunun $\lambda = \alpha x$ şeklinde, x'e doğrusal bağlı olduğunu varsayınız. Kütle merkezinin x koordinatını L'ye bağlı olarak bulunuz.

Çözüm Bu durumda dm yerine λdx alırız; burada λ sabit değildir ve x_{KM} yi aşağıdaki şekilde elde ederiz:

$$x_{KM} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^L x\lambda\,dx = \frac{1}{M}\int_0^L x\alpha x\,dx$$

$$= \frac{\alpha}{M}\int_0^L x^2 dx = \frac{\alpha L^3}{3M}$$

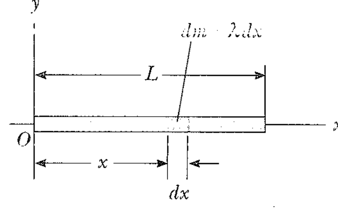
çubuğun toplam kütlesinin α ya aşağıdaki şekilde bağlılığına dikkat ederek α yı yok ederiz:

$$M = \int dm = \int_0^L \lambda\,dx = \int_0^L \alpha x\,dx = \frac{\alpha L^2}{2}$$

Bu değeri x_{KM}'de yerine yazarak

$$x_{KM} = \frac{\alpha L^3}{3\alpha L^2/2} = \frac{2}{3}L$$

buluruz.



Şekil 9.23 Boyu L olan düzgün bir çubuğun kütle merkezi $x_{KM} = L/2$'dedir.

ÖRNEK 9.14 Bir Dik Üçgenin Kütle Merkezi

Boyutları Şekil 9.24'de gösterilen dik üçgen şeklindeki bir cismin kütlesi M 'dir. Cismin birim alan başına kütlesinin sabit olduğunu gözönüne alarak kütle merkezinin koordinatlarını bulun.

Çözüm Şekle bakarak, kütle merkezinin x koordinatının tabanın ortasından ileride olması gerektiğini kestirebiliriz. Yani $a/2$'den büyük olmalıdır, çünkü üçgenin en büyük kısmı bu noktanın ilerisine uzanır. Benzer kestirim y koordinatı için de geçerlidir yani y koordinatı $b/2$ den küçük olmalıdır. Kütle merkezinin x koordinatını bulmak için üçgeni Şekil 9.24'deki gibi, yüksekliği y ve kalınlığı dx olan ince dilimlere böleriz. Bu dilimin dm kütlesi,

$$dm = \frac{\text{toplam kütle}}{\text{toplam alan}} \times \text{dilim alanı}$$

veya

$$= \frac{M}{1/2ab}(y\,dx)\left(\frac{2M}{ab}\right)y\,dx$$

olarak elde edilir. Kütle merkezinin x koordinatı da

$$x_{KM} = \frac{1}{M}\int x\,dm = \frac{1}{M}\int_0^a x\left(\frac{2M}{ab}\right)y\,dx = \frac{2}{ab}\int_0^a xy\,dx$$

olarak bulunur. Bu integrali alabilmek için, y 'nin x 'e bağlılığını bilmeliyiz. Şekil 9.24 deki benzer üçgenlerden

$$\frac{y}{x} = \frac{b}{a} \quad \text{veya} \quad y = \frac{b}{a}x$$

olduğunu görürüz. Bu da yerine konarak

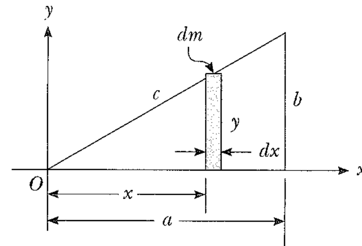
$$x_{KM} = \frac{2}{ab}\int_0^a x\left(\frac{b}{a}x\right)dx = \frac{2}{a^2}\int_0^a x^2 dx = \frac{2}{a^2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^a$$

$$= \frac{2}{3}a$$

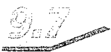
elde edilir. Benzer bir hesaplama ile kütle merkezinin y koordinatının

$$y_{KM} = \frac{1}{3}b$$

ile verildiği kolayca gösterilebilir. Bu değerler ilk tahminimizle uyuşur.



Şekil 9.24



9.7 PARÇACIKLAR SİSTEMİNİN HAREKETİ

9.30 Eşitliği ile verilen kütle merkezinin yer vektörü olan r_{KM} nin zamana göre türevini alarak, kütle merkezi kavramının faydasını ve fizikteki önemini anlıyabiliriz. Kesim 4.1'den biliyoruz ki, konum vektörünün zamana göre türevi

hızın tanımıdır. M'nin sabit kaldığını, yani sisteme hiçbir parçacığın girip çıkmadığını gözönüne alarak, **kütle merkezinin hızı** için aşağıdaki ifadeyi yazabiliriz:

Kütle merkezinin hızı

$$\mathbf{v}_{KM} = \frac{d\mathbf{r}_{KM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{M} \quad (9.34)$$

burada $\mathbf{v}_i$, i nci parçacığın hızıdır. Bu eşitlik yeniden düzenlenerek

Parçacıklar sisteminin toplam momentumu

$$M\mathbf{v}_{KM} = \sum_i m_i \mathbf{v}_i = \sum_i \mathbf{p}_i = \mathbf{p}_{top} \quad (9.35)$$

elde edilir. O halde, **sistemin toplam doğrusal momentumu**, kütle merkezinin hızı ile toplam kütlenin çarpımına eşit olduğu sonucuna varırız. Başka bir deyişle, sistemin toplam doğrusal momentumu, $\mathbf{v}_{KM}$ hızı ile hareket eden M kütleli tek bir parçacığın momentumuna eşittir.

9.34 Eşitliğinin zamana göre türevini alırsak **kütle merkezinin ivmesini** elde ederiz:

Kütle merkezinin ivmesi

$$\mathbf{a}_{KM} = \frac{d\mathbf{v}_{KM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \frac{1}{M}\sum_i m_i \mathbf{a}_i \quad (9.36)$$

Bu ifadeyi yeniden düzenler ve Newton'un ikinci yasasını kullanırsak

$$M\mathbf{a}_{KM} = \sum_i m_i \mathbf{a}_i = \sum_i \mathbf{F}_i \quad (9.37)$$

buluruz. Burada $\mathbf{F}_i$, i parçacığının üzerindeki kuvvettir.

Sistemdeki herhangi bir parçacık üzerine etki eden kuvvetler, iç ve dış kuvvetlerin ikisini de içerir. Newton'un üçüncü yasasına göre 2. parçacık üzerine 1. parçacığın uyguladığı iç kuvvet, 1. parçacık üzerine 2. parçacığın uyguladığı iç kuvvete eşit ve zıt yönlüdür. Buna göre, 9.37 Eşitliğinde bütün iç kuvvetleri toplayınca kuvvet çiftleri birbirini yok eder ve sistem üzerindeki net kuvvet *sadece* dış kuvvetler olur. Böylece 9.37 Eşitliğini şu şekilde yazabiliriz:

Parçacıklar sistemi için Newton'un ikinci kanunu

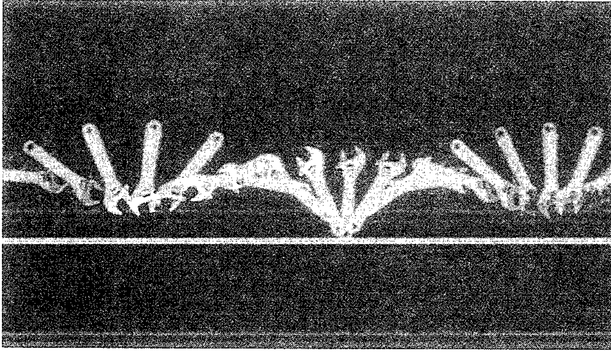
$$\sum \mathbf{F}_{dış} = M\mathbf{a}_{KM} = \frac{d\mathbf{p}_{top}}{dt} \quad (9.38)$$

Yani, parçacıklar sistemine etkiyen toplam dış kuvvet, sistemin toplam kütlesi ile kütle merkezi ivmesinin çarpımına eşittir. Tek bir parçacık için bunu Newton'un ikinci yasası ile karşılaştırırsak şu sonuca varırız:

Toplam kütlesi M olan bir parçacıklar sistemin kütle merkezi, sistem üzerindeki bileşke dış kuvvetin etkisinde olan M kütleli bir parçacık gibi hareket eder.

Son olarak, bileşke dış kuvvet sıfır olduğunda 9.38 Eşitliğinden şunları yazabiliriz:

$$\frac{d\mathbf{p}_{top}}{dt} = M\mathbf{a}_{KM} = 0$$



Şekil 9.25 Yatay bir yüzey üzerinde hareket eden bir anahtarın ardarda hızlı çekim fotoğrafı. Anahtar, siyah işaretle gösterilen nokta etrafında dönerken, anahtarın kütle merkezi düz bir çizgi üzerinde hareket eder. (*Richard Megna/Temel Fotoğraflar.*)

veya buradan

$$\mathbf{p}_{top} = M\mathbf{v}_{KM} = \text{sabit} \qquad (\Sigma\mathbf{F}_{dış} = 0 \text{ iken}) \qquad \textbf{(9.39)}$$

yazılabilir. Yani, sistem üzerine etkiyen hiçbir dış kuvvet yoksa, parçacıklar sisteminin toplam doğrusal momentumu korunur. Bu nedenle, Şekil 9.25 te görüldüğü gibi yalıtılmış bir parçacıklar sistemi için, kütle merkezinin hızı ve toplam momentumu zamanla değişmez. Bu da, iki parçacıklı bir sistem için Kesim 9.1 de oluşturulan, momentumun korumu kanununun çok parçacıklı sisteme genelleştirilmesidir.

İki veya daha fazla elemandan oluşan yalıtılmış bir sistemin sükûnette olduğunu varsayalım. Bir dış kuvvet uygulanmadığı sürece böyle bir sistemin kütle merkezi hareketsiz kalır. Örnek olarak, başlangıçta durgun olan bir yüzücü ve saldan ibaret olan bir sistemi ele alalım. Yüzücü, saldan suya atladığı zaman sistemin kütle merkezi durgun kalacaktır (sal ve su arasındaki sürtünme ihmal edilince). Ayrıca yüzücünün momentumu, salın momentumuna büyüklükçe eşit ve zıt yönlü olacaktır.

Başka bir örnek, başlangıçta durgun olan kararsız bir atomun, sırayla $\mathbf{v}_A$ ve $\mathbf{v}_B$ hızlarıyla M_A ve M_B kütleli parçalara aniden bozunmasıdır. Sistemin toplam momentumu bozunmadan önce sıfır olduğundan, toplam momentum, bozunmadan sonra da sıfır olmalıdır. Bu nedenle $M_A\mathbf{v}_A + M_B\mathbf{v}_B = 0$ olduğunu görürüz. Bozunmadan sonra parçacıklardan birinin hızı bilinirse, diğerinin hızı hesaplanabilir.

ÖRNEK 9.15 Kaydırılan Ayı

Düz bir buzul üzerinde bir kutup ayısını sakinleştirmeye çalışıyorsunuz. Bir ölçme şeridi, bir ip ve kendi kütlenizi kullanarak ayının kütlesini nasıl hasaplarsınız?

Çözüm İpin bir ucunu ayının gövdesine bağlayınız ve Şekil 9.26 daki gibi ipin yatar halindeki uzunluğunu ölçün. İpin serbest ucunu şekildeki gibi tutun. Ayakkabıları çıkarıp ipi çektiğinizde sizinle birlikte ayı da karşılaşana kadar kayacaktır. Şeritmetre ile sizin kayma mesafeniz x_p ile ayının kayma mesafesi x_b yi ölçünüz. Karşılaşma noktası sizinle ayının oluşturduğu sistemin kütle merkezidir. Böylece ayının kütlesini $m_b x_b = m_p x_p$ den hasaplayabilirsiniz (Ayakkabılarınızı geri giyemeyeceğinizi ve ayının uyanması halinde tehlikede olduğunuzu unutmayınız!).

Şekil 9.26 Bir dış kuvvet olmadıkça yalıtılmış sistemin kütle merkezi sabit kalır. Kutup ayısının kütle merkezini nasıl bulursunuz?

KAVRAMSAL ÖRNEK 9.16 Güllenin Patlaması

Bir gülle ateşlenip havaya fırlatılınca aniden birkaç parçaya bölünür (Şekil 9.27). Parçalanmadan sonra parçaların kütle merkezinin hareketi hakkında ne söylenebilir?

Şekil 9.27 Bir gülle patlayarak bir kaç parçaya ayrıldığı zaman parçaların kütle merkezi, hiçbir şey olmamışcasına güllenin takip etmesi gereken parabolik yörüngeyi takip eder.

Çözüm Hava direnci ihmal edilince, gülle üzerindeki yegane dış kuvvet çekim kuvvetidir. Gülle parçalanmamış olsaydı, Şekil 9.27'de kesikli çizgi ile işaretlenen parabolik yörünge üzerinde harekitini sürdürecekti. Parçalanma ile ilgili kuvvetler iç kuvvetler olduğundan kütle merkezinin hareketini etkilemez. Böylece, parçalanmadan sonra parçaların kütle merkezi, parçalanma olmasaydı güllenin takip edeceği parabolik yörüngeyi takip edecektir.

ÖRNEK 9.17 Patlayan Roket

Bir roket, düşey olarak yukarıya ateşleniyor ve 1000 m yükseklikte 300 m/s hıza ulaşıyor. Bu anda roket üç eşit parçaya ayrılıyor. Parçalanmadan sonra parçalardan biri 450 m/s hızla yukarı yönde harekete devam ediyor, ikinci parçanın hızı ise doğu yönünde 240 m/s oluyor. Parçalanmadan hemen sonra üçüncü parçanın hızı ne olur?

Çözüm Roketin toplam kütlesini M alırsak, her parçanın kütlesi $M/3$ olur. Parçalanma kuvvetleri iç kuvvetler olup sistemin toplam momentumunu etkilemeyeceğinden, parçalanma öncesindeki toplam momentum, parçalanmadan hemen sonra parçaların toplam momentumuna eşitlenmelidir.

Parçalanmadan önce:

$$\mathbf{p}_i = M\mathbf{v}_i = M(300\mathbf{j})\ \text{m/s}$$

Parçalanmadan sonra:

$$\mathbf{p}_s = \frac{M}{3}(240\mathbf{i})\ \text{m/s} + \frac{M}{3}(450\mathbf{j})\text{m/s} + \frac{M}{3}\mathbf{v}_s$$

burada $\mathbf{v}_s$ üçüncü parçanın bilinmeyen hızıdır. Bu iki ifade eşitlenerek $\mathbf{v}_s$ bulunur:

$$\frac{M}{3}\mathbf{v}_s + M(80\mathbf{i})\text{m/s} + M(150\mathbf{j})\text{m/s} = M(300\mathbf{j})\text{m/s}$$

$$\mathbf{v}_s = (-240\mathbf{i} + 450\mathbf{j})\ \text{m/s}$$

Tüm parçaların momentum vektörlerinin toplamı için ne söyleyebilir siniz?

Alıştırma Parçalanmadan 3s sonra, yere göre kütle merkezinin konumu nedir? (Parçalanmadan sonra roket motorunun çalışmadığını varsayınız.

Çözüm x-koordinatı değişmez; y_{KM} = 1,86 km

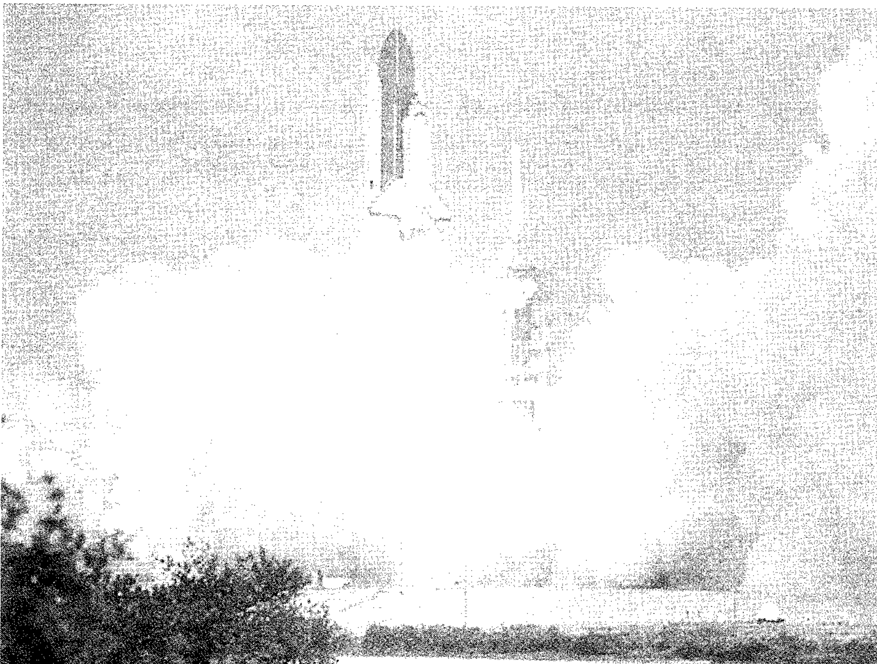
Seçmeli Kesim



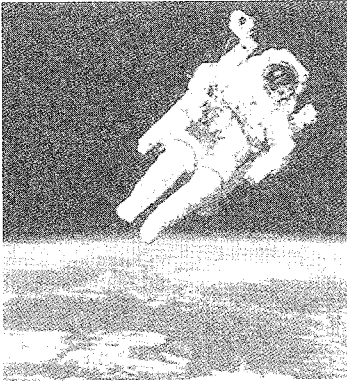
ROKET HAREKETİ

Otomobil, bot ve lokomotif gibi klasik araçlar itildiği zaman hareketin sürücü kuvveti sürtünme kuvvetidir. Otomobil hareketinde sürücü kuvvet, araba üzerine yolun uyguladığı kuvvettir. Bir lokomotif, rayları geri doğru "iter" ve böylece sürücü kuvvet lokomotif üzerine uygulanan ray kuvvetidir. Uzayda giden bir roketin geri iteceği hiçbir hava veya ray yoktur. O halde, roket itmesinin kaynağı farklı olmalıdır. Şekil 9.28, yerden fırlatılan bir uzay aracının tipik bir resmidir. **Bir roketin çalışması, parçacıklar sisteminde olduğu üzere, momentumun korunumu kanununa dayanır, burada sistem, roket ve yaktığı yakıttır.**

Bir roketin hareketi, bir tekerlekli araba ile onun üstüne monte edilen makineli tüfeğin mekanik sistemi incelenerek daha iyi anlaşılabilir. Tüfek



Şekil 9.28 *Columbia* uzay aracının fırlatılışı. İtmenin büyük kısmı aracın sıvı yakıt makineleriyle sağlanır, ayrıca, iki adet katı-yakıtla çalışan motoru vardır. Burada mekanik, termodinamik, elektrik ve manyetizma gibi pekçok fiziksel ilke uygulanır. (*NASA'nın izniyle*)

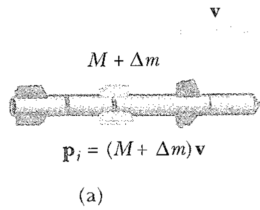


El kontrollü, azot itmeli alet astronotun uzayda serbestçe hareket etmesini sağlar (*NASA nın izniyle*)

ateşlendiğinde, mermiler, bir doğrultuda $m\mathbf{v}$ momentumu kazanır, burada $\mathbf{v}$ hızı yere göre ölçülür. Ateşlenen her mermi için tüfek ve tekerlekli sistem zıt yönde dengeleyici bir momentum kazanır. Yani, merminin tüfek üzerindeki geri tepme kuvveti, tüfek ve sistemi ivmelendirir. Saniyede n tane mermi ateşlenirse tüfek üzerindeki ortalama kuvvet $\mathbf{F}_{\text{ort}} = nm\mathbf{v}$ olur.

Benzer şekilde, bir roket serbest uzayda (boşlukta) hareket ederken kütle, gaz olarak dışarı atılan kütle kadar eksildiği için momentumu değişir. **Atılan gazlar momentum kazandığından, roket de zıt yönde dengeleyici bir momentum kazanır.** Böylece roket, geri atılan gazların itmesi sonucu ivmelenir. Serbest uzayda, sistemin (roket artı çakan gazlar) kütle merkezi, itme kuvvetinden bağımsız olarak düzgün hareket eder.[5]

Her hangi bir t anında, roketle yakıtın momentumunun $(M + \Delta m)v$ olduğunu farzediniz v, roketin dünyaya göre hızıdır (Şekil 9.29a). Δt kadar kısa bir zaman sonra, roket Δm kütlesi kadar yakıt harcar ve roketin hızı $v + \Delta v$ değerine ulaşır (Şekil 9.29b). Eğer yakıt, rokete göre v_e ("e" indisi atılanları temsil eder ve v_e'ye genellikle *egzos hızı* denir) hızı ile atılırsa, yakıtın yere göre (durgun referens sistemi) hızı $v - v_e$ olur. O halde, sistemin ilk toplam momentumunu, son toplam momentumuna eşitlersek

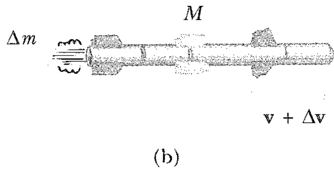


(a)

$$(M + \Delta m)v = M(v + \Delta v) + \Delta m(v - v_e)$$

elde ederiz; bunu sadeleştirerek aşağıdaki sonucu buluruz:

$$M\Delta v = v_e \Delta m$$



(b)

Şekil 9.29 Roket itmesi. (a) Bir t anında roketin ilk kütlesi $M + \Delta m$, ve hızı v dir. (b) $t + \Delta t$ anında roketin kütlesi M'ye düşer ve Δm kadar yakıt harcanır. Roketin hızı Δv kadar artar.

Bu sonuca, tüm sistemi, kütle merkezi referans sisteminde ele alarak da varabilirdik. Yani burada da sistemin hızı, kütle merkezinin hızı olarak alınır. Bu sistemde toplam momentum sıfırdır ve böylece roket bir miktar yakıt harcayarak $M\Delta v$ momentumu kazanırsa, çıkan gazlar da *zıt* yönde bir $v_e\Delta m$ momentumuna sahip olur ve sonuçta $M\Delta v - v_e\Delta m = 0$ olur. $\Delta t \to 0$ limit durumunda $\Delta v \to dv$ ve $\Delta m \to dm$ olur. Üstelik atılan kütledeki dm artışı, roket kütlesindeki azalmaya eşittir, yani $dm = -dM$. Kütle azalış gösterdiğinden dM negatif işaretlidir. Bu gerçeği kullanarak

$$Mdv = v_e\, dm = -v_e\, dM \qquad \textbf{(9.40)}$$

elde ederiz. Bu eşitliğin integralini alarak ve roket ile başlangıçtaki yakıt kütlesini M_i, kalan yakıtla birlikte roket kütlesini M_s alarak aşağıdaki sonucu elde ederiz:

$$\int_{v_i}^{v_s} dv = -v_e \int_{M_i}^{M_s} \frac{dM}{M}$$

Roketi ileri iten ifade

$$v_s - v_i = v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_s}\right) \qquad \textbf{(9.41)}$$

[5]Buradaki olay tam esnek olmayan bir çarpışmanın tersini gösterir. Burada momentum korunmakla birlikte sistemin kinetik enerjisi artar (yakıtla kimyasal potansiyel enerji harcandığından).

Bu, roket hareketinin temel ifadesidir ve roketin hızındaki artış, yanan gaz hızı ile orantılı olmaktadır. O halde gaz çıkış hızı çok yüksek olmalıdır. Hızdaki artış ayrıca, M_i/M_s oranının logaritması ile de orantılıdır. O halde bu oran mümkün oldukça büyük olmalıdır, bu da mümkün olduğunca roketin çok yakıt taşıması gerektiğini ifade eder.

Roketi **ileri iten etki** (itici kuvvet), çıkan egzost gazları tarafından rokete aktarılan kuvvettir. 9.40 Eşitliğinden itici kuvvet ifadesini elde edebiliriz:

$$\text{İtici kuvvet} = M\frac{dv}{dt} = \left|v_e\frac{dM}{dt}\right| \qquad \textbf{(9.42)}$$

O halde itici kuvvet, çıkan gaz hızı ve kütle değişime hızı (*yanma hızı* da denir) arttıkça artar.

ÖRNEK 9.18 Uzaydaki Roket

Boş uzayda hareket eden bir roketin, yere göre hızı 3×10^3 m/s dir. Roketin motoru çalıştırılır ve roket hareketine zıt yönde, rokete göre 5×10^3 m/s hızla yakıt atılır. (a) Kütlesi, ateşlemeden önceki kütlesinin yarısına düşünce, roketin yere göre hızı ne olur?

Çözüm Aradığımız hızın ilk hızdan büyük olacağını tahmin edebiliriz çünkü roket hızlanmaktadır.
9.41 Eşitliğini uygulayarak çözeriz:

$$v_s = v_i + v_e \ln\left(\frac{M_i}{M_s}\right)$$

$$= 3\times 10^3 \text{m/s} + (5\times 10^3 \text{m/s}) \ln\left(\frac{M_i}{0{,}5 M_i}\right)$$

$$= 6{,}5 \times 10^3 \text{ m/s}$$

(b) Yakıt, 50 kg/s hızla yakılırsa roket üzerindeki itici kuvvet ne olur?

Çözüm

$$\text{İtici kuvvet} = \left|v_e\frac{dM}{dt}\right| = (5\times 10^3 \text{ m/s})\ (50 \text{ kg/s})$$

$$= 2{,}5 \times 10^5 \text{ N}$$

ÖRNEK 9.19 Yangın Söndürme

İki itfaiyeci 3600 L/dak hızla su fışkırtan bir hortumu sabit tutmak için 600 N kuvvet uygulamaları gerekiyor. Suyun çıkış hızını bulunuz.

Çözüm Su 3600 L/dak hızla çıkıyor bu 60 L/s demektir. Bir litre su 1 kg'dır ve her saniye 60 kg su fışkırtmaktadır. Su ayrılırken hortuma 1s de 600 N kuvvet uygular. 9.42 Eşitliğini uygularız:

$$\text{İtici kuvvet} = \left|v_e\frac{dM}{dt}\right|$$

$$600\text{N} = |v_e(60 \text{ kg/s})|$$

$$v_e = 10\text{m/s}$$

İtfaiyecilik tehlikeli bir iştir. Hortum ucunun elden fırlaması fışkıran suyun itmesinden dolayı kazalara yol açabilir.



İtfaiyeciler bir evdeki yangına müdalale ediyor. (© *Bill Stormont/The Stock Market*)

ÖZET

v hızı ile hareket eden m kütleli bir parçacığın **doğrusal momentumu** aşağıdaki şekilde tanımlanır:

$$\mathbf{p} \equiv m\mathbf{v} \tag{9.1}$$

Doğrusal mamentumun korunumu yasası, yalıtılmış bir sistemin toplam momentumunun korunacağını söyler: İki parçacık yalıtılmış bir sistem oluşturursa, bunlar arasındaki kuvvetin kaynağı ne olursa olsun toplam momentum korunur. O halde sistemin toplam momentumu, her zaman ilk toplam momentuma eşit olur, yani:

$$\mathbf{p}_{1i} + \mathbf{p}_{2i} = \mathbf{p}_{1s} + \mathbf{p}_{2s} \tag{9.5}$$

Bir parçacığa etkiyen **F** kuvvetinin impulsu parçacığın momentumundaki değişime eşittir:

$$\mathbf{I} \equiv \int_{t_i}^{t_s} \mathbf{F}\, dt = \Delta\mathbf{p} \tag{9.9}$$

ile verilir. Bu ifade **impuls-momentum teoremi** olarak bilinir.

İtme (impuls) kuvvetleri, sisteme etkiyen diğer kuvvetlerle kıyaslandığında genellikle çok şiddetlidirler ve çarpışmadaki gibi çok kısa süre etkirler.

İki parçacık çarpıştığı zaman, sistemin çarpışmadan önceki toplam momentumu, çarpışmanın tabiatına bakılmaksızın çarpışmadan sonraki momentuma eşit olur. **Esnek olmayan çarpışma**, toplam kinetik enerjinin korunmadığı fakat momentumun korunduğu bir çarpışmadır. Tam esnek olmayan çarpışma, çarpışmadan sonra cisimlerin birlikte yapışık hareket ettiği bir çarpışmadır. **Esnek çarpışma** ise, hem momentumun hem de kinetik enerjinin korunduğu bir çarpışmadır.

İki veya üç-boyutlu çarpışmada, üç doğrultudaki (x, y ve z) momentum bileşenleri birbirinden bağımsız olarak korunur.

Bir parçacıklar sisteminin kütle merkezinin yer vektörü

$$\mathbf{r}_{KM} \equiv \frac{\sum_i m_i \mathbf{r}_i}{M} \tag{9.30}$$

ile tanımlanır, burada $M = \sum_i m_i$ sistemin toplam kütlesi ve $\mathbf{r}_i$, i nci parçacığın yer vektörüdür.

Bir katı cismin kütle merkezinin yer vektörü, aşağıdaki integral ifadesi ile elde edilebilir:

$$\mathbf{r}_{KM} = \frac{1}{M}\int \mathbf{r}\, dm \tag{9.33}$$

Bir parçacıklar sisteminin kütle merkezinin hızı şu şekilde verilir:

$$\mathbf{v}_{KM} = \frac{\sum_i m_i \mathbf{v}_i}{M} \tag{9.34}$$

Bir parçacıklar sisteminin toplam momentumu toplam kütlenin, kütle merkezinin hızı ile çarpımına eşit olur.

Parçacıklar sistemi için Newton'un ikinci kanunu şöyle verilir:

$$\sum \mathbf{F}_{\text{dış}} = M\mathbf{a}_{KM} = \frac{d\mathbf{p}_{\text{top}}}{dt} \tag{9.38}$$

Burada $\mathbf{a}_{KM}$, kütle merkezinin ivmesidir ve toplam bütün dış kuvvetler üzerin-

den alınır. O halde, kütle merkezi, toplam dış kuvvete maruz kalan M kütleli bir cisim gibi hareket eder. 9.38 Eşitliğine göre, sisteme hiçbir dış kuvvet etkimiyorsa sistemin toplam momentumunun korunacağını anlarız.

SORULAR

1. Bir parçacığın kinetik enerjisi sıfırsa çizgisel momentumu nedir?
2. Bir parçacığın hızı iki katına çıkarsa, momentumu nasıl değişir? Kinetik enerjisi ne olur?
3. İki parçacığın kinetik enerjileri eşit olursa momentumlarının eşit olması gerekir mi? Açıklayınız.
4. Momentumları eşit iki parçacığın kinetik enerjilerinin eşit olması gerekir mi? Açıklayınız.
5. Yalıtılmış bir sistem başlangıçta durgundur. Bir süre sonra sistemin parçalarının hareketli olması mümkün müdür? Eğer mümkünse, nasıl olabileceğini açıklayınız.
6. Başlangıçta biri durgun iki cisim çarpışırsa, çarpışmadan sonra ikisinin de durması mümkün müdür? Birinin durması mümkün müdür? Açıklayınız.
7. Bir top yerden sıçrarsa, momentumun nasıl korunduğunu açıklayınız.
8. Bütün kinetik enerjinin kaybolduğu bir çarpışma mümkün müdür? Mümkünse bir örnek veriniz.
9. İki parçacık arasındaki tam esnek çarpışmada, çarpışma sonucu her parçacığın kinetik enerjisi değişir mi?
10. Bir top aşağı yuvarlanırken momentumu artar mı? Bu da momentumun korunmadığını ifade eder mi? Açıklayınız.
11. Bir araba ve bir kamyon arasında tamamen esnek olmayan bir çarpışma olduğunu düşünün. Çarpışma sonucu hangi araç daha fazla kinetik enerji kaybeder?
12. Bir cismin kütle merkezi, cismin dışında olabilir mi? Olabiliyorsa örnekler veriniz.
13. Üç top aynı anda havaya fırlatılıyor. Hareketli halde iken kütle merkezinin ivmesi nedir?
14. Bir metrelik bir çubuk, sağ ve sol elin işaret parmakları ile yatay olarak dengede tutulmaktadır. İki parmak biraraya getirilirse, ilk konumlarına bakılmaksızın, çubuk dengede kalmaya devam eder ve parmaklar daima 50 cm'de karşılaşır (deneyiniz). Bu gözlemi dikkatlice açıklayınız.
15. Bir keskin nişancı, silahının kabzasını omuzuna dayayarak ayakta ateş eder. Merminin ileri yöndeki momentumu, tüfeğin geri-tepme momentumu ile aynı ise, tüfekle vurulmak, niçin mermi ile vurulmak kadar tehlikeli değildir?
16. Bir çamur parçası, tuğla duvara karşı atılır ve duvara yapışır. Çamurun momentumu ne olur? Momentum korunur mu? Açıklayınız.
17. Bu yüzyılın başında, Robert Goddard Ay'a bir roket göndermeyi önerdi. Ay ile dünya arasındaki gibi, boşlukta da roketin çıkardığı gazların roketi ileri doğru itebilmesi için arkada hiçbir şeye sahip olmadığı tartışıldı. *Scientific Amerikan* dergisine göre (Ocak 1975) Goddard vakuma bir silah yerleştirdi ve bu silahla bir manevra fişeğini ateşledi. (Manevra fişeği sadece tampon ve yanmış sıcak gazları ateşler). Silah ateşlendiğinde ne olur?
18. Bir sporcu (yüksek atlayıcı), 15 ft yükseklikten bir sünger yastık üzerine düşer. Yastığa düşmeden hemen önce, sporcunun hızını hesaplıyabilir misiniz? Çarpışmadan dolayı sporcuya uygulanan kuvveti hesaplıyabilir misiniz? Açıklayınız.
19. Roket itmesinin gerekli mekanizmasını göstermek için, bir balonu nasıl kullanabileceğinizi açıklayınız.
20. Serbest uzayda bir roketin kütle merkezi hızlanır mı? Açıklayınız. Roketin hızı yakıtın çıkış hızını geçebilir mi? Açıklayınız.
21. Bir top New York'ta yüksek bir binadan düşer? Çizgisel momentumu korunan bu sistem için ne söyleyebilirsiniz?
22. Başlangıçta durgun olan bir bomba patlayarak birkaç parçaya ayrılıyor. Bu olayda (a) Çizgisel momentum korunur mu? (b) Kinetik enerji korunur mu? Açıklayınız.
23. NASA bazen, çok uzak bir gezegenin yolu üzerine bir probu fırlatmak için araya yerleştirilmiş bir gezegenin çekim kuvvetini kullanır. Bu, aslında temas etmeyen iki cisim çarpışmasıdır. Bu durumda probun hızı nasıl artırılır?
24. Yerden bizim görüşümüze göre, Ay, Dünya'nın etrafında dolanır. Ay'ın çizgisel momentumu korunur mu? Kinetik enerjisi korunur mu? Basitleştirmek için Ay'ın yörüngesini tam dairesel düşününüz.
25. Bir çiğ yumurta yere düşerse kırılır ve parçalanır. Eğer bu yumurtayı 1 m yükseklikten kalın bir sünger üzerine düşürürseniz yumurta kırılmadan sıçrar. Bu niçin mümkündür? (Bu gösteride, ilk sıçramadan sonra yumurtayı yakalamaya dikkat ediniz).
26. Aşağıdaki konularda görüşlerinizi açıklayınız. (a) Kuvvetin ivmeye sebep olduğu en iyi teori, (b) kuvvetin etkinliğinin doğru ölçüsü iş yapmasıdır ve en iyi hareket teorisi, bu işin cismin enerjisini değiştirmesidir, (c) Bir kuvvetin etkisinin doğru ölçüsü, impulsudur ve en iyi hareket teorisi bir kuvvetin cismin momentumunu değiştirmesidir.

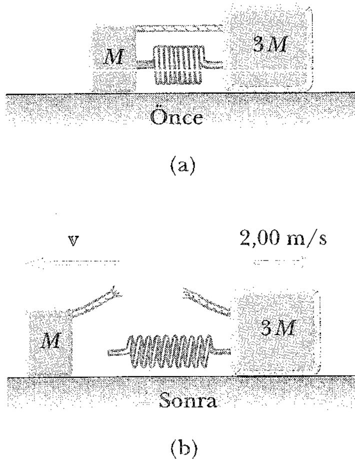
PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 9.1 Doğrusal Momentum ve Korunumu

1. 3 kg'lık bir cismin hızı (3**i** – 4**j**)m/s'dir. (a) Momentumun *x* ve *y* bileşenlerini (b) Momentumun yön ve büyüklüğünü bulunuz.
2. 0,1'kg lık bir top 15m/s hızla yukarı atılıyor. (a) maksimum yükseklikte, (b) yolun yarısında topun momentumunu bulunuz.
3. Buz üzerinde duran 40 kg'lık bir çocuk 0,5 kg'lık taşı 5m/s hızla doğuya doğru atıyor. Sürtünmenin olmadığı varsayımı ile çocuğun geri tepme hızını bulunuz.
4. Bir sporcu bir beyzbol topunu 3 g'lık bir merminin 1500m/s hızda kazanacağı momentumla attığını söylüyor. Söylediği doğru ise 0,145kg kütleli topun hızı ne olur?
5. Dönen Dünya'ya hangi hızı verebilirsiniz? Gücünüzün yettiği ölçüde yukarıya sıçradığınız zaman yere kazandırdığınız geri tepme hızı hangi mertebede olur? Yerin mükemmel bir katı olduğu düşüncesi ile çözümünüzde veri olarak aldığınız değerlerle ölçtüğünüz veya bulduğunuz değerleri belirtiniz.
6. *M* ve 3*M* kütleli iki blok, sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerine yerleştirilmiştir. Bunların birine küçük bir yay tutturulmuş ve bloklar bastırılarak aradaki yay sıkışmış olarak ince bir iple birbirlerine bağlanmışlardır (Şekil P9.6). Kütleleri bağlayan ip yakıldığında 3*M* kütleli blok sağa 2 m/s hızla hareket eder. (a) *M* kütleli bloğun hızı nedir? (Başlangıçta durduklarını kabul ediniz). (b) *M* = 0,350 kg ise yaydaki ilk esneklik enerjisini bulunuz.

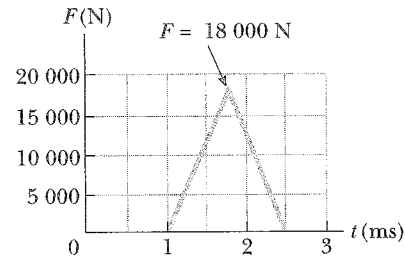


Şekil P9.6

7. (a) Momentumu p olan m kütleli bir parçacığın kinetik enerjisinin $K = p^2/2m$ ile verileceğini gösteriniz. (b) Parçacığın momentumunun büyüklüğünü kinetik enerjisi ve kütlesi cinsinden ifade ediniz.

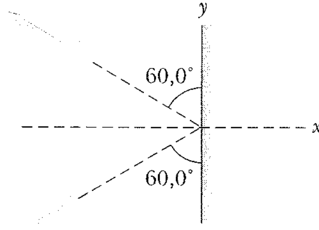
Kesim 9.2 İmpuls ve Momentum

8. Trafik ışığında duran bir araba, yeşil ışık yanınca hereket ediyor ve 0,832s içinde 5,20m/s 'lik hıza ulaşıyor. Araba içindeki 70 kg 'lık yolcuya ne kadar impuls ve ortalama kuvvet etki eder?
9. Bir beyzbol topuna sopanın uyguladığı kuvvet Şekil P9.9 daki gibidir. Bu eğriden (a) topa aktarılan impulsu (b) topa uygulanan ortalama kuvveti, (c) topa uygulanan en büyük kuvveti bulunuz.



Şekil P9.9

10. Bir tenis oyuncusuna top (0,06 kg) yatay olarak 50 m/s hızla gelir ve bu oyuncu gelen topu yatay ve zıt yönde 40 m/s hızla gönderir. (a) Raketin topa uyguladığı itme nedir? (b) Raketin yaptığı iş nedir?
11. WEB 3 kg kütleli bir çelik gülle büyük bir duvara, duvarla 60° açı yapacak şekilde 10 m/s hızla çarpar ve top aynı hız ve açı ile yansıtılır (Şekil P9.11). Eğer top duvarla 0,20 s temasta kalırsa duvarın topa uyguladığı ortalama kuvvet nedir?
12. Bir softbol oyununda 0,2 kg'lık top levhaya yatayın 45° altında 15m/s hızla çarpıp ve yatayın üstünde 30° ve 40 m/s hızla dönüyor. (a) Topa aktarılan impulsu bulunuz. (b) Top üzerindeki kuvvet ilk 4 ms içinde doğrusal olarak artarsa daha sonra 20 ms sabit kalsa ve takip eden 2ms içinde de doğrusal olarak sıfıra inseydi top üzerindeki maksimum kuvvet ne olurdu?



Şekil P9.11

13. Bir bahçe hortumu Şekil P9.13'deki gibi tutuluyor. Hortum başlangıçta hareketsiz su ile doludur. Su boşaltma hızı, 25 m/s hızda, 0,60 kg/s ise, su açıldıktan sonra hortum ucunu hareketsiz tutmak için gerekli kuvvet nedir?



Şekil P9.13

14. Bir profesyonel dalgıç su yüzeyinden 10 m yükseklikteki bir platformdan atlıyor. Su ile çarpışması anında maruz kaldığı kuvvetin ortalama büyüklüğünü kestiriniz. Veri olarak alacağınız nicelikleri belirtiniz.

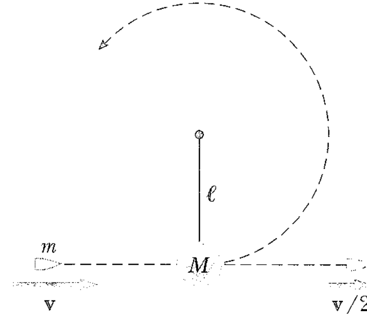
Kesim 9.3 Çarpışmalar
Kesim 9.4 Bir Boyutta Esnek ve Esnek Olmayan Çarpışmalar

Yüksek hızlı stroboskop fotoğrafları, 200g kütleli bir golf sopasının durgun olan 46 g kütleli golf topuna çarpmadan önceki hızının 55 m/s olduğunu gösterir. Çarpışmadan sonra sopa, aynı yönde 40 m/s hıza sahiptir. Çarpmadan hemen sonra golf topunun hızını bulunuz.

75 kg'lık buz patencisi 10 m/s hızla kayarken aynı kütleli durgun bir patenciye çarpıyor. İki patenci, çarpışmadan sonra 5 m/s hızla birlikte, tek parça olarak hareket ediyorlar. Bir patencinin bir kemiğini kırmadan uygulayabileceği ortalama kuvvet 4500 N'dur. Çarpışma süresi 0,1 s ise patencinin bir yeri kırılırmı?

17. 10 gramlık bir mermi, bir kütük (m = 5 kg) içinde durduruluyor. Çarpışmadan hemen sonra mermi ile kütük sisteminin hızı 0,60 m/s olduğuna göre merminin ilk hızı nedir?

Şekil P9.18 'de görüldüğü gibi, m kütleli ve v hızlı bir mermi, M kütleli bir sarkaç içinden geçer ve $v/2$ hızı ile çıkar. Sarkaç, ℓ uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilen bir ipin ucunda asılıdır. Sarkacın tam bir düşey daire üzerinde hareket edebilmesi için minimum v ne olmalıdır?



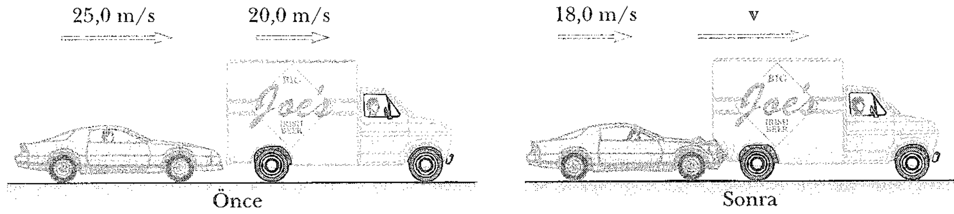
Şekil P9.18

19. 45 kg kütleli bir kız, 150 kg'lık düz bir kalas üzerinde ayakta durmaktadır. Düzgün kalas başlangıçta durgun ve buz üzerinde kız binince sürtünmesiz olarak kayıyor. Kız, kalasa göre 1,5 m/s'lik sabit hızla kalas boyunca yürümeye başlıyor. (a) Kızın buz yüzeyine göre hızı nedir? (b) Buz yüzeyine göre kalasın hızı nedir?

Gayle, buzla kaplı sürtünmesiz bir tepede durgun olan kızağının üzerine 4 m/s hızla atlar. Düşey olarak 5m inince orada duran kardeşi de kızağa atlar ve aşağı harekete devam ederler. Gayle'nin kütlesi 50 kg, kızağın kütlesi 5 kg ve kardeşin kütlesi 30 kg ise, toplam 15m'lik düşey iniş sonunda bunların hızı ne olur?

21. Doğu yönünde 25 m/s hızla hareket eden 1200 kg'lık bir araba, aynı yönde 20 m/s hızla ilerliyen 9000 kg'lık bir kamyona arkadan çarpıyor (Şekil P9.21). Çarpışmadan hemen sonra arabanın hızı hareket yönünde 18 m/s dir. (a) Çarpışmadan hemen sonra kamyonun hızı nedir? (b) Çarpışmada ne kadar mekanik enerji kaybolur? Bu enerji kaybını hesaplayınız.

22. Başlangıçta 4 m/s hızla hareket eden $2{,}5 \times 10^4$ kg kütleli bir ray arabası, aynı yönde giden birbirine bağlı üç ray arabası ile çarpışıp birlikte hareket ederler. Üç arabanın ilk hızı 2 m/s ve herbirinin kütlesi ilk arabanın kütlesine eşittir. (a) Çarpışmadan sonra dört arabanın ortak hızı nedir? (b) Çarpışmada ne kadar enerji kaybolur?



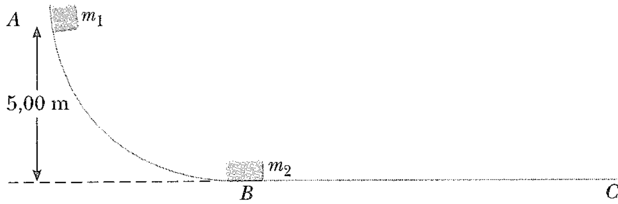
Şekil P9.21

23. Her birinin kütlesi $2,5 \times 10^4$ kg olan dört demir yolu aracı birlikte yatay demiryolu üzerinde v_i hızı ile güneye gidiyor. İkinci vagonda bulunan kuvvetli biri, birinci vagonun bağlantısını kesip iterek hızını 4 m/s artıyor ve diğer üç vagonun bundan sonraki hızı 2m/s oluyor. (a) Arabanın ilk hızını bulunuz. (b) Aracı iten ne kadar iş yapmıştır? (c) Bu ve bir önceki problemdeki işlemler arasındaki ilişkiyi belirtiniz.

24. 7 kg'lık bir bovling topuna 2 kg'lık sopa ile vurulunca sopanın ters yöndeki hızı 3m/s oluyor. Top geliş yönünde hareketine 1,8 m/s hızla devam ettiğine göre ilk hızı nedir? Topun dönmesini hesaba katmayınız.

WEB 25. Bir reaktör içinde bir nötron, durgun olan karbon atomu çekirdeği ile esnek bir çarpışma yapar. (a) Nötronun kinetik enerjisinin hangi kesri karbon çekirdeğine aktarılır? (b) Nötronun ilk kinetik enerjisinin $1,6 \times 10^{-13}$J olması halide nötronun ve karbon çekirdeğinin çarpışmadan sonraki kinetik enerjisini bulunuz (Karbon çekirdeğinin kütlesi yaklaşık olarak nötron kütlesinden 12 kez büyüktür).

26. Şekil P9.26'da gösterilen sürtünmesiz *ABC* rayını gözönüne alınız. m_1 = 5 kg kütleli bir blok *A* dan serbest bırakılıyor ve *B* 'de duran m_2 = 10 kg kütleli blokla esnek olarak çarpışıyor. Çarpışmadan sonra m_1'in çıkabileceği maksimum yüksekliği hesaplayınız.



Şekil P9.26

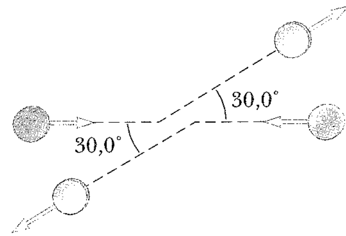
WEB 27. 12 gramlık bir mermi yatay zeminde durgun olan 100 g lık bir ağaç bloğa atılıyor. Ağaç blok duruncaya kadar 7,5 m kayıyor. Blok ve yüzey arasındaki sürtünme katsayısı 0,65 ise, çarpmadan hemen önce merminin hızı ne idi?

28. Bir tüfekten çıkan 7 g'lık bir mermi bir mengene ile tutulu 1 kg'lık bir ağaç parçası içinde 8 cm ilerliyor. Ağaç blok sürtünmesiz yatay bir zemin üzerinde dururken aynı mermi gelip çarparsa bu durumda kaç cm içeri girer?

Kesim 9.5 İki Boyutlu Çarpışmalar

29. 90 kg'lık bir defans oyuncusu 5m/s hızla doğuya koşarken 3 m/s hızla kuzeye koşan 95 kg'lık bir rakip oyuncu ile çarpışıyor. Çarpışma tamamen esnek olmayan türden ise (a) çarpışmadan sonra oyuncuların hızını ve yönünü bulunuz. (b) Çarpışma sonucu kaybolan enerjiyi bulunuz.

30. Şekil P9.30'daki mavi topun kütlesi yeşil topunkinden %20 fazladır. Çarpışmadan önce momentumları zıt yönde ve büyüklükleri eşittir. Yeşil topun hızı 10m/s'dir. Çarpışmada kinetik enerji yarı yarıya kaybolduğuna göre çarpışmadan sonraki hızlarını bulunuz.



Şekil P9.30

31. Kütleleri eşit iki otomobil bir kavşakta karşılaşırlar. Biri 13 m/s hızla doğuya, diğeri v_{2i} hızı ile kuzeye gitmektedir. Sürücüler birbirini görmez, araçlar çarpışır ve yapışık olarak 55° açı ile kuzeydoğu yönünde hareket ederler. Her iki yol için hız sınırı 35 mil/saat dir ve kuzeye hareket etmekte olan şoför çarpışma sırasında hız sınırında olduğunu iddia eder. İfadesi doğru mudur?

32. Bir proton v_i hızı ile ilerlerken durgun diğer bir protonla esnek olarak çarpışır. Çarpışmadan sonra protonlar aynı hıza sahipse (a) Çarpışmadan sonra her protonun hızını v_i cinsinden bulunuz. (b) Çarpışmadan sonra hız vektörlerinin yönünü bulunuz.

33. Bir bilardo topu, 5 m/s hızla harekette iken aynı kütleli durgun bir topa çarpar. Çarpışmadan sonra top, ilk hareket yönünün göre 30° açı altında 4,33 m/s hızla hareket eder. Esnek çarpışmayı gözönüne alarak (sürtünme ve dönme hareketini dikkate almadan) çarpılan topun hızının yön ve büyüklüğünü bulunuz.

34. Yatay, sürtünmesiz bir yüzey üzerinde duran 0,3 kg'lık bir top, x–ekseni boyunca 2 m/s hızla hareket eden 0,2 kg kütleli bir topla çarpışır. Çarpışmadan sonra 0,2 kg lık topun hızı 1 m/s dir ve pozitif x–ekseni ile $\theta = 53°$ açı yapmaktadır (Şekil P9.14). (a) Çarpışmadan sonra 0,3 kg'lık topun hızını bulunuz. (b) Çarpışmada kaybolan enerji kesrini bulunuz.

35. İlk hızı $5\mathbf{i}$ m/s olan 3 kg'lık bir kütle, ilk hızı $-3\mathbf{j}$ m/s olan 2 kg'lık bir kütle ile çarpışıp yapışırlar. Bileşik kütlenin son hızını bulunuz.

36. Eşit kütleli biri portakal rengi, diğeri sarı iki disk tamamen esnek çarpışma yaparlar. Durgun olan sarı disk, 5 m/s hızla hareket eden portakal rengi diskle çarpışır. Çarpışmadan sonra portakal rengi disk, ilk hareket yönü ile 37° açı yapan bir yönde gider ve sarı diskin hızı diğerinin hızına diktir (çarpışmadan sonra). Her diskin son hızını bulunuz.

37. Kütleleri eşit sarı ve portakal renkli iki disk esnek çarpışma yaparlar. Sarı disk, durgunken, diğeri gelip v_i hızı ile çarpıştıktan sonra geliş doğrultusu ile θ açısı altında hareket ediyor. Çarpmadan sonra sarı diskin hızı, diğerinin hızına diktir. Her diskin son hızını hesaplayınız.

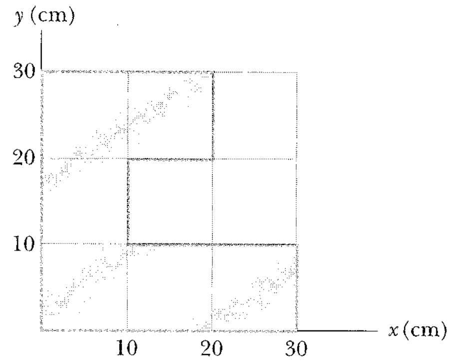
38. Bir savaş esnasında havada pekçok mermi patlatılır. 5g lık bir tüfek mermisinin sağ tarafa yatayın 20° üzerinde 250m/s hızla gittiğini ve sol tarafa 3g lık bir karşı merminin yatayın 15° üzerinde 280 m/s hızla geldiğini varsayınız. Birlikte patlamalarından hemen sonra hızları nedir?

WEB 39. 17×10^{-27} kg kütleli kararsız bir çekirdek durgunken üç parçaya bölünür. Parçacıklardan birinin kütlesi 5×10^{-27} kg dır ve y–ekseni boyunca 6×10^{6} m/s hızıyla hareket ediyor. $8{,}4 \times 10^{-27}$ kg kütleli diğer parçacık 4×10^{6} m/s hızla x–ekseni boyunca hareket etmektedir. (a) Üçüncü parçacığın hızını, (b) bu olayda ortaya çıkan toplam kinetik enerji artışını bulunuz.

Kesim 9.6 Kütle Merkezi

40. Dört cisim y ekseni üzerinde aşağıdaki gibi sıralanmıştır. 2 kg'lık kütle + 3m de, 3 kg'lık kütle + 2,5 m'de, 2,5kg'lık orijinde ve 4kg'lık – 0,5 m'dedir. Bunların kütle merkezi neresidir?

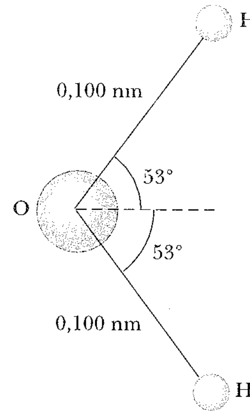
41. Düzgün bir çelik levha Şekil P9.41'deki gibi kesilmiştir. Bu levhanın kütle merkezinin x ve y koordinatlarını bulunuz.



Şekil P9.41

42. Yerin kütlesi $5{,}98 \times 10^{24}$kg, Ay'ın kütlesi $7{,}36 \times 10^{22}$ kg ve kütle merkezleri arasında ölçülen uzaklık $3{,}84 \times 10^{8}$m dir. Yer-Ay sisteminin kütle merkezinin, yerin merkezine uzaklığını bulunuz.

43. Bir su molekülü Şekil P9.43'teki gibi bir oksijen ve iki hidrojen atomundan ibarettir. İki bağ arasındaki açı 106° dir. Bağ uzunlukları 0,1 nm ise molekülün kütle merkezi nerededir?



Şekil P9.43

44. 0,4 kg'lık bir m_1 kütlesi $\mathbf{r}_1 = 12\mathbf{j}$ cm, 0,8 kg'lık m_2 kütlesi $\mathbf{r}_2 = -12\mathbf{i}$ cm, 0,8kg'lık diğer bir m_3 kütlesi $\mathbf{r}_3 = (12\mathbf{i} - 12\mathbf{j})$cm noktasındadır. Kütlelerin yerini bir diyagramda gösteriniz. Orijinden başlayıp 1kg·cm = 1 cm alarak $m_1\mathbf{r}_1$, $m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2$, $m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + m_3\mathbf{r}_3$ ve son olarak da $\mathbf{r}_{KM} = (m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2 + m_3\mathbf{r}_3)/(m_1 + m_2 + m_3)$ vektörlerini çiziniz. $\mathbf{r}_{KM}$ vektörünün ucunun kütle merkezini gösterdiğini görünüz.

45. Uzunluğu 30 cm olan bir çubuğun çizgisel kütle yoğunluğu

$$\lambda = 50 \text{ g/m} + 20x \text{ g/m}^2$$

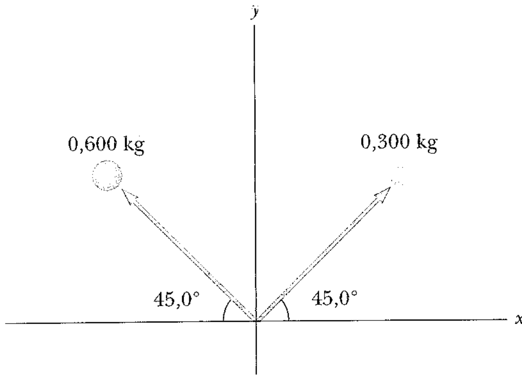
ile verilmektedir, burada x bir uca olan uzaklık ve metre cinsindendir. (a) Çubuğun kütlesi nedir? (b) Kütle merkezi $x = 0$ ucundan ne kadar uzaktadır?

Kesim 9.7 Parçacıklar Sisteminin Hareketi

46. xy düzleminde iki parçacıklı bir sistemi ele alınız: m_1 = 2kg, $\mathbf{r}_1 = (1\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$m, $v_1 = (3\mathbf{i} + 0{,}5\mathbf{j})$m/s; m_2 = 3kg, $\mathbf{r}_2 = (-4\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$m, $v_2 = (3\mathbf{i} - 2\mathbf{j})$m/s (a) Bir grafik kağıdı üzerinde bunların yerlerini belirleyiniz ve hızlarının yönünü gösteriniz. (b) Sistemin kütle merkezinin yerini gösteriniz. (c) Kütle merkezinin hızını bulup şekil üzerinde gösteriniz. (d) Sistemin toplam doğrusal momentumu nedir?

47. Romeo (77kg), 2,70m uzunluğunda bir botun gerisinde durmakta ve önde duran Julieti (55 kg) gitar çalarak eğlendirmektedir. Eğlence sonunda Juliet dikkatlice Romeo'nun yanına gider. Bu hareket sonucu 80kg lık bot sahilden ne kadar hareket eder?

48. 0,6kg ve 0,3kg lık iki kütle $t = 0$ anında orjinde dururken aynı hızla (0,8m/s) Şekil P9.48 de gösterilen yönlerde hareket ediyorlar. (a) Birim vektör notasyonları ile kütle merkezinin hızını bulunuz. (b) Kütle merkezinin hızının yönünü ve büyüklüğünü bulunuz. (c) Kütle merkezinin yer vektörünü zamana bağlı olarak elde ediniz.



Şekil P9.48

49. 2 kg lık bir parçacığın hızı $(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j})$ m/s ve 3 kg'lık bir parçacığın hızı da $(1\mathbf{i} + 6\mathbf{j})$ m/s dir. (a) kütle merkezinin hızını, (b) sistemin toplam momentumunu bulunuz.

50. 0,2'kg lık bir topun hızı 1,5$\mathbf{i}$ m/s ve 0,3 kg'lık başka bir topun hızı −0,4$\mathbf{i}$ m/s'dir. Bunlar esnek olarak çarpışıyorlar. (a) Çarpışmadan sonraki hızları, (b) Kütle merkezinin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarını bulunuz.

(Seçmeli)

Kesim 9.8 Roket Hareketi

WEB **51.** Saturn V uzay aracı, $2{,}6 \times 10^3$ m/s egzostgazı hızı ile $1{,}5 \times 10^4$ kg/s hızla yakıt harcamaktadır. Bunlar yaklaşık değerlerdir. (a) Motorların oluşturduğu itme kuvvetini hesaplayınız. (b) Aracın ilk kütlesi 3×10^6 kg ise, kalkış anındaki ivmeyi bulunuz [(b) yi çözmek için çekim kuvvetini gözönüne alınız].

52. v_e = 3000 m/s çıkış hızı ile büyük bir roket 24 milyon newtonluk bir itme kuvveti oluşturacağına göre, (a) Her saniye roketten ne kadar kütle atılır? (b) İlk kütlenin %90'ı yakıt olmak üzere v_e = 3 km/s hızla fırlatılırsa roketin kazanacağı maksimum hız nedir?

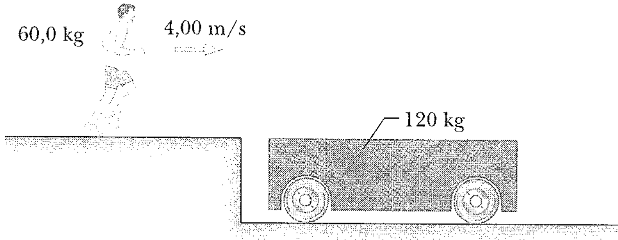
53. Uzayın derinliklerinde kullanılacak bir roket 10000 m/s çıkış hızı oluşturmak için planlanmış bir motora sahiptir. Roket, yakıtı 2000 m/s lik hızla atarak 3,0 tonluk kütleyi (roket, motor ve mürettebat kütlesi) itme kapasitesine sahiptir. (a) Ne kadar yakıt ve yakıcı gerekir? (b) Farklı bir yakıt ve motor tasarımı 5000 m/s lik egzost gazı çıkış hızı verebilseydi aynı tasarım için ne kadar yakıt ve yakıcı (oksitleyici) gerekirdi? Yorumlayınız?

54. 2000 kg'lık bir roketin kütlesi yakıtı tam doldurduğunda 5000 kg oluyor. Yakıt harcama (egzost) hızı 2500 m/s dir. (a) Tam yakıt yüklü roketin hızını durgun halden 225 m/s ye çıkarmak için kullanılan yakıt miktarını bulunuz. (b) Yakıt yanma hızı 30 kg/s olarak sabit ise, aracın bu hıza erişmesi için gerekli zamanı bulunuz. Sürtünme ve hava direncini ihmal ediniz.

EK PROBLEMLER

55. **Tarama Problemi.** 60 kg'lık bir koşucu durmakta olan (Şekil P9.55) 120 kg'lık bir aracın üzerine 4 m/s hızla atlar, aracın üzerinde önce kayar ve sonra araç üzerinde durur. Sporcu ile araç yüzeyi arasındaki kinetik sürtünme katsayısı 0,4 tür. Araçla yer arasındaki sürtünme ihmal ediliyor. (a) Yere göre sporcu ve aracın son hızını bulunuz. (b) Araç üzerinde kayarken sporcuya etki eden sürtünme kuvvetini bulunuz. (c) Sürtünme kuvveti ne kadar süre etkili ka-

lır? (d) Sporcunun ve aracın momentumundaki değişimi bulunuz. (e) Araç üzerinde kayarken sporcunun aracın yere göre hareketini belirleyiniz. (f) sporcu kayarken, aracın yere göre yerdeğiştirmesini bulun. (g) Sporcunun kinetik enerjisindeki değişimi bulunuz. (h) aracın kinetik enerjisindeki değişimi bulunuz. (i) (g) ve (h)'nın cevaplarının niçin farklı olduğunu açıklayınız. (Bu nasıl bir çarpışmadır ve kayıp mekanik enerji ne olmuştur?)



Şekil P9.55

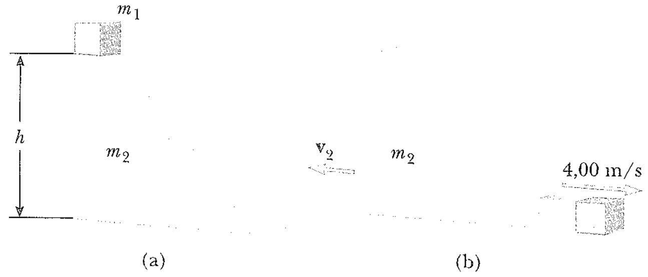
56. Bir golf topuna (m = 46 g) yatayla 45° açı yapacak şekilde vurulur ve top 200 m uzakta düzlüğe düşer. Top ve golf sopası 7 ms temasta kalırsa ortalama itme kuvveti nedir? (Hava direncini ihmal ediniz).

57. 8 gramlık bir mermi, 1 m yükseklikte sürtünmesiz bir masanın kenarında duran 2,5 kg'lık bir bloğa ateşleniyor. (Şekil P9.57). Mermi bloğun içinde kalıyor ve çarpışmadan sonra blok, masanın tabanından 2 m uzakta yere düşüyor. Merminin ilk hızını bulunuz.

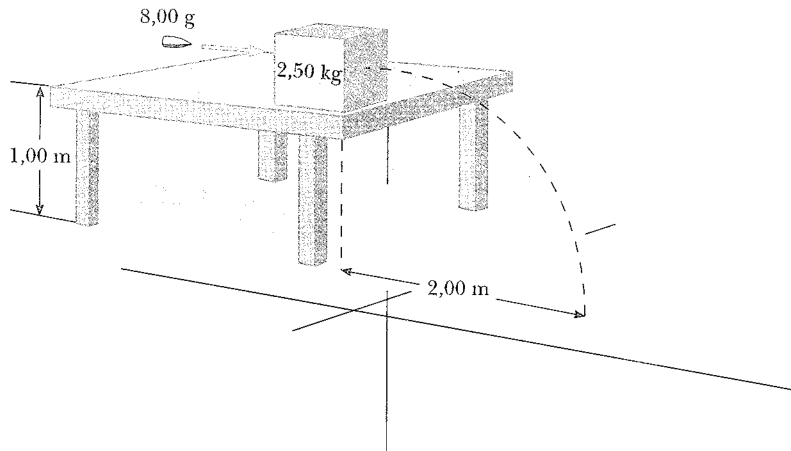
58. Kütlesi m olan bir mermi h yüksekliğinde sürtünmesiz bir masanın kenarında duran M kütleli bir bloğa doğru atılıyor (Şekil P9.57). Mermi bloğun içinde kalıyor ve çarpışmadan sonra blok masanın tabanından d kadar ileride yere düşüyor. Merminin ilk hızını bulunuz.

59. 80 kg'lık bir astronot, sabit bir hızla uzayda giden uzay gemisinin motorları üzerinde çalışıyor. Daha iyi bir görüş sahası elde etmek isteyen astronot, gemiyi itmek ister ve kendini 30 m geride bulur. İtme olmadan gemiye dönmenin tek yolu elindeki 0,5 kg'lık İngiliz anahtarını gemiden uzağa fırlatmaktır. Anahtarı 20 m/s lik bir hızla fırlatırsa, astronotun gemiye dönmesi ne kadar zaman alır?

60. Kütlesi m_1 = 0,5 kg olan bir blok Şekil P9.60a da görüldüğü gibi eğri yüzeyli m_2 = 3 kg kütleli bir cismin tepesinden sürtünmesiz olarak kayıyor ve sürtünmesiz yatay zemine iniyor. Blok eğri şekilli cisim yüzeyini terkederken hızı sağa doğru 4 m/s olarak ölçülüyor. (a) Blok yatay zemine ulaştığında diğer cismin hızı nedir? (b) h yüksekliği ne olur?



Şekil P9.60



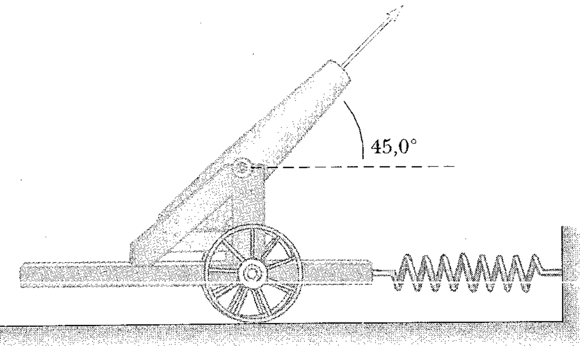
Şekil P9.57 Problem 57 ve 58

61. 80 kg'lık Tarzan 3 m'lik asmadan yatay durumda iken sallanır ve tabanda duran 60 kg'lık Jane ile tamamen esnek olmayan çarpışma yaparak kaldırır. Yukarı sallanmadan çıkabilecekleri maksimum yükseklik nedir?

62. Bir jet havada yatay olarak 233 m/s hızla ilerlemektedir. Jet motorunun havayı içeri alma hızı 80 kg/s yakıtın yanma hızı 3 kg dır. Çıkan gazlar jete göre 600 m/s hızla atılırsa, jet motorunun itmesini ve erişilen gücü bulunuz.

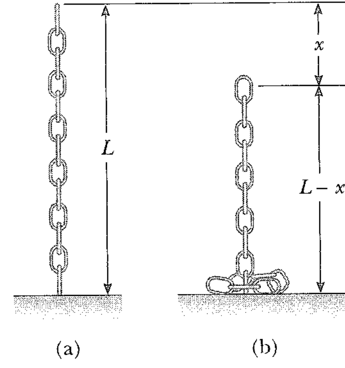
63. 75 kg'ık bir itfaiyeci, bir direkten kayarken sabit 300 N'luk bir sürtünme kuvveti de düşüşü yavaşlatıyor. Yatay, 20 kg'lık platforma takılı bir yay, düşme hızını kesmek için direğin tabanına yerleştirilmiştir. İtfaiyeci platformdan 4 m yüksekte durgunken kaymaya başlıyor. Yay sabiti 4000 N/ m'dir. (a) Platforma çarpmadan hemen önce itfaiyecinin hızını ve (b) yayın maksimum sıkışma miktarını bulunuz. (Sürtünme kuvveti bütün hareket süresince vardır).

64. Bir top, bir taşıyıcıya sabit bir şekilde yerleştirilmiştir. Taşıyıcı, yay sabiti $k = 2 \times 10^4$ N/m olan büyük bir yayla bir desteğe bağlanmış ve yatay yay üzerinde hareket edebilecek durumdadır. Top ateşlenince, 200 kg'lık top mermisi, yatayla 45° açı altında, 125 m/s hızla topu terkediyor. (a) Top ve taşıyıcı kütlesi 5000 kg ise, topun geri tepme hızını bulunuz. (b) Yayın maksimum uzamasını bulunuz. (c) Taşıyıcıya yayın uyguladığı maksimum kuvvetine bulunuz. (d) Top, taşıyıcı ve mermiden oluşan sistemi gözönüne alınız. Ateşleme sırasında sistemin momentumu korunur mu? Niçin?



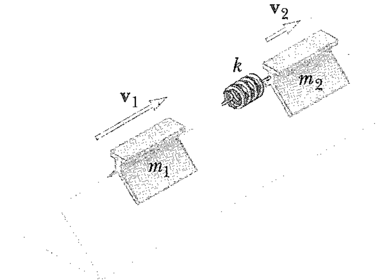
Şekil P9.64

65. Uzunluğu L ve kütlesi M olan bir zincir, Şekil P9.65a deki gibi bir ucu masanın üstüne dokunacak şekilde tutulup serbest bırakılıyor. Zincir, Şekil P9.65b'deki gibi x kadar düşünce, zincire masanın uyguladığı kuvveti bulunuz. (Masaya erişince her halkanın durduğunu kabul ediniz).



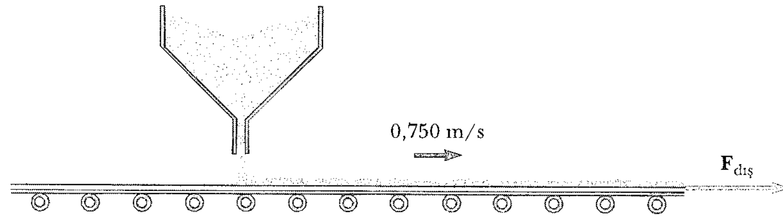
Şekil P9.65

66. İki kızak bir hava rayı üzerindedir. Yay sabiti k olan bir yay, bir kızağın bir ucuna takılmıştır. Şekil P9.66 da görüldüğü gibi kızakların kütleleri m_1 ve m_2, hızları ise $\mathbf{v}_1$ ve $\mathbf{v}_2$'dir ($\mathbf{v}_1 > \mathbf{v}_2$). m_1, m_2'ye tutturulmuş yayla çarpışır ve yayı maksimum olarak x_m kadar sıkıştırınca, kızakların hızı v oluyor. $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, m_1, m_2 ve k cinsinden (a) maksimum sıkışmada $\mathbf{v}$ hızını, (b) maksimum sıkışma x_m'yi ve (c) ilk kızağın yayla teması kesilince her kızağın hızını bulunuz.



Şekil P9.66

67. Bir taşıyıcı kızak üzerine Şekil P9.67'de görüldüğü gibi 5 kg/s hızla kum dökülmektedir. Kızakla makaralar arasında sürtünme yok ve bir motorun uyguladığı yatay ve sabit $\mathbf{F}_{dış}$ kuvveti ile sabit 0,75 m/s hızla hareket etmektedir. (a) kumun yatay doğrultuda momentumunun değişme hızını, (b) kızak tarafından kum üzerine uygulanan sürtünme kuvvetini, (c) $\mathbf{F}_{dış}$ dış kuvveti, (d) $\mathbf{F}_{dış}$ kuvveti tarafından 1 s de yapılan işi, (e) düşey hareketindeki değişmeden dolayı dökülen kumların her saniyede kazandırdığı kinetik enerjiyi bulunuz. (f) (d) ve (e) nin cevapları niçin farklıdır?



Şekil P9.67

68. Bir roketin kütlesi 330 kg yakıt ve oksitleyici ile birlikte M_i = 360 kg'dır. Yıldızlararası uzayda t = 0 anında durgunken motor çalışıp harekete başlıyor ve = 1500 m/s hızla k = 2,5 kg/s hızı ile yakıt harcıyor. Yakıt 330 kg/(2,5 kg/s) = 132s de bitecek olmasına rağmen yakıt bitme süresinin $T_p = M_i/k$ = 360 kg/(2,5 kg/s) = 144 s olduğunu gösteriniz. (a) Yanma esnasında roket hızının zamana bağlı olarak

$$v(t) = -v_e \ln(1 - t/T_p)$$

ile verildiğini gösteriniz. (b) İlk 132 s için roket hızını zamanın fonksiyonu olarak çiziniz. (c) roketin ivmesinin

$$a(t) = v_e/(T_p - t)$$

ile verildiğini gösteriniz. (d) İvmeyi zamanın fonksiyonu olarak çiziniz. (e) Başlangıçtan itibaren roket yerdeğiştirmesinin

$$x(t) = v_e(T_p - t)\ln(1 - t/T_p) + v_e t$$

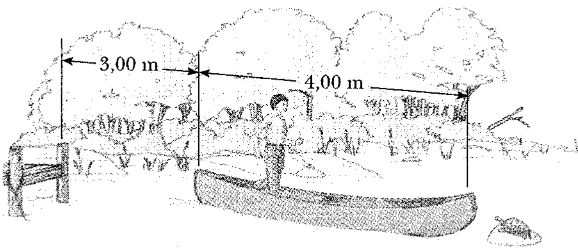
şeklinde olduğunu gösteriniz. (f) Yanma sırasındaki yerdeğiştirmenin grafiğini çiziniz.

69. 40 kg'lık bir çocuk, uzunluğu 4 m ve kütlesi 70 kg olan bir botun bir ucunda ayakta duruyor (Şekil P9.69). Bot iskeleden 3 m uzaktadır. Çocuk, botun öbür ucunda, kaya üzerinde kaplumbağa görür ve onu yakalamak için o uca doğru yürümeye çalışır. Bot ile su arasındaki sürtünmeyi ihmal ederek, (a) sistemin (çocuk + bot), ondan sonraki hareketini tanımlayınız (b) Çocuk, botun öbür ucuna vardığı zaman *iskeleye göre* nerede olacak? (c) Çocuk kaplumbağayı yakalayabilecek mi? (Çocuğun, botun ucundan 1 m uzanabileceğini farzediniz).

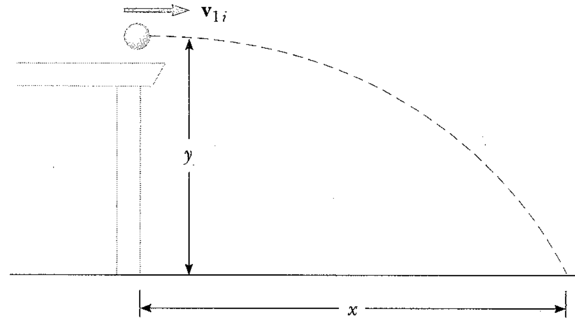
70. Bir öğrenci, Şekil 9.11b de gösterilene benzer bir düzenek kullanarak balistik sarkaç deneyi yapıyor. Öğrenci şu değerleri elde ediyor (ortalama 5 ölçüm sonunda); h = 8,68 cm, m_1 = 68, 8 g, m_2 = 263 g. (a) Merminin ilk v_{1i} hızını bulunuz. (b) Deneyin ikinci kısmında amaç, aynı mermiyi yatay olarak ateşliyerek (merminin yolundan kaldırılan sarkaçla), ilk yatay yerdeğiştirme x ile düşey yerdeğiştirme y yi yere çarpmadan önce ölçerek v_{1i} yi elde etmektir (Şekil P9.70 e bakınız). Merminin ilk hızının x ve y ye bağlılığının

$$v_{1i} = \frac{x}{\sqrt{2y/g}}$$

ile verildiğini gösteriniz. Ölçülen x = 257 cm ve y = 85,3 cm değerleri ile v_{1i} için hangi sayısal değer elde edilir? Problemin (a) kısmında bulunan değerle bu sonuç karşılaştırıldığında, fark için hangi faktörler dikkate alınmalıdır?



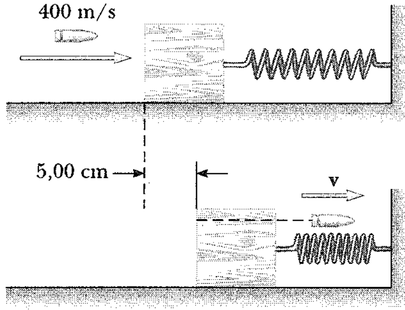
Şekil P9.69



Şekil P9.70

71. Başlangıçta 400 m/s hızla ilerliyen 5 g'lık bir mermi, Şekil P9.71'deki gibi 1 kg'lık bir bloğu deler geçer.

Blok ilk önce yatay, sürtünmesiz yüzey üzerinde durgun ve yay sabiti 900 N/m olan bir yaya tutturulmuştur. Çarpma ile blok sağa 5 cm kayarsa, (a) merminin bloğu terketme hızını ve (b) çarpışmadaki enerji kaybını bulunuz.



Şekil P9.71

72. m ve $3m$ kütleleri x-ekseni üzerinde aynı v_i hızı ile birbirine karşı hareket etmektedir. m kütlesi sola ve $3m$ kütlesi sağa gitmektedir. Bunlar esnek çarpışma sonucu aynı çizgi üzerinde kalıyorlarsa son hızlarını bulunuz.

73. Önceki problemdeki m ve $3m$ kütleleri aynı ilk v_i hızı ile esnek çarpışma yapınca m kütlesi ilk yönü ile bir açı yaparak geri dönüyor. (a) iki kütlenin son hızlarını bulunuz. (b) $3m$ kütlesinin θ saçılma açısı nedir?

74. **Tarama Problemi.** Üç eşit hareket teorisinin olduğu söyleniyor; Newton'un ikinci kanunu: bir cisim üzerine uygulanan kuvvet cisme ivme kazandırır; iş-enerji teoremi: bir cisim üzerine yapılan toplam iş, kinetik enerji değişimine eşittir; impuls-momentum teoremi: bir cisim üzerindeki impuls, momentum değişimine eşittir. Bu problemde özel bir durumda üç teorinin sonuçlarını karşılaştırınız. 3 kg'lık bir cismin hızı $7\mathbf{j}$ m/s'dir. Bu cisim üzerine toplam $12\mathbf{i}$ N kuvveti 5 s süreyle uygulanmaktadır. (a) İmpuls-momentum teoremini kullanarak cismin son hızını, (b) $\mathbf{a} = (\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_i)/t$ den cismin ivmesini, (c) $\mathbf{a} = \sum\mathbf{F}/m$ 'den cismin ivmesini hesaplayınız. (d) $\mathbf{r} = \mathbf{v}_i t + \frac{1}{2}\mathbf{a}\,t^2$ den cismin vektörel yerdeğişitirmesini, (e) $W = \mathbf{F}\cdot\mathbf{r}$ den cisim üzerine yapılan işi, (f) $\frac{1}{2}mv_s^2 = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_s\cdot\mathbf{v}_s$ den kinetik enerjisini, (g) $\frac{1}{2}mv_i^2 + W$ den cismin son kinetik enerjisini bulunuz.

75. 330 kg yakıt ve oksitleyicisiyle birlikte bir roketin toplam kütlesi $M_i = 360$ kg'dır. Yıldızlararası uzayda $t = 0$ anında durgunken motor çalışıp harekete geçiyor ve $v_e = 1500$ m/s sabit hızla 2,5 kg/s hızında yakıt harcıyor. 330 kg/(2,5 kg/s) = 132 s de yakıt bitinceye kadar yanma sürüyor. Euler metoduna göre hareketin analizi ile ilgili bir bilgisayar programı yapınız. (a) Roketin son hızını, (b) yanma süresince alınan yolu bulunuz.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

9.1 Aynı yönde, aynı hızla ($v_1 = v_2$) hareket eden iki eşit kütlenin ($m_1 = m_2$) kinetik enerji ve momentumları aynıdır. İki cisim aynı hızda ve zıt yönlerde hareket ederse bu doğru değildir. İkinci durumda $K_1 = K_2$'dir fakat momentum vektörel olduğundan $\mathbf{p}_1 \neq \mathbf{p}_2$ dir.

$K_1 = K_2$ olup da $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2$ olmayan kütle ve hızların özel durumları için de bu mümkündür. Örnek, 2 m/s hızla giden 1 kg'lık bir cismin kinetik enerjisi 1 m/s hızla giden 4 kg'lık cismin kinetik enerjisi ile aynıdır fakat momentumları aynı değildir.

9.2 (b), (c), (a). Topu yavaşlattıkça yakalaması kolaylaşır. Topların momentumları eşit ise büyük kütleli topun hızı, diğerinin 1/10'u kadardır, çünkü kütlesi diğerinin 10 katıdır. Kinetik enerjiler eşit olursa kinetik enerji hızın karesine bağlı olduğundan, büyük topun hzı, diğerinin $1/\sqrt{10}$ kadarıdır. Aynı hıza sahip olduklarında büyük topu yakalamak daha zordur.

9.3 (c) ve (e). Kütlesi küçük olduğundan ikinci cismin ivmesi daha büyüktür ve d mesafesini katetmesi daha az zaman alır. Böylece iki cisme de uygulanan kuvvetler aynı olduğu halde Δt küçük olduğundan, ikinci cisimdeki momentum değişimi küçüktür. O halde ilk momentumları aynı olduğundan (ikisi de sıfır) $p_1 > p_2$ dir. İki durumda da F ve d aynı olduğundan cisimler üzerine yaplan işler de aynıdır. Buna göre $K_1 = K_2$ dir.

9.4 Yolcu, aracın ilk hızı ile hareket ederken durduğundan momentumundaki değişim (impuls) diğer faktörlerin varlığında ve yokluğunda aynıdır. Kontrol paneli yolcuyu yavaşça durdurur, emniyet kemeri daha az zaman alır, hava yastığı ise çok zaman alır. O

halde kontrol paneli en büyük, emniyet kemeri orta seviyede ve hava yastığı en az kuvvet uygular. Hava yastıkları emniyet kemeriyle birlikte kullanılacak şekilde planlanır. Hava yastıkları ileriye atılmaktan korur. Araçta kemer kullanmaya dikkat edilmelidir.

9.5 Topu sistemimiz olarak tanımlarsak momentum korunmaz. Top hızlanır ve momentumu artar. Burada çekim kuvveti, seçilen sistem için bir dış kuvvettir. Top ile Dünya'yı birlikte bir sistem olarak alırsak, top da dünyaya çekim kuvveti uygulayacağından, yerin de bir momentumu olur ve korunum sağlanır. Top düşerken dünya da topa doğru hareket eder (yerin hızı topun hızından 10^{25} defa küçük olmakla birlikte). Bu hareket yerin momentumunu değiştirir. Yer ve topun momentumlarındaki değişim eşit ve zıt yönlüdür. momentum korunur. Yerin kütlesi oldukça büyük olduğundan hareketi farkedilmeyecek kadar küçüktür.

9.6 (c) Patinajcı frizbiyi yakalayıp aynı hızla geri fırlattığında frizbiye en byük impuls (en büyük momentum değişimi) aktarılır. Aynı şekilde frizbi de patinajcıya en büyük impuls aktarır.

9.7 İkisi de aynı şekilde kötü. Emin bir yerde bir çarpışma seyrettiğinizi düşününüz. İki aracın çarpma bölgeleri sıkıştığında gerçek temas noktasının sabit kaldığını göreceksiniz. Sizin aracınız katı bir duvarla çarpışmış olsaydı yine aynı şeyi görürdünüz.

9.8 Hayır. Çarpışmaları esnek kabul edersek böyle bir sonuç hiçbir zaman oluşmaz. m, 1 numaralı topun kütlesi ve v çarpışmadan hemen önceki hızı olmak üzere, sistemin çarpışma öncesi momentumu mv dir. Çarpışmadan sonra eşit m kütleli ve $v/2$ hızlı iki top var. O halde çarpışmadan sonra sistemin momentumu $m(v/2) + m(v/2) = mv$ olacaktır. Böylece momentum korunur. Kinetik enerji çarpışmadan önce $K_i = \frac{1}{2}mv^2$ ve çarpışmadan sonra $K_s = \frac{1}{2}m(v/2)^2 + \frac{1}{2}m(v/2)^2 = \frac{1}{4}mv^2$ dir. Böylece kinetik enerji korunmaz. Topun biri durup diğeri hareket ederken veya duran topların ikisi birden hareket kazanırken enerji ve momentum birlikte korunur.

9.9 Hayır, olmaz. El tarafının kütlesi diğer tarafın kütlesinden küçük olur. Niçin böyle olduğunu görmek için kesilmeden önceki kütle merkezini koordinat merkezi olarak alınız. Kesilmiş her parçayı kütle merkezlerine yerleşmiş küçük küre ile yerdeğiştiriniz. El tarafını temsil eden küre orijinden uzaktadır, fakat küçük kütle ve büyük mesafe çarpımı diğer kısım için büyük kütle ve küçük mesafe çarpımını dengeler.



Sizce Niçin?

Bu aletin içinde, CD nin söylenen şarkıya göre farklı hızda döndüğünü biliyor muydunuz? Her, CD çaların tasarımında niçin böyle bir ilginç özellik bulunur? (*George Semple*)



b ö l ü m

10 Katı Cismin Sabit Bir Eksen Etrafında Dönmesi

Bölüm İçeriği

Tekerlek gibi büyük bir cisim, kendi ekseni etrafında döndüğünde, herhangi bir anda cismin farklı kısımları farklı hız ve ivmelere sahip olacağından, bu cismin hareketini bir parçacık gibi düşünerek analiz edemeyiz. Bu yüzden büyük cisimleri, her biri kendi hız ve ivmesiyle hareket eden pek çok parçacıktan oluşmuş kabul etmek uygun olur.

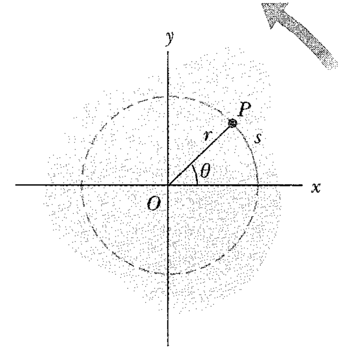
Bir cismin dönmesiyle ilgilenirken, cismi katı olarak almakla analiz oldukça sadeleşir. **Bir katı cisim**, şekli bozulmayan veya bütün parcacık çiftleri arasındaki uzaklıkların sabit olduğu bir cisim olarak tanımlanır. Gerçekte bütün cisimlerin şekilleri bozulmakla birlikte, bozulmanın ihmal edilebildiği pekçok durumda katı cisim modeli kullanılır.

Katı cisim

Bu bölümde, genellikle *saf dönme hareketi* olarak adlandırılan, katı cismin sabit bir eksen etrafındaki dönmesini ele alacağız.

10.1 AÇISAL YERDEĞİŞTİRME, HIZ VE İVME

Şekil 10.1, O noktasından geçen ve şekil düzlemine dik olan sabit bir eksen etrafında xy düzlemi üzerinde dönen düzlemsel bir katı cismi göstermektedir. Cismin milyonlarca "parçacığın" dan birinin hareketini ele alalım. P'deki parçacık, merkezden sabit bir r uzaklığındadır ve r yarıçaplı bir çember üzerinde dönmektedir. (Gerçekte, cisim üzerindeki *her* parçacık, O noktası etrafında dairesel hareket yapar.) P noktasının konumunu kutupsal koordinatlar (r, θ) ile göstermek daha uygundur. Buradaki r, orijinden P'ye olan uzaklık, θ ise pozitif x ekseninden itibaren *saatin dönme yönünün tersinde* ölçülen bir açıdır. Bu gösterimde, zamanla değişecek tek koordinat θ açısıdır ve r sabit kalır. (Dik koordinat sisteminde x ve y'nin her ikisi de zamanla değişir). Bir parcacık, pozitif x- ekseninden $(\theta = 0)$ bir yay boyunca P noktasına s yay parçası kadar yer değiştirirse, bu yerdeğiştirme ile ona karşılık gelen açı arasındaki bağıntı



Şekil 10.1 O noktasından geçen ve şekil düzlemine dik olan sabit bir eksen etrafında (z-ekseni) katı bir cismin dönmesi. P noktasındaki parçacık O merkezli r yarıçaplı çember üzerinde döner.

$$s = r\theta \quad \textbf{(10.1a)}$$

$$\theta = \frac{s}{r} \quad \textbf{(10.1b)}$$

şeklindedir.

θ'nın birimi,10.1b Eşitliği ile belirlenir. θ açısı, bir yay uzunluğunun yay yarıçapına oranıdır ve boyutsuz bir sayıdır. Fakat yaygın olarak θ'nın birimi **radyan** (rad) olarak alınır. Burada

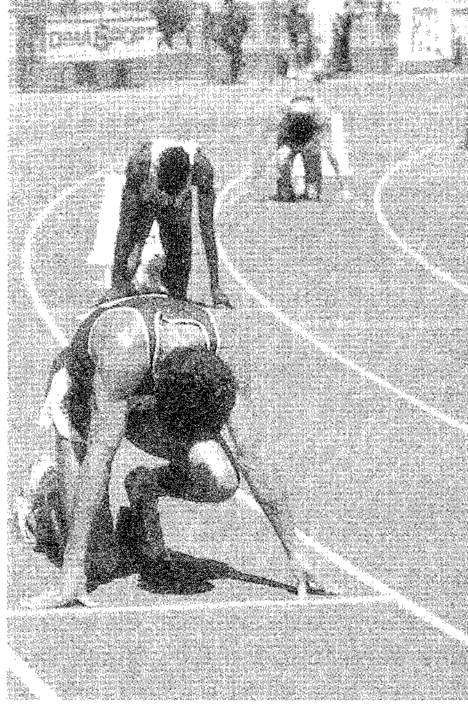
bir radyan, yarıçapla eşit uzunluktaki bir yay parçasının yarıçapa oranı ile elde edilen açıdır.

Radyan

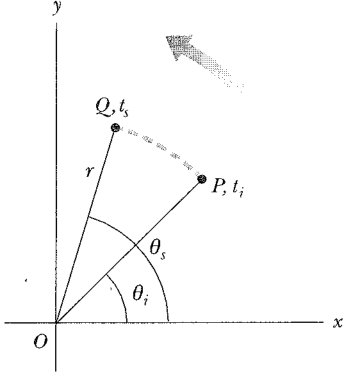
Bir dairenin çevresi $2\pi r$ olduğundan, 10.1b Eşitliğine göre 360°, $2\pi r / r$ radyan = 2π rad (bir devir)'lık açıya karşılık gelir. Buradan 1 rad = 360° / $2\pi \approx$ 57,3°olur. Derece cinsinden verilmiş açıyı radyana çevirmek için 2π rad = 360° gerçeğini kullanırız:

$$\theta\ (\text{rad}) = \frac{\pi}{180°}\ \theta\ (\text{derece})$$

Örneğin; 60°, $\pi / 3$ rad ve 45°, $\pi / 4$ rad'a eşittir.



200 m veya 400 m gibi bir kısa mesafe koşusunda atletler kademeli olarak başlarlar. Neden hepsi aynı kademeden başlamaz? (© *Gerard Vandystadt/Photo Researchers, Inc.*)



Şekil 10.2 Dönen katı cismin üzerindeki bir parçacık P'den Q'ye bir yay boyunca gider. $\Delta t = t_s - t_i$ zaman aralığında yarıçap vektörü $\Delta Q = Q_s - Q_i$ açısını süpürür.

Bir parcacık, Şekil 10.2 deki gibi, Δt zaman aralığında P'den Q'ye giderken yarıçap vektörü $\Delta\theta = \theta_s - \theta_i$ açısını tarar; bu nicelik parçacığın, **açısal yerdeğiştirmesi** olarak tanımlanır:

$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_i \quad \textbf{(10.2)}$$

Ortalama açısal hızı $\overline{\omega}$ (omega), bu açısal yer değiştirmenin Δt zaman aralığına oranı olarak tanımlarız:

Ortalama açısal hız

$$\overline{\omega} \equiv \frac{\theta_s - \theta_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad \textbf{(10.3)}$$

Çizgisel hıza benzetilirse, **ani açısal hız**, ω, Δt sıfıra giderken $\Delta\theta/\Delta t$ oranının limiti olarak tanımlanır:

Ani açısal hız

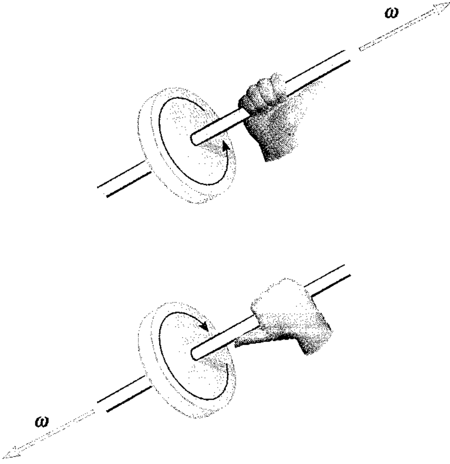
$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad \textbf{(10.4)}$$

Radyan boyutsuz olduğundan açısal hız, rad/s veya s^{-1} biriminde olur. Dönme açısı θ artarken (saat ibresinin tersi yönündeki hareket) ω'yı pozitif, θ azalırken (saat ibresi yönünde) de negatif alacağız.

Bir cismin ani açısal hızı, Δt zaman aralığında ω_i den ω_s ye değişirse, cisim açısal ivme kazanır. **Ortalama açısal ivme** $\overline{\alpha}$ (alfa), açısal hız değişiminin Δt zaman aralığına oranı olarak tanımlanır:

Ortalama açısal ivme

$$\overline{\alpha} \equiv \frac{\omega_s - \omega_i}{t_s - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \textbf{(10.5)}$$



Şekil 10.3 Açısal hız vektörünün yönünü belirlemek için sağ-el kuralı.

Doğrusal ivmeye benzer şekilde, **ani açısal ivme**, Δt sıfıra giderken $\Delta\omega$ / Δt oranının limiti olarak tanımlanır:

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \qquad \textbf{(10.6)}$$

Ani açısal ivme

Açısal ivme birimi rad/s^2 veya s^{-2} dir. Saatle ters yönde dönüldüğünde ω artacağından α pozitif, saatle aynı yönde dönüldüğünde ω azalacağından α negatif olur.

Sabit bir eksen etrafında dönerken, katı cisim üzerindeki her parçacığın açısal hızı ve açısal ivmesi aynı olur. Yani, ω, θ ve α nicelikleri, bütün katı cismin dönme hareketini belirler. Bu nicelikleri kullanarak katı cismin dönmesinin analizini basitleştirebiliriz.

Açısal yerdeğiştirme (θ), açısal hız (ω), ve açısal ivme (α) sırasıyla, doğrusal yerdeğiştirme (x), çizgisel hız (v) ve çizgisel ivmeye (a) karşılık gelir. θ, ω ve α değişkenleri x, v ve a değişkenlerinden boyut olarak sadece uzunluk biriminde bir çarpan kadar farklıdır.

ω ve α ile ilgili olarak uzayda herhangi bir yön belirtmedik. Açıkça söylemek gerekirse, bu değişkenler daima pozitif olması gereken ω açısal hız ve α açısal ivme vektörlerinin büyüklükleri idi. Sabit bir eksen etrafındaki dönme ile ilgilendiğimizden, daha önce de tartıştığımız gibi, 10.4 ve 10.6 Eşitliklerindeki $\boldsymbol{\omega}$ ve $\boldsymbol{\alpha}$'ya pozitif veya negatif değer atayarak bu vektörlerin yönünü belirtebiliriz. Sabit bir eksen etrafında dönme için, uzayda dönme hareketini belirleyen tek yön, dönme ekseni boyunca olan yöndür. O halde $\boldsymbol{\omega}$ ve $\boldsymbol{\alpha}$'nın yönleri bu eksen boyuncadır. Cisim, Şekil 10.1'deki gibi xy düzleminde dönüyorsa, ω 'nın yönünü; dönme, saat ibresinin tersi yönünde olursa düzlemden dışarı, dönme saat ibresi yönünde olursa düzlemden içeri doğru alırız. Bunu daha açık göstermek için, Şekil 10.3'de gösterilen *sağ el kuralını* kullanmak daha uygundur. Sağ elin dört parmağı dönme eksenini kavrayıp bükülürse, yana açılan baş parmak ω 'nın yönünü gösterir. Son olarak $\boldsymbol{\alpha}$ da, $d\boldsymbol{\omega}/dt$ ile tanımlandığı için, $\boldsymbol{\omega}$ zamanla artarken aynı yönde, $\boldsymbol{\omega}$ azalırken zıt yönde olur.

Sınama Sorusu 10.1

$\boldsymbol{\omega}$ ile $\boldsymbol{\alpha}$'nın zıt yönde ve $\omega < 0$ olduğu bir durumu tanımlayınız.

10.2 DÖNME KİNEMATİĞİ: SABİT AÇISAL İVMELİ DÖNME HAREKETİ

7.2 Doğrusal harekette incelediğimiz en basit ivmeli hareket , sabit doğrusal ivmeli hareketti. Benzer şekilde, sabit bir eksen etrafındaki dönme hareketinde de incelenecek en basit ivmeli hareket, sabit açısal ivmeli harekettir. Bu yüzden şimdi, sabit açısal ivmeli dönme hareketi için bazı kinematik bağıntılar geliştireceğiz. 10.6 Eşitliğini $d\omega = \alpha\, dt$ şeklinde yazar ve $t_i = 0$ ve $t_s = t$ alarak, bu ifadeyi doğrudan integralliyebiliriz:

$$\omega_s = \omega_i + \alpha t \qquad (\alpha = \text{sabit için}) \qquad \textbf{(10.7)}$$

Benzer şekilde, 10.7 Eşitliğini 10.4 Eşitliğinde yerine yazıp bir kez daha integral alırsak,

Dönmede kinematik eşitlikler

$$\theta_s = \theta_i + \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad (\alpha = \text{sabit için}) \qquad \textbf{(10.8)}$$

ifadesini buluruz.

Bu son iki eşitlikten t'yi yok ederek,

$$\omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_s - \theta_i) \qquad (\alpha = \text{sabit için}) \qquad \textbf{(10. 9)}$$

ifadesini buluruz.

Sabit açısal ivmeli dönme hareketinin bu kinematik ifadeleri, $x \rightarrow \theta$, $v \rightarrow \omega$ ve $a \rightarrow \alpha$ alınarak, sabit ivmeli doğrusal (lineer) hareket denklemleri elde edilir. Tablo 10.1, dönme hareketi ile doğrusal hareketin kinematik eşitliklerini karşılaştırır.

ÖRNEK 10.1 Dönen Teker

Bir tekerlek, 3,5 rad/s^2 lik sabit açısal ivme ile dönüyor. t = 0 da tekerleğin açısal hızı 2 rad/s ise, (a) 2 s de teker ne kadarlık açı döner?

Çözüm Tekeri temsil etmek için yeniden çizmeye gerek kalmadan Şekil 10.2'yi kullanabiliriz. Tablo 10.1'deki eşitliği doğrudan uygularız:

$$\theta_s - \theta_i = \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 = (2\ \text{rad/s})\ (2\ \text{s})$$
$$+ \tfrac{1}{2}\left(3{,}5\ \text{rad/s}^2\right)(2\ \text{s})^2$$
$$= 11\ \text{rad} = (11\ \text{rad})\ (57{,}3°/\text{rad}) = 630°$$
$$= \frac{630°}{360°/\text{dev}} = 1{,}75\ \text{dev}$$

(b) t = 2 s sonra açısal hız nedir?

Çözüm Açısal hız ile ivme pozif olduklarından, cevabımızın 2 rad/s 'den daha büyük olması gerektiğinden emin olabiliriz.

$$\omega_s = \omega_i + \alpha t = 2\ \text{rad/s} + (3.50\ \text{rad/s}^2)(2\ \text{s})$$
$$= 9\ \text{rad/s}$$

Bu sonucu, 10.9 Eşitliğini ve (a)'nın sonucunu kullanarak da elde edebilirdik. Deneyiniz! Bu problemin doğrusal hareketteki benzerini yazarak da görebilirsiniz.

Alıştırma Tekerleğin t = 2 s ve t = 3 s zamanları arasında döndüğü açıyı bulunuz.

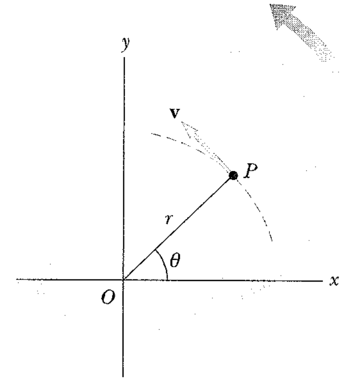
Cevap 10,8 rad.

TABLO 10.1 Sabit İvmeli Dönme Hareketi ve Doğrusal Hareketin Kinematik Eşitlikleri

Sabit Eksen Etrafında Dönme Hareketi	Doğrusal Hareket
$\omega_s = \omega_i + \alpha t$	$v_s = v_i + at$
$\theta_s = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	$x_s = x_i + v_i t + \frac{1}{2}at^2$
$\omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_s - \theta_i)$	$v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i)$

10.3 AÇISAL VE DOĞRUSAL NİCELİKLER

Bu kesimde, dönen bir cismin açısal hız ve ivmesi ile, cisim üzerinde bir noktanın çizgisel (/lineer) hız ve ivmesi arasında bazı kullanışlı bağıntılar çıkaracağız. Bunu yaparken, katı cisim sabit bir eksen etrafında döndüğünde, cisim üzerindeki her parçacığın, merkezi dönme ekseni olan bir daire üzerinde hareket ettiğini unutmamalıyız (Şek. 10.4).



Şekil 10.4 Bir katı cisim O'dan geçen sabit eksen etrafında dönerken P noktası, r yarıçaplı dairesel yörüngeye daima teğet olan bir çizgisel hıza sahiptir.

Önce, dönen cismin açısal hızı ile, cisim üzerindeki bir P noktasının teğetsel hızı, v, arasında bağıntı kuralım. P noktası bir daire çevresinde hareket ettiğinden, çizgisel hız vektörü $\mathbf{v}$ daima çember yayına teğettir. Bu yüzden de *teğetsel hız* adını alır. P noktasının teğetsel hızının büyüklüğü $v = ds/dt$ 'dir. Burada s dairesel yay üzerinde alınan yoldur. $s = r\theta$ (Eş. 10.1a) ve r = sabit ifadesini kullanarak

$$v = \frac{ds}{dt} = r\frac{d\theta}{dt}$$

elde ederiz. $d\theta/dt = \omega$ (Eş. 10.4) olduğundan

$$v = r\omega \qquad \textbf{(10.10)}$$

Çizgisel ve açısal hız arasındaki bağıntı

bağıntısını yazabiliriz. Buna göre, dönen katı cisim üzerinde bir noktanın teğetsel hızı, dönme eksenine olan r uzaklığı ile açısal hızın çarpımına eşittir. Bu nedenle, katı-cisim üzerindeki her noktanın *açısal* hızı aynı olmakla birlikte, *çizgisel* (doğrusal/lineer) hızı aynı değildir. Gerçekte 10.10 Eşitliği, dönen katı-cisim üzerinde bir noktanın hızının r yarıçapı ile arttığını gösterir. Bir beyzbol sopasının dış ucu elle tutulan ucundan daha hızlı hareket eder.

Ev Deneyi

Bir tenis veya basket topunu kendi ekseni etrafında döndürünüz, yavaşça durduğunu gözlersiniz. α ve a_t değerlerini kestiriniz.

Dönen katı cismin açısal ivmesi ile, P noktasının teğetsel ivmesi arasında da bir bağıntı kurabiliriz:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = r\frac{d\omega}{dt}$$

$$a_t = r\alpha \qquad \textbf{(10.11)}$$

Doğrusal ve açısal ivmeler arasındaki bağıntı

Yani, dönen katı-cisim üzerindeki bir noktanın doğrusal ivmesinin teğetsel bileşeni, dönme eksenine olan uzaklıkla açısal ivmenin çarpımına eşittir.

Kesim 4.4'de, dairesel yörüngede dönen bir noktanın, merkeze yönelik v^2/r büyüklüğünde $\mathbf{a}_r$ merkezcil (radyal) ivme ile hareket ettiğini gördük (Şekil 10.5). Dönen cisim üzerindeki P noktası için $v = r\omega$ olduğundan, bu merkezcil ivmeyi şu şekilde ifade edebiliriz:

$$a_r = \frac{v^2}{r} = r\alpha \tag{10.12}$$

Şekil 10.5 Bir katı-cisim O'dan geçen sabit bir eksen etrafında dönerken P noktasının teğetsel ivme bileşeni a_t ve merkezcil bileşeni a_r dir. Bu noktanın toplam ivmesi $\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r$ olur.

Parçacığın toplam çizgisel (doğrusal) ivmesi $\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_r$ dir. ($\mathbf{a}_t$, noktanın hareketinin hızındaki değişmeyi, $\mathbf{a}_r$ de bu hareketin yönündeki değişimi temsil eder.) $\mathbf{a}$, radyal ve teğetsel bileşene sahip bir vektör olduğundan, dönen katı cisim üzerideki P noktasının toplam çizgisel ivmesinin büyüklüğü,

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_r^2} = \sqrt{r^2\alpha^2 + r^2\omega^4} = r\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \tag{10.13}$$

ile verilir.

Sınama Sorusu 10.2

R yarıçaplı bir teker sabit bir eksen etrafında dönerken, teker üzerindeki bütün noktaların (a) açısal hızı aynı mıdır? (b) Çizgisel hızı aynı mıdır? Açısal hız sabit ve ω ise aşağıdaki noktaların çizgisel hızları ve ivmeleri ne olur? (c) $r = 0$, (d) $r = R/2$, (e) $r = R$. Bütün değerler tekerin merkezinden ölçülmektedir.

ÖRNEK 10.2 CD Çalar

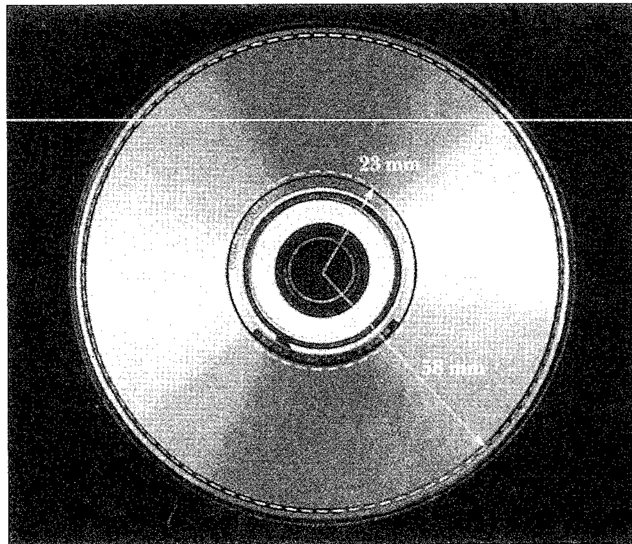
Bir kompakt diskte ses bilgileri, disk yüzeyinde, bir seri çukur ve düz alanlarda depolanır. Bilgiler laser ve mercek sistemiyle bu bilgiler tekrar sese dönüşür. Bu bilgiler sıfır ve bir rakamları ile ve bunların sayıları disk üzerinde her yerde aynıdır. 10.10 eşitliğine göre laser-mercek sistemi disk üzerinde yarıçap boyunca hareket ederken açısal hız değişir. Tipik bir CD plağında disk saatin tersi yönünde döner (Şekil 10.6) ve laser-mercek sistemi noktasında yüzeyin sabit hızı 1,3 m/s dir. (a) Diskin açısal hızını devir başına dakika olarak iç ve dış noktada bulunuz. Disk bilgilerinden r_i = 23 mm ve r_d = 58 mm dir.

Çözüm 10.10 Eşitliğini kullanarak açısal hızı bulabiliriz. En içteki iz için

$$\omega_i = \frac{v}{r_i} = \frac{1{,}3\text{m/s}}{2{,}3 \times 10^{-2}\text{m}} = 56{,}5 \text{ rad/s}$$

$$= (56{,}5 \text{ rad/s})\left(\frac{1}{2\pi} \text{ dev/rad}\right)(60 \text{ s/dak})$$

$$= 5{,}4 \times 10^2 \text{ devir/dak}$$



Şekil 10.6 Bir kompakt disk (*George Semple*)

Dış iz için

$$\omega_s = \frac{v}{r_s} = \frac{1{,}3\text{m/s}}{5{,}8 \times 10^{-2}\text{m}} = 22{,}4 \text{ rad/s}$$

$$= 2{,}1 \times 10^2 \text{ dev/dak}$$

CD çalar, ses bilgileri merceğe sabit oranda varacak şekilde diskin ω açısal hızını ayarlar. Dönüş yönü saat yönünün tersi olduğundan açısal hız değeri pozitiftir.

(b) Standart bir CD nin maksimum çalma süresi 74 dakika 33 saniyedir. Bu sürede disk kaç devir yapar?

Çözüm Açısal hızın daima azaldığını biliyoruz ve bu azalışın sabit α ivmesi ile olduğunu varsayalım. Zaman, t = 74 dk × 60 s/dak + 33s = 4473 s. İlk açısal konum $\theta_i = 0$ olmak üzere θ_s son değerini arıyoruz. Ortalama açısal hızı $(\omega_i + \omega_s)/2$ alarak 10.3 Eşitliğini kullanabiliriz:

$$\theta_s = \theta_i + \tfrac{1}{2}\ (\omega_i + \omega_s)t$$

$$= 0 + \tfrac{1}{2}\ (540 \text{ dev/dak} + 210 \text{ dev/dak})$$

$$(1 \text{ dak}/60 \text{ s})(4437 \text{ s})$$

$$= 2{,}8 \times 10^{-4} \text{ devir.}$$

(c) Bu sürede izin aldığı yol nedir?

Çözüm Sabit çizgisel hızı ve zamanı bildiğimize göre doğrudan hesaplayabiliriz:

$$x_s = v_i t = (1{,}3 \text{ m/s})(4437 \text{ sn}) = 5{,}8{\cdot}10^3 \text{ m}$$

(d) Bu sürede CD nin açısal ivmesi nedir? α'yı sabit kabul ediniz.

Çözüm Farklı çözüm yolları varsa da 10.5 Eşitliğini kullanalım. Disk zamanla yavaşlayacağından, açısal ivme için negatif değer bulmamız gerekir.

$$\alpha = \frac{\omega_s - \omega_i}{t} = \frac{22{,}4\text{rad/s} - 56{,}5 \text{ rad/s}}{4\,473\text{s}}$$

$$= -7{,}6{\cdot}10^{-3} \text{ rad/s}^2$$

Beklendiği gibi diskin dönme hızında çok yavaş bir düşüş gözlenir.

10.4 DÖNME ENERJİSİ

7.3 Şimdi dönen bir katı cismin kinetik enerjisini ele alalım. Katı cismin küçük parçacıklardan oluştuğunu ve z ekseni etrafında sabit ω açısal hızı ile döndüğünü kabul edelim (Şekil 10.7). Her parçacığın kütlesine ve hızına bağlı bir kinetik enerjisi vardır. i nci parçacığın kütlesi m_i ve hızı v_i ise kinetik enerjisi

$$K_i = \tfrac{1}{2}\, m_i v_i^2$$

ω dir. Şimdi, katı üzerinde her parçacığın aynı ω açısal hızına ve $v_i = r_i\omega$ ifadesiyle verilen ve dönme ekseninden olan r_i uzaklığına bağlı olan bir çizgisel hıza sahip olduğunu hatırlayalım (Eşitlik 10.10). Dönen katı cismin *toplam* kinetik enerjisi, parçacıkların ayrı ayrı kinetik enerjilerinin toplamı olur:

$$K_D = \sum_i K_i = \sum_i \tfrac{1}{2} m_i v_i^2 = \tfrac{1}{2}\sum_i m_i r_i^2 \omega_i^2$$

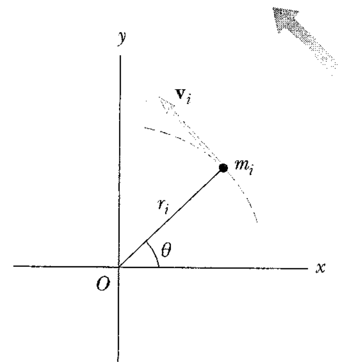
Bu ifadeyi

$$K_D = \tfrac{1}{2}\left(\sum m_i\, r_i^2\right)\omega^2 \qquad \textbf{(10.14)}$$

biçimide yazabiliriz. Burada $\Delta\omega^2$, her parçacık için aynı olduğundan toplam

web

CD çalar hakkında daha fazla bilgi almak isterseniz, Special Interest Group on CD Applications and Technology'yi **www.sigcat.org**'dan edinebilirsiniz.



Şekil 10.7 z-ekseni etrafında ω açısal hızı ile dönen bir katı cisim. m_i kütleli parçacığın kinetik enerjisi $\frac{1}{2} m_i v_i^2$ dir. Cismin toplam kinetik enerjisine dönme kinetik enerji denir.

dışına aldık. Parantez içindeki nicelik **eylemsizlik momenti** (I) olarak adlandırılır:

Eylemsizlik Momenti

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 \qquad \textbf{(10.15)}$$

Eylemsizlik momentinin bu tanımından ML^2 (SI sisteminde $kg \cdot m^2$)[1] boyutunda olduğunu görebilirsiniz. Bu gösterimi kullanarak, dönen katı cismin 10.14 Eşitliği ile verilen kinetik enerjisini

Dönme kinetik enerjisi

$$K_D = \tfrac{1}{2} I\omega^2 \qquad \textbf{(10.16)}$$

şeklinde ifade edebiliriz.

$\frac{1}{2} I\omega^2$'yi **dönme kinetik enerjisi** olarak kullanmamıza rağmen bu, yeni bir enerji şekli değildir. Sıradan bir kinetik enerjidir çünkü katı içindeki parçacıkların ayrı ayrı kinetik enerjilerinin toplamıdır. Ancak 10.16 Eşitliği ile verilen kinetik enerjinin matematiksel şekli, dönme hareketinde I yı hesaplamamızı sağlayacak şekilde yazılmıştır.

Doğrusal hareketteki kinetik enerji olan $\frac{1}{2} mv^2$ ile, dönme hareketindeki $\frac{1}{2} I\omega^2$ kinetik enerji, yapı bakımından benzerdir. Dönme hareketinde I ve ω nicelikleri doğrusal harekette sırasıyla m ve v niceliklerine karşılık gelir. (Gerçekte, katı cismin dönmesiyle doğrusal-hareket eşitliklerini karşılaştırırsak her zaman m'nin yerinde I olur.) Eylemsizlik momenti cismin dönme hareketindeki değişikliğe direnç göstermesinin bir ölçüsüdür tıpkı doğrusal hareketteki değişime karşı gelme ölçüsünün kütle olması gibi. Kütle; cismin özgün bir özelliği iken, I, kütlenin fiziksel yerleşimine bağlıdır. Bir cismin kütlesinin değişmediği halde eylemsizlik momentinin değiştiği bir durum düşünebilir misiniz?

ÖRNEK 10.3 Oksijen Molekülü

İki atomlu bir oksijen molekülünü, O_2, ele alalım. Bu molekül, molekül uzunluğuna dik ve merkezinden geçen z ekseni etrafında xy düzleminde dönsün. Her bir oksijen atomunun kütlesi $2{,}66 \times 10^{-26}$ kg ve oda sıcaklığında iki oksijen atomu arasındaki ortalama uzaklık $d = 1{,}21 \times 10^{-10}$ m dir. (Atomlar nokta kütle olarak alınmıştır.) (a) Molekülün z ekseni etrafındaki eylemsizlik momentini hesaplayınız.

Çözüm Bu soru, I'nın tanımının doğrudan bir uygulanışıdır. Oksijen atomunun kütlesi $2{,}66 \times 10^{-26}$ kg ve her atomun z eksenine uzaklığı $d/2$ olduğundan, z eksenine göre eylemsizlik momenti

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m\left(\frac{d}{2}\right)^2 + m\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} md^2$$

$$= \tfrac{1}{2}(2{,}66 \times 10^{-26}\,\text{kg})(1{,}21 \times 10^{-10}\,\text{m})^2$$

$$= 1{,}95 \times 10^{-46}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

Bu sonuç, verilerle uyumlu küçük bir sayıdır.

(b) Molekülün z eksenine göre açısal hızı $4{,}6 \times 10^{12}$ rad/s ise, dönme kinetik enerjisi nedir?

Çözüm Dönme kinetik enerjisi için bulduğumuz formülde eylemsizlik momentini yerine yazarız:

$$K_D = \tfrac{1}{2} I\omega^2$$

$$= \tfrac{1}{2}(1{,}95 \times 10^{-46}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(4{,}6 \times 10^{12}\ \text{rad/s})^2$$

$$= 2{,}06 \times 10^{-21}\ \text{J}$$

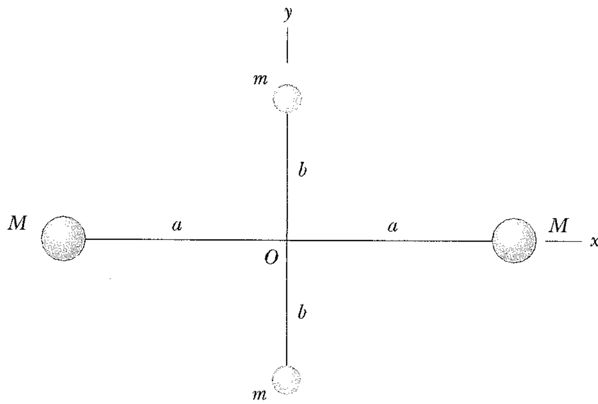
[1] İnşaat mühendisleri yapıların elastik özelliklerini belirlemede eylemsizlik momentini kullanırlar. Dolayısıyla dönmee olmayan olaylarda da sık sık kullanılır.

ÖRNEK 10.4 Dönen Dörtlü Parçacık

Dört küçük küresel kütle, *xy* düzleminde kütlesi ihmal edilebilen bir çerçevenin köşelerine yerleşmiştir (Şekil 10.8). Kürelerin yarıçaplarının çerçevenin boyutlarına kıyasla çok küçük olduğu varsayılıyor. (a) Sistem, ω açısal hızı ile *y* ekseni etrafında dönerse, bu eksene göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini bulunuz.

Çözüm *y*-ekseni üzerindeki *m* kütleli parçacıklar I_y'ye katkıda bulunmaz (bu eksene göre bu parçacıklar için r_i = 0 dır). 10.15 Eşitliğinin uygulanmasıyla,

$$I_y = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 = 2Ma^2$$



Şekil 10.8 Dört küre, görüldüğü gibi belli uzaklıklara yerleşmişlerdir. Sistemin eylemsizlik momenti seçilen dönme eksenine bağlıdır.

olarak buluruz. Böylece y-eksenine göre kinetik enerji de

$$K_D = \tfrac{1}{2} I_y \omega^2 = \tfrac{1}{2}(2Ma^2)\omega^2 = Ma^2\omega^2$$

olarak elde edilir.

Seçilen dönme eksenine göre *m* kütleli iki parçacığın hiç hareketi olmadığından, kinetik enerjiler de yoktur. Benzer bir düşünceyle *x*-ekseni etrafındaki dönme sonucu eylemsizlik momentinin $I_x = 2mb^2$ ve dönme kinetik enerjisinin $K_D = mb^2\omega^2$ olduğunu bulabilirsiniz.

(b) Şimdi sistemin, *O* dan geçen bir eksen (*z* ekseni) etrafında *xy* düzleminde döndüğünü varsayalım. *z*-eksenine göre eylemsizlik momentini ve dönme kinetik enerjisini hesaplayınız.

Çözüm 10.15 Eşitliğinde r_i, dönme eksenine *dik* uzaklık olduğundan aşağıdaki sonuçları elde ederiz:

$$I_z = \sum_i m_i r_i^2 = Ma^2 + Ma^2 + mb^2 + mb^2 = 2Ma^2 + 2mb^2$$

$$K_D = \tfrac{1}{2} I_z \omega^2 = \tfrac{1}{2}(2Ma^2 + 2mb^2)\omega^2 = (Ma^2 + mb^2)\omega^2$$

Bu sonuçlar karşılaştırıldığında, verilen bir açısal hız için, eylemsizlik momenti ve dönme kinetik enerjisinin dönme eksenine bağlı olduğu sonucuna varırız. Problemin (b) şıkkında, *xy* düzlemindeki dönme için, bütün parçacıklar hareketli olduğundan sonucun, bütün kütleleri içermesini beklerdik. Hatta (a) daki kinetik enerjinin (b) dekinden daha küçük olması gerçeği, sistemi *y*-ekseni etrafında döndürmek, *z*- ekseni etrafından döndürmekten daha kolay (az iş) olması demektir.

10.5 EYLEMSİZLİK MOMENTİNİN HESABI

7.5 Büyük bir cismin eylemsizlik momentini, cismi, her parçanın kütlesi Δm olan hacim elemanlarına bölmek suretiyle hesaplayabiliriz. Şimdi $I = \sum_i r_i^2 \Delta m_i$ tanımını ve $\Delta m \to 0$ limitinde toplamı ele alalım. Bu limitte, toplam, bütün cisim üzerinden integrale dönüşür:

$$I = \lim_{\Delta m_i \to 0} \sum_i r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm \qquad \textbf{(10.17)}$$

olur. Eylemsizlik momentini kütle yerine hacim cinsinden hesaplamak genellikle daha kolaydır. Bu yüzden Eş. 1.1 i yani $\rho = m/v$ yi kullanarak kütleyi hacim cinsinde yazabiliriz. Burada ρ cismin yoğunluğudur. İlgilendiğimiz hacim çok küçük olduğundan $\rho = dm/dV$ diferensiyel biçimini kullanırız. $dm = \rho dV$

'yi 10.17 Eşitliğinde yerine yazmak suretiyle eylemsizlik momenti aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$I = \int \rho r^2 dV$$

Cisim homojen ve ρ sabitse, bilinen bir geometri için integral alınabilir. ρ sabit değilse, integral almak için bunun konumla değişimi bilinmelidir.

$\rho = m/V$ ye bazen *hacimce yoğunluk* denir. Yoğunluğu cismin şekline göre başka türlü de tanımlarız. Örneğin, düzgün, t kalınlığında tabaka şeklinde bir cisimle ilgilenildiği zaman, $\sigma = \rho t$ alarak *yüzey yoğunluğu* tanımlamak uygun olur. Bu, *birim alan başına kütle* demektir. Son olarak kütle, kesiti A olan düzgün bir çubuk boyunca dağıldığında, *çizgisel yoğunluk*, yani $\lambda = M/L = \rho A$ 'yı kullanırız. Burada λ, *birim uzunluk başına kütle* olarak tanımlanır.

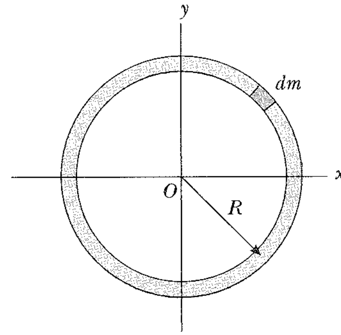
ÖRNEK 10.5 Düzgün Kasnak

Yarıçapı R ve kütlesi M olan bir kasnağın merkezinden geçen, kasnak düzlemine dik bir eksene göre eylemsizlik momentini bulunuz (Şekil 10.9).

Çözüm Bütün dm kütle elemanları, eksenden aynı $r = R$ uzaklığındadır. Böylece, 10.17 Eşitliğini uygularsak, O'dan geçen z eksenine göre eylemsizlik momentini

$$I_z = \int r^2 dm = R^2 \int dm = MR^2$$

olarak buluruz. Bu sonucun, M kütleli tek bir parçacığın, dönme ekseninden R uzaklığında iken oluşturacağı eylemsizlik momenti ile aynı olacağına dikkat edin.



Şekil 10.9 Homojen bir kasnağın dm kütle elemanlarının hepsi O'dan aynı uzaklıktadır.

Sınama Sorusu 10.3

(a) 10.5 Örneğinden öğrendiğinizle, bir ekseni etrafında dönen R yarıçaplı bir çember üzerine yerleştirilmiş $M/2$ kütleli iki parçacığın eylemsizlik momentinin ne olmasını beklersiniz. (b) Aynı çember üzerindeki $M/4$ kütleli dört parçaacığın eylemsizlik momenti için ne dersiniz?

ÖRNEK 10.6 Düzgün Katı Çubuk

Boyu L ve kütlesi M olan düzgün katı bir çubuğun (Şekil 10.10) merkezinden geçen, çubuğa dik bir eksene (y ekseni) göre eylemsizlik momentini hesaplayınız.

Çözüm dx kalınlığındaki taralı kısmın kütlesi, λ birim uzunluk başına kütle ile dx uzunluk elemanının çarpımına eşittir. Yani,

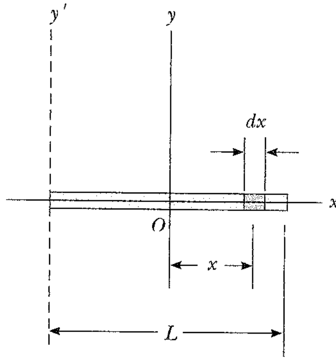
$$dm = \lambda\, dx = \frac{M}{L}\, dx$$

Bunu, ve $r = x$ olarak alıp 10.17 Eşitliğinde yerine yazarsak

$$I_y = \int r^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \frac{M}{L}\, dx = \frac{M}{L}\int_{-L/2}^{L/2} x^2\, dx$$

$$= \frac{M}{L}\left[\frac{x^3}{3}\right]_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{12} ML^2$$

elde ederiz.



Şekil 10.10 L uzunluğunda düzgün katı bir çubuk. y ekseni etrafındaki eylemsizlik momenti y' eksenindekinden daha küçüktür. y' eksenine göre eylemsizlik momenti 10.8 örneğinde incelenecektir.

ÖRNEK 10.7 Düzgün Katı Silindir

Düzgün bir katı silindirin yarıçapı R, kütlesi M ve boyu L dir. Silindir eksenine (Şekil 10.11'de z-ekseni) göre eylemsizlik momentini hesaplayınız.

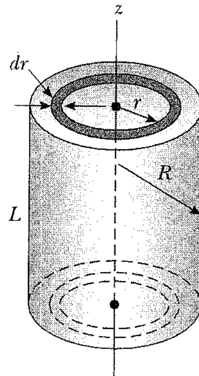
Çözüm Bu örnekte, Şekil 10.11'deki gibi silindiri yarıçapı r, kalındığı dr ve boyu L olan silindirik kabuklara bölmek çok uygundur. Bu durumda silindirik kabuklar seçilerek I'nın hesabı çok kolaylaşır. Çünkü bir r değeri için bütün dm kütle elemanları tek değere sahip olur. Her kabuğun hacmi kesit alanı ile boyunun çarpımına eşittir; yani, $dV = dA \cdot L = (2\pi r dr)\ L$. Birim hacim başına kütle (Hacımca kütle yoğunluğu) ρ ise, bu diferensiyel hacim elemanının kütlesi $dm = \rho dV = \rho 2\pi r L dr$ dır. Bunu 10.17 Eşitliğinde yerine koyarak I_z yi buluruz:

$$I_z = \int r^2 dm = 2\pi\rho L \int_0^R r^3 dr = \tfrac{1}{2}\pi\rho L R^4$$

Fakat, silindirin toplam hacmi $\pi R^2 L$ olduğundan, $\rho = M/V = M/\pi R^2 L$ olur. Bunlar yukarıda yerine konarak,

$$(1) \qquad I_z = \tfrac{1}{2} MR^2$$

elde edilir. Bu sonuç silindirin boyuna bağlı değildir. Bütün silindir ve disklere uygulanabilir. Ayrıca, bu sonuç, bir silindir veya diskin kütleleri en dışında bulunduklarında hesapların yarısı kadar olduğuna dikkat ediniz (Örnek 10.5'e bakınız).



Şekil 10.11 Düzgün bir katı silindir için z ekseni etrafında I'nın hesabı

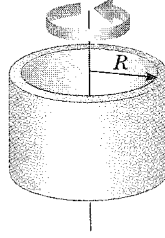
Tablo 10.2, belirli eksenlere göre birkaç cisim eylemsizlik momentini göstermektedir. Basit geometrili (yüksek simetrili) katı cisimlerin eylemsizlik momentleri, dönme ekseninin, simetri ekseni ile uyumlu olması halinde kolayca hesaplanır. Herhangi bir eksene göre eylemsizlik momenti hesabı, yüksek simetrili bir cisim için bile sıkıntılı olabilmektedir. Bu durumda, eylemsizlik momenti hesabını basitleştiren, **paralel eksen teoremi** olarak bilinen önemli bir teorem vardır. Kütle merkezinden geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti I_{KM} olsun. Paralel eksen teoreminin ifadesi şudur: Kütle merkezinden geçen eksenden D kadar uzakta ve ona paralel bir eksene göre eylemsizlik momenti şu şekilde verilir:

$$I = I_{KM} + MD^2 \qquad \textbf{(10.18)}$$

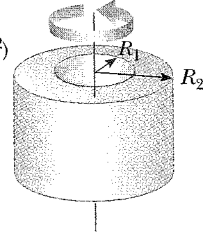
Paralel-eksen teoremi

TABLO 10.2 Farklı Geometrilerdeki Düzgün Katı Cisimlerin Eylemsizlik Momentleri

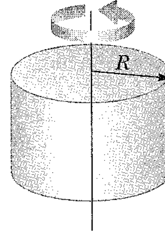
Kasnak veya silindirik kabuk
$I_{KM} = MR^2$



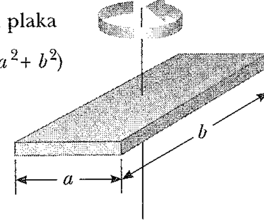
İçi boş silindir
$I_{KM} = \frac{1}{2}M(R_1^2 + R_2^2)$



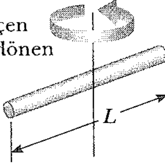
Katı silindir veya disk
$I_{KM} = \frac{1}{2}MR^2$



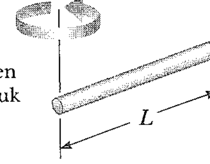
Dikdörtgen plaka
$I_{KM} = \frac{1}{12}M(a^2 + b^2)$



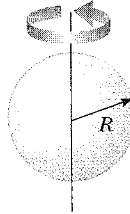
Merkezinden geçen eksen etrafında dönen ince uzun çubuk
$I_{KM} = \frac{1}{12}ML^2$



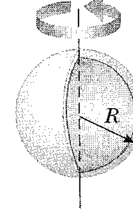
Ucundan geçen eksen etrafında dönen ince uzun çubuk
$I = \frac{1}{3}ML^2$



Dolu küre
$I_{KM} = \frac{2}{5}MR^2$



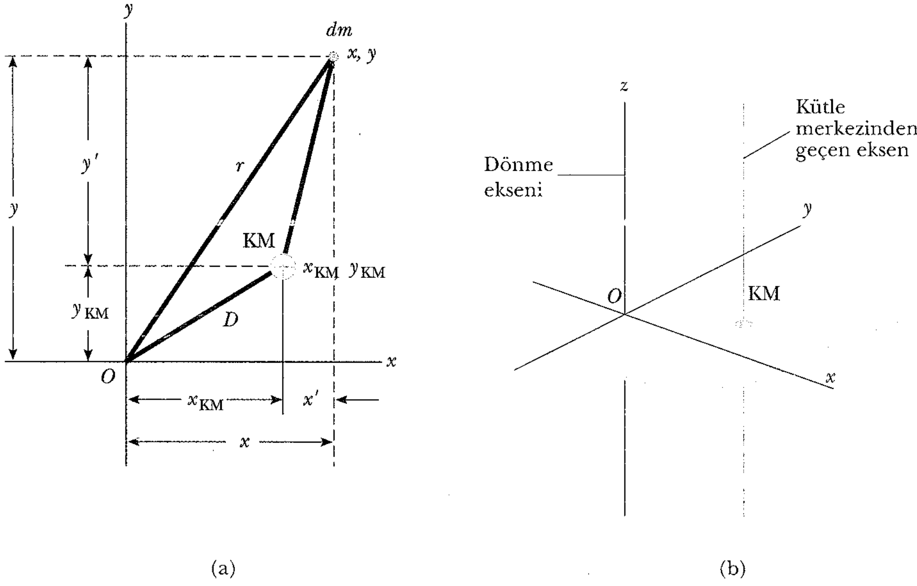
İnce küresel kabuk
$I_{KM} = \frac{2}{3}MR^2$



Paralel-Eksen Teoreminin İsbatı (***Seçmeli***) Bir cisim, Şekil 10.12'de görüldüğü gibi, *xy* düzleminde *O* noktasından geçen bir eksen etrafında dönsün. Kütle merkezinin koordinatları x_{KM}, y_{KM} olsun. Orijine göre koordinatları *x*, *y* olan bir *dm* kütle elemanı alalım. Bu elemanın *z* eksenine uzaklığı $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ olduğundan *O* noktasından geçen *z* eksenine göre eylemsizlik momenti;

$$I = \int r^2 dm = \int (x^2 + y^2)\, dm$$

olur. Bu *x*,*y* koordinatlarını, kütle merkezinin x_{KM} , y_{KM} koordinatları cinsinden yazabiliriz. Kütle merkezine göre x', y' koordinatları, $x = x' + x_{KM}$ ve $y = y' + y_{KM}$ eşitlikleri ile bağlıdır. Bu nedenle



Şekil 10.12 (a) Paralel eksen teoremi. Kütle merkezinden geçen şekle dik bir eksene göre eylemsizlik momenti I_{KM} ise, z eksenine göre eylemsizlik momenti $I_z = I_{KM} + MD^2$ (b) z-eksenini (dönme ekseni) gösteren şematik çizim ve kütle merkezinden geçen paralel eksen.

$$I = \int [(x' + x_{KM})^2 + (y' + y_{KM})^2]dm$$

$$= \int [(x')^2 + (y')^2]dm + 2x_{KM}\int x'\,dm + 2y_{KM}\int y'\,dm + (x_{KM}^2 + y_{KM}^2)\int dm$$

olur. İlk integral, tanım gereği, kütle merkezinden geçen ve z eksenine paralel bir eksene göre eylemsizlik momentidir. Kütle merkezi tanımından dolayı, ikinci ve üçüncü terimler sıfırdır, yani $\int x'dm = \int y'dm = 0$. $\int dm = M$ ve $D^2 = x_{KM}^2 + y_{KM}^2$ olduğundan son integral basitçe MD^2 dir. Böylece aşağıdaki sonuca varıyoruz:

$$I = I_{KM} + MD^2$$

ÖRNEK 10.8 Paralel Eksen Teoreminin Uygulaması

Şekil 10.10'daki gibi, yine kütlesi M ve boyu L olan düzgün katı bir çubuğu ele alınız. Bir ucundan geçen, çubuğa dik bir eksene (Şekil 10.10'da y' ekseni) göre çubuğun eylemsizlik momentini bulunuz.

Çözüm Çubuğun eylemsizlik momentinin $I_{KM} = \frac{1}{12} ML^2$'den daha büyük olmasını bekleriz çünkü çubuğu bir ucundan geçen eksen etrafında döndürmek, merkezinden geçen eksen etrafında döndürmekten daha zordur. Kütle merkezi ile y' ekseni arasındaki uzaklık $D = L/2$ olduğundan paralel eksen teoremine göre,

$$I = I_{KM} + MD^2 = \tfrac{1}{12} ML^2 + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \tfrac{1}{3} ML^2$$

elde edilir. Buna göre bir çubuğu, bir ucu etrafında döndürmek, kütle merkezi etrafında döndürmekten daha zordur.

Alıştırma Çubuk üzerinde $x = L/4$ noktasından geçen, çubuğa dik bir eksene göre çubuğun eylemsizlik momentini hesaplayınız.

Cevap $I = \frac{7}{48} ML^2$

10.6 TORK

7.6 Niçin kapı kolları ve menteşeler kapıların kenarına konurlar? Aslında sağduyumuza dayalı olarak bu sorunun bir yanıtı vardır. Kapıyı açıp kaparken muhtemelen ya menteşesini uzak bir yerinden itip çekeriz, ya da daha fazla bir kuvvet uygularız. Bir eksen üzerinde bulunan cisme bir kuvvet uygulandığı zaman, cisim bu eksen etrafında dönme eğilimindedir. Bir kuvvetin bir cismi bir eksen etrafında döndürme eğilimi **tork** (τ) denilen bir nicelikle ölçülür.

Şekil 10.13'deki O 'dan geçen eksen etrafında dönecek şekilde bulunan bir anahtarı ele alalım. Uygulanan **F** kuvveti genel olarak yatayla bir ϕ açısı yapabilir. **F** kuvvetinden kaynaklanan tork'un büyüklüğü

Torkun tanımı

$$\tau \equiv rF \sin \phi = Fd \qquad \textbf{(10.19)}$$

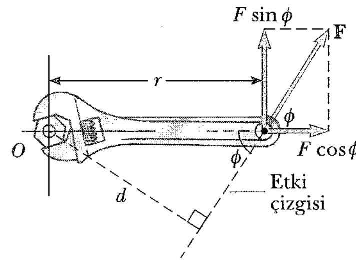
olarak tanımlanır. Burada r, **F** kuvvetinin uygulama noktasından dönme eksenine olan uzaklıktır. d ise, dönme ekseninden, **F**'nin etki çizgisine olan dik uzaklıktır. Kuvvetin etki çizgisi, kuvveti temsil eden vektörün her iki ucundan uzatılarak oluşturulan sanal bir doğru (çizgi) dur. Şekil 10.13 teki dik üçgende anahtar üçgenin hipotenüsüdür, dolayısı ile $d = r \sin\phi$ olur. Bu d niceliğine, **F** nin **moment kolu** (veya manivale kolu) denir.

Moment kolu

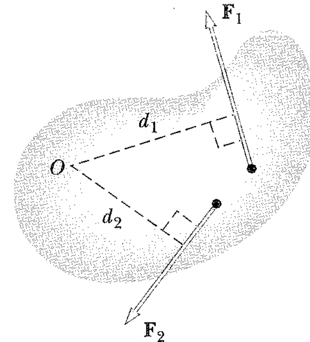
Özel bir referans ekseni belirtildiği zaman torkun tanımlandığına dikkat etmek önemlidir. Tork, bir kuvvetle kuvvetin moment kolunun çarpımına eşittir ve moment kolu, yalnızca dönme eksenine olan uzaklık yardımı ile tanımlanır.

Şekil 10.13'te, **F**'nin dönmeye sebep olan tek bileşeni **F** sinϕ'dir ve bu bileşen r 'ye diktir. **F**'nin **F** cosϕ şeklindeki yatay bileşeninin doğrultusu O 'dan geçtiğinden döndürmeye katkısı olmaz. Torkun tanımından dolayı, dönme eğilimi **F** ve d büyüdükçe artar. Bu durum, kapıyı, menteşeye yakın bir noktadan itmekten ziyade, tokmaktan iterek açmanın daha kolay olacağı sezgimizi de açıklar. Ayrıca, kapıyı açıp kaparken olabildiğince kuvvetimizi kapıya dik olarak uygulamak isteriz. Tokmağı yandan bir itişin, kapıyı döndürmeye bir etkisi olmaz.

Şekil 10.14'deki gibi cisim üzerine iki veya daha çok kuvvet uygulanırsa, kuvvetlerin herbirinin döndürme eğilimi vardır. Örneğin, $\mathbf{F}_2$, cismi saat ibresi



Şekil 10.13 F kuvveti ve moment kolu, d, artarken, **F** kuvveti, O etrafında daha fazla döndürme eğilimine olur. O etrafında sistemi döndürme eğiliminde olan bileşen $F \sin \phi$ 'dir.



Şekil 10.14 $\mathbf{F}_1$ kuvveti, cismi, O etrafında saat ibresinin tersi yönünde, $\mathbf{F}_2$ ise saat ibresi yönünde döndürme eğilimindedir.

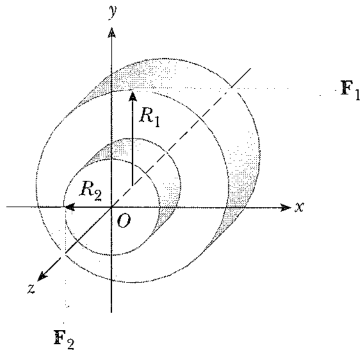
yönünde ve $\mathbf{F}_1$, saat ibresinin tersi yönünde döndürme eğilimindedir. Torkun işareti için alışılmış bir sonucu kullanırız: Tork, saat ibresinin tersi yönünde döndüren kuvvetler için pozitif, saat ibresi yönünde döndüren kuvvetler için negatif seçilir. Örneğin, Şekil 10.14'te $\mathbf{F}_1$'in moment kolu d_1, torku $+F_1d_1$'e eşittir, $\mathbf{F}_2$'nin torku negatif ve $-F_2d_2$'ye eşittir. Buna göre *net* tork bu ikisinin toplamıdır:

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = F_1d_1 - F_2d_2$$

Tork, kuvvetle karıştırılmamalıdır. Kuvvetler, Newton'un ikinci yasasında açıklandığı gibi doğrusal harekete bir değişime sebep olur. Kuvvetler, dönme hareketinde de bir değişime sebep olur. Fakat, bu değişimlerde kuvvetlerin etkinliği, hem kuvvete hem de kuvvetin moment koluna bağlıdır. Torku bunların bileşimi oluşturur. Fakat bunlar birbirlerinden çok farklı kavramlardır ve karıştırılmamalıdır.

ÖRNEK 10.9 **Bir Silindir Üzerine Etkiyen Net Tork**

Katı bir silindir, Şekil 10.15'teki gibi sürtünmesiz bir mil etrafında serbestçe dönebilecek şekildedir. Dış yarıçapı R_1 olan silindir etrafına sarılı bir ipe, sağa yönelmiş $\mathbf{F}_1$ kuvveti uygulanıyor. R_2 yarıçapı üzerindeki ipe de aşağı yönelmiş $\mathbf{F}_2$ kuvveti uygulanıyor. (a) O'dan geçen z eksenine göre silindire etki eden net tork nedir?



Şekil 10.15 O'dan geçen z ekseni etrafında dönebilecek katı bir silindir. $\mathbf{F}_1$'in moment kolu R_1, $\mathbf{F}_2$'nin moment kolu R_2'dir.

Çözüm $\mathbf{F}_1$ kuvvetinin torku $-R_1F_1$ dir; saat yönünde döndürme eğiliminden dolayı negatiftir. $\mathbf{F}_2$'nin torku ise $+R_2F_2$'dir ve saatin tersi yönünde döndürme eğiliminden dolayı pozitiftir. Böylece dönme eksenine göre net tork

$$\sum \tau = \tau_1 + \tau_2 = -R_1F_1 + R_2F_2$$

olur. Kuvvetlerin büyüklükleri birbirine eşit olduğunda, net torkun negatif olacağı derhal görülebilir. Çünkü $R_1 > R_2$ dir. Kuvvet birlikte uygulandığında, silindir saat yönünde dönecektir, çünkü bu döndürme $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$'den daha etkin olacaktı.

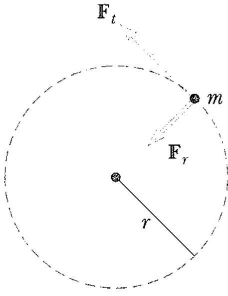
(b) $F_1 = 5$ N, $R_1 = 1{,}0$ m, $F_2 = 15$ N ve $R_2 = 0{,}5$ m olduğunda net tork nedir ve silindir hangi yönde döner?

$$\sum \tau = -(5 \text{ N})(1 \text{ m}) + (15 \text{ N})(0{,}5 \text{ m}) = 2{,}5 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Net tork pozitif olduğundan, silindir sükunetten harekete geçmişse, artan bir açısal hızla saat yönünün tersinde dönmeye başlayacaktır. (Silindir başlangıçta saat yönünde dönmekte ise, yavaşlayıp duracak ve daha sonra gittikçe artan bir açısal hızla saat yönünün tersinde dönecektir.

10.7 TORK VE AÇISAL İVME ARASINDAKİ BAĞINTI

7.6 Bu kesimde, sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin açısal ivmesinin, bu eksene göre hesaplanan net tork ile orantılı olduğunu göstereceğiz. Katı cisim dönmesinin daha karmaşık halini tartışmadan önce, bir dış kuvvetin etkisi altında sabit bir nokta etrafında dönen parçacık durumunu tartışmak daha öğreticidir.



Şekil 10.16 Teğetsel bir F_2 kuvvetinin etkisi ile bir daire çevresinde dönen parçacık. Şekilde gösterilmeyen merkezcil F_r kuvveti, dairesel hareketin devamı için mutlaka gereklidir.

Şekil 10.16'daki gibi teğetsel bir $\mathbf{F}_t$ kuvveti ile merkezcil $\mathbf{F}_r$ kuvveti etkisinde, r yarıçaplı bir daire çevresinde dönen m kütleli bir parçacığı ele alalım. (6. Bölümde öğrendik ki; Merkezcil kuvvet, parçacığı dairesel yörüngede hareket te tutmak için gereklidir.)

Teğetsel kuvvet, teğetsel $\mathbf{a}_t$ ivmesini oluşturur:

$$F_t = ma_t$$

$\mathbf{F}_t$ kuvvetinin dairenin merkezine göre torku,

$$\tau = F_t r = (ma_t) r$$

olur. Teğetsel ivme, açısal ivmeye $a_t = r\alpha$ eşitliği (10.11 Eş. bak) ile bağlı olduğundan bu tork

$$\tau = (mr\alpha) r = (mr^2)\alpha$$

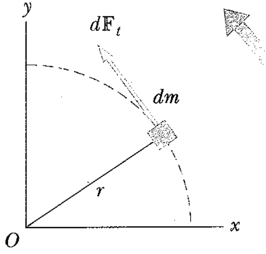
olarak yazılabilir. mr^2 niceliğinin, orijinden geçen z eksenine göre dönen kütlenin eylemsizlik momenti olduğu hatırlanarak

Tork ve Açısal ivme arasındaki bağıntı

$$\tau = I\alpha \qquad \textbf{(10.20)}$$

bağıntısı elde edilir. Yani, **parçacığa etkiyen tork, açısal ivmesi ile orantılıdır** ve orantı sabiti eylemsizlik momentidir. $\tau = I\alpha$ eşitliği, Newton'un ikinci hareket kanunu ($F = ma$) 'nın dönme hareketindeki benzeridir.

Şimdi bu tartışmayı, Şekil 10.17 'deki gibi sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cisme genişletelim. Cisim, çok sayıda dm kütleli küçük parçacıklardan oluşmuş gibi düşünülebilir. Her kütle elemanı, orijin etrafında bir daire çevresinde döner ve teğetsel $d\mathbf{F}_t$ kuvvetinden kaynaklanan teğetsel bir ivmeye a_t sahiptir. Verilen bir dm kütle elemanı için Newton'un ikinci hareket kanunu,



Şekil 10.17 O 'dan geçen bir eksen etrafında dönebilen katı bir cisim. Her dm kütle elemanı, O etrafında aynı α açısal ivmesi ile döner ve cisim üzerindeki net tork α ile orantılıdır.

$$dF_t = (dm)\, a_t$$

olur. Orijine göre, $d\mathbf{F}_t$ kuvvetinin torku,

$$d\tau = r\, dF_t = (r\, dm)\, a_t$$

$a_t = r\alpha$ olduğundan, $d\tau$ şu şekli alır:

$$d\tau = (r\, dm) r\alpha = (r^2 dm)\alpha$$

Katı cismin her noktasının teğetsel ivmesi ($\mathbf{a}_t$) farklı olabildiği halde, her kütle elemanı *aynı* açısal ivmeye (α) sahiptir. Bu düşünce ile O merkezine göre, net torku elde etmek için yukarıdaki ifadenin integrali alınabilir:

$$\sum\tau = \int (r^2 dm)\alpha = \alpha \int r^2 dm$$

Burada, α, bütün kütle elemanları için aynı olduğundan integral dışına alınabilir. O ' dan geçen dönme eksenine göre cismin eylemsizlik momenti $\int r^2 dm$ olduğundan, $\sum\tau$ ifadesi şu şekli alır:

Tork, açısal ivmeyle orantılıdır.

$$\sum\tau = I\alpha \qquad \textbf{(10.21)}$$

Bu sonuç, dairesel bir yörüngede dönen parçacık için bulunan bağıntı (bakınız Eş 10.20) ile aynıdır. O halde yine, dönme eksenine göre net tork, cismin açısal ivmesi ile orantılıdır ve orantı katsayısı da I'dır. I eylemsizlik momenti,

dönme eksenine, cismin şekline ve büyüklüğüne bağlıdır. Sistemin karmaşık yapısına rağmen, $\sum\tau = I\alpha$ sonucu, oldukça basittir ve deneysel gözlemlerle iyi uyuşur. İfadenin basitliği, hareketin tanımı ile ilişkilidir.

Sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cisim üzerindeki her noktaya etkiyen kuvvet ve bu noktaların çizgisel hız ve ivmeleri farklıdır; fakat, bu noktaların açısal hız ve açısal ivmeleri aynıdır. Bu nedenle, dönen katı bir cisim, bir bütün olarak açısal ivme, açısal hız ve net tork ile tanımlanır.

Her noktanın ω ve α 'si aynıdır.

Son olarak, $\sum\tau = I\alpha$ ifadesi, kütle elemanı üzerinde kuvvetin teğetsel bileşeni yanında, merkezcil bileşeni olması halinde de uygulanır. Merkezcil bileşenlerin etki çizgisi dönme ekseninden geçtiğinden , bu bileşen, dönme eksenine göre sıfır tork oluşturur.

Ev Deneyi

Bir oyuncak kuleyi eğip bir kaç kez olayı tekrarlayınız. Kule her seferinde aynı yerden mi kırılır? Burada ne etkilidir? Kule oyuncak tuğlalardan yapılmış olsaydı ne olurdu? (Örnek 10.11'e bakınız)

ÖRNEK 10.10 Dönen Çubuk

Uzunluğu L, kütlesi M olan düzgün bir çubuk, Şekil 10.18 deki gibi, bir ucu etrafında sürtünmesiz dönebilecek durumdadır. Çubuk yatay durumda iken serbest bırakılıyor. Çubuğun ilk açısal ivmesi ve sağ ucunun ilk çizgisel ivmesi nedir?

Çözüm α ve a 'yı bulmak için kinematik denklemleri kullanamayız. Çünkü çubuğa etkiyen tork, çubuğun konumu ile değişmektedir, dolayısı ile sabit değildirler. Torku bulmak için yeterli bilgiye sahibiz: Torkla açısal ivme arasındaki bağıntıyı (Eş. 10.21) kullanarak önce α'yı sonra a'yı bulabiliriz.

Menteşeden geçen eksene göre torka katkıda bulunan tek kuvvet çubuğa etkiyen Mg çekim kuvvetidir. (Menteşenin çubuğa uyguladığı kuvvetin torku sıfırdır, çünkü bu kuvvetin moment kolu sıfırdır) Çubuk üzerindeki torku hesaplamak için, Mg ağırlığını çubuğun geometrik merkezinde alacağız (Şekil 10.18). Duvara dayalı uçtan geçen eksene göre bu kuvvetin torku şu olur:

$$\tau = Mg\left(\frac{L}{2}\right)$$

Bu dönme ekseni için $I = \frac{1}{3}ML^2$ (Tablo 10.2) ve $\sum\tau = I\alpha$ olduğundan

$$\alpha = \frac{\tau}{I} = \frac{Mg\ (L/2)}{1/3ML^2} = \frac{3g}{2L}$$

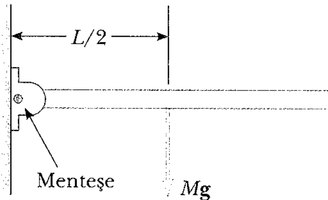
elde ederiz. Çubuk üzerindeki tüm noktaların açısal ivmesi aynıdır.

Çubuğun sağ ucunun çizgisel ivmesini bulmak için $r = L$ alıp, $a_t = r\alpha$ (Eş. 10.11) bağıntısını kullanarak

$$a_t = L\alpha = \frac{3}{2}g$$

elde ederiz. Çubuğun serbest ucu için $a_t > g$ olduğundan bu sonuç dikkat çekicidir. Yani, çubuğun ucunun ivmesi, yerçekimi ivmesinden daha büyüktür. O halde, çubuğun ucuna bir madeni para konmuş olsaydı, serbest bırakıldığında çubuğun ucu paradan daha çabuk düşerdi.

Çubuk üzerinde diğer noktaların çizgisel ivmesi $\frac{3}{2}g$ den daha küçüktür. Örneğin, çubuğun ortasının çizgisel ivmesi $\frac{3}{4}g$ dir.



Şekil 10.18 Düzgün çubuk sol ucundan duvara menteşe ile tutturulmuştur.

KAVRAMSAL ÖRNEK 10.11 Baca Yıkılışı ve Blokların Dağılışı

Uzun bir baca devrilirken yere çarpmadan önce Şekil 10.19 daki gibi bir yerinden kırılır. Aynı şey kule şeklindeki çocuk oyuncaklarında da görülür. Bu niçin olur?

Çözüm Baca, temeli üzerinde dönerken, bacanın yüksek kısımları gittikçe artan teğetsel ivme ile düşer. (Baca üzerinde bir noktanın teğetsel ivmesi zemine olan uzaklıkla orantılıdır.) İvme artarken bacanın yüksek kısımları çekim ivmesinin tek başına olması gereken değerden daha büyük bir ivmeye maruz kalır. Bu durum 10.10 Örneğindekine benzerdir. Bu durum sadece, parçaların çekim kuvvetine ek bir kuvvete maruz kalması halinde görülür. Bu sonuca sebep olan kuvvet bacanın taban kısımlarından gelen kesme kuvvetidir. Sonuç olarak bu ivmeyi sağlayan kesme kuvveti, bacanın dayanma gücünden büyük olabilir ve baca kırılır.



Şekil 10.19 Bir bacanın yıkılışı

ÖRNEK 10.12 Bir Tekerleğin Açısal İvmesi

Yarıçapı R, kütlesi M ve eylemsizlik momenti I olan bir tekerlek, Şekil 10.20'deki gibi, sürtünmesiz yatay bir mil üzerine monte edilmiştir. Tekerlek etrafına sarılı hafif bir ipin ucunda m kütleli bir cisim vardır. Tekerleğin açısal ivmesini, asılı cismin çizgisel ivmesini ve ipteki gerilmeyi bulunuz.

Çözüm Dönme eksenine göre tekerleğe etkiyen tork, $\tau = TR$'dir. T, tekerleğin çeperindeki ip tarafından uygulanan kuvvettir. Tekerleğin ağırlığı ve tekere milin uyguladığı normal kuvvet, dönme ekseninden geçer ve hiçbir tork oluşturmaz. $\sum\tau = I\alpha$ olduğundan şunları elde ederiz:

$$\sum\tau = I\alpha = TR$$

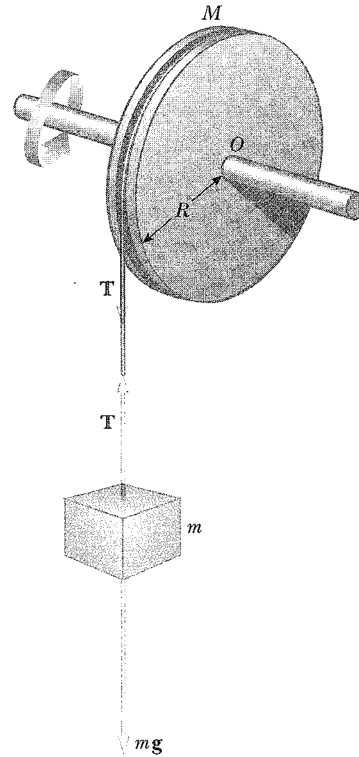
$$\text{(1)} \qquad \alpha = \frac{TR}{I}$$

Şimdi aşağı yönü pozitif alarak asılı m kütlesinin hareketine Newton'un ikinci hareket kanununu uygulayalım:

$$\sum F_y = mg - T = ma$$

$$\text{(2)} \qquad a = \frac{mg - T}{m}$$

(1) ve (2) eşitliklerinde α, a ve T gibi üç bilinmeyen vardır. Cisim ve tekerlek kaymayan bir iple bağlı olduklarından, asılı cismin çizgisel ivmesi; tekerleğin çeperi üzerindeki bir noktanın çizgisel ivmesine eşittir. O halde tekerleğin açısal



Şekil 10.20 İpteki gerilme, O'dan geçen eksene göree bir tork oluşturur.

ivmesi ile bu çizgisel ivme birbirlerine $a = R\alpha$ ile bağlıdır. Bu bağında (1) ve (2) ile birlikte kullanılarak

$$(3) \qquad a = R\alpha = \frac{TR^2}{I} = \frac{mg - T}{m}$$

$$(4) \qquad T = \frac{mg}{1 + \frac{mR^2}{I}}$$

elde edilir. (4) Eşitliğini (2) Eşitliğinde yerine koyup α ve a çözülürse

$$a = \frac{g}{1 + I/mR^2}$$

$$\alpha = \frac{a}{R} = \frac{g}{R + I/mR}$$

bulunur.

Alıştırma Şekil 10.20 deki tekerlek, $M = 2{,}0$ kg, $R = 30$ cm ve $I = 0{,}09$ kg·m^2 olan katı bir disktir. Asılı cismin kütlesi $m = 0{,}5$ kg'dır. İpteki gerilmeyi ve tekerleğin açısal ivmesini bulunuz.

Cevap 3,27 N; 10,9 rad/s^2

ÖRNEK 10.13 Yine Atwood Makinesi

İki m_1 ve m_2 kütlesi, eylemsizlik momenti I olan iki özdeş makara üzerinden geçen hafif bir iple birbirine bağlıdır (Şekil 10.21a). Her kütlenin ivmesi ile T_1, T_2 ve T_3 gerilmelerini bulunuz. (İp ve makaralar arasında hiçbir kaymanın olmadığını varsayınız).

Çözüm m_1 için aşağı yönü pozitif, m_2 için yukarı yönü pozitif seçelim. Böyle bir seçim, her iki kütlenin ivmesini a gibi tek bir değişkenle temsil etmeye imkan verir. Ayrıca böyle bir seçim, pozitif ivmeyi, pozitif açısal ivmeye (saatin tersi yönü) bağlama olanağı da sağlar. Newton'un ikinci hareket kanununu, her blok için yazalım. Serbest cisim diyagramı Şekil 10.21b'de gösterilmiştir.

$$(1) \qquad m_1g - T_1 = m_1a$$

$$(2) \qquad T_3 - m_2g = m_2a$$

Harekete makaraların etkisini de dahil etmeliyiz. Marakalar için Serbest - cisim diyagramı Şekil 10.21c'de gösterilmiştir. Sağdaki makara için eksene göre net tork $(T_2 - T_3)$ R iken, soldaki makara için $(T_1 - T_2)$ R dir. Her makara için, $\sum\tau = I\alpha$ bağıntısını kullanarak ve her makara için α açısal ivmenin aynı olduğunu gözönüne alarak

$$(3) \qquad (T_1 - T_2)\, R = I\alpha$$

$$(4) \qquad (T_2 - T_3)\, R = I\alpha$$

bağıntılarını elde ederiz.

Şimdi dört bilinmeyenli (a, T_1, T_2, T_3) dört farklı eşitlik elde ettik. Bunlar birlikte çözülebilir. (3) ve (4) Eşitliklerini toplayarak

$$(5) \qquad (T_1 - T_3)\, R = 2\, I\alpha,$$

(1) ve (2) eşitliklerini toplayarak,

$$T_3 - T_1 - m_2g + m_1g = (m_1 + m_2)\, a$$

veya

$$(6) \qquad T_1 - T_3 = (m_1 - m_2)\, g - (m_1 + m_2)\, a$$

(6) Eşitliğini (5) Eşitliğinde yerine yazarak:

$$[(m_1 - m_2)\, g - (m_1 + m_2)\, a]\, R = 2\, I\alpha$$

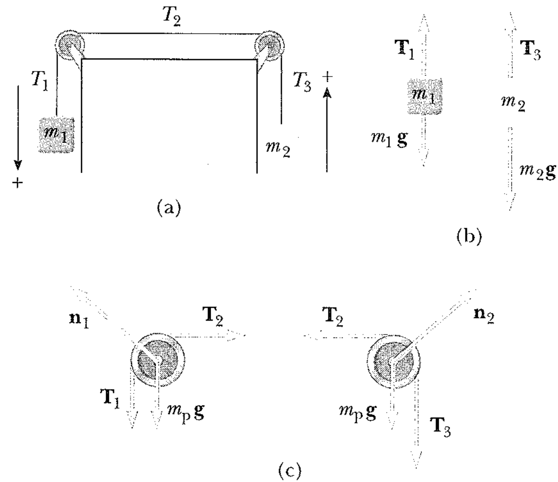
elde ederiz. Bu da $\alpha = a/R$ olduğundan aşağıdaki gibi basitleştirilebilir:

$$(m_1 - m_2)\, g - (m_1 + m_2)\, a = 2I\frac{a}{R^2}$$

veya

$$(7) \qquad a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + 2\frac{I}{R^2}}$$

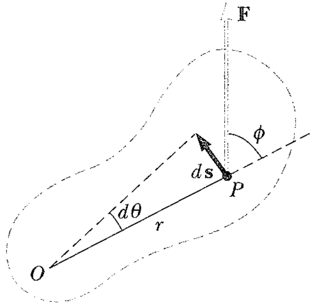
olur.



Şekil 10.21 (a) Atwood makinesine başka bir bakış (b) Bloklar için serbest-cisim diyagramı (c) Makaralar için serbest-cisim diyagramı; burada m_pg, her makaraya uygulanan çekim kuvvetidir.

Bu a değeri, T_1 ve T_3'ü bulmak için (1) ve (2) Eşitliklerinde yerine konabilir. T_2 değeri ise (3) veya (4) eşitliğinden bulunabilir. $m_1 > m_2$ ise ivme pozitiftir ve bu da soldaki kütlenin aşağıya, sağdakinin yukarıya ivmelendiğini ifade eder ve her iki makara da saatin tersi yönünde döner. $m_1 < m_2$ ise bütün değerler negatif olur ve hareket ters yönde olur. $m_1 = m_2$ ise hiçbir ivmelenme olmaz. Bunları, sayfa 129 da 5.9 Örneğinde bulunan sonuçlarla karşılaştırabilirsiniz.

10.8 DÖNME HAREKETİNDE İŞ, GÜÇ VE ENERJİ



Şekil 10.22 Bir katı cismin, P noktasına uygulanan bir dış **F** kuvvetinin etkisinde O'dan geçen eksen etrafında dönmesi.

Bu kesimde, güç ile iş-kinetik enerji teoreminin dönme hareketindeki karşılığını veren bir ifade elde etmek üzere, katı cisme etkiyen tork ile bileşke dönme hareketi arasındaki ilişkiyi inceleyeceğiz. Şekil 10.22'deki, O noktası etrafında dönebilecek bir katı cismi ele alalım. Bir tek **F** dış kuvvetinin P noktasına uygulandığını varsayalım. Kuvvet sayfa düzlemindedir. Cisim dt süresinde $ds = rd\theta$ kadar döndüğünde, **F** kuvvetinin yaptığı iş

$$dW = \mathbf{F}.\mathbf{ds} = (F \sin \phi)\, r\, d\theta$$

olur. Burada $F\sin \phi$, **F** 'nin teğetsel bileşeni veya kuvvetin yerdeğiştirme boyunca olan bileşenidir. Şekil 10.20'de **F** *'nin radyal (merkezcil) bileşeni yerdeğiştirmeye dik olduğundan iş yapmadığına dikkat edilmelidir.*

Orijine göre **F** kuvvetinin torku Eş 10.19 a göre büyüklükçe $rF\sin \phi$ olarak tanımlandığından, $d\theta$ dönmesi için yapılan işi yazabiliriz:

$$dW = \tau\, d\theta \qquad \textbf{(10.22)}$$

Sabit eksen etrafında dönme için **F** kuvvetinin iş yapma hızı (güç), 10.21 Eşitliğinin iki tarafını da dt ile bölerek elde edilir:

$$\frac{dW}{dt} = \tau \frac{d\theta}{dt}$$

Tanım olarak dW/dt niceliği, kuvvet tarafından aktarılan ani güçtür (Kesim 7.5 e bak). $d\theta/dt = \omega$ olduğundan anî güç

Katı cisme aktarılan güç

$$\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = \tau\omega \qquad \textbf{(10.23)}$$

olarak yazılabilir. Bu ifade doğrusal hareketteki $\mathcal{P} = Fv$ 'ye, $dW = \tau\, d\theta$ ifadesi de, $dW = F_x\, dx$ ifadesine benzer.

Dönme Hareketinde İş ve Enerji

Doğrusal harekette, enerji kavramı ve özellikle iş-enerji teoreminin bir sistemin hareketini tanımlamada oldukça kullanışlı olduğunu gördük. Enerji kavramı, dönme hareketinin analizini basitleştirmede de yararlı olur. Doğrusal harekette öğrendiklerimizden, simetrik bir cismin (tekerlek gibi) sabit bir eksen etrafında dönmesi durumunda da, dış kuvvetler tarafından yapılan işin, dönme kinetik enerjisindeki değişmeye eşit olmasını bekleriz.

Bunun gerçekten böyle olduğunu göstermek için, $\sum\tau = I\alpha$ ile başlayalım. Matematikteki zincir kuralını kullanarak, torku şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\sum\tau = I\alpha = I\frac{d\omega}{dt} = I\frac{d\omega}{d\theta}\frac{d\theta}{dt} = I\frac{d\omega}{d\theta}\,\omega$$

TABLO 10.3 Dönme ve Öteleme Hareketinde Kullanılan Eşitlikler

Sabit Bir Eksen Etrafında Dönme Hareketi	Öteleme Hareketi
Açısal hız $\omega = d\theta/dt$	Çizgisel hız $v = dx/dt$
Açısal ivme $\alpha = d\omega/dt$	Çizgisel ivme $a = dv/dt$
Bileşke Tork $\sum\tau = I\alpha$	Bileşke kuvvet $\sum F = ma$
α = sabit ise $\begin{cases} \theta_s = \omega_i + \alpha t \\ \theta_s - \theta_i = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ \omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha(\theta_s - \theta_i) \end{cases}$	a = sabit ise $\begin{cases} v_s = v_i + at \\ x_s - x_i = v_i t + \frac{1}{2}at^2 \\ v_s^2 = v_i^2 + 2a(x_s - x_i) \end{cases}$
İş $W = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \tau\, d\theta$	İş $W = \int_{x_i}^{x_s} F_x\, dx$
Dönme kinetik enerji $K_D = \frac{1}{2}I\omega^2$	Kinetik enerji $K = \frac{1}{2}mv^2$
Güç $\mathcal{P} = \tau\omega$	Güç $\mathcal{P} = Fv$
Açısal momentum $L = I\omega$	Doğrusal momentum $p = mv$
Bileşke Tork $\sum\tau = dL/dt$	Bileşke kuvvet $\sum F = dp/dt$

Bu ifadeyi yeniden düzenleyerek ve $\sum\tau\, d\theta = dW$ alarak

$$\sum\tau d\theta = dW = I\omega\, d\omega$$

elde ederiz. Bunu da integralleyerek dönen bir sisteme etkiyen dış kuvvet tarafından yapılan toplam işi buluruz:

$$\sum W = \int_{\theta_i}^{\theta_s} \sum\tau\, d\theta = \int_{\omega_i}^{\omega_s} I\omega\, d\omega = \frac{1}{2}I\omega_s^2 - \frac{1}{2}I\omega_i^2 \qquad \textbf{(10.24)}$$

Dönme hareketi için İş-kinetik enerji teoremi

Burada açısal yerdeğiştirme θ_i' den θ_s'ye değişirken, açısal hız ω_i'den ω_s'ye değişir. Yani,

Simetrik katı bir cismin sabit bir eksen etrafında dönmesinde, dış kuvvetler tarafından yapılan net iş, cismin dönme kinetik enerjisindeki değişmeye eşittir.

Tablo 10.3, doğrusal hareketle dönme hareketi arasındaki benzerlikleri göstermektedir. Bu tabloda açısal momentum (L) kavramını içeren son iki eşitlik, Bölüm 11'de ayrıntılı olarak tartışılacaktır.

Sınama Sorusu 10.4

xy düzleminde duran bir kasnağı durgun halden ω açısal hızına çıkarırken ivmelendirecek dış kuvvetlerin yaptığı iş şu durumların hangisinde daha fazladır? (a) Kasnak merkezinden geçen z ekseni etrafında dönme, (b) Kasnak üzerinde bir P noktasından geçen, z eksenine paralel bir eksen etrafında dönme?

ÖRNEK 10.14 Dönen Çubuk

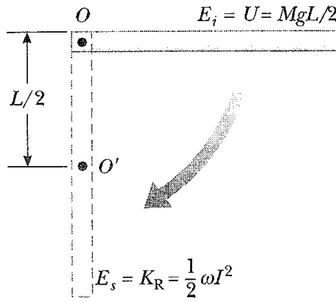
Boyu L ve kütlesi M olan düzgün bir çubuk bir ucu etrafında sürtünmesiz bir mil üzerinde, gösterilen yönde dönebilecek durumdadır (Şekil 10.23). Çubuk yatay durumda iken serbest bırakılıyor. (a) Çubuk en düşük (düşey) konumda iken açısal hızı ne olur?

Çözüm Sistemin mekanik enerjisi ele alınarak, soru kolayca cevaplanabilir. Çubuk yatay durumda iken hiçbir kinetik enerjisi yoktur. Kütle merkezinin en düşük konumuna göre (0′) potansiyel enerji $MgL/2$ dir. Çubuk en düşük konuma geldiğinde enerji tamamen dönme kinetik enerjidir ($\frac{1}{2}I\omega^2$); burada I eksen etrafındaki eylemsizlik momentidir. $I = \frac{1}{3}ML^2$ (Tablo 10.2) olduğundan ve mekanik enerji korunduğundan $E_i = E_s$ olacaktır, buradan,

$$\frac{1}{2}MgL = \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ML^2\right)\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}}$$

elde ederiz.



Şekil 10.23 Çekim kuvveti etkisinde düşey bir düzlem içinde O etrafında dönebilen düzgün katı bir çubuk

(b) Çubuk düşey duruma geldiği anda, kütle merkezinin ve çubuk üzerindeki en alt noktanın çizgisel hızını bulunuz.

Çözüm Bu iki değer, çizgisel ve açısal hızlar arasındaki bağıntılardan bulunabilir. ω yı bulduk, buna göre kütle merkezinin çizgisel hızı

$$v_{KM} = r\omega = \frac{L}{2}\omega = \frac{1}{2}\sqrt{3gL}$$

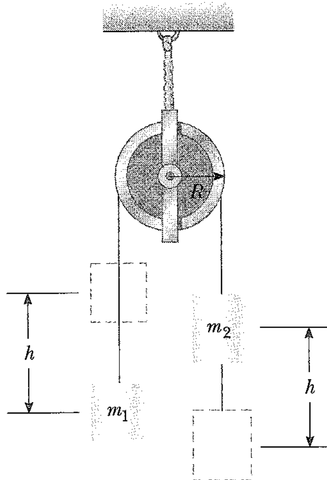
olur. Çubuk üzerindeki en alt noktanın çizgisel hızı

$$2v_{KM} = \sqrt{3gL}$$

olur.

ÖRNEK 10.15 Bağlı Kütleler

Dönme eksenine göre eylemsizlik momenti I yarıçapı R olan bir makara üzerinden geçen bir ipin uçlarına (Şekil 10.24 de görüldüğü gibi) $m_1 \neq m_2$ olan iki kütle bağlanıyor. İp, makara üzerinde kaymıyor ve sistem durgunken serbest bırakılıyor. m_2 kütlesi, h kadar düştükten sonra, kütlelerin çizgisel hızlarını ve bu anda makaranın açısal hızını bulunuz.



Şekil 10.24

Çözüm Şimdi ağırlıklı makaranın etkisini anlamak istiyoruz. İp kaymadığından, makara döner. Eksendeki sürtünmeler ihmal edilmiştir çünkü eksenin yarıçapı makaranın yarıçapına kıyasla çok küçük olduğundan sürtünme kuvvetinin torku iki kütlenin uyguladığı torktan çok daha küçük olur. Buna göre mekanik enerji korunur. Dolayısıyla, sistemin (makara + kütleler + yer) kinetik enerjisindeki artışın potansiyel enerjideki azalışa eşit olacağını söyleyebiliriz. $K_i = 0$ (sistem başlangıçta durgun) olduğundan şunu yazabiliriz:

$$\Delta K = K_s - K_i = \left(\frac{1}{2}m_1v_s^2 + \frac{1}{2}m_2v_s^2 + \frac{1}{2}I\omega_s^2\right) - 0$$

burada m_1 ve m_2 aynı hızdadır. $v_s = R\omega_s$ eşitlikte yerine konursa

$$\Delta K = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)v_s^2$$

elde edilir.

Şekil 10.24'de, m_1 potansiyel enerji kazanırken m_2'nin potansiyel enerji kaybettiğini görürüz. Yani, $\Delta U_2 = -m_2gh$ ve $\Delta U_1 = m_1gh$. $\Delta K + \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$ şeklindeki enerji korunumu kanununu uygulayarak

$$\frac{1}{2}\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)v_s^2 + m_1gh - m_2gh = 0$$

elde edilir. Buradan da

$$v_s = \left[\frac{2\,(m_2 - m_1)gh}{\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)}\right]^{1/2}$$

buluruz. $v_s = R\omega_s$ olduğundan bu anda makaranın açısal hızı

$$\omega_s = \frac{v_s}{R} = \frac{1}{R}\left[\frac{2\,(m_2 - m_1)gh}{\left(m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}\right)}\right]^{1/2}$$

Alıştırma v_s'nin hesabını, makaraya etkiyen $\sum\tau = I\alpha$ torkunu ve m_1 ve m_2'ye Newton'un ikinci kanununu uygulayarak tekrarlayınız. 10.12 ve 10.13 örneklerinde takip edilen işlem adımlarını kullanınız.

ÖZET

Bir parçacık, r yarıçaplı daire çevresinde θ kadar dönerse bu hareketteki yay uzunluğu (radyan olarak) $s = r\theta$ dır.

Bir daire çevresinde dönen bir parçacığın veya sabit bir eksen etrafında dönen katı cismin **açısal yerdeğiştirmesi**

$$\Delta\theta = \theta_s - \theta_i \qquad \textbf{(10.2)}$$

ile verilir.

Bir çember üzerinde dönen bir parçacığın veya sabit bir eksen etrafında dönen katı bir cismin **ani açısal hızı**

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad \textbf{(10.4)}$$

ile verilir

Dönen bir cismin **ani açısal ivmesi** de,

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt} \qquad \textbf{(10.6)}$$

ile verilir.

Bir katı cisim, sabit bir eksen etrafında dönerken her parçacığın açısal hızı ve açısal ivmesi aynıdır.

Bir parçacık veya bir cisim, sabit bir eksen etrafında, sabit açısal ivme (α) ile dönme hareketi yaparsa; sabit çizgisel ivmeli doğrusal hareketteki kinematik eşitliklere benzer eşitlikleri kullanabiliriz:

$$\omega_s = \omega_i + \alpha t \qquad \textbf{(10.7)}$$

$$\theta_s = \theta_i + \omega_i t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \qquad \textbf{(10.8)}$$

$$\omega_s^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\,(\theta_s - \theta_i) \qquad \textbf{(10.9)}$$

Dönme hareketi ile ilgili problem çözerken, aynı problemin doğrusal hareketteki benzerini zihinde canlandırmak yararlı olur.

Bir katı cisim, sabit bir eksen etrafında dönerken, açısal hız ve açısal ivme, doğrusal yerdeğiştirme, çizgisel hız ve teğetsel ivmeye şu şekilde bağlıdır:

$$s = r\theta \qquad \textbf{(10.1a)}$$

$$v = r\omega \qquad \textbf{(10.10)}$$

$$a_t = r\alpha \qquad \textbf{(10.11)}$$

Belli bir durumu tanımlayan doğrusal ve dönme hareketindeki değişkenler arasında kolayca değiştirme yapabilirsiniz.

Bir **parçacıklar sisteminin eylemsizlik momenti,**

$$I \equiv \sum_i m_i r_i^2 \qquad \textbf{(10.15)}$$

olarak verilir.

Bir katı cisim sabit bir eksen etrafında ω açısal hızı ile dönerse, **dönme enerjisi:**

$$K_D = \tfrac{1}{2} I\omega^2 \qquad \textbf{(10.16)}$$

olarak yazılabilir. Burada I, dönme eksenine göre eylemsizlik momentidir. **Katı bir cismin eylemsizlik momenti** şu şekilde verilir:

$$I = \int r^2 dm \qquad \textbf{(10.17)}$$

Burada r, dm kütle elemanının dönme eksenine uzaklığıdır.

Bir cisme etkiyen **F** kuvvetinin **torku** (döndürme momenti) büyüklük olarak

$$\tau = Fd \qquad \textbf{(10.19)}$$

dir. Burada d, orijinden kuvvetin etki çizgisine dik uzaklık olup kuvvetin moment koludur. Tork, bir kuvvetin bir cismi bir eksen etrafında döndürme etkisinin bir ölçüsüdür.

Katı bir cisim, sabit bir eksen etrafında dönecek şekilde kendine etkiyen **net bir dış torka** sahipse cisim, α kadarlık bir açısal ivme ile döner. Net torkla açısal ivme arasındaki ilişki,

$$\sum \tau = I\alpha \qquad \textbf{(10.21)}$$

dir.

Sabit bir eksen etrafında dönen katı cisim üzerinde dış kuvvetlerin iş yapma hızı veya cisme aktarılan **güç**

$$\mathcal{P} = \tau\omega \qquad \textbf{(10.23)}$$

olarak verilir.

Sabit bir eksen etrafında dönen katı cisim üzerinde dış kuvvetlerce yapılan net iş, cismin dönme kinetik enerjisindeki değişmeye eşittir:

$$W = \tfrac{1}{2} I\omega_s^2 - \tfrac{1}{2} I\omega_i^2 \qquad \textbf{(10.24)}$$

SORULAR

1. Bir saatin yelkovanının açısal hızının (ω) büyüklüğü nedir? Düşey asılmış saate bakarken ω'nin yönü nedir? Yelkovanın α açısal ivme vektörünün büyüklüğü nedir?
2. Bir tekerlek, xy düzleminde saat ibresine ters yönde dönüyor. ω'nin yönü nedir? Açısal hız zamanla azalırsa α nın yönü ne olur?
3. Açısal yerdeğiştirme, radyan yerine derece cinsinden ölçüldüğü zaman θ, ω ve α için kinematik ifadeler geçerli midir?
4. Bir cisim, sabit 45 devir/dakika ile dönüyor. rad/s cinsinden açısal hızın büyüklüğü nedir? Açısal ivme nedir?
5. Şekil 10.8 deki parçacıklar sisteminde $a = b$ ve $M > m$ olsun. Hangi eksen etrafında (x, y veya z) eylemsizlik momenti, en küçük ve en büyük değerdedir?
6. Şekil 10.10'daki çubuk üzerinde kütle dağılımı düzgün olmasın. Genel olarak, y eksenine göre eylemsizlik momenti yine $\frac{1}{12} ML^2$ midir? Değilse, kütle dağılımı bilinmeden eylemsizlik momenti hesaplanabilir mi?
7. Katı bir cisim üzerine sadece iki dış kuvvetin etki ettiğini, bunların büyüklükçe eşit ve zıt yönde olduklarını varsayın. Cisim hangi şartlarda döner?
8. Tekerleğin eylemsizlik momentini tayin etmek için Örnek 10.12'de tanımlanan düzeneği nasıl kullanabilirsiniz? (Tekerlek, düzgün bir disk değilse eylemsizlik momenti $\frac{1}{2} MR^2$ ye eşit olmayabilir.)

9. Örnek 10.12 nin sonuçlarını kullanarak, tekerleğin açısal hızını ve asılı kütlenin çizgisel hızını nasıl hesaplarsınız? Sistem, $t = 0$ anında durgun halden serbest bırakılırsa $t = 2$ s sonra bu değerler ne olur? $v = R\omega$ bağıntısı bu durumda geçerli midir?
10. M kütleli küçük bir küre Şekil 10.23'deki çubuğun bir ucuna yerleştirilmiştir. ω'nin değeri, Örnek 10.14'te elde edilenden büyük mü, küçük mü yoksa eşit mi olur?
11. Bir cismin dönme ekseninin değişmesi, eylemsizlik momentini niçin değiştirir? Açıklayınız.
12. Bir cismin dönme kinetik enerjisini değiştirmeden öteleme kinetik enerjisini değiştirmek mümkün müdür?
13. Aynı boyutta iki silindir, kendi eksenleri etrafında aynı açısal hızla dönüyor. Bunlardan biri boş, diğeri su ile doludur? Hangi silindirin durdurulması daha kolay olur?
14. Bir cisim sıfırdan farklı bir eylemsizlik momenti ile mi dönmelidir?
15. Dönen bir cisim görürseniz, buna etkiyen net bir torkun olması gerekli midir?
16. Kararlı bir cisim, bir an için, sıfırdan farklı bir açısal ivmeye sahip olabilir mi?
17. Dünyanın kutuplardaki yarıçapı ekvator yarıçapından biraz küçüktür. Bir miktar kütle, ekvator civarından kaldırılıp Dünya'yı küre yapmak üzere kutup bölgelerine götürülse idi, yerin eylemsizlik momenti nasıl değişirdi?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir
WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir □ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir □ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 10.2 Dönme Kinematiği: Sabit Açısal İvmeli Dönme Hareketi

1. Bir tekerlek durgun halden, sabit açısal ivme ile dönmeye başlıyor ve 3 s sonra açısal hızı 12 rad/s oluyor. (a) Tekerleğin açısal ivmesini, (b) bu sürede döndüğü açıyı radyan cinsinden bulunuz.
2. Her ikiside rad/s cinsinden olmak üzere, (a) Yerin güneş etrafındaki yörüngesinde açısal hızını, (b) Ayın dünya etrafındaki, açısal hızını bulunuz.
3. Bir hava taşıtı terminale varır ve motorlarını durdurur. Motorlardan birinin pervanesinin durmadan önceki açısal hızı saat yönünde 2000 rad/s'dir. Motorun dönmesi 80 rad/s^2 lik bir açısal hızla yavşça oluyor. (a) 10 s sonra açısal hızı bulunuz. (b) Pervanenin durması ne kadar zaman alır?
4. Bir saatte, akrep ve yelkovan saat 12'de üst üste gelir. Bu kolların üst üste geldiği diğer zamanları (saniyesine kadar) tespit ediniz. (b) Saatin saniye ibresi de varsa bu üç kolun üst üste geldiği zamanları bulunuz (Saat 12 de üçü de üst üstedir).
WEB 5. Bir elektrik motoru, bir değirmen taşını 100 devir/dakika hızla döndürürken elektrik kesiliyor. Negatif ivme büyüklüğünü sabit ve 2 rad/s^2 alarak (a) değirmen taşının durmasının ne kadar sürede olacağını bulunuz. (b) Bu sürede taş kaç radyan döner?
6. Bir laboratuvardaki santrifüj 3600 devir/dak hız ile dönüyor. Elektrik kesilince duruncaya kadar 50 devir yapıyor. Santrifüjün sabit açısal ivmesini bulunuz.
7. Bir teker üzerinde bir noktanın açısal konumu $\theta = 5 + 10t + 2t^2$ rad olarak verilmektedir. $t = 0$ ve $t = 3$ s için bu noktanın açısal konumunu, açısal hızını ve açısal ivmesini bulunuz.
8. Bir çamaşır makinesi çalıştırılınca kazanın hareketi 8 s de 5 devir/s hız kazanıyor; bu anda elektriği kesince 12 s de duruyor. Bu çalıştırma esnasında kazan kaç devir yapar?
9. Dönen bir tekerin 37 devir yapması 3 s alıyor ve bu zaman sonunda açısal hız 98 rad/s oluyor. Tekerin sabit açısal ivmesi nedir?
10. (a) Yerin kendi ekseni etrafındaki dönüşünde açısal hızını bulunuz. Yer doğu yönünde dönerken gökyüzünün aynı hızla batıya doğru döndüğünü görürüz.

İlim ilim bilmektir,
İlim kendin bilmektir.
Sen kendini bilmezsin,
Ya nice okumaktır?

Yunus Emre

(b) İngiltere'de Cambridge 0° boylamında ve Saskaton ise 107° batı boylamındadır. Ülker yıldızının Cambridge'de doğması ile Saskatoon'da batması arasında geçen zamanı bulunuz.

Kesim 10.3 Açısal ve Doğrusal Nicelikler

11. Tipik bir otomobil tekerinin bir yılda dönme sayısını kestiriniz. Ölçmeniz veya belirlemeniz gereken nicelikleri ve değerlerini belirtiniz.

12. Bir helikopterin ana pervanesinin ve kuyruk pervanesinin çapları sırasıyla 7,60 m ve 1,02 m, dönme hızları ise 450 devir/dak ve 4138 devir/dak'dır. Pervane uçlarının hızlarını hesaplayınız ve 343 m/s değerindeki ses hızı ile karşılaştırınız.



Şekil P10.12 (*Ross Harrison Koty/Tony Stone Images*)

13. Bir yarış arabası 250 m yarıçaplı dairesel bir pistte dönüyor. Araba 45 m/s 'lik sabit hızla hareket ederse, (a) arabanın açısal hızını, (b) arabanın ivmesinin yön ve büyüklüğünü bulunuz.

14. Bir araba düz bir yolda 36 km/saat hızla gidiyor. Tekerleklerinin yarıçapı 25 cm'dir. Bir tekerleğin, kendi dönme eksenine göre açısal hızını bulunuz.

15. Çapı 2 m olan bir tekerlek 4 rad/s^2 lik sabit açısal ivme ile dönüyor. Tekerlek $t = 0$ anında durgundur ve kenarındaki bir P noktasının yarıçap vektörü, yatayla 57,3° açı yapmaktadır. $t = 2$ s için (a) tekerin açısal hızını, (b) P noktasının çizgisel hız ve ivmesini, (c) P noktasının konumunu bulunuz.

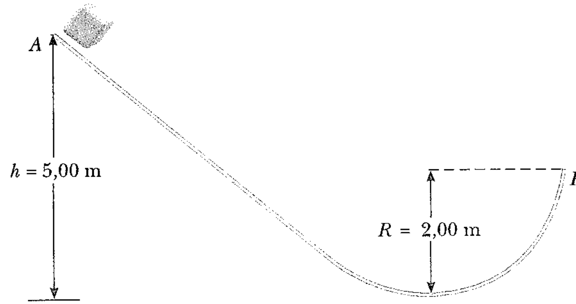
16. Bir disk atıcısı 1,25 devir yaptırarak, başlangıçta durgun olan diski 25 m/s hız kazanacak şekilde ivmelendiriyor. Diskin 1 m yarıçaplı bir daire yayı üzerinde hareket ettiğini varsayalım. (a) Diskin son açısal hızını hesaplayınız. (b) Sabit kabul edilen açısal ivmesini bulunuz. (c) Ivmelenme süresini hesaplayınız.



Şekil P10.16 (*Bruce Ayers/Tony Stone Images*)

17. Bir araba, durgun halden harekete başlıyor ve düzgün ivme ile 9 s içinde 22 m/s hıza ulaşıyor. Tekerlek yarıçapı 58 cm ise, (a) hiç kayma olmadığını varsayarak bu hareket esnasında tekerleğin yaptığı devir sayısını bulunuz. (b) Tekerleğin son dönme hızı devir/saniye olarak nedir?

18. 6 kg'lık bir blok, Şekil P10.18'de görüldüğü gibi sürtünmesiz ray üzerinde A 'dan serbest bırakılıyor. Blok P noktasına geldiği zaman merkezcil ve teğetsel ivmesini bulunuz.



Şekil P10.18

WEB **19.** Yarıçapı 8 cm olan bir disk, ekseni etrafında sabit 1200 devir/dak hız ile dönüyor. (a) Diskin açısal hızını, (b) merkezden 3 cm uzaktaki bir noktanın çizgisel hızını, (c) kenardaki bir noktanın merkezcil ivmesini, (d) kenardaki bir noktanın 2 s'de ne kadar yol aldığını bulunuz.

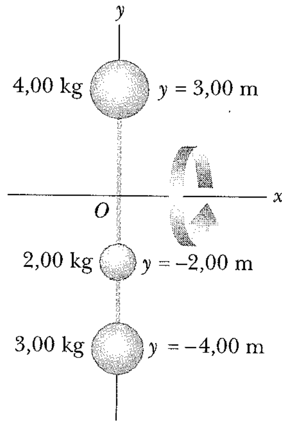
20. Düz zeminde dairesel bir ray üzerinde duran bir araç, 1,70 m/s^2 teğetsel ivme ile hareket ediyor ve yana kaymadan çeyrek devir yapıyor. Araçla ray arasındaki statik sürtünme katsayısını bulunuz.

21. Kütlesi 4 kg olan küçük bir cisim, orijin etrafında 3 m yarıçaplı bir çember üzerinde 4,5 m/s sabit hızla saatin tersi yönünde dönüyor. (a) Hareket (3 m, 0) noktasından başlıyor. Açısal yerdeğiştirme 9 rad olduğu zaman kartezyen birim vektörlerle konum vektörü nedir? (b) Parçacık hangi bölgede (çeyrekte) yer alır ve yer vektörü $+x$ ekseni ile hangi açıyı yapar? (c) Hız vektörü (birim vektörlerle) nedir? (d) Hangi yönde hareket eder? Konum ve hız vektörlerini çiziniz. (e) Birim vektör notasyonu ile ivmesi nedir? (f) Cisim üzerine ne kadar toplam kuvvet etki eder? (Cevabınızı birim vektörleri ile ifade ediniz.)

22. Standart bir kasetin herbir tarafının çalınması 30 dakika sürüyor. Kasetin iki şerit diski müzik setinde sabit iki iğne üzerine yerleştirilir. Motor, sabit 1 rad/s'lik, açısal hızla bir diski döndürdüğünü, ötekinin herhangi bir açısal hızla serbestçe dönebildiğini varsayınız. Şeritin kalınlığını kestiriniz.

Kesim 10.4 Dönme Enerjisi

23. Üç parçacık, y ekseni doğrultusunda kütlesi ihmal edilebilir katı çubuklarla birbirine tutturulmuştur (Şekil P10.23). Sistem x-ekseni etrafında 2 rad/s açısal hızla dönerse, (a) x-eksenine göre eylemsizlik momentini ve $\frac{1}{2} I\omega^2$ den de toplam dönme kinetik enerjisini hesaplayınız, (b) her parçacığın çizgisel hızını ve $\sum \frac{1}{2} m_i v_i^2$ den de toplam kinetik enerjisini bulunuz.

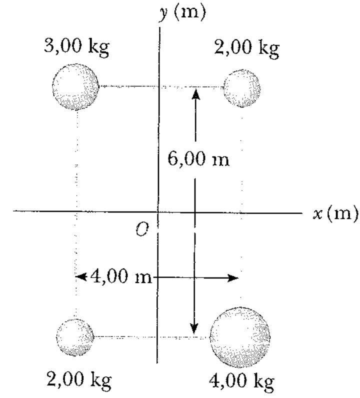


Şekil P10.23

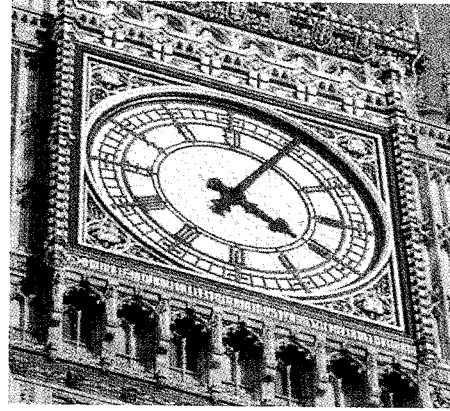
24. Bir beyzbol topunun (yarıçap = 3,8 cm) kütle merkezi 38 m/s hızla hareket ediyor. Top, kütle merkezinden geçen eksen etrafında 125 rad/s açısal hız ile dönüyor. Dönme kinetik enerjisinin, öteleme kinetik enerjisine oranını hesaplayınız. Topu düzgün bir küre şeklinde alınız.

WEB 25. Şekil P10.25'teki dört parçacık, kütlesi ihmal edilen katı çubuklarla birbirine tutturulmuştur. Orijin dikdörtgenin merkezindedir. Sistem xy düzleminde z-ekseni etrafında 6 rad/s lik açısal hızla dönüyorsa, (a) z-eksenine göre sistemin eylemsizlik momentini, (b) sistemin dönme kinetik enerjisini bulunuz.

26. Londra'da meşhur Parlamento kulesindeki saatin akrep ve yelkovanının boyları 2,7 m ve 4,5 m; kütleleri ise 60 kg ve 100 kg'dır. Bu iki kolun dönme kinetik enerjilerini hesaplayınız. (Akrep ve yelkovanı ince çubuklar olarak düşünebilirsiniz.)

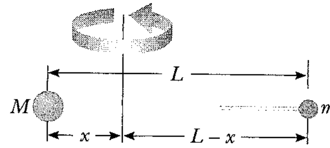


Şekil P10.25



Şekil P10.26 Problem 26 ve 74
(*John Lawrence/Tony Stone Görüntüsü*)

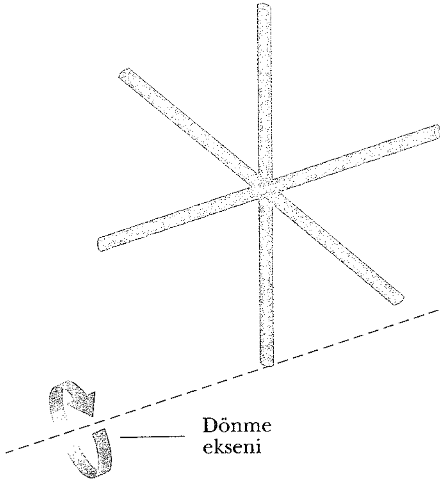
27. M ve m kütleleri Şekil P10.27'deki gibi kütlesi ihmal edilebilen L uzunluğunda katı bir çubukla bağlıdır. Çubuğun, sadece kütle merkezinden geçen dik bir eksene göre eylemsizlik momentinin minimum olacağını gösteriniz. $\mu = mM/(m + M)$ olmak üzere bu eylemsizlik momentinin $I = \mu L^2$ olduğunu gösteriniz.



Şekil P10.27

Kesim 10.5 Eylemsizlik Momentinin Hesabı

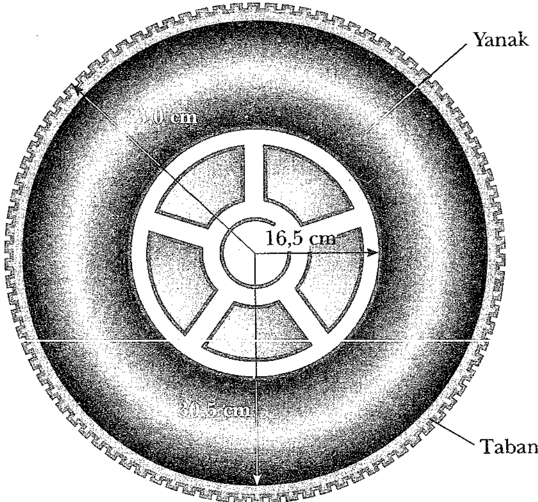
28. Herbirinin boyu L ve kütlesi m olan özdeş üç çubuk Şekil P10.28 deki gibi birbirlerine dik olarak kaynakla tututurulmuştur. Bu sistem, çubuğun biri-



Şekil P10.28

nin ucundan geçen, bir diğerine paralel olan bir eksen etrafında döndürülüyor. Bu durumda bu düzeneğin eylemsizlik momentini bulunuz.

29. Bir araba tekeri ve boyutları Şekil P10.29 da görülmektedir. Lastik tekerin yan taraflarının kalınlığı düzgün ve 0,635 cm, dişli kısmın kalınlığı 2,5 cm ve genişliği 20 cm dir. Yoğunluğunu $1,10 \times 10^3$ kg/m^3 olarak her yerde sabit alınız. Merkezinden geçen teker düzlemine dik eksene göre tekerin eylemsizlik momentini bulunuz.



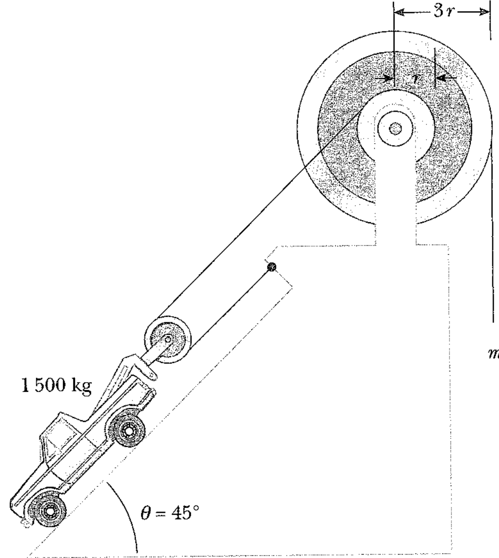
Şekil P10.29

30. Paralel eksen teoremi ve Tablo 10.2'yi kullanarak aşağıdaki durumlarda eylemsizlik momentini bulunuz: (a) kütle merkezi eksenine paralel ve bir kenarı boyunca geçen eksene göre, bir katı silindirin, (b) yüzeye teğet bir eksene göre bir katı kürenin.

31. *Dikkat! Geriye dön!* Diklemesine ayakta durup ayak bileklerinizin ortası ile kafanızdan geçen dik bir eksen etrafında dönmeniz halinde, vücudunuzun eylemsizlik momentinin büyüklük mertebesini tahmin ediniz. Çözümünüzde ölçerek veya tahmin ile tespit ettiğiniz nicelikleri ve değerlerini belirtiniz.

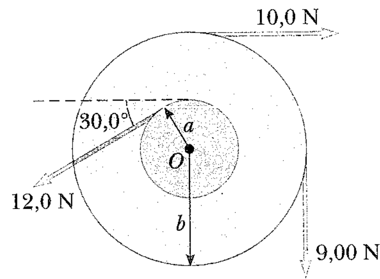
Kesim 10.6 Tork

32. Şekil P10.32 'deki eğik düzlem üzerindeki 1500 kg lık arabayı dengeleyen m kütlesini bulunuz. Düzlemin eğim açısı $\theta = 45°$ dir. Marakaları kütlesiz ve sürtünmesiz alınız.



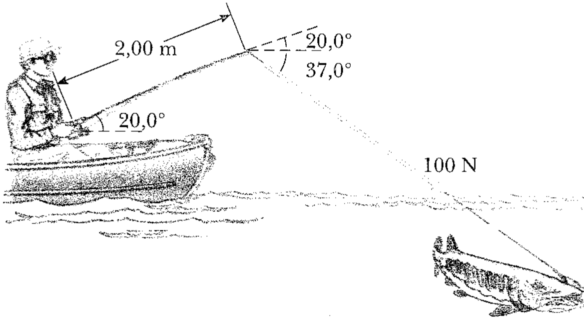
Şekil P10.32

WEB 33. Şekil P10.33'te görülen tekerin O'dan geçen eksene göre net torkunu, a = 10 cm, b = 25 cm alarak bulunuz.

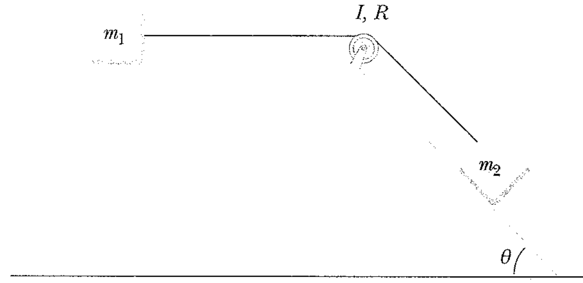


Şekil P10.33

34. Şekil P10.34'eki olta çubuğu yatayla 20° yapıyor. Sayfa düzlemine dik ve balığın ağız kısmından ge-



Şekil P10.34



Şekil P10.39

çen eksene göre balık tarafından uygulanan tork nedir?

35. Kütlesi 1500 kg olan bir arabanın tekerleklerinin çapı 0,6 m ve yol yüzeyi ile tekerlekler arasındaki sürtünme katsayıları $\mu_s = 0{,}8$ ve $\mu_k = 0{,}6$ dır. Ağırlığın bu dört teker üzerine eşit dağıldığını varsayarak, teker dönmeyecek şekilde motor tarafından tekere aktarılabilecek maksimum torku bulunuz. Dilerseniz arabayı durgun farzedebilirsiniz.

36. Önceki problemde araba disk fren sistemine sahiptir. Her teker bir fren pedalı ile disk şekilli rotor arasındaki sürtünme ile yavaşlatılır. Bu özel durumda fren pedalı eksenden ortalama 22 cm uzakta rotora temas eder. Fren pedalı ile disk arasındaki sürtünme katsayıları $\mu_s = 0{,}6$ ve $\mu_k = 0{,}5$ olduğuna göre araba mümkün olduğunca hızla yavaşlarken, rotora uygulanması gereken normal kuvveti hesaplayınız.

Kesim 10.7 Tork ve Açısal İvme Arasındaki Bağıntı

WEB **37.** Kütlesi 0,75 kg olan bir model uçak, 30 m yarıçaplı bir daire üzerinde uçacak şekilde bir ipe bağlanmıştır. Uçak motoru bağlanma ipine dik 0,80 N luk bir itme sağlamaktadır. (a) Daire merkezine göre motor kuvvetinin oluşturduğu torku bulunuz. (b) Bu uçuş düzeyinde uçağın açısal ivmesini bulunuz. (c) Uçağın uçuş yörüngesine teğet çizgisel ivmesini bulunuz.

38. Sabit bir eksen etrafında dönen bir tekerlek üzerinde, sürtünme ve uygulanan başka kuvvetlerin bileşimi, 36 Nm lik sabit bir toplam tork oluşturmaktadır. Uygulanan kuvvet 6 s etkili olmakta ve bu zaman aralığında tekerleğin açısal hızı, 0 dan 10 rad/s ye çıkmaktadır. Uygulanan kuvvet kaldırılınca, tekerlek 60 s sonra durmaktadır. (a) Tekerleğin eylemsizlik momentini, (b) sürtünme kuvvetine ait torkun büyüklüğünü, (c) tekerleğin toplam dönüş sayısını bulunuz.

39. Kütleleri $m_1 = 2$ kg ve $m_2 = 6$ kg olan iki blok yarıçapı $R = 0{,}25$ m ve kütlesi $M = 10$ kg olan bir makara üzerinden geçen kütlesi dikkate alınmayan bir iple birbirine bağlıdır. Şekil P10.39'da görüldüğü gibi bloklar sağa hareket ederler. $\theta = 30°$ olduğuna göre makara ve bloklar üzerindeki kuvvetleri gösteriniz. (a) İki blokun ivmesini, (b) makaranın iki tarafında ip üzerindeki gerilmeyi bulunuz.

40. Yarıçapı 0,5 m ve kütlesi 100 kg olan taştan yapılmış kalın disk şeklindeki bir çömlekçi çarkı, 50 devir/dakika hızla serbestçe dönüyor. Çömlekçi, çarkın çevresine ıslak bir bezle bastırarak yarıçap boyunca içe doğru 70 N luk bir kuvvet uyguluyor ve çarkı 6 s'de durdurabiliyor. Çark ile ıslak bez arasındaki kinetik sürtünme katsayısını bulunuz.

41. Bir bisiklet tekerinin çapı 64 cm ve kütlesi 1,8 kg dır. Tekerin bütün kütlesinin en dış noktalarda olduğunu farzediniz. Bisiklet, merdaneler üzerinde sabit bir stand üzerindedir ve tekerin cantına 120 N'luk teğet kuvvet uygulanıyor. (a) tekere 45 rad/s^2 lik bir ivme kazandırılacaksa, 9 cm çaplı dişli üzerinden geçen zincir ne kadar kuvvet uygulamalıdır? (b) Zincir 5,6 cm çaplı dişli üzerinde ise ne kadar kuvvet gerekir?

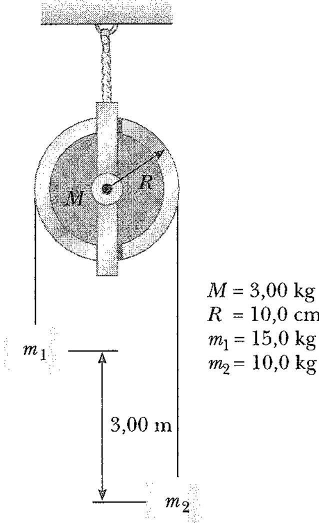
Kesim 10.8 Dönme Hareketinde İş, Güç ve Enerji

42. Kütlesi 1,2 kg kg olan 24 cm uzunluğunda 1,5 cm yarıçaplı silindirik bir çubuğun bir ucuna kütlesi 2 kg olan 8 cm çaplı bir top tutturulmuştur. Top üstte olacak şekilde sistem başlangıçta durgun ve düşey durumundadır. Sistem, çubuğun alt ucu etrafında dönecek şekilde serbesttir. (a) 90° dönerek düşünce dönme kinetik enerjisi ne olur? (b) çubuk ve topun açısal hızı nedir? (c) Topun çizgisel hız nedir? (d) Top serbest olarak aynı miktarda yani 28 cm düşseydi, bu değer (çizgisel hızı) ne olurdu? Karşılaştırınız.

43. 15 kg ve 10 kg'lık iki kütle, yarıçapı 10 cm ve kütlesi 3 kg olan bir makara üzerinden geçen iple bağlıdırlar (Şekil P10.43). İpin ağırlığı ihmal ediliyor ve bu ip kaymadan makarayı döndürebiliyor. Makara

sürtünmesiz dönebilmektedir. Başlangıçta kütleler arasındaki yükseklik farkı 3 m ve kütlelerin her ikisi de durgundur. Makaranın düzgün bir disk olduğunu kabul ederek iki kütlenin birbiri önünden geçerkenki hızlarını bulunuz.

44. m_1 ve m_2 kütleleri, yarıçapı R ve kütlesi M olan bir makara üzerinden geçen ip uçlarına bağlıdır (Şekil P10.43). İpin kütlesi ihmal edilebilir ve bu ip kaymadan makarayı döndürebiliyor. Harekette sürtünme yoktur. Kütleler başlangıçta sabit ve aralarındaki uzaklık d kadardır. Makara düzgün bir disk olarak alındığında, birbiri önünden geçerken kütlelerin hızını bulunuz.

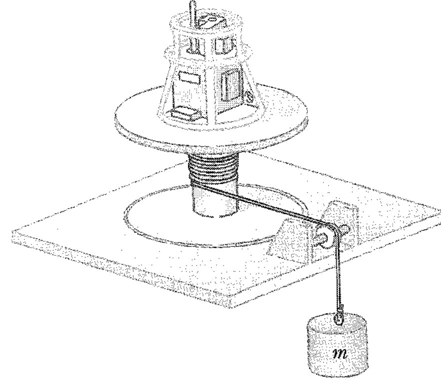


Şekil P10.43 Problem 43 ve 44

45. 50 N'luk bir ağırlık, yarıçapı 0,25 m ve kütlesi 3 kg olan bir kasnağın çevresine sarılı hafif ipin serbest ucuna tutturulmuştur. Kasnak, merkezinden geçen yatay bir eksen etrafında düşey düzlemde dönebilmektedir. Asılı ağırlık yerden 6 m yüksekte iken serbest bırakılıyor. (a) İpteki gerilmeyi, kütlenin ivmesini ve yere çarpma anında kütlenin hızını bulunuz, (b) (a)'da hesaplanan hızı, enerjinin korunumu kanununu kullanarak bulunuz.

46. Sabit 25 N·m torku eylemsizlik momenti 0,13 kg·m^2 olan bir değirmen taşına uygulanıyor. Enerji prensibini kullanarak 15 devir yaptıktan sonra değirmen taşının açısal hızını bulunuz. (Sürtünmeyi ihmal ediniz.)

47. Bu problem uzay aracı teçhizatı gibi düzensiz şekilli cisimlerin eylemsizlik momentini tespitle ilgilidir. Şekil P10.47, r yarıçaplı bir makara etrafında dönebilen bir ipin ucuna asılı bir m kütlesini gösteriyor. Kütle serbest bırakılınca h kadar inerek bir v hızı

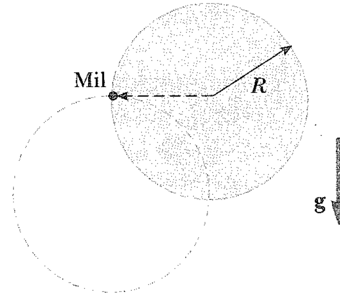


Şekil P10.47

kazanıyor. Dönen sistemin eylemsizlik momentinin $mr^2\,(2gh/v^2 - 1)$ olduğunu gösteriniz.

48. Bir otobüs 300 devir/dak'lık bir maksimum dönme hızına ulaşan bir volandan güç alıyor. Volan, kütlesi 1000 kg olan 1 m çapında bir katı silindirdir. Otobüs için ortalama 10 kW güç gerekiyorsa volan hangi hızla dönmelidir?

49. (a) Yarıçapı R ve kütlesi M olan düzgün katı bir disk, çevresi üzerindeki bir nokta etrafında dönebilecek şekilde tutturulmuştur (Şekil P10.49). Eğer disk yeşil daire ile gösterilen konumdan serbest bırakılırsa, kesikli çizgi ile gösterilen konuma geldiğinde kütle merkezinin hızı ne olur? (b) Kesikli konumda, disk üzerindeki en alt noktanın hızı nedir? (c) Cismin düzgün bir kasnak olması halinde (a) şıkkını yeniden çözünüz.



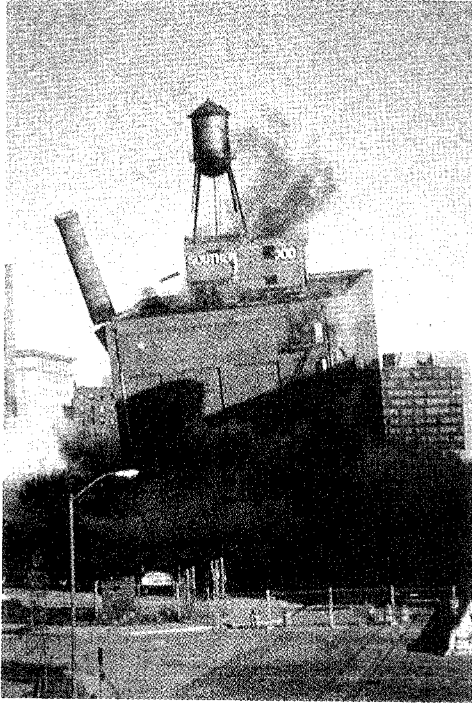
Şekil P10.49

50. Yarıçapı 1,5 m olan 800 N'luk yatay bir silindir (atlı karınca), yüzeyine teğet olarak uygulanan 50 N'luk sabit bir kuvvetle durgunken harekete başlıyor. 3 s sonra katı silindirin kinetik enerjisini bulunuz.

EK PROBLEMLER

51. Devrilen bacalar genellikle ortasından kopar (Şekil P10.51), çünkü tuğlalar arasındaki harç fazla zora

dayanamaz. Baca düşmeye başlarken kesme kuvvetleri, kesitin üst kısmını ivmelendirecek şekilde teğet olarak etki eder ve bacanın alt kısmı döner. Basitlik için bir model alalım; baca alt ucu bir mile bağlı boyu ℓ olan düzgün bir çubuk olsun. Çubuk başlangıçta düşey durumda durgun olsun (dipte sürtünmesiz mili var) ve çekim kuvveti etkisiyle düşsün. Çubuğun hangi kısmında teğetsel ivme $g \sin \theta$'dan büyüktür? Burada θ bacanın düşeyle yaptığı açıdır.



Şekil P10.51 Baltimore'da yıkılan bir site. Sol tarafta baca binadan ayrı olarak yıkılmaktadır. Şekil 10.19 ile karşılaştırınız. (*Jerby Wachter/Phoot Researcher Inc.*)

52. **Tarama Problemi.** Bir mikser çırpıcı üç ince çubuktan ibarettir. Herbiri 10 cm uzunluğundadır ve birbiriyle bağlantı noktasında 120° açı yaparlar ve hepsi aynı düzlemde döner. Her çubuğun ucunda bir top vardır ve her topun kesit alanı 4 cm^2 dir. Bunlar sürüklenecek şekildedir ve sürüklenme katsayısı 0,6 dır. Çırpıcıyı 1000 devir/dak hızla döndürmek için gerekli gücü (a) havada, (b) suda bulunuz.

53. Bir bileği taşı düzgün, katı bir disk şeklindedir ve yarıçapı 7 cm, kütlesi 2 kg'dır. Bu taş, durgun halden harekete başlar ve bir motor tarafından sağlanan sabit 0,6 N·m lik tork etkisi ile düzgün olarak ivmelenir. (a) Taşın 1200 devir/dakika çalışma hızına erişmesi ne kadar zaman alır? (b) Taş, ivmelendiği bu süre içinde kaç devir yapar?

54. Yer merkezinden r uzaklıkta yerin yoğunluğu, R yer yarıçapı olmak üzere şu ifade ile verilir:

$$\rho = [14{,}2 - 11{,}6\ r/R] \times 10^3\ \text{kg/m}^3$$

M dünyanın kütlesi olmak üzere, bu yoğunluğun, merkezden geçen bir eksene göre $I = 0{,}330\ MR^2$ ile verilen eylemsizlik momentine sebep olacağını gösteriniz.

55. 4 m uzunluğunda naylon bir sicim, 0,5 m yarıçaplı ve 1 kg kütleli düzgün silindirik bir makara etrafına sarılıdır. Durgun olan makara sürtünmesiz bir mil üzerine tutturulmuştur. Sicim, makaradan sabit 2,5 m/s^2 lik ivme ile çekiliyor. (a) Makara ω = 8 rad/s açısal hız kazandığı zaman ne kadar iş yapılmıştır? (b) Makara üzerinde yeteri kadar sicim olduğunu farzederek makaranın 8 rad/s lik hız kazanması ne kadar zaman alır? (c) Makara üzerinde makaraya 8 rad/s açısal hız kazandıracak kadar sicim var mıdır?

56. Pekçok makinede, düzgün dönüş hareketi yaptırmak için ağır dairesel diskler kullanılır. Böyle bir diskin dönme eylemsizliği, çalışma esnasında ortaya çıkan dönme hızındaki dalgalanmaları düzenler. 0,6 m çapında 200 kg kütleli böyle özel bir disk, sürtünmesiz bir taşıyıcı üzerine yerleştirilmiştir. Diske bağlı motor, durgun diski ivmelendirir ve ona 1000 devir/dakika hız kazandırır. (a) Diskin eylemsizlik momenti nedir? (b) Bu ivmelendirme süresince disk üzerinde ne kadar iş yapılır? (c) 1000 devir/dakika hız kazanıldıktan sonra motorun diskle bağlantısı kesilir. Dönme hızını 500 devir/dakika ya düşürmek için sürtünmeli bir pedal kullanılır. Pedal vasıtası ile ne kadar enerji ısı olarak harcanır?

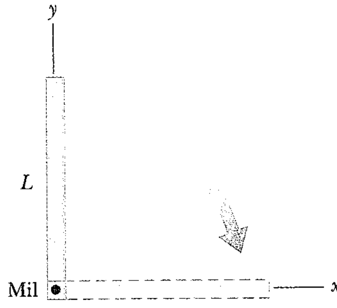
57. Bir şaft 65 rad/s başlangıç hızı ile dönüyor. Açısal ivme

$$\alpha = -10\ \text{rad/s}^2 - 5t\ \text{rad/s}^3$$

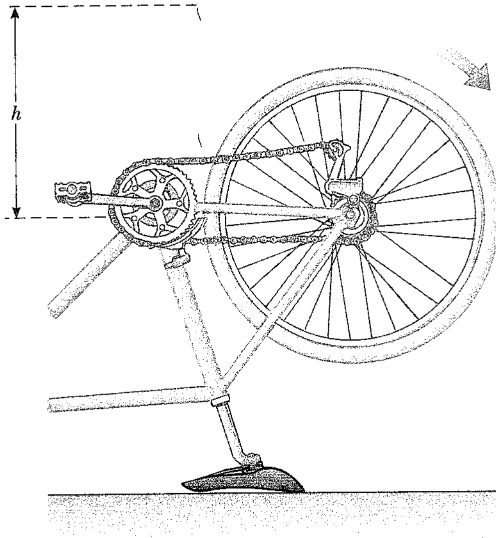
ile veriliyor, burada t zamandır. (a) t = 3 s için açısal hızını bulunuz. (b) 3 s'de ne kadar döner?

58. Verilen bir dönme ekseni için, katı bir cismin *jirasyon yarıçapı* (K), $K^2 = I/M$ eşitliğiyle tanımlanır. Burada M cismin toplam kütlesi ve I verilen eksene göre eylemsizlik momentidir. Yani, jirasyon yarıcapı, hayali noktasal M kütlesinin dönme eksenine uzaklığına eşittir. Burada bu eksene göre noktasal kütleye ait I değeri aynı eksene göre katı cisiminki ile aynıdır. Aşağıdaki şekillerin jirasyon yarıçaplarını bulunuz: (a) R yarıçaplı katı bir disk, (b) L uzunluğunda düzgün bir çubuk, (c) R yarıçaplı katı bir küre. Bu üç cisim, kendi eksenleri etrafında dönmektedir.

59. Kütlesi M ve boyu L olan düzgün bir çubuk, bir ucuna tutturulmuş yatay bir mil etrafında sürtün' daki gibi düşey durumda iken serbest bırakılır. Çubuk yatay duruma geldiği anda, (a) açısal hızını, (b) Açısal ivmesini, (c) kütle merkezinin ivmesinin x ve y bileşenlerini, (d) eksendeki (mil) tepki kuvvetinin bileşenlerini bulunuz.



Şekil P10.59

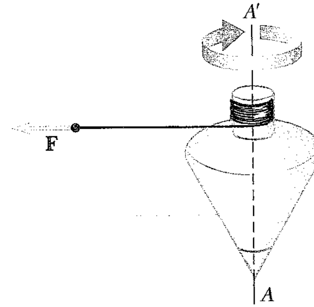


Şekil P10.60 Problem 60 ve 61

60. Bir bisiklet, patlayan tekerleğinin tamir edilebilmesi için sahibi tarafından ters döndürülür. Çocuğun arkadaşı, diğer tekerleği döndürünce, su damlalarının tekerleğe teğet olarak fırladığını gözleyerek damlaların düşey olarak çıkabildiği maksimum yüksekliği ölçüyor (Şekil P10.60). İlk dönüşte tekerlekten fırlayan damla 54 cm yüksekliğe, ikinci dönüşte fırlayan damla ise 51 cm yüksekliğe çıkmaktadır. Teker yarıçapı 0,381 m'dir. Bu çocuk, damlaların çıkış yüksekliğinin tekerleğin açısal hızındaki azalmadan dolayı küçüldüğü sonucuna varıyor. Bu bilgilerden, gözlenen yükseklikler ve tekerlek yarıçapını kullanarak tekerleğin ortalama açısal ivmesini hesaplayınız.

61. Bir bisiklet, patlayan tekeri tamir edilirken tersine döndürülür. Bir arkadaş R yarıçaplı diğer tekeri döndürür ve su damlalarının tekere teğet olarak ayrıldığını gözler, damlaların yükselme miktarını ölçer (Şekil P10.60). Bir dönüşte fırlayan damlanın h_1 yüksekliğine, ikinci dönüşte fırlayan damlanın ise h_2 yüksekliğini ($h_2 < h_1$) çıktığını görür. Tekerlerin açısal hızı azaldığından çkış yüksekliği düşer. Bu bilgilerle tekerin ortalma açısal ivmesini hesaplayınız.

62. Şekil P10.62 de görülen topaçın eylemsizlik momenti 4×10^{-4} kg·m^2 ve başlangıçta durgundur. Topaç AA′ ekseni etrafında dönecek şekilde serbesttir. Topacın üst kısmına sarılı ip; döndürülecek şekilde 5,57 N'luk bir gerilme kuvveti uygular. İp kaymadan 80 cm çekilerek topaç döndürülürse topacın açısal hzı ne olur?



Şekil P10.62

63. Bir sicim, kütlesi m ve yarıçapı r olan bir makaranın çevresine sarılıdır ve serbest ucuna M kütleli bir blok bağlıdır. Blok durgun halden, yatayla θ açısı yapan sürtünmeli eğik düzlem üzerinde kaymaya başlar. Blok ile yüzey arasındaki kinetik sürtünme katsayısı μ 'dür. (a) Eğik düzlem üzerinde kayma miktarı olan d 'nin fonksiyonu olarak, bloğun v hızının

$$v = [4gdM(m + 2M)^{-1}(\sin\theta - \mu\cos\theta)]^{1/2}$$

olduğunu göstermek için iş-enerji teoremini kullanınız. (b) Bloğun ivmesini μ, m, M, g ve θ terimlerine bağlı olarak bulunuz.

64. (a) Yerin kendi ekseni etrafındaki dönme enerjisi nedir? Yerin yarıçapı 6400 km ve kütlesi 6×10^{24} kg dır. Yeri, eylemsizlik momenti $\frac{2}{5}MR^2$ olan küre olarak alınız. (b) Yer'in dönme enerjisi, sürtünmeden dolayı az da olsa azalır. Yer'in dönme periyodunun her yıl yaklaşık 10 μs azaldığını dikkate alarak bir günde yerin dönme enerjisindeki değişimi bulunuz.

65. Bir mil üzerine d aralıkla yerleştirilmiş dönen iki kağıt diski delip geçecek şekilde giden bir merminin hızını bulabiliriz (Şekil P10.65). Disklerdeki iki mermi deliğinin $\Delta\theta$ açı farkından ve disklerin ω

Şekil P10.65

açısal hızından merminin hızını tayin edebiliriz. Aşağıda verilen değerlere göre, merminin hızını bulunuz: $d = 80$ cm, $\omega = 900$ devir/dak, $\Delta\theta = 31°$.

66. Bir teker kasnak şeklindedir ve merkezinden kenara eşit aralıklarla yerleştirilmiş n parmak vardır. Kasnağın kütlesi M ve yarıçapı (dolayısıyla basamakların) R'dir. Her parmağın kütlesi m'dir. (a) merkezinden kasnak düzlemine dik olarak geçen eksene göre, (b) kenarından kasnak düzlemine dik olarak geçen eksene göre tekerin eylemsizlik momentini bulunuz.

67. Düzgün ince katı bir kapının boyu 2,20 m, genişliği 0,87 ve kütlesi 23 kg'dır. Menteşeleri etrafında dönmesi için eylemsizlik momentini bulunuz. Gereksiz bir veri var mı?

68. İçi boş, düzgün bir silindirik makarının iç yarıçapı $R/2$, dış yarıçapı R ve kütlesi M'dir (Şekil P10.68). Makara sürtünmeli, sabit yatay bir mil etrafında dönebilecek şekilde tutturulmuştur. Makara etrafına sarılı ipin ucuna m kütlesi bağlıdır. m kütlesi serbest bırakılınca t kadar zamanda y kadar düşer. Makara ile mil arasındaki sürtünme kuvvetine ait torkun

$$\tau_s = R[m(g - 2y/t^2) - M(5y/4t^2)]$$

olacağını gösteriniz.

69. Bir elektrik motoru, eylemsizlik momenti $I = 20\,000$ kg·m^2 olan tekerlek şeklindeki dönme dolabı, 12 s içinde durgun halden 10 devir/dakika hıza çıkaracak şekilde ivmelendiriyor. Motor durdurulduğu zaman dönme dolap sürtünmeden dolayı 10 s içinde dakikada 10 devirden 8 devire düşecek şekilde yavaşlıyor (a) Tekerleğe 10 devir/dakikalık hız kazandırmak için motorun oluşturduğu torku, (b) dönme dolabın 10 devir/dakikalık dönme hızını koruyabilmek için gerekli gücü bulunuz.

70. Şekil P10.70'te gösterilen makaranın yarıçapı R ve eylemsizlik momenti I dır. m kütlesinin bir ucu yay sabiti k olan bir yaya, diğer ucu makara etrafında sarılı bir sicime bağlıdır. Makara mili ve eğik düzlem sürtünmesizdir. Yayı gerilmemiş halden d kadar uzatacak şekilde makara saatin tersi yönde çevrilir ve serbest bırakılırsa, (a) yay tekrar gerilmemiş haline geldiği zaman makaranın açısal hızını, (b) bu durumda aşağıda verilen sayısal değerlerle açısal hız değerini bulunuz: $I = 1$ kg·m^2, $R = 0{,}3$ m, $k = 50$ N/m, $m = 0{,}5$ kg, $d = 0{,}2$ m, $\theta = 37°$.

Şekil P10.70

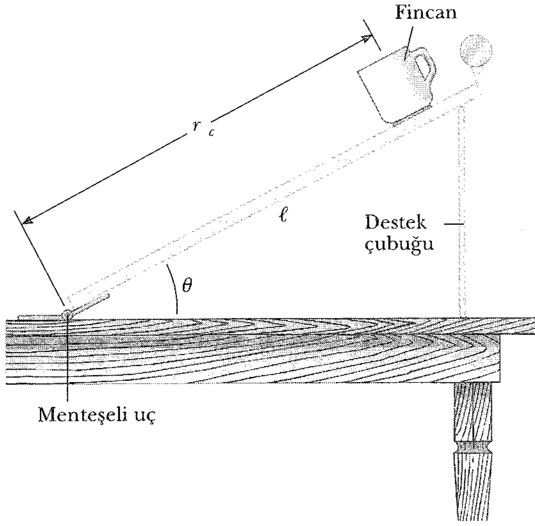
71. İki blok, Şekil P10.71'de gösterildiği gibi eylemsizlik momenti I ve yarıçapı 0,25 m olan bir makara üzerinden geçen kütlesi ihmal edilebilir bir ipin uçlarına bağlıdır. Eğik düzlem üzerindeki blok sabit 2 m/s^2 ivme ile yukarı çıkıyor. (a) İpin iki parçasında T_1 ve T_2 gerilmelerini, (b) Makaranın eylemsizlik momentini bulunuz.

72. Şekil P10.72'deki gösteri deneyi, alt ucu menteşeli ℓ uzunluğunda bir eğik düzlemden ibarettir ve üst

Şekil P10.68

Şekil P10.71

uçta bir top durmaktadır. Destek çubuğu aniden kaldırılınca topu yakalayacak şekilde r_c mesafesine hafif bir bardak konmuştur. (a) θ açısı 35,3° den



Şekil P10.72

küçükken düşen düzlemin gerisinde kalacağını, (b) düzlem bu sınır açısında desteklenirken topun bardak içine düşeceğini ve bardağın

$$r_c = \frac{2\ell}{3\cos\theta}$$

noktasında olacağını gösteriniz. (c) Bu kritik açıda top 1 m'ik çubuğun ucunda ise, bardağın ilk noktadan 18,4 cm uzakta olması gerektiğini gösteriniz.

73. Sürtünmenin sonucu olarak bir tekerin açısal hızı zamanla

$$d\theta/dt = \omega_0 e^{-\sigma t}$$

ifadesine bağlı olarak değişir. Burada ω_0 ve σ sabittir. Açısal hız $t = 0$ anındaki 3,5 rad/s değerinden, $t = 9{,}35$ de 2,0 rad/s değerine düşer. σ ve ω_0'ı bulmak için bu değerleri kullanınız. Sonra (a) $t = 3$ s'deki açısal ivmeyi, (b) ilk 2,5 s'de tekerin yaptığı devir sayısını, (c) tekerleğin durmadan önce yaptığı devir sayısını bulunuz.

74. Londra'da Parlamento kulesindeki saatin akrep ve yelkovanının boyları 2,7 m ve 4,5 m; kütleleri ise sırayla 60 kg ve 100 kg'dır (Şekil P10.26). (a) aşağıdaki zamanlarda bu kollara ağırlık kuvvetinin dönme eksenine göre uyguladığı torku bulunuz: (i) 3:00, (ii) 5:15, (iii) 6:00, (iv) 8:20 ve (v) 9:45 (Kolları ince çubuklar olarak alabilirsiniz). (b) toplam torkun sıfır olduğu zamanları bulunuz. Zamanları bulurken, transandantal denklemi numerik olarak çözünüz.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

10.1 ω'nın negatifliğinden, hareketin saat yönünde olduğu anlaşılır. $\boldsymbol{\omega}$ ile $\boldsymbol{\alpha}$'nın antiparalel olması ω'nın azalması gerektiğini, dolayısıyla hareketin yavaşlaması gerektiğini ifade eder. Böylece, cismin dönmesi gittikçe yavaşlar (azalan açısal hızla), bu da paraşütünü açan bir atlayıcı hareketine benzer. Burada hız negatif, aşağı yöndedir. Atlayıcı paraşütünü açınca yukarı yönde büyük bir kuvvet yukarı yönde bir ivmeye yol açar. Sonuç olarak ivme ve hız vektörleri zıt yöndedirler. Sonuçta paraşüt yavaş düşer.

10.2 Evet, teker üzerinde bütün noktaların açısal hızı aynıdır. Bu ise dönme hareketinde açısal nicelikleri kullanmamızın sebebidir. (b) Hayır, teker üzerinde bütün noktaların çizgisel hızı aynı değildir. (c) $v = 0$, $a = 0$. (d) $v = R\omega/2$, $a = a_r = v^2/(R/2) = R\omega^2/2$ (ω sabit olduğundan a_t bütün noktalarda sıfırdır). (e) $v = R\omega$, $a = R\omega^2$

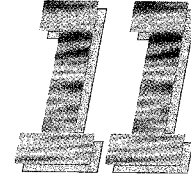
10.3 (a) $I = MR^2$. (b) $I = MR^2$. Bir dönme eksenine eşit uzaklıktaki kütleler sisteminin eylemsizlik momenti, daima uzaklıkların karesi ile kütlelerin çarpımının toplamıdır.

10.4 (b) P noktasından geçen eksen etrafındaki dönme daha fazla iş gerektirir. Merkez eksenine göre kasnağın eylemsizlik momenti $I_{KM} = MR^2$ dir, oysa P noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momenti paralel eksen teoremi ile $I_P = I_{KM} + MR^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$ dır.



En çok tutulan eski bisikletlerden biri 1870 yılında yapılan "peni-çeyrek peni"dir. Bisiklete bu adın verilme sebebi ise onun tekerlek büyüklükleri arasındaki oranın İngiliz madeni paraları olan peni ile çeyrek peninin büyüklükleri arasındaki oranla aynı olmasıdır. Sürücü ön tekerin üstünden aşağıya doğru baktığında, tekerin öne doğru kendinden ve ön tekere bağlı direksiyondan daha hızlı hareket ettiğini görür. Bu durumda şu ana kadar tekerin merkezinin direksiyona göre hareket halinde olduğu ise hiç gözlenmemiştir. Dönen tekerin farklı kısımları nasıl olur da farklı doğrusal hızlarla hareket edebilir? (© *Steve Lovegrove/Tasmanian Photo Library*)

b ö l ü m



Yuvarlanma Hareketi ve Açısal Momentum

Bölüm İçeriği

Önceki bölümde, sabit bir eksen etrafında dönen bir katı cismin dönme hareketinin nasıl ele alınacağını öğrendik. Bu bölüm, dönme ekseninin uzayda sabit olmadığı daha genel bir durumla ilgilidir. Şimdi, *yuvarlanma hareketi* denilen böyle bir hareketi açıklayarak konuya gireceğiz. Fakat bu bölümün ana konusu, dönen cisimlerin dinamiğinde anahtar rolü oynayan bir nicelik olan açısal momentumdur. Doğrusal momentumun korunumuna benzer şekilde; eğer cismin üzerine etki eden dış torklar yoksa, katı bir cismin açısal momentumunun her zaman korunduğunu göreceğiz. Doğrusal momentumun korunumu yasası gibi, açısal momentumun korunumu yasası da relativistik (göreli) ve kuantum mekaniksel sistemlerde aynı derecede geçerli olan temel bir fizik yasasıdır.

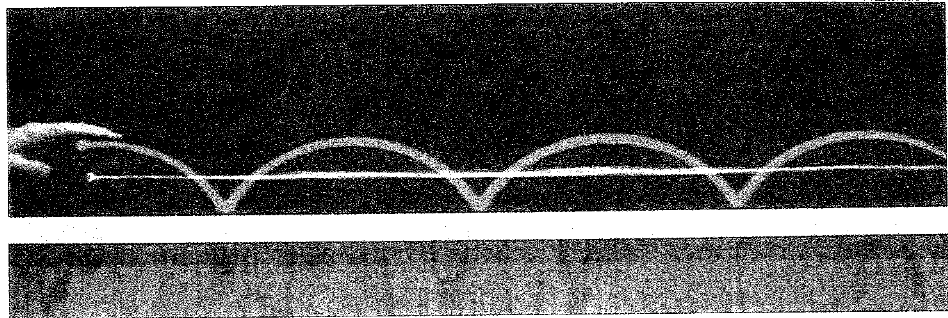
11.1 KATI CİSMİN YUVARLANMA HAREKETİ

7.7 Bu kesimde, hareketli bir eksen etrafında dönen katı bir cismin hareketini inceleyeceğiz. Genelde, böyle bir hareket çok karmaşıktır. Bununla beraber; tartışmalarımızı silindir, küre veya halka gibi oldukça yüksek simetriye sahip olan homojen katı bir cisim üzerine sınırlayarak konuyu basitleştirebiliriz. Ayrıca, cismin düz bir yüzey üzerinde yuvarlandığını kabul edeceğiz. Yine eğer bir cisim (örnek olarak bir silindir) düzgün bir yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanırsa, bu harekete *saf yuvarlanma hareketi* diyeceğiz ve bununla dönme ve ötelenme hareketi arasında basit bir bağıntı olduğunu göreceğiz.

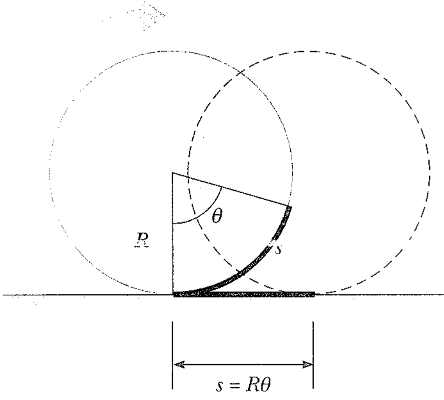
Bir silindirin doğrusal bir yol boyunca yuvarlandığını kabul edelim. Şekil 11.1 de gösterildiği gibi, kütle merkezi doğru bir çizgi üzerinde hareket eder fakat cismin üzerindeki bir nokta *sikloid* denilen daha karmaşık bir yol üzerinde hareket eder. Bu, dönme ekseninin, silindirin uzaydaki başlangıç yönelimine paralel kaldığını ifade eder. Yatay bir yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanan R yarıçaplı düzgün bir silindiri alalım (Şekil 11.2). Silindir bir θ açısı kadar dönerken, onun kütle merkezi de doğrusal bir $s = R\theta$ yolunu alır (10.1a Eşitliğine bak). Bu yüzden, saf yuvarlanma hareketi için kütle merkezinin doğrusal hızının büyüklüğü,

$$v_{KM} = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \qquad \textbf{(11.1)}$$

olur. Burada ω silindirin açısal hızını, "KM" alt indisi ise "kütle merkezi"ni göstermektedir. 11.1 Eşitliği, kaymadan yuvarlanan bir silindir veya küre için ge-



Şekil 11.1 Biri yuvarlanan bir silindirin merkezine ve bir başkası silindirin yüzeyine yerleştirilen ışık kaynakları, bu noktaların çizdikleri yörüngeleri gösterir. Merkez, yeşil çizgiyle gösterilen doğru yol boyunca hareket eder. Silindir üzerindeki bir nokta ise, *sikloid* denilen kırmızı eğriyi takip eder (*Henry Liap ve Jim Lehman'ın izniyle*)



Şekil 11.2 Saf yuvarlanma hareketinde, bir θ açısı kadar dönen silindir halinde olduğu gibi, hareketlinin kütle merkezi, doğrusal bir $s = R\theta$ yolunu alır.

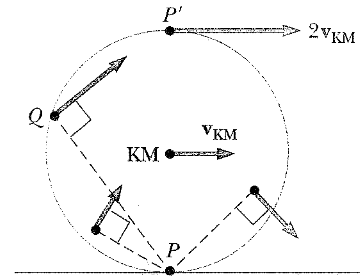
çerlidir ve **saf yuvarlanma hareketi**ni ifade eder. Saf yuvarlanma hareketi için kütle merkezinin doğrusal ivmesinin büyüklüğü

$$a_{KM} = \frac{dv_{KM}}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\alpha \quad \textbf{(11.2)}$$

dir. Burada α silindirin açısal ivmesidir.

Silindirin kütle merkezinin ve silindir üzerindeki ve içindeki değişik noktaların doğrusal hızları Şekil 11.3'de gösterilmiştir. Şekilde görülen durumun tesbit edildiği andan kısa bir süre sonra, P ile gösterilen nokta saatin "6" konumundan, söz gelimi "7" konumuna dönmüş olacak, Q noktası ise "10" konumundan "11" konumuna dönecek ve bu böylece sürüp gidecektir. Herhangi bir noktanın doğrusal hızının, o noktayı P değme noktasına birleştiren çizgiye dik bir doğrultuda olduğuna dikkat edelim. Herhangi bir anda, halkanın P ile gösterilen kısmı, kayma olmadığından yüzeye göre durgun halde kalır.

Silindir üzerindeki bütün noktalar aynı açısal hıza sahiptirler. Bundan dolayı, P' noktasından P'ye olan uzaklığın P den kütle merkezine olan uzaklığın iki katı olduğu da dikkate alınarak, P' nün $2v_{KM} = 2R\omega$ hız büyükülüğüne sahip olduğu görülür. Bunun niçin böyle olduğunu görmek için, öteleme (doğrusal) hareketi ve dönme hareketinin bir birleşimini temsil eden Şekil 11.4'deki silindirin yuvarlanma hareketini model olarak alalım. Şekil 11.4a'da gösterilen saf öteleme hareketi için, silidirin dönmediğini, bu yüzden de onun üzerindeki her noktanın v_{KM} hızıyla sağa doğru hareket ettiğini düşünelim. Şekil 11.4b de gösterilen saf dönme hareketi için ise, kütle merkezinden geçen dönme ekseninin durgun olduğunu, bu yüzden de silindir üzerindeki her noktanın aynı ω dönme hızına sahip olduğunu kabul edelim. Bu iki hareketin bileşimi, Şekil 11.4c'de gösterilen yuvarlanma hareketini temsil eder. Şekil 11.4c'deki silindirin en üst noktasının doğrusal bir $v_{CK} + R\omega = v_{KM} + v_{KM} = 2v_{KM}$ hızına sahip olduğuna ve bu hızın, silindir üzerindeki herhangi bir başka noktanın doğrusal hızından daha büyük oluğuna dikkat ediniz. Daha önce de söylendiği gibi, kütle merkezi doğrusal bir v_{KM} hızı ile hareket ederken, yüzeyle silindir arasındaki değme noktasının doğrusal hızı sıfırdır.



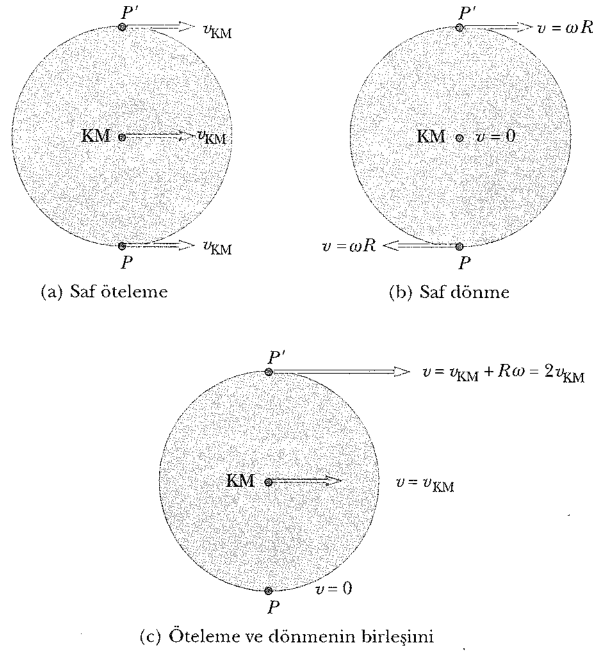
Şekil 11.3 Yuvarlanan bir cisim üzerindeki bütün noktalar, anlık P değme noktasından geçen bir eksene dik doğrultuda hareket ederler. Cismin merkezi v_c hızıyla hareket eder. P' noktası ise $2v$ hızıyla hereket eder.

Yuvarlanan silindirin toplam kinetik enerjisini

$$K = \tfrac{1}{2}I_P\omega^2 \quad \textbf{(11.3)}$$

olarak ifade edebiliriz. Burada I_P, P noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momentidir. Paralel–eksen teoremininden yararlanarak yazılan $I_P = I_{KM} + MR^2$ ifasedesi 11.3 Eşitliğinde yerine yazılabilir ve böylece,

$$K = \tfrac{1}{2}I_{KM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}MR^2\omega^2$$



Şekil 11.4 Yuvarlanan bir cismin hareketi saf öteleme ve saf dönmenin bir bileşimi şeklinde modellenebilir.

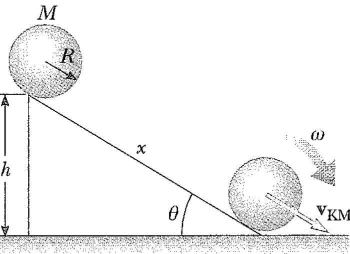
veya, $v_{KM} = R\omega$ olduğundan,

Yuvarlanan cismin toplam kinetik enerji

$$K = \tfrac{1}{2}I_{KM}\omega^2 + \tfrac{1}{2}Mv_{KM}^2 \tag{11.4}$$

olarak yuvarlanan bir cismin toplam kinetik enerjisi elde edilir. $\frac{1}{2}I_{KM}\omega^2$ terimi, silindirin kütle merkezi etrafındaki dönme hareketinin kinetik enerjisini temsil eder. $\frac{1}{2}Mv_{KM}^2$ terimi ise, dönme olmadan uzayda, sadece öteleme hareketi yapan silindirin kinetik enerjisini temsil eder. Özet olarak, **yuvarlanma hareketi yapan bir cismin toplam kinetik enerjisi, kütle merkezi etrafındaki dönme kinetik enerjisi ile kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisinin toplamına eşittir** diyebiliriz.

Pürüzlü bir eğik düzlem üzerinde bir kürenin yaptığı aşağıya doğru yuvarlanma hareketiyle ilgili bir takım problemleri çözerken enerji yöntemini kullanabiliriz. (Aynı yöntem bir silindir veya halkanın yuvarlanma hareketine de uygulanabilir). Şekil 11.5'deki kürenin kaymadan yuvarlandığını ve eğik düzlemin tepesinden durgun halden bırakıldığını kabul edeceğiz. İvmeli yuvarlanma hareketinin sadece, kütle ile eğik düzlem arasında sürtünme kuvveti varken yani kürenin kütle merkezi etrafında net bir dönme momenti meydana getirilmesi durumunda mümkün olduğuna dikkat edelim. Sürtünme olmasına rağmen, mekanik enerji kaybı olmamaktadır. Çünkü değme noktası, hareketin her anında yüzeye göre durgun halde kalmaktadır. Öte yandan, katı küre kaysaydı, hareket ilerledikçe mekanik enerji kaybı ortaya çıkabilecekti.



Şekil 11.5 Eğik düzlem üzerinde aşağıya doğru yuvarlanan bir küre. Kayma olmazsa mekanik enerji korunur.

Saf yuvarlanma hareketi için, $v_{CM} = R\omega$ gerçeğini kullanarak, 11.4 Eşitliği

$$K = \frac{1}{2}I_{KM}\left(\frac{v_{KM}}{R}\right)^2 + \frac{1}{2}Mv_{KM}^2$$

$$K = \frac{1}{2}\left(\frac{I_{KM}}{R^2} + M\right)v_{KM}^2 \tag{15.5}$$

şeklinde yazılabilir. Yuvarlanan küre eğik düzlemin alt ucuna vardığında, kü-

re üzerine yerçekimi alanı tarafından Mgh 'ye eşit bir iş yapılır. Burada h, eğik düzlemin yüksekliğidir. Küre, eğik düzlemin tepesinden durgun halden harekete başladığından, eğik düzlemin alt ucunda 11. 5 Eşitliğiyle hesaplanan kinetik enerjisi yapılan bu işe eşit olmalıdır. Bunun sonucu olarak, eğik düzlemin alt ucunda, kütle merkezinin hızı bu iki nicelik eşitlenerek bulunabilir:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{I_{KM}}{R^2} + M\right)v_{KM}^2 = Mgh$$

$$v_{KM} = \left(\frac{2gh}{1 + I_{KM}/MR^2}\right)^{1/2} \qquad (11.6)$$

Sınama Sorusu 11.1

Ders kitabınızı spor salonunuzun tabanında, karşıdan karşıya geçecek şekilde uygun bir ilk hızla kaydırdığınızı düşünün. Kitabın hareketi, onunla taban arasındaki sürtünmeden dolayı çok kısa sürede sona erer. Eğer bir basketbol topunu aynı ilk hızla yuvarlamış olsaydınız, muhtemelen yuvarlanmasını salonun bir ucundan öteki ucuna kadar sürdürecekti. Basketbol topu niçin bu uzaklığa kadar yuvarlanır? Sürtünme onun hareketini etkilemez mi?



ÖRNEK 11.1 Eğik Düzlemde Aşağıya Doğru Yuvarlanan Küre

Şekil 11.5'deki katı küre, için kütle merkezinin eğik düzlemin alt ucundaki hızını hesaplayınız ve kütle merkezinin doğrusal ivmesinin büyüklüğünü tayin ediniz.

Çözüm Küre eğik düzlemin tepesinden $U_g = Mgh$ potansiyel enerjisi ve $K = 0$ kinetik enerjisi ile hareket etmeye başlar. Daha önce gördüğümüz gibi, eğer o yükseklikten düşey olarak düşseydi, küre tabana çarpmadan az önce $\sqrt{2gh}$ lik bir doğrusal hıza ulaşırdı. Eğik düzlemin alt ucuna kadar yuvarlandıktan sonra, kürenin kütle merkezinin doğrusal hızı $\sqrt{2gh}$ den daha küçük olmalıdır. Çünkü başlangıçtaki potansiyel enerjinin birazı dönme kinetik enerjisine dönüşmüş, yani, potansiyel enerjinin tamamı öteleme kinetik enerjisine dönüşmemiştir. Düzgün bir katı küre için $I_{KM} = \frac{2}{5}MR^2$ olduğundan (Çizelge 10.2'ye bak), 11.6 Eşitliğine göre

$$v_{KM} = \left(\frac{2gh}{1 + \frac{2/5MR^2}{MR^2}}\right)^{1/2} = \left(\frac{10}{7}gh\right)^{1/2}$$

elde edilir. Bu $\sqrt{2gh}$ den daha küçüktür.

Şimdi kütle merkezinin doğrusal ivmesini hesaplayalım: Düşey doğrultudaki yer değiştirme, eğik düzlem doğrultusundaki x yerdeğiştirmesine $h = x \sin\theta$ ile bağlıdır. Bunun sonucu olarak, yukarıdaki eşitlik, her iki yanın karesi alındıktan sonra,

$$v_{KM}^2 = \frac{10}{7}gx\sin\theta$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifade kinematikte iyi bilinen $v_{KM}^2 = 2a_{KM}x$ (Eş. 2.12'ye bakınız) ile karşılaştırıldığında, kütle merkezinin ivmesinin

$$a_{KM} = \frac{5}{7}g\sin\theta$$

olduğu görülür.

Kütle merkezinin hız ve ivmesinin, her ikisinin birden kürenin kütle ve yarıçapından *bağımsız olduğunun* görülmesi gerçekten ilginç sonuçlardır! Yani, **bütün homojen katı küreler, verilen bir eğik düzlemde aynı hız ve ivmeyle hareket ederler.**

Eğer içi boş bir küre, dolu bir silindir veya bir halka ile yukarıdaki hesaplar tekrarlanırsa benzer sonuçlar elde edilir. Bu sonuçlarda sadece $g\sin\theta$ nın önündeki çarpan farklıdır. v_{KM} ve a_{KM} ifadelerinde görülen sabit çarpanlar özel cisimlerin kütle merkezlerine göre eylemsizlik momentlerine bağlıdır. Bütün durumlarda, kütle merkezinin ivmesi, düzlem sürtünmesiz olduğunda ve yuvarlanma olmadığında elde edilen $g\sin\theta$ değerinden daha küçüktür.

ÖRNEK 11.2 Yuvarlanan Küreye Değişik Bir Bakış

Bu örnekte, Örnek 11.1'in sonuçlarını doğrulamak için dinamik yöntemleri kullanalım. Küre için serbest–cisim diyagramı Şekil 11. 6'da verilmektedir.

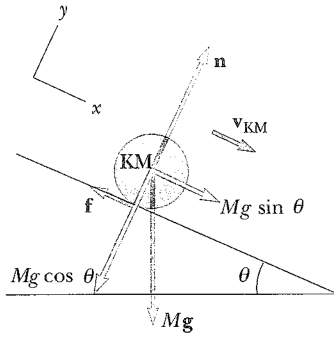
Çözüm Kütle merkezinin hareketine Newton'un ikinci hareket yasası uygulandığında

$$(1) \qquad \sum F_x = Mg\sin\theta - f = Ma_{KM}$$

$$\sum F_y = n - Mg\cos\theta = 0$$

eşitlikleri yazılabilir. Burada x, eğik düzlem boyunca aşağıya doğru ölçülmektedir.

Şimdi de küreye etki eden dönme momenti için bir ifa-



Şekil 11.6 Eğik düzlem üzerinde aşağıya doğru yuvarlanan katı bir küre için serbest-cisim çizgesi.

de yazalım. Seçilebilecek uygun bir eksen, kürenin merkezinden geçen ve şekil düzlemine dik olan eksendir.[1] **n** ve $M\mathbf{g}$ kütle merkezinden geçtiği için, bunların her ikisinin de dönme eksenine göre moment kollarının uzunluğu sıfırdır ve bu yüzden de torka katkıları olmaz. Halbuki, statik sürtünme kuvveti dönme eksenine göre saat yönüne ve fR büyüklüğünde bir tork oluşturur. Bunun sonucu olarak da, τ yine saat yönünde olmak üzere,

$$\tau_{KM} = fR = I_{KM}\alpha$$

olur. $I_{KM} = \frac{1}{2}MR^2$ ve $\alpha = a_{KM}/R$ olduğundan,

$$(2) \qquad f = \frac{I_{KM}\alpha}{R} = \left(\frac{\frac{2}{5}MR^2}{R}\right)\frac{a_{KM}}{R} = \frac{2}{5}Ma_{KM}$$

yazılabilir. (2) yi (1) de yerine koyarak da

$$a_{KM} = \frac{5}{7}g \sin \theta$$

elde edilir. Bu sonuç, Örnek 11. 1'de elde edilmiş olanın aynıdır.

$\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$ ifadesinin sadece, $\sum \mathbf{F}$ küre üzerine uygulanan net dış kuvveti temsil ettiğinde geçerli olduğuna ve **a** nın kütle merkezinin ivmesi olduğuna dikkat ediniz. Küremizin eğik düzlem üzerinde aşağıya doğru yuvarlanması halinde, sürtünme kuvveti kürenin kinetik enerjisini değiştirmese bile, $\sum \mathbf{F}$ 'ye katkıda bulunur ve bunun sonucu olarak da kütle merkezinin ivmesini azaltır. Sonuç olarak, eğik düzlemin sonundaki ötelenme kinetik enerjisi sürtünmenin olmadığı durumdakinden daha küçüktür. Örnek 11.1'de değinildiği gibi, hareket başlangıcındaki potansiyel enerjinin bir kısmı dönme kinetik enerjisine dönüşür.

Ev Deneyi

Bir basketbol ve bir tenis topunu eğik düzlemin tepesinde yanyana tutun ve aynı anda ikisini birden bırakın. Alt uca hangisi önce ulaşır? Ulaşma süresi eğik düzlemin eğim açısına bağlı mıdır? Bu açı 90° ise (yani, toplar serbest düşme yaparlarsa) ne olur?

Sınama Sorusu 11.2

Bir topun A eğik düzlemi üzerinde kaymadan aşağıya doğru yuvarlandığını ve bir kutunun A ile aynı boyutlara sahip sürtünmesiz bir B eğik düzlemi üzerinde aşağıya doğru kaydığını düşünün. Bunlardan hangisi alt uca önce ulaşır?

11.2 VEKTÖREL ÇARPIM VE TORK

2.7 Şekil 11. 7'deki **r** vektörünün ucunda bulunan katı cisim üzerine etki eden **F** kuvvetini ele alalım. ***O* başlangıç noktasının bir eylemsizlik referans sisteminde olduğu, bunun sonucu olarak da Newton'un ikinci hareket yasasının geçerli olduğunu kabul edelim.** *O* başlangıç noktasına göre **F** kuvveti tarafından meydana getirilen dönme momentinin (tork) *büyüklüğü*, Kesim 10.6'da gösterildiği gibi tanım olarak, $rF \sin\phi$'ye eşittir. Burada ϕ; **r** ve **F** vektörleri arasındaki açıdır. **F**, kuvveti tarafından etrafında dönme meydana getirilen eksen, **r** ve **F** vektörleri tarafından oluşturulan düzleme diktir. **F** kuvveti Şekil 11.7'de olduğu gibi *xy*–düzlemi içinde uzanırsa, o zaman, $\boldsymbol{\tau}$ dönme momenti, *z*–eksenine paralel bir vektörle temsil edilir. Şekil 11. 7 deki kuvvet, *z*–ekseni doğrultusunda yukarıdan aşağıya doğru bakıldığında, cismi saatin dönüş yönünün tersine döndürmeye çalışan bir tork oluşturur. $\boldsymbol{\tau}$, *z*–ekseni doğrultusunda ve artan *z* yönündedir. Şekil 11. 7'deki **F** 'nin yönünü ters çevirirsek, o zaman $\boldsymbol{\tau}$, eksi *z* yönünde yönelir.

$\boldsymbol{\tau}$ torku, **r** ve **F** gibi iki vektörle ilgili bir niceliktir ve doğrultusu **r** ve **F** nin oluşturduğu düzleme diktir. **Vektörel çarpım** denilen matematiksel işlemi kullanarak; $\boldsymbol{\tau}$, **r** ve **F** arasındaki matematiksel ilişki aşağıdaki gibi tanımlanır:

Tork

$$\boldsymbol{\tau} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad \textbf{(11.7)}$$

[1]Başlangıç noktası yuvarlanan bir cismin kütle merkezinde olan bir koordinat sistemi, bir eylemsizlik sistemi olmadığı halde, $\tau_{KM} = I\alpha$ ifadesi kütle merkezi sisteminde hala kullanılabilir.

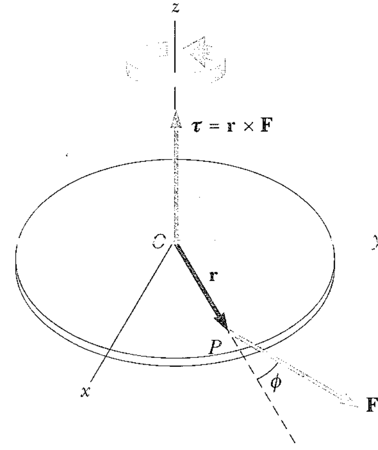
Şimdi, vektörel çarpımın genel bir tanımını veriyoruz. **A** ve **B** gibi herhangi iki vektör verildiğinde, **A × B vektörel çarpımı**, üçüncü bir **C** vektörü olarak tanımlanır. Bu **C** vektörünün büyüklüğü, $AB\sin\theta$ ya eşittir. θ ise **A** ve **B** vektörleri arasındaki açıdır. Yani, **C** vektörü

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} \tag{11.8}$$

eşitliğiyle verilirse, büyüklüğü

$$C \equiv AB\sin\theta \tag{11.9}$$

olur. Şekil 11.8'de görüldüğü gibi, $AB\sin\theta$ niceliği, **A** ve **B** vektörleri tarafından oluşturulan paralelkenarın alanına eşittir. **C**'nin *doğrultusu*, **A** ve **B** vektörleri tarafından oluşturulan düzleme diktir ve bu doğrultuyu tayin etmenin en iyi yolu Şekil 11.8'de gösterilen sağ-el kuralını kullanmaktır. Buna göre önce sağ elin dört parmağı **A**'yı gösterecek şekilde tutulur. Sonra bu parmaklar **B**'ye doğru θ açısı kadar "bükülür". Bu durumda yana açılan baş parmak **A** × **B** = **C** yönündedir. Gösterimin şeklinden dolayı, **A** × **B**, "**A** vektörel çarpım **B**" şeklinde okunur.



Şekil 11.7 τ dönme momenti vektörü, **r** yer vektörü ile uygulanan kuvveti temsil eden **F** vektörü tarafından oluşturulan düzleme dik olacak şekilde uzanır.

Vektörel çarpımın tanımından çıkan bazı özellikleri aşağıda verilmiş tir:

Vektörel çarpımın özellikleri

1. Skaler çarpımın aksine, iki vektörün vektörel çarpımındaki sıra *önemlidir*, yani

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A} \tag{11.10}$$

dır. Bu yüzden, vektörel çarpımdaki vektörlerin sırasını değiştirirseniz, çarpımın işaretini de değiştirmelisiniz. Bu ilişkiyi, sağ–el kuralını kullanarak kolayca gerçekleyebilirsiniz.

2. **A** vektörü **B**'ye paralelse ($\theta = 0°$ veya $180°$), **A** × **B** = 0 olur. Bunun sonucu olarak da **A** × **A** = 0 olduğu görülür.
3. **A** vektörü **B** vektörüne dikse, $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = AB$ olur.
4. Yine vektörel çarpımın, dağılım kuralına uyduğuna dikkat etmek önemlidir, yani:

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C} \tag{11.11}$$

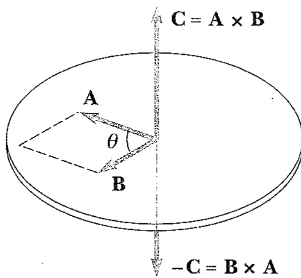
5. Son olarak, vektörel çarpımın t gibi herhangi bir değişkene göre türevi

$$\frac{d}{dt}(A \times B) = A \times \frac{dB}{dt} + \frac{dA}{dt} \times B \tag{11.12}$$

şeklinde ifade edilir. Bu işlem yapılırken **A** ve **B** vektörlerinin vektörel çarpımdaki sırasını korumak gerekmektedir (11. 10 Eşitliğine bakınız).

11.9 ve 11.10 Eşitlikleri ile vektörel çarpımın tanımını kullanarak, birbirine dik **i**, **j** ve **k** birim vektörlerinin vektörel çarpımlarının aşağıdaki eşitlikleri

Sağ-el kuralı





Şekil 11.8 **A** × **B** vektörel çarpımı, şekilde görülen paralelkenarın alanına eşit bir $AB\sin\theta$ büyüklüğüne sahip olan üçüncü bir **C** vektörü verir. **C**'nin doğrultusu **A** ve **B** vektörleri tarafından oluşturulan düzleme diktir ve yönü sağ-el kuralına göre tayin edilir.

sağladığını gösterebilirsiniz.

Birim vektörlerin vektörel çarpımı

$$\mathbf{i} \times \mathbf{i} = \mathbf{j} \times \mathbf{j} = \mathbf{k} \times \mathbf{k} = 0 \quad \textbf{(11.13a)}$$

$$\mathbf{i} \times \mathbf{j} = -\mathbf{j} \times \mathbf{i} = \mathbf{k} \quad \textbf{(11.13b)}$$

$$\mathbf{j} \times \mathbf{k} = -\mathbf{k} \times \mathbf{j} = \mathbf{i} \quad \textbf{(11.13c)}$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{i} = -\mathbf{i} \times \mathbf{k} = \mathbf{j} \quad \textbf{(11.13d)}$$

Vektörel çarpımda işaretler değiştirilebilir. Örneğin, $\mathbf{A} \times (-\mathbf{B}) = -\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ ve $\mathbf{i} \times (-\mathbf{j}) = -\mathbf{i} \times \mathbf{j}$ dir.

A ve **B** gibi herhangi iki vektörün vektörel çarpımı, aşağıda gösterildiği gibi, determinantla da ifade edilebilir:

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \mathbf{i}\begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} - \mathbf{j}\begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} + \mathbf{k}\begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix}$$

Bu determinantların açılımı

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_yB_z - A_zB_y)\mathbf{i} - (A_xB_z - A_zB_x)\mathbf{j} + (A_xB_y - A_yB_x)\mathbf{k} \quad \textbf{(11.14)}$$

olur.

ÖRNEK 11.3 **Vektörel Çarpım**

xy–düzleminde bulunan iki vektör $\mathbf{A} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ ve $\mathbf{B} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ eşitlikleriyle verilmektedir. $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$'yi bulunuz ve $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ olduğunu gösteriniz.

Çözüm 11.13a dan 11. 13d ye kadar olan eşitlikler kullanılarak

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \times (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$$

$$= 2\mathbf{i} \times 2\mathbf{j} + 3\mathbf{j} \times (-\mathbf{i}) = 4\mathbf{k} + 3\mathbf{k} = 7\mathbf{k}$$

elde edilir. 11.13a eşitliğinden görüldüğü gibi, bu işlemlerde, $\mathbf{i} \times \mathbf{i}$ ve $\mathbf{j} \times \mathbf{j}$ terimleri sıfıra eşit oldukları için alınmadı.

Şimdi $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ olduğunu gösterebiliriz:

$$\mathbf{B} \times \mathbf{A} = (-\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) \times (2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$$

$$= -\mathbf{i} \times 3\mathbf{j} + 2\mathbf{j} \times 2\mathbf{i} = -3\mathbf{k} - 4\mathbf{k} = -7\mathbf{k}$$

dır. Böylece $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ olduğu gösterilmiş olur.

$\mathbf{A} \times \mathbf{B}$'yi hesaplamak için değişik bir yöntem olarak, (11.14) eşitliğinde; $A_x = 2$, $A_y = 3$, $A_z = 0$, $B_x = -1$, $B_y = 2$ ve $B_z = 0$ bileşen değerlerini kullanabiliriz. Bu, da

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = (0)\mathbf{i} + (0)\mathbf{j} + [(2)(2) - (3)(-1)]\mathbf{k} = 7\mathbf{k}$$

sonucunu verir.

Alıştırma **A** ve **B** vektörleri arasındaki açıyı bulmak için, bu örnekte elde edilmiş olan sonucu ve 11. 9 Eşitliğini kullanınız.

Cevap 60, 3°



11.3 BİR PARÇACIĞIN AÇISAL MOMENTUMU

7.8 Donmuş bir gölet üzerindeki buza gömülü sağlam bir kazık düşünün (Şekil 11.9). Bir buz patencisi, yönü çarpmayacak şekilde ayarlayarak bu kazığa doğru hızla kayıyor. Patenci, kazığın yakınındaki bir noktaya yaklaştığında elini uzatarak kazığı yakalıyor ve kazığın çevresinde dairesel bir yol üzerinde hızla dönmeye başlıyor. Doğrusal momentum kavramını öteleme hareketini incelerken nasıl kullandıysak, onun dönme hareketindeki karşılığı olarak da *–açısal momentum–*kavramı yukarıda sözü edilen patencinin ve dönme hareketi yapan diğer cisimlerin davranışını anlatmakta bize yardımcı olur.

Patencinin hareketini incelemek için; onun kazığa göre yeri yanında kütlesini ve hızını da bilmemiz gerekir. Daha genel kavramlarla, **r** vektör konu-

munda bulunan m kütleli bir cismin, **v** doğrusal hızıyla hareket ettiğini düşünelim (Şekil 11.10).

O koordinat başlangıcına göre bir parçacığın **L** açısal momentumu, o andaki **r** konum vektörü ile **p** doğrusal momentumunun vektörel çarpımı olarak tanımlanır:

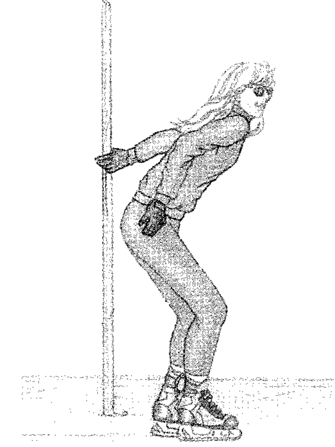
$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \qquad (11.15)$$

Bir parçacığın açısal momentumu

Açısal momentumun SI birim sistemindeki birimi kg·m^2/s'dir. **L**'nin büyüklük ve doğrultusunun koordinat başlangıcının seçimine bağlı olduğunu unutmamak gerekir. **L**'nin doğrultusu, **r** ve **p** tarafından oluşturulan düzleme diktir ve yönü sağ–el kuralına göre tayin edilir. Örneğin, Şekil 11. 10'da, **r** ve **p** vektörlerinin xy düzleminde olduğu varsayılmıştır. Bu yüzden, **L**, z doğrultusunda yönelir. $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ olduğundan, **L**'nin büyüklüğü

$$L = mvr \sin \phi \qquad (11.16)$$

eşitliğiyle verilir. Burada ϕ, **r** ve **p** arasındaki açıdır. **r**, **p**'ye paralel olduğunda ($\phi = 0$ veya 180°), $L = 0$ olduğu görülür. Bir başka deyişle, parçacık başlangıç noktasından geçen bir doğru boyunca hareket ettiğinde, başlangıç noktasına göre sıfır açısal momentuma sahip olur. Öte yandan, **r**, **p** ye dikse ($\phi = 90°$), o zaman $L = mvr$ olur. Bu durumda, parçacık tam olarak, sanki **r** ve **p** tarafından belirlenen düzlem içindeki başlangıç noktası etrafında dönen bir tekerleğin mili üzerindeymiş gibi hareket eder.



Şekil 11.9 Patenci, kazığın yanından geçerken onu yakalayıp tutuyor. Bu durum patencinin kazık etrafında dairesel bir yol üzerinde hızla dönmesine sebep olur.

Sınama Sorusu 11.3

Bu kesimin başında anlatılan buz patencisini hatırlayın. Patenci doğrudan kazığa doğru kayıyor olsaydı, onun kazığa göre açısal momentumu ne olurdu?

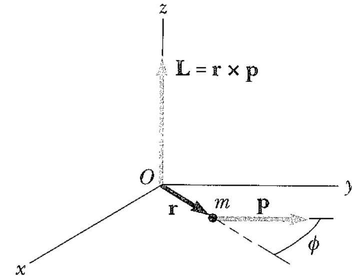
Bir parçacığın doğrusal hareket yapması durumunda, parçacığa etki eden bileşke kuvvetin, cismin doğrusal momentumunun zamana göre değişme hızına eşit yani, $\sum \mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ olduğunu biliyoruz (Bakınız Eş. 9.3). Şimdi ise, bir parçacığa etki eden bileşke dönme momentinin, o cismin açısal momentumunun zamana göre değişme hızına eşit olduğunu göstereceğiz. Parçacığa etki eden dönme momentini

$$\sum \boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \sum \mathbf{F} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} \qquad (11.17)$$

şeklinde yazarak işe başlayalım. Şimdi 11.12 Eşitliğinde verilen kuralı kullanarak, 11.15 Eşitliğinin zamana göre türevi alınırsa,

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{d}{dt}(\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} + \frac{d\mathbf{r}}{dt} \times \mathbf{p}$$

elde edilir. $\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ olduğu için, yukarıdaki ifadede, vektörel çarpımdaki terimlerin sırası önemlidir. Yukarıdaki ifadede, $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ (vektörel çarpımın 2. özelliği)ye paralel olduğundan, eşitliğin sağındaki son terim sıfır olur. Bu yüzden,



Şekil 11.10 **r** konumundaki m kütleli ve **p** çizgisel momentumlu bir parçacığın **L** açısal momentumu, $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ eşitliğiyle verilen bir vektördür. **L**'nin değeri onun ölçüldüğü koordinat başlangıcının seçimine bağlıdır ve **L**; **r** ve **p** nin her ikisine birden dik olan bir vektördür.

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} \qquad (11.18)$$

elde edilir. 11.17 ve 11.18 Eşitliklerini karşılaştırarak,

$$\sum \boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \qquad (11.19)$$

Net tork, açısal momentumun zamana göre değişme hızına eşittir.

olduğunu görürüz. Bu ifade, Newton'un ikinci yasası olan $\sum \mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$ 'nin dönme hareketindeki benzeridir. Dönme hareketi ile ilgili olarak 11.19 eşitliğiyle verilen sonuç,

bir parçacığa etki eden net tork (dönme momenti), parçacığın açısal momentumunun zamana göre değişimine eşit

olduğunu ifade eder. 11.19 eşitliğinin sadece $\sum \boldsymbol{\tau}$ ve $\mathbf{L}$ vektörlerinin aynı başlangıç noktasına göre ölçülmeleri durumunda geçerli olduğuna dikkat çekmek yerinde olur. (Doğal olarak, aynı başlangıç noktası torkların her biri hesaplanırken de kullanılmalıdır). Dahası, **bu ifade, eylemsiz koordinat sistemindeki, sabit herhangi bir başlangıç noktası için de geçerlidir.**

Parçacıklar Sisteminin Açısal Momentumu

Bir parçacıklar sisteminin verilen bir noktaya göre $\mathbf{L}$ toplam açısal momentumu, parçacıkların her birine ait açısal momentumların vektörel toplamı olarak tanımlanır:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \ldots + \mathbf{L}_n = \sum_i \mathbf{L}_i$$

Burada vektörel toplam, sistemdeki n tane parçacığın tamamı üzerindendir.

Parçacıkların her birinin momentumları zamanla değişebileceğinden, toplam açısal momentum da zamanla değişebilir. Gerçekte, 11.18 den 11.19'a kadar olan eşitliklere göre, toplam açısal momentumun zamana göre değişiminin, parçacıklar arasındaki iç kuvvetlerden ve parçacıklara etki eden dış kuvvetlerden kaynaklanan torkların tümünün vektörel toplamına eşit olduğunu buluruz. Fakat, iç kuvvetlerden kaynaklanan net tork sıfırdır. Bunun ne ifade ettiğini anlamak için, sistemin oluşturan parçacıklar arasındaki iç kuvvetlerin eşit büyüklükte ve zıt işaretli çiftler halinde bulunduklarını söyleyen Newton'un üçüncü yasasını hatırlayınız. Bu kuvvetlerin, parçacıkların her çiftini birleştiren doğru boyunca uzandıklarını varsayarsak, o zaman, her etki–tepki kuvvet çifti tarafından oluşturulan tork sıfır olur. Yani, 0 başlangıç noktasından kuvvetlerin etki ettiği doğrultuya olan uzaklık olan d moment kolu her iki parçacık için de aynıdır. Özet olarak, **parçacıklar sisteminin net iç dönme momentinin sıfır olduğunu görürüz.** Son olarak, toplam açısal momentumun sadece, sistem üzerine etki eden net bir dış tork bulunduğunda zamanla değişebileceği sonucuna varırız. Böylece

$$\sum \tau_{\text{dış}} = \sum_i \frac{d\mathbf{L}_i}{dt} = \sum_i \mathbf{L}_i = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \qquad \textbf{(11.20)}$$

elde edilir. Yani,

eylemsiz bir referense sisteminde, verilen bir orijine göre sistemin toplam açısal momentumunun zamana göre değişimi, o orijine göre sistem üzerine etki eden net dış torka eşittir.

Yukarıdaki 11.20 Eşitliği, parçacıklar sistemi için (9.38) eşitiği ile verilmiş olan $\sum \mathbf{F}_{\text{dış}} = d\mathbf{p}/dt$ ifadesinin dönme hareketindeki benzeridir.

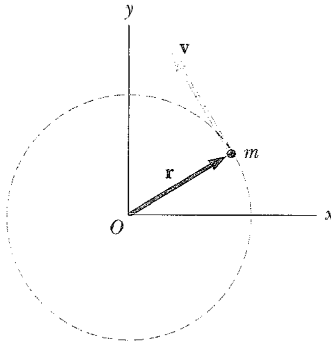
ÖRNEK 11.4 **Dairesel Hareket**

Bir parçacık Şekil 11. 11 de gösterildiği gibi *xy*–düzleminde *r* yarıçaplı bir çember üzerinde hareket etmektedir. (a) Doğrusal hızı **v** olduğunda, *O* noktasına göre, cismin açısal momentumunun büyüklüğünü ve doğrultusunu bulun.

Çözüm Parçacığın doğrusal momentumunun doğrultusu sürekli değiştiği (fakat büyüklüğü değişmediği) için, açısal momentumun doğrultusunun da değişmesi gerektiği sonucuna varmış olabilirsiniz. Fakat bu örnekte durum biraz farklıdır. **L**'nin büyüklüğü

$$L = mvr \sin 90° = mvr \qquad (\mathbf{r} \text{ dik } \mathbf{v} \text{ için})$$

dir. Bu eşitliğin sağındaki her üç nicelik de sabit olduğu için, **L**'nin değeri de sabittir. Burada $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ nin doğrultusu sürekli olarak değişse bile, **L** nin doğrultusu sabittir. Bu durumu, Şekil 11.11 deki **v** vektörünü kendisine paralel olarak ve **v** nin başlangıcı **r** nin başlangıcı ile çakışana kadar kaydırdıktan sonra sağ-el kuralını uygulayarak kafanızda şekillendirebilirsiniz. ($\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ nin doğrultusunu tayin etmek için **v** yi kullanabilirsiniz. Çünkü **p** nin doğrultusu **v** ninki ile aynıdır). Parmaklarınızı **r** doğrultusunda tuttuktan sonra **v** ye doğru yumun. Baş parmağınızı yukarıya ve sayfadan dışa doğru açın. Bu, **L** nin doğrultusudur. $\mathbf{L} = (rmv)\,\mathbf{k}$ vektör eşitliğini yazabiliriz. Öte yandan, cisim saat yönünde dönseydi, **L** açısal momentum vektörü sayfa düzleminden içe doğru yönelirdi.



Şekil 11.11 *r* yarıçaplı çember üzerinde hareket eden bir parçacık, merkeze göre *mvr* büyüklüğünde açısal momentuma sahiptir. $\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$ vektörü şekil düzleminden *dışa* doğrudur.

(b) **L** nin büyüklüğünü ve doğrultusunu parçacığın ω açısal hızı cinsinden bulunuz.

Çözüm Çember üzerinde dönen bir parçacık için $v = r\omega$ olduğundan, açısal momentumun büyüklüğü

$$L = mvr = mr^2\omega = I\omega$$

olarak ifade edilebilir. Burada *I*, parçacığın O dan geçen, *z*–eksenine göre eylemsizlik momentidir. Dönme, saatin dönme yönünün tersi yönde olduğu için, $\boldsymbol{\omega}$ nin doğrultusu *z*-ekseni boyuncadır (Kesim 10.1'e bak). **L** nin doğrultusu $\boldsymbol{\omega}$ nınki ile aynıdır ve bunun sonucu olarak açısal momentumu $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega} = I\omega\mathbf{k}$ olarak yazabiliriz.

Alıştırma 1500 kg kütleli bir otomobil, 50 m yarıçaplı çember şeklindeki bir yarış pistinde 40 m/s lik doğrusal bir hızla hareket etmektedir. Yarış pistinin merkezine göre, otomobilin açısal momentumunun büyüklüğünü bulunuz.

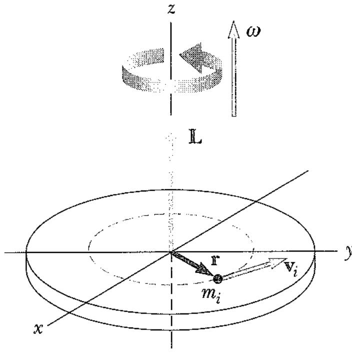
Cevap 3×10^6 kg·m^2/s.

11.4 DÖNEN KATI CİSMİN AÇISAL MOMENTUMU

Şekil 11.12 de gösterildiği gibi, koordinat sisteminin *z*-ekseni ile çakışan sabit bir eksen etrafında dönen bir katı cisim alalım. Bu cismin açısal momentumunu bulmak istiyoruz. Katı cismin her parçacığı, *xy* düzleminde, *z* ekseni etrafında ω açısal hızıyla döner. m_i kütleli parçacığın *O* başlangıç noktasına göre açısal momentumunun büyüklüğü $m_i v_i r_i$ dir. $v_i = r_i\omega$ olduğundan, *i* parçacığının açısal momentumunun büyüklüğünü

$$L_i = m_i r_i^2 \omega$$

olarak ifade edebiliriz. $\mathbf{L}_i$ vektörü, $\boldsymbol{\omega}$ nın doğrultusunda ve *z*–ekseni boyunca yönelir.



Şekil 11.12 Katı cismin bir eksen etrafında döndüğünde, **L** açısal momentumu, **L** = $I\boldsymbol{\omega}$ ifadesine göre, **ω** açısal hızı ile aynı yöndedir.

Şimdi, bir bütün olarak ele alınan cismin açısal momentumunu (bu örnekte sadece z bileşeni var), cismin bütün parçacıkları üzerinden L_i'lerin toplamını alarak bulabiliriz:

$$L_z = \sum_i m_i r_i^2 \omega = (\sum_i m_i r_i^2)\omega$$

veya

$$L_z = I\omega \qquad \textbf{(11.21)}$$

Burada L_z, açısal momentumun z bileşeni ve I, katı cismin z eksenine göre eylemsizlik momenti'dir.

Şimdi, I nın katı cisim için sabit olduğu göz önüne alınarak, 11. 21 eşitliğinin zamana göre türevi alınırsa,

$$\frac{dL_z}{dt} = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha \qquad \textbf{(11.22)}$$

elde edilir. Burada α, dönme eksenine göre açısal ivmeyi temsil etmektedir. dL_z/dt, dış torkların bileşkesine eşit olduğu için (11. 20 Eşitliğine bakınız), 11.22 Eşitliğinden aşağıdaki ifade yazılabilir:

$$\sum \tau_{\text{dış}} = \frac{dL_z}{dt} = I\alpha \qquad \textbf{(11.23)}$$

Yani, sabit bir eksen etrafında dönen katı cisim üzerine etki eden net dış dönme momenti (tork), cismin dönme eksenine göre eylemsizlik momenti ile, cismin aynı eksene göre açısal ivmesinin çarpımına eşittir.

11.23 Eşitliği, hareketli eksenin: (1) kütle merkezinden geçme ve (2) simetri ekseni olma şartlarını sağlayan bir eksen olması halinde, böyle bir eksen etrafında dönen bir katı cisim için de geçerlidir.

Simetrik bir katı cisim, kütle merkezinden geçen sabit bir eksen etrafında dönerse, 11. 21 Eşitliğinin vektörel olarak **L** = $I\boldsymbol{\omega}$ şeklinde yazılabileceğine dikkat etmelisiniz. Burada **L**, dönme eksenine göre ölçülen toplam açısal momentumdur. Dahası **L**, açısal momentumun dönme ekseni doğrultusundaki bileşeni olmak üzere **L** = $I\boldsymbol{\omega}$ ifadesi, simetrisine bakılmaksızın herhangi bir cisim için de geçerlidir.[2]

ÖRNEK 11.5 Bovling Topu

Şekil 11.13 de gösterilen bovling topu 10 devir/s'lik hızla döndüğüne göre açısal momentumunun büyüklüğünü tahmin ediniz.

Çözüm Fiziksel parametrelerle ilgili bazı tahminler yapalım ve topun düzgün katı bir küre olduğunu varsayalım. Tipik bir bovling topu 6 kg'lık bir kütleye ve 12 cm'lik bir yarıçapa sahiptir. Merkezinden geçen bir eksene göre katı kürenin eylemsizlik momenti, Tablo 10.2'den,

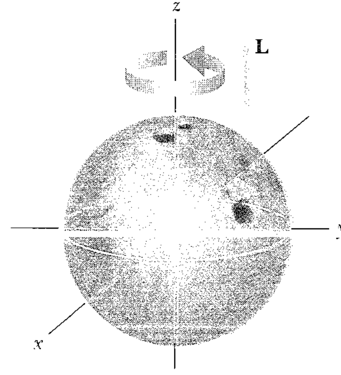
$$I = \tfrac{2}{5}MR^2 = \tfrac{2}{5}(6\text{ kg})(0{,}12\text{ m})^2 = 0{,}035\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

dir. Buradan açısal momentumun büyüklüğü

[2] Genelde, **L** = $I\boldsymbol{\omega}$ ifadesi her zaman geçerli değildir. Katı cisim keyfi bir eksen etrafında dönerse **L** ve **ω** farklı doğrultuları gösterebilirler. Bu durumda, eylemsizlik momentinden skaler bir büyüklük olarak bahsedilemez. **L** = $I\boldsymbol{\omega}$ sadece, kütle merkesinden geçen, birbirlerine dik üç eksenden biri (ana eksen) etrafında dönen herhangi bir şekle sahip katı cisimlere uygulanır. Bu durum, mekanikte daha geniş olarak tartılmıştır.

$$L = I\omega = (0{,}035\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)(10\ \text{dev/s})(2\pi\ \text{rad/dev})$$
$$= 2{,}2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

olur. Kullandığımız büyüklüklerin kabalığından dolayı, sadece "bir"anlamlı rakamla yazmak daha gerçekçi bir yaklaşım olacağından $L \approx 2\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ alabiliriz.



Şekil 11.13 Şekilde gösterilen z-ekseni etrafında dönen bovling topu, +z doğrultusunda **L** açısal momentumuna sahiptir. Dönme yönü ters çevrilirse, **L** negatif z doğultusuna yönelir.

ÖRNEK 11.6 Dönen Çubuk

M kütleli ve ℓ uzunluklu katı bir çubuk, merkezinden geçen sürtünmesiz bir mile tutturulmuştur (Şek. 11.14). Bu çubuğun uçlarında m_1 ve m_2 kütleli iki parçacık bulunmaktadır. Sistem düşey bir düzlem içinde ω açısal hızıyla dönmektedir. (a) Sistemin açısal momentumunun büyüklüğü için bir ifade bulunuz.

Çözüm Şimdi birden çok cismin hareketini dikkate almak zorunda olduğumuz için, bu durum son örnekteki durumdan farklıdır. Sistemin eylemsizlik momenti, çubuk, m_1 ve m_2 gibi üç elemanın eylemsizlik momentlerinin toplamına eşittir. Çubuğun eylemsizlik momenti ifadesini Çizelge 10.2 den alıp her parçacık için $I = mr^2$ ifadesini kullanarak, O dan geçen z eksenine göre toplam eylemsizlik momentini

$$I = \frac{1}{12}M\ell^2 + m_1\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$$
$$= \frac{\ell^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)$$

olarak buluruz.

Böylece, açısal momentumun büyüklüğü

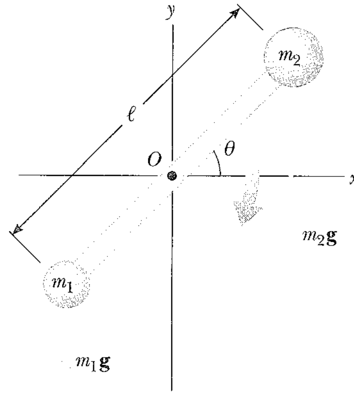
$$L = I\omega = \frac{\ell^2}{4}\left(\frac{M}{3} + m_1 + m_2\right)\omega$$

olur.

(b) Çubuk yatayla θ açısı yaptığında, sistemin açısal ivmesinin büyüklüğü için bir ifade bulunuz.

Çözüm İki parçacığın kütleleri eşitse, o zaman, sistem açısal ivmeye sahip değildir. Çünkü $m_1 = m_2$ olduğunda sistem üzerine etki eden net tork sıfırdır. Eğer hareket başlangıcında θ açısı tam olarak $\pi/2$ veya $-\pi/2$ ye eşitse (düşey konum), çubuk dengede olacaktır. Herhangi bir θ açısında sistemin açısal ivmesini bulmak için, önce sisteme etki eden net torku hesaplamak daha sonra α yı elde etmek için $\sum\tau_{dış} = I\alpha$ eşitliğini kullanmalıyız. O miline göre m_1g kuvveti tarafından oluşturulan tork,

$$\tau_1 = m_1 g \frac{\ell}{2}\cos\theta \qquad (\tau_1 \text{ düzlemden dışarı})$$



Şekil 11.14 Dönen çubuk üzerine yer çekimi kuvveti etki ettiği için, $m_1 \neq m_2$ olduğunda, genel olarak, O noktasına göre sıfırdan farklı bir net tork vardır. Bu net tork, $\alpha = \sum\tau_{dış}/I$ eşitliği ile verilen bir açısal ivme meydana getirir.

dır. O miline göre m_2g kuvveti tarafından oluşturulan tork ise,

$$\tau_2 = -m_2 g \frac{\ell}{2}\cos\theta \qquad (\tau_2 \text{ sayfadan içeri})$$

dır. Buna göre, O noktasına göre sisteme etki eden net tork,

$$\sum\tau_{net} = \tau_1 + \tau_2 = \tfrac{1}{2}(m_1 - m_2)g\ell\cos\theta$$

olur. $m_1 > m_2$ olması durumunda, net tork $(\sum\tau_{dış})$ şekil düzleminden dışa doğru, $m_1 < m_2$ olması durumunda ise net tork $(\sum\tau_{dış})$ düzleme doğrudur.

α yı bulmak için, $\sum\tau_{dış} = I\alpha$ eşitliğini ve (a) şıkkında elde edilmiş olan I ifadelerini kullanacağız. Buna göre

$$\alpha = \frac{\sum\tau_{dış}}{I} = \frac{2\,(m_1 - m_2)g\cos\theta}{\ell\,(M/3 + m_1 + m_2)}$$

olur. θ açısının $\pi/2$ veya $-\pi/2$ (düşey durum) olması halinde α nın sıfır olacağını, θ nın 0 veya π (yatay durum) olması halinde α nın en büyük değere sahip olacağına dikkat çekmek yerinde olur.

Alıştırma $m_2 > m_1$ olması halinde, θ nın hangi değerinde ω maksimum olur?

Cevap $\theta = -\pi/2$

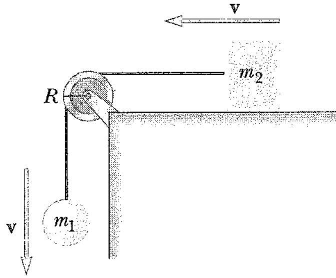
ÖRNEK 11.7 Birbirine Bağlı İki Kütle

m_1 kütleli bir küre ile m_2 kütleli bir blok, Şekil 11.15'de görüldüğü gibi, R yarıçaplı bir makaradan geçen ince bir iple birbirine bağlıdır. Makaranın, kendi eksenine göre eylemsizlik momenti I dır. Blok, sürtünmesiz bir yatay düzlem üzerinde kaymaktadır. Açısal momentum ve tork kavramlarını kullanarak, bu iki cismin doğrusal ivmesi için bir ifade elde ediniz.

Çözüm İlk olarak, iki kütle ve makaradan oluşan sistemin açısal momentumunu hesaplayalım. Makaranın O merkezinden geçen dönme mili boyunca uzanan bir eksene göre açısal momentumunu hesaplayacağız.

Küre ve blok ortak v hızına sahip oldukları anda, kürenin açısal momentumu m_1vR, bloğunki m_2vR dir. Aynı anda, makaranın açısal momentumu ise $I\omega = Iv/R$ dir. Buna göre, sistemin toplam açısal momentumu:

$$L = m_1vR + m_2vR + I\frac{v}{R} \qquad (1)$$



Şekil 11.15

Şimdi de, makaranın dönme miline (eksen) göre sistem üzerine etki eden toplam dış torku hesaplayalım. Makara üzerine, etrafında döndüğü mil tarafından uygulanan kuvvetin sıfır moment koluna sahip olması yüzünden, bu kuvvet sistemin torkuna katkıda bulunmaz. Yine, bloğa onu taşıyan yüzey tarafından uygulanan yüzeye dik kuvvet, bu kütlenin m_2g ağırlığı tarafından dengelenir. Dolayısıyla, bu kuvvet de sistemin dönme momentine katkıda bulunmaz. Sadece küreye etki eden m_1g çekim kuvveti, makaranın dönme miline göre m_1gR büyüklüğüne eşit büyüklükte bir tork oluşturur. Burada R, dönme miline göre, kuvvetin moment koludur. (Bu durumda, ipteki gerilmenin m_1g ye eşit olmadığına dikkat ediniz.) Bu, O noktasına göre toplam dış torkdur, yani, $\sum\tau_{dış} = m_1gR$ olur. Bu sonucu (1) ve 11.23 Eşitliği ile birlikte kullanarak

$$\sum \tau_{net} = \frac{dL}{dt}$$

$$m_1gR = \frac{d}{dt}\left[(m_1 + m_2)Rv + I\frac{v}{R}\right]$$

$$m_1gR = (m_1 + m_2)R\frac{dv}{dt} + \frac{I}{R}\frac{dv}{dt} \qquad (2)$$

bulunur. $dv/dt = a$ olduğundan, (2) eşitliği a için çözülerek

$$a = \frac{m_1g}{(m_1 + m_2) + I/R^2}$$

bulunur. Makaranın dönme miline göre net torku hesaplarken, ipteki gerilme kuvvetlerini neden hesaba katmadığımızı merak edebilirsiniz. Bunun sebebi, gerilme kuvvetlerinin, incelenen sistemin iç kuvvetleri olmalarıdır. Sadece dış kuvvetlerin torkları, açısal momentumun değişimine katkıda bulunur.

11.5 AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU

7.9 9.Bölümde, parçacıklardan oluşan bir sistemin toplam doğrusal momentumunun, sisteme etki eden bileşke dış kuvvetin sıfır olması halinde, sabit kalacağını bulduk. Benzeri bir korunum yasası da dönme hareketi için vardır:

Açısal momentumun korunumu

Eğer bir sisteme etki eden bileşke dış tork sıfırsa, sistemin toplam açısal momentumunun büyüklüğü ve doğrultusu sabittir.

Bunun böyle olduğu 11. 20 Eşitliğinden doğrudan görülebilir: Yani, eğer

$$\sum\tau_{dış} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \qquad \textbf{(11.24)}$$

ise

$$\mathbf{L} = \text{sabit} \qquad \textbf{(11.25)}$$

olur. Bir parçacıklar sistemi için, bu korunum yasasını, $\sum\mathbf{L}_n$ = sabit olarak yazarız. Burada n alt indisi sistemdeki n 'inci parçacığı gösterir.

Bir cismin kütlesi kendi içinde yeni bir dağılıma uğrarsa, o zaman cismin eylemsizlik momenti değişir ve bunun sonucu olarak da cismin açısal hızı değişmelidir, çünkü $L = I\omega$ dır. Bu durumda, açısal momentumun korunumunu

$$\mathbf{L}_i = \mathbf{L}_s = \text{sabit} \quad \textbf{(11.26)}$$

olarak ifade ederiz.

Sistem *sabit* bir eksen (örneğin z ekseni) etrafında dönen bir cisim ise, $L_z = I\omega$ yazabiliriz. Burada L_z, $\mathbf{L}$ nin dönme ekseni doğrultusundaki bileşeni ve I, bu eksene göre eylemsizlik momentidir. Bu durumda açısal momentumun korunumu yasası,

$$I_i\omega_i = I_s\omega_s = \text{sabit} \quad \textbf{(11.27)}$$

olarak ifade edilir. Bu ifade, sabit bir eksen etrafındaki dönme ve hareketli bir sistemin kütle merkezinden geçen ve hareket boyunca doğrultusu değişmeyen bir eksen etrafındaki dönmenin her ikisi için de geçerlidir. Bunun için gerekli olan tek şey, net dış dönme momentinin sıfır olmasıdır.

Kütle merkezine göre açısal momentumla ilgili, burada ispatlamayacağımız, önemli bir teorem vardır. Bu teoremin ifadesi şudur:

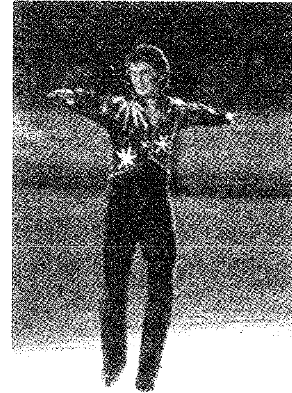
Kütle merkezinden geçen bir eksene göre, bir cisim üzerine uygulanan bileşke tork, kütle merkezinin hareketine bakılmaksızın, açısal momentumun zamanla değişimine eşittir.

Bu teorem, kütle merkezi ivmelense bile, $\boldsymbol{\tau}$ ve $\mathbf{L}$ kütle merkezine göre hesaplanması halinde her zaman uygulanabilir.

11. 26 Eşitliğiyle, listemize üçüncü bir korunum yasası eklemiş olduk. Dahası şimdi, yalıtılmış bir sistemin enerjisi, doğrusal momentumu ve açısal momentumunun hep sabit kalacağını söyleyebiliyoruz:

$$\left.\begin{aligned} K_i + U_i &= K_s + U_s \\ \mathbf{p}_i &= \mathbf{p}_s \\ \mathbf{L}_i &= \mathbf{L}_s \end{aligned}\right\} \quad \text{Yalıtılmış bir sistem için}$$

Açısal momentumun korunumunu anlatan, birçok örnek vardır. Bir program sonunda dönme hareketi yapan bir buz kayakçısını gözlemişsinizdir. Kayakçının açısal hızı, elleri ve ayaklarını vücuduna yaklaştırdığında büyür. Çünkü bu durumda I küçülür. Kayakçı ve buz arasındaki sürtünme ihmal edildiğinde, kayakçıya etki eden dış torkun olmadığını görürüz. Açısal hızın değişmesi, açısal momentumun korunmasını sağlar ve $I\omega$ çarpımı sabit kalır. Yine, kayakçının eylemsizlik momentindeki bir azalma, onun açısal hızının artmasına sebep olur. Benzer şekilde, dalgıçlar veya göstericiler değişik hareketler yapmak istediklerinde, daha büyük hızlarda dönmek için ellerini ve ayaklarını vücutlarına yaklaştırırlar. Böylece, yerçekiminden kaynaklanan dış kuvvet, kütle merkezinden geçecek şekilde etki eder ve bunun sonucu olarak da kütle merkezine dış tork etki etmez. Bu yüzden, kütle merkezine göre açısal momentum korunmalı, yani, $I_i\,\omega_i = I_s\,\omega_s$ olmalıdır. Örneğin, bir gösterici, açısal hızını iki katına çıkarmak istediğinde, eylemsizlik momentini ilk değerin yarısına indirmek zorunda kalır.

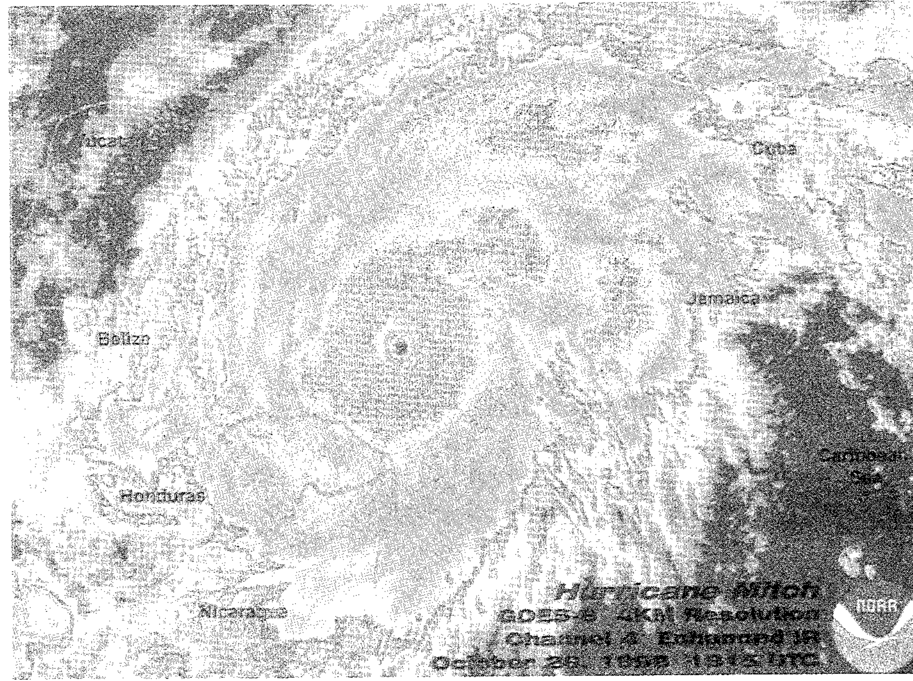




Buz pateni sporcusu Todd Eldredge kollarını vücuduna doğru çekerken, açısal momentum korunur. *(© 1998 David Madison)*

Sınama Sorusu 11.4

Bir cisim doğru bir yol boyunca hareket etmektedir. Bu cisim üzerine etki eden herhangi bir noktaya göre net tork sıfırdır. Aşağıdaki ifadelerin doğru veya yanlış olduğuna karar veriniz: (a) Parçacığa etki eden net kuvvet sıfır olmalıdır. (b) Parçacığın hızı sabit olmalıdır.



1998 Ekiminde Honduras ve Nikaragua'nın büyük bir alanını yakıp yıkan Mitch kasırgasının renkçe zenginleştirilmiş kızılötesi görüntüsü. Katı olmayan hava kütlesi spiral görünüşlü dönme hareketi yapmakta ve açısal momentuma sahip olmaktadır. *(NOAA'nın izniyle)*

ÖRNEK 11.8 Bir Nötron Yıldızının Oluşumu

Bir yıldız, kendi merkezinden geçen bir eksen etrafında 30 günlük bir periyotla dönmektedir. Yıldız, bir süpernova patlamasına uğradıktan sonra; 1×10^4 km yarıçaplı yıldız vari bir çekirdek 3 km yarıçaplı bir nötron yıldızına dönüşür. Nötron yıldızının dönme periyodunu bulunuz.

Çözüm Dönerken kollarını kendine doğru çeken buz kayakçısının yaptığı hareketin açıklanmasında yararlanılan fiziksel prensipler, nötron yıldızının yaptığı hareketin açıklanmasında da kullanılabilir. Yıldızvari çekirdeğin nötron yıldızına dönüşmesi sırasında; (1) onun üzerine tork etki etmediğini, (2) küresel kaldığını ve (3) kütlesinin sabit kaldığını varsayalım. Periyot için; yıldızın başlangıçtaki periyodu T_i ve nötron yıldızının periyodu T_s ile göstermek üzere T'yi kullanalım. Periyot, yıldızın ekvatoru üzerindeki bir noktanın dönme ekseni etrafında tam bir çember çizdiği sırada geçen zamanı gösterir. Bir yıldızın açısal hızı $\omega = 2\pi/T$ eşitliği ile verilir. Bu yüzden, I'nın r^2 ile orantılı olduğu da dikkate alınarak, 11.27 Eşitliğinden

$$T_s = T_i\left(\frac{r_s}{r_i}\right)^2 = (30 \text{ gün})\left(\frac{3 \text{ km}}{1 \times 10^4 \text{ km}}\right)^2$$

$$= 2{,}7 \times 10^{-6} \text{ gün} = 0{,}23 \text{ s}$$

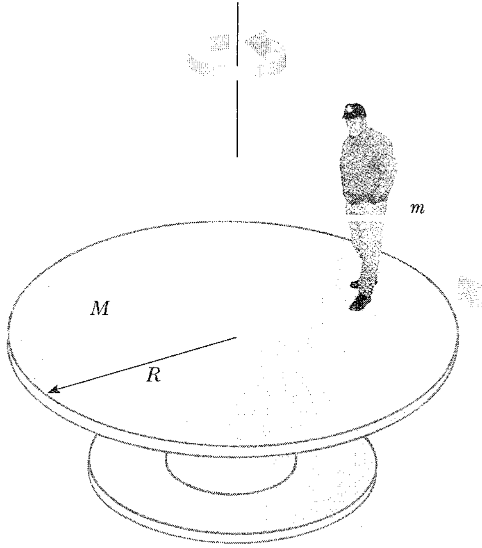
elde edilir. Böylece, nötron yıldızının 1 saniyede 4 tur atacak şekilde döndüğü görülür. Bu sonuç, gösteri yapan buz kayakçısının dönmesi sırasında elde edilen sonuç ile yaklaşık olarak aynıdır.

ÖRNEK 11.9 Atlı Karınca

Dairesel disk şeklindeki yatay bir tabla (platform), sürtünmesiz, düşey bir mil etrafında yatay düzlemde dönmektedir (Şekil 11.16). Tabla $M = 100$ kg'lık bir kütleye ve $R = 2$ m lik bir yarıçapa sahiptir. $m = 60$ kg kütleli bir öğrenci, dönen tablanın kenarından merkezine doğru yavaşça yürümektedir. Öğrenci, dönen tablanın kenarındayken sistemin açısal hızı 2 rad/s ise, öğrencinin merkezden $r = 0{,}5$ m uzaklıktaki bir noktaya ulaştığındaki açısal hızı ne olur?

Çözüm Buradaki hız değişimi, dönen buz patencisi kollarını kendine doğru çektiği zaman onun açısal hızındaki artmaya benzemektedir. Dönen tablanın eylemsizlik momentini I_p ile, öğrencinin eylemsizlik momentini $I_ö$ ile gösterelim. Öğrenciyi m noktasal kütle ile temsil edersek, sistemin dönme eksenine göre başlangıç eylemsizlik momentini

$$I_i = I_p + I_ö = \tfrac{1}{2} MR^2 + mR^2$$



Şekil 11.16 Öğrenci dönen masanın merkezine doğu yürürken, sitemin açısal hızı büyür çünkü açısal momentum sabit kalmalıdır.

yazabiliriz. Öğrenci $r < R$ konumuna kadar yürüdüğünde, sistemin eylemsizlik momenti

$$I_s = I_{ps} + I_{ös} = \frac{1}{2} MR^2 + mr^2$$

değerine düşer. I_{ps}'u hesaplarken halâ daha büyük olan R yarıçapını kullanıyoruz. Çünkü platformun yarıçapı dönme sırasında değişmemektedir. Dönen tabla ve öğrenciden oluşan sistem üzerine dönme eksenine göre etki eden dış dönme momenti olmadığından, açısal momentumun korunumu yasasını bu sisteme uygulayabiliriz:

$$I_i \omega_i = I_s \omega_s$$

$$(\tfrac{1}{2} MR^2 + mR^2)\omega_i = (\tfrac{1}{2} MR^2 + mr^2)\omega_s$$

$$\omega_s = \left(\frac{\frac{1}{2}MR^2 + mR^2}{\frac{1}{2}MR^2 + mr^2}\right)\omega_i$$

$$\omega_s = \left(\frac{200 + 240}{200 + 15}\right)(2 \text{ rad/s}) = 4{,}1 \text{ rad/s}$$

Beklendiği gibi, açısal hız artmıştır.

Alıştırma Sistemin ilk ve son dönme enerjilerini hesaplayınız.

Cevap $K_i = 880$ J; $K_s = 1{,}8 \times 10^3$ J.

Sınama Sorusu 11.5

Örnek 11.9 da anlatılan sistemin dönme enerjisinin büyüdüğüne dikkat edin. Enerjideki bu büyümenin sebebi nedir?

ÖRNEK 11.10 Dönen Bisiklet Tekerleği

Sınıfta yapılabilecek bir gösteri deneyinde, dönebilen bir taburede oturan öğrenci dönen bisiklet tekerini milinden tutuyor (Şekil 11.17). Başlangıçta öğrenci ve tabure hareketsiz olduğu halde, tekerlek, yukarıya doğru yönelmiş bir $\mathbf{L}_i$ başlangıç açısal momentumuyla yatay bir düzlem içinde dönmektedir. Tekerlek, kendi merkezi etrafında alt üst edilecek şekilde 180° döndürülürse, Öğrenci ve tabure dönmeye başlar. $\mathbf{L}_i$ cinsinden, öğrenci ve tabureden oluşan sistemin $\mathbf{L}$ açısal momentumunun büyüklüğü ve doğrultusunu bulunuz.



Şekil 11.17 Başlangıçta öğrenci hareketsizken, tekerlek dönmektedir. Tekerlek alt üst edilirse ne olur?

Çözüm Bu durumda sistem; öğrenci, tekerlek ve taburadan oluşmaktadır. Başlangıçta, sistemin toplam açısal momentumu $\mathbf{L}_i$'a eşittir ve bu, tamamen tekerleğin dönmesinden kaynaklanır. Tekerlek alt üst edilirken, öğrenci tarafından tekerleğe karşı bir dönme momenti uygulanır, fakat bu sisteme içten yapılan bir etkidir. Düşey eksen etrafında sisteme dışardan etki eden bir tork yoktur. Bu yüzden, sistemin açısal momentumu korunmalıdır: Başlangıçta,

$$\mathbf{L}_{\text{sistem}} = \mathbf{L}_i = \mathbf{L}_{\text{teker}} \qquad \text{(yukarıya doğru)}$$

dır. Tekerlek alt üst edildikten sonra, $\mathbf{L}_{\text{ters çevrilen tekerlek}} = -\mathbf{L}_i$ olur. Açısal momentumun korunabilmesi için sistemin geriye kalan kısmı dönmeye başlamalı ve böylece toplam açısal momentum başlangıçtaki $\mathbf{L}_i$ açısal momentumu olarak kalmalıdır. Bu sistemin geriye kalan kısmı öğrenci ve onun oturduğu tabureden ibarettir. Bunun sonucu olarak

$$\mathbf{L}_s = \mathbf{L}_i = \mathbf{L}_{\text{öğr + tabure}} - \mathbf{L}_i$$

ve ya

$$\mathbf{L}_{\text{öğr + tabure}} = 2\,\mathbf{L}_i$$

bulunur.

ÖRNEK 11.11 Disk ve Çubuk

3 m/s'lik hızla yol alan 2 kg küteli bir disk, Şekil 11.18 'de gösterildiği gibi, hemen hemen sürtünmesiz buz üzerinde duran 1 kg kütleli bir çubuğa çarpıyor. Çarpışma esnek kabul ediyoruz. Diskin öteleme hızını, çubuğun öteleme hızını ve çubuğun çarpışmadan sonraki dönme hızını bulunuz. Çubuğun kendi kütle merkezine göre eylemsizlik momenti 1,33 kg·m^2 dir.

Çözüm Disk ve çubuk yalıtılmış bir sistem oluşturduğundan; toplam enerji, doğrusal momentum ve açısal momentumun korunduğunu kabul edebiliriz. Üç bilinmeyen bulunduğundan, üç eşitlik gereklidir. İlk eşitlik doğrusal momentumun korunumundan:

$$p_i = p_s$$

$$m_d v_{di} = m_d v_{ds} + m_ç v_s$$

$$(2\text{ kg})(3\text{ m/s}) = (2\text{ kg})\, v_{ds} + (1\text{ kg})\, v_s$$

(1) $\quad 6\text{ kg·m/s} - (2\text{ kg})\, v_{ds} = (1\text{ kg})\, v_s.$

Şimdi, başlangıç noktası olarak diskin merkezinin ilk konumunu seçerek, açısal momentumun korunumu yasasını uygulayalım. Buz düzlemine dik eksen boyunca diskin açısal momentumu bileşeninin eksi işaretli olduğunu biliyoruz (sağ-el kuralı $\mathbf{L}_d$ 'nin buza doğru yöneldiğini gösterir). Buna göre:

$$L_i = L_s$$

$$-rm_d v_{di} = -rm_d v_{ds} + I\omega$$

$$-(2\text{ m})(2\text{ kg})(3\text{ m/s}) = -(2\text{ m})(2\text{ kg})v_{ds} + (1{,}33\text{ kg·m}^2)\omega$$

$$-12\text{ kg·m}^2/\text{s} = -(4\text{ kg·m})v_{ds} + (1{,}33\text{ kg·m}^2)\omega$$

(2) $\quad -9\text{ rad/s} + (3\text{ rad/m})\, v_{ds} = \omega$

Burada her terim için birim uyuşumunu sağlamak için radyanın boyutsuz olduğu gerçeğini kullandık.

Son olarak, çarpışmanın esnek olduğunu hatırlamamız, kinetik enerjinin korunduğunu görmemizi sağlar. Bu durumda ise kinetik enerji, öteleme ve dönme şekillerinde oluşmaktadır:

$$K_i = K_s$$

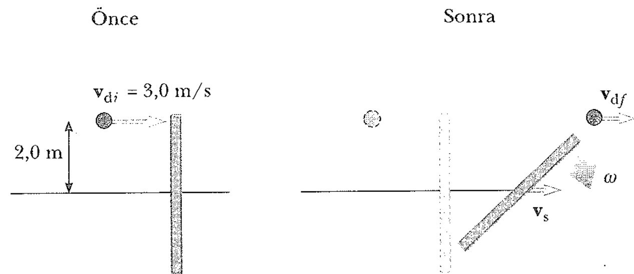
$$\tfrac{1}{2}\, m_d v_{di}^2 = \tfrac{1}{2}\, m_d v_{ds}^2 + \tfrac{1}{2}\, m_t v_t^2 + \tfrac{1}{2}\, I\omega^2$$

$$\tfrac{1}{2}\,(2\text{ kg})(3\text{ m/s})^2 = \tfrac{1}{2}\,(2\text{ kg})\, v_{ds}^2 + \tfrac{1}{2}\,(1\text{ kg})\, v_t^2 + \tfrac{1}{2}\,(1{,}33\text{ kg·m}^2/\text{s})\omega^2$$

(3) $\quad 54\text{ m}^2)\text{s}^2 = 6\, v_{ds}^2 + 3\, v_t^2 + (4\text{ m}^2)\omega^2.$

(1), (2) ve (3) Eşitlikleri birlikte çözülerek; $v_{ds} = 2{,}3$ m/s, $v_t = 1{,}3$ m/s ve $\omega = -2$ rad/s bulunur. Bu değerler akla uygundur. Disk, çarpışma olmadan öncekinden daha yavaş hareket etmektedir. Çubuk küçük bir öteleme hızına sahiptir. Tablo 11.1'de disk ve çubuk için değişkenlerin ilk ve son değerleri özetlenmekte ve doğrusal momentumun, açısal momentumun ve kinetik enerjinin korunumu doğrulanmaktadır.

Alıştırma Çizelge 11.1'deki değerleri kontrol ediniz.



Şekil 11.18 Bir diskin bir çubuk ile esnek çarpışma yaptığı olayın üstten görünüşü. Çarpışma çubuğun dönmesine sebep olur.

TABLO 11.1 Örnek 11.11'de çarpışmadan önce ve sonraki değerlerin karşılaştırılması[a]

	v(m/s)	ω(rad/s)	p(kg·m/s)	L(kg·m^2/s)	$K_{öte}$ (J)	$K_{dön}$ (J)
Önce						
Disk	3	—	6	−12	9	—
Çubuk	0	0	0	0	0	0
Toplam	—	—	6	−12	9	0
Sonra						
Disk	2,3	—	4,7	−9,3	5,4	—
Çubuk	1,3	−2	1,3	−2,7	0,9	2,7
Toplam	—	—	6	−12	6,3	2,7

[a]Doğrusal momentum, açısal momentum ve toplam kinetik enerjinin korunduğunu hatırlatalım.

Seçmeli Kesim

11.6 JİROSKOP VE TOPACIN HAREKETLERİ

Muhtemelen sizin de önceden gözlemiş olduğunuz çok yararlı ve ilginç bir hareket şekli de, Şekil 11. 19a'da gösterildiği gibi, kendi simetri ekseni etrafında dönen bir topacın yaptığı harekettir. Topaç kendi ekseni etrafında çok hızlı bir şekilde dönerse, ekseni z ekseni etrafında bir koniyi tarayarak döner (Şekil 11.19b'ye bakınız). Topaç ekseninin düşey eksen etrafındaki hareketi **presesyon** hareketi olarak bilinir ve bu, topacın kendi ekseni etrafındaki dönme hareketiyle karşılaştırıldığında yavaş bir harekettir.

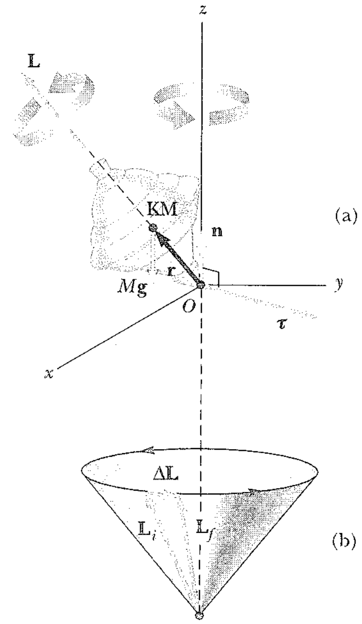
Presesyon hareketi

Topacın niçin yıkılmadığına hayret etmiş olmalısınız. Kütle merkezi topacın yüzeye değdiği nokta olan O'dan geçen düşey doğrultu üzerinde olmadığı için, topacın $M\mathbf{g}$ ağırlığından dolayı O noktasına göre topaç üzerine etki eden bir tork vardır. Bu anlatılanlardan, dönme hareketi olmazsa, topacın hemen yana yatacağını görmek zor değildir. Fakat topaç kendi simetri ekseni etrafında döndüğü için, bu eksen boyunca uzanan bir $\mathbf{L}$ açısal momentumuna sahiptir. Aşağıda açıklanacağı gibi, simetri ekseninin z–ekseni etrafındaki dönme hareketi (presesyon hareketi), topaca etki eden dönme momentinin topacın dönme ekseninin *doğrultusunu* değiştirmesinden kaynaklanmaktadır. Bu, açısal momentumun doğrultuya bağlı yapısına iyi bir örnektir.

Topaca etki eden iki kuvvetten biri aşağıya doğru yönelmiş olan $M\mathbf{g}$ yerçekimi, öteki ise topacın düzleme değdiği O noktasına etki eden yukarıya doğru yönelmiş $\mathbf{n}$ normal kuvvetidir. $\mathbf{n}$ normal kuvveti, onun moment kolunun sıfıra eşit olması yüzünden, O değme noktasına göre torka sahip değildir. Yerçekimi kuvvetiyse, O noktasına göre $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times M\mathbf{g}$ torkunu oluşturur. Burada $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{n}$ vektörlerinin oluşturduğu düzleme diktir. Yine $\boldsymbol{\tau}$ vektörü, açısal momentum vektörüne dik bir yatay düzlem içinde uzanmalıdır. Cismin net dönme momenti ve açısal momentumu 11.19 Eşitliği ile

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{L}}{dt}$$

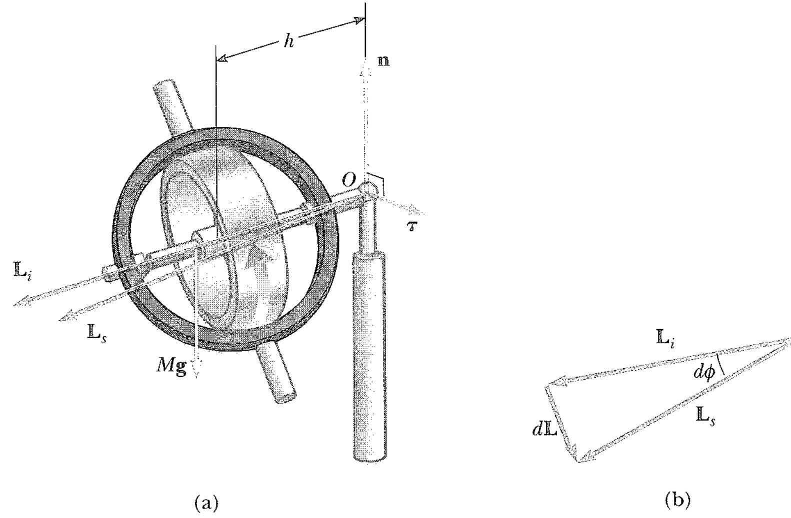
birbirine bağlıdır. Bu ifadeden, sıfırdan farklı bir dönme momentinin kendisiyle aynı doğrultuda bir $d\mathbf{L}$ açısal momentum değişimi meydana getireceğini görürüz. Böylece, dönme momenti gibi $d\mathbf{L}$'de $\mathbf{L}$'ye dik olmalıdır. Şekil 11.19b, topaç ekseninin yaptığı presesyon hareketini göstermektedir. Δt zaman aralığında, açısal momentumdaki değişme $\Delta\mathbf{L} = \mathbf{L}_s - \mathbf{L}_i = \boldsymbol{\tau}\,\Delta t$'dir. $d\mathbf{L}$'nin $\mathbf{L}$'ye dik olması yüzünden, $\mathbf{L}$'nin büyüklüğünün değişmediğine dikkat ediniz, (yani $|\mathbf{L}_i| = |\mathbf{L}_s|$) dir. Değişen, $\mathbf{L}$'nin *doğrultusudur.* $\Delta\mathbf{L}$ değişmesi xy-düzlemindeki $\boldsymbol{\tau}$'nun doğrultusunda olduğu için, topaç presesyon hareketi yapar.



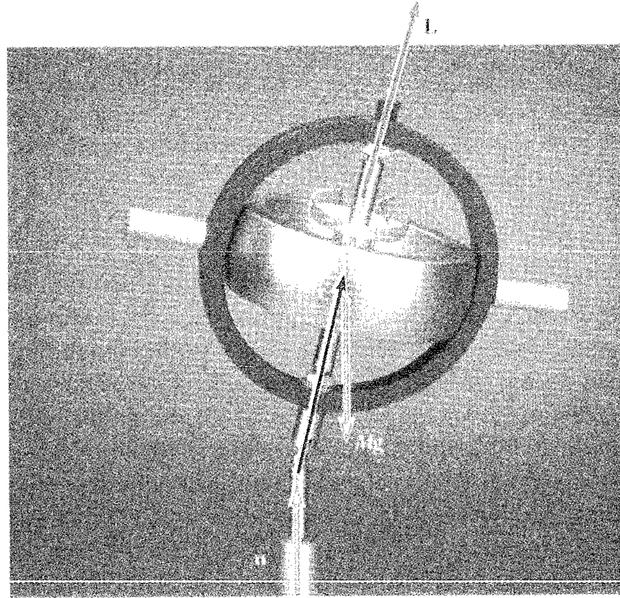
Şekil 11.19 Simetri ekseni etrafında dönen bir topacın presesyon hareketi. (a) Topaca sadece $\mathbf{n}$ normal kuvveti ve $M\mathbf{g}$ yerçekimi etki etmektedir. Topacın $\mathbf{L}$ açısal momentumu, onun simetri ekseni boyunca uzanmaktadır. Sağ-el kuralı $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times M\mathbf{g}$ nin xy düzleminde olduğunu göstermektedir. (b) $\Delta\mathbf{L}$'nin doğrultusu (a) daki $\boldsymbol{\tau}$ nunkine paraleldir. $\mathbf{L}_s = \Delta\mathbf{L} + \mathbf{L}_i$ olması gerçeği, topun z-ekseni etrafında presesyon hareketi yaptığını gösterir.

Presesyon hareketinin esas özellikleri Şekil 11.20a'da gösterilen basit jiroskop incelenerek anlaşılabilir. Bu araç, kütle merkezinden h uzaklıkta menteşelenmiş bir eksen etrafında serbestçe dönebilen bir tekerden ibarettir. Tekerleğe, eksen etrafında bir $\boldsymbol{\omega}$ açısal hızı verilirse, tekerlek, şekilde gösterildiği gibi eksen boyunca uzanan $\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$ açısal momentumuna sahip olur. Şimdi, şekildeki O noktasına göre tekerleğe etki eden dönme momentini inceleyelim. O noktasında desteğin dingile uyguladığı $\mathbf{N}$ kuvveti, O noktasına göre dönme momenti meydana getirmez. Öte yandan, tekerleğin $M\mathbf{g}$ ağırlığı, O noktasına göre Mgh büyüklüğünde bir dönme momenti oluşturur. Burada dönme ekseni desteğe diktir. Bu dönme momenti, Şekil 11. 20a gösterildiği gibi, eksene diktir (ve $\mathbf{L}$ ye diktir). Bu dönme momenti, açısal momentumun eksene dik doğrultuda değişmesine sebep olur. Bunun sonucu olarak da dingil, dönme momentinin doğrultusunda, yani yatay düzlem içinde hareket eder.

Sistemin anlatımını basitleştirmek için aşağıdaki kabulü yapmalıyız: Presesyon hareketi yapan tekerleğin toplam açısal momentumu, tekerleğin ken-



Şekil 11.20 (a) Kütle merkezinden h uzaklıktaki bir mile tutturulan basit jiroskopun hareketi. $M\mathbf{g}$ ağırlığı, O noktası etrafında bir tork meydana getirir ve tork eksene diktir. (b) Bu tork açısal momentumu eksene dik doğrultuda $d\mathbf{L}$ kadar değiştirir. Eksen, dt zaman aralığında $d\phi$ açısını süpürür.



Bu oyuncak jiroskop kendi simetri ekseni etrafında dönerken düşey eksen etrafında da presesyon hareketi yapıyor. Sisteme etki eden sadece $M\mathbf{g}$ çekim kuvveti ve desteğin uyguladığı yukarı doğru $\mathbf{n}$ kuvvetidir. $\mathbf{L}$ açısal momentumunun doğrultusu simetri ekseni boyuncadır. Tork ve $\Delta\mathbf{L}$ sayfaya doğru yönelmiştir. *(Central Scientific Company'nin izniyle).*

di ekseni etrafındaki dönmesinden doğan $I\omega$ açısal momentumu ile, sistemin kütle merkezinin O noktası etrafındaki hareketinden doğan açısal momentumun toplamına eşittir. Sistemin kütle merkezinin hareketinden gelen katkıyı ihmal edeceğiz ve toplam açısal momentumu tam olarak $I\omega$ alacağız. Pratikte, ω çok büyük değerlere çıkarılırsa, yukarıda yapılan kabul iyi bir yaklaşıklıktır.

dt zaman aralığında, ağırlıktan doğan tork sistemin açısal momentumunu $d\mathbf{L} = \tau\ dt$ kadar değiştirir. Bu ilave $\tau\ dt$ açısal momentumu, başlangıçtaki $I\omega$

açısal momentumuna vektörel olarak eklendiğinde, toplam açısal momentumun doğrultusunu değiştirir.

Şekil 11. 20b'deki vektör diyagramında, dt zaman aralığında açısal momentum vektörünün $d\phi$ açısı kadar döndüğü görülmektedir. Aynı zaman aralığında tekerleğin dingili de $d\phi$ açısı kadar dönmektedir. $\mathbf{L}_{ilk}$, $\mathbf{L}_{son}$ ve $d\mathbf{L}$ vektörleri tarafından oluşturulan vektör üçgeninden yararlanarak.

$$\sin(d\phi) \approx d\phi = \frac{dL}{L} = \frac{(Mgh)\,dt}{L}$$

olduğunu görürüz. Burada θ 'nın küçük değerleri için $\sin\theta \approx \theta$ olması gerçeğini kullandık. dt 'ye bölerek ve $L = I\omega$ eşitliğinden yararlanarak da, dingilin düşey eksen etrafında

$$\omega_p = \frac{d\phi}{dt} = \frac{Mgh}{I\omega} \qquad \textbf{(11.28)}$$

açısal hızıyla döndüğünü görürüz. ω_p açısal hızına **presesyon frekansı** denir. Bu sonuç, sadece $\omega_p \ll \omega$ şartı sağlandığı sürece geçerlidir. Bu şartın sağlanamadığı durumlarda, çok daha karmaşık bir hareket ortaya çıkar. 11.28 Eşitliğinden görebileceğiniz gibi, $\omega_p \ll \omega$ şartı, $I\omega$ nın Mgh 'den büyük olması halinde sağlanır. Ayrıca, ω_p presesyon açısal hızı, ω büyürken, yani, tekerlek kendi simetri ekseni etrafında daha hızlı döndükçe küçülür.

Presesyon frekansı

Sınama Sorusu 11.6

Topaç bir tam devir yapacak kadar presesyon hareketi yaptığı sırada çekim kuvveti tarafından ne kadar iş yapılır?

Seçmeli Kesim

11.7 TEMEL BİR NİCELİK OLARAK AÇISAL MOMENTUM

Makroskopik sistemlerin hareketlerini açıklarken, açısal momentum kavramından oldukça sık yararlanıldığını gördük. Bu kavram, mikroskopik ölçekte de geçerlidir ve atom, molekül ve çekirdek fiziğinin modern teorilerinin geliştirilmesinde etkin olarak kullanılmaktadır. Bu incelemelerde, bir sistemin açısal momentumunun temel bir nicelik olduğu görülmektedir. Burada *temel* kelimesi, açısal momentumun; atomlar, moleküller ve onları oluşturan bileşenlerin doğasında mevcut olan özellikleri olduğunu ifade etmektedir.

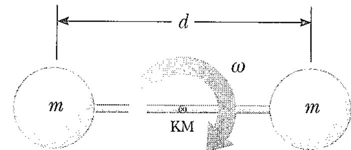
Atomik ve moleküler sistemler üzerinde yapılan deneylerin pek çoğunun sonuçlarını açıklamak için, açısal momentuma kesikli değerler vermek gerekmektedir. Bu kesikli değerler çoğu zaman, açısal momentumun $\hbar = h/2\pi$ büyüklüğündeki temel birimin tam katları olmaktadır. Burada h, Planck sabitidir.

$$\text{Açısal momentumun temel birimi} = \hbar = 1{,}054 \times 10^{-34}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$$

Bu postulatı yorumlamanın tam zamanı olduğunu kabul edelim ve iki atomdan oluşan bir molekülün açısal hızını kestirmek için nasıl kullanılabileceğini gösterelim. Dönen katı bir cisim olarak O_2 molekülünü düşünelim, yani, iki atom birbirinden sabit d uzaklığında bulunmakta ve kütle merkezi etrafında dönmektedir (Şekil 11. 21). Bu dönme hareketinin açısal momentumunu $\hbar$ temel birimine eşitleyerek, sistemin dönme açısal hızının en küçük değerini kestirebiliriz, yani,

$$I_{KM}\,\omega \approx \hbar \qquad \text{veya} \qquad \omega \approx \frac{\hbar}{I_{KM}}$$

elde ederiz.



Şekil 11.21 İki atomlu bir molekül için katı–rotor modeli. Dönme, şekil düzlemi içinde sistemin kütle merkezi etrafında olmaktadır.

Örnek 10.3 de, O_2 momekülünün burada tanımlanan dönme eksenine göre eylemsizlik momentini $1{,}95 \times 10^{-46}$ kg·m^2 bulmuştuk. Bu değeri kullanarak

$$\omega \approx \frac{\hbar}{I_{KM}} = \frac{1{,}054 \times 10^{-34}\ \mathrm{kg \cdot m^2/s}}{2{,}03 \times 10^{-46}\ \mathrm{kg \cdot m^2}} = 5{,}41 \times 10^{11}\ \mathrm{rad/s}$$

elde ederiz. Gerçek açısal hızlar, bu değerin en küçük tam katlarıdır.

Bu basit örnek, belirli klasik kavramların ve mekanik modellerin atomik ve moleküler sistemlerin bazı özelliklerini açıklamakta yararlı olabileceğini göstermektedir. Çok küçük ölçekteki değişik olaylar sadece, hareketin özel tipine eşlik eden açısal momentumun kesikli değerlere sahip olduğu kabul edilerek açıklanabilmektedir.

Danimarka'lı fizikçi Niels Bohr (1885–1962), kesikli açısal momentum değerleri fikrini ilk defa hidrojen atomu teorisinde ortaya atmıştır. Klasik modeller tam anlamıyla, hidrojen atomunun birçok özelliğinin açıklanmasında da başarısızdı. Bohr; elektronun sadece, proton etrafında yörüngesel açısal momentumu $n\hbar$ ye eşit olan dairesel yörüngeleri işgal edebileceğini kabul etti. Burada n, bir tamsayıdır. Yani Bohr, yörüngesel açısal momentumun kuantumlandığını ifade eden çarpıcı bir kabulde bulmuş oldu. Bu basit modeli kullanarak, değişik yörüngelerdeki elektronların dönme frekansları kestirilebilir (Problem 43).

ÖZET

Pürüzlü bir yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanan katı bir cismin **toplam kinetik enerjisi**, kütle merkezine göre $\frac{1}{2} I_{KM}\omega^2$ dönme kinetik enerjisi ile kütle merkezinin $\frac{1}{2} Mv_{KM}^2$ öteleme kinetik enerjisinin toplamına eşittir:

$$K = \tfrac{1}{2} I_{KM}\omega^2 + \tfrac{1}{2} M v_{KM}^2 \qquad \textbf{(11.4)}$$

Eylemsiz bir referans sistemindeki bir başlangıç noktasına göre $\mathbf{F}$ kuvveti tarafından oluşturulan $\boldsymbol{\tau}$ **dönme momenti** (tork)

$$\boldsymbol{\tau} \equiv \mathbf{r} \times \mathbf{F} \qquad \textbf{(11.7)}$$

olarak tanımlanır.

Verilen $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ gibi iki vektörün $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ **vektörel çarpımları** $\mathbf{C}$ gibi bir vektör olup, büyüklüğü

$$C \equiv AB \sin\theta \qquad \textbf{(11.9)}$$

dir. Burada θ, $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ vektörleri arasındaki açıdır. $\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B}$ vektörünün doğrultusu, $\mathbf{A}$ ve $\mathbf{B}$ tarafından oluşturulan düzleme diktir ve yönü sağ–el kuralıyla belirlenir.

$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ doğrusal momentumuna sahip bir parçacığın $\mathbf{L}$ **açısal momentumu**,

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \qquad \textbf{(11.15)}$$

olarak tanımlanır. Burada $\mathbf{r}$, eylemsiz referens sistemindeki bir başlangıç noktasına göre parçacığın yer vektörüdür.

Bir parçacık veya katı cisim üzerine etki eden **net dış tork**, parçacığın açısal momentumunun zamana göre değişimine eşittir:

$$\sum \boldsymbol{\tau}_{dış} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \qquad \textbf{(11.20)}$$

Sabit bir eksen z- ekseni etrafında dönen bir katı cismin **açısal momentumunun** ***z bileşeni***

$$L_z = I\omega \qquad \textbf{(11.21)}$$

olur. Burada I, cismin dönme eksenine göre eylemsizlik momenti, ω açısal hızıdır.

Bir katı cisim üzerine etki eden **net dış tork**, onun dönme eksenine göre eylemsizlik momenti ile açısal ivmesinin çarpımına eşittir:

$$\sum \tau_{dış} = I\alpha \qquad (11.23)$$

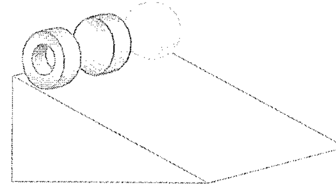
Bir sistem üzerine etki eden net dış tork sıfırsa, sistemin toplam açısal momentumu sabıt kalır. Bu **açısal momentumun korunumu** yasası, eylemsizlik momenti değişen bir cisme uygulanırsa

$$I_i\omega_i = I_s\,\omega_s = \text{sabit} \qquad (11.27)$$

elde edilir.

SORULAR

1. Dönme merkezi seçimi yapmadan katı bir cisim üzerine etki eden tork hesaplanabilir mi? Tork, dönme merkezinin yerinden bağımsız mıdır?
2. $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})$ olarak tanımlanan karma çarpım, skaler mi yoksa vektörel bir nicelik midir? $(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\times\mathbf{C}$ işleminin niçin anlamsız olduğunu açıklayınız.
3. Bazı bisiklet yarışlarında, sürücüler bisikletlerini küçük kum tepeciklerinin üzerinden sürerler ve kısa sürede toz-duman yutarlar. Eğer sürücü kum yığınını terk ederken kısma valfını (kelebeği) açık bırakıp havaya girerse, motosikletin burnu yukarı kalkar. Niçin?
4. Keyfi bir başlangıç noktasına göre bir parçacık üzerine etki eden tork sıfırsa, parçacığın o başlangıç noktasına göre açısal momentumu için ne söyleyebilirsiniz?
5. Bir parçacığın hız vektörünün tam olarak belirlendiğini kabul ediniz. Hareket doğrultusuna göre parçacığın açısal momentum vektörünün doğrultusu hakkında ne söyleyebilirsiniz?
6. Bir cisim üzerine tek bir kuvvet etki ederse ve bu kuvvet tarafından herhangi bir noktaya göre oluşturulan tork sıfırdan farklı ise, torkun sıfır olduğu bir başka nokta var mıdır?
7. Parçacıklardan oluşan bir sistem hareket halindeyse, toplam açısal momentumun bir başlangıç noktasına göre sıfır olması mümkün müdür? Açıklayınız.
8. Bir top, kendi ekseni etrafında dönmeyecek şekilde fırlatılıyor. Bu, açısal momentumun keyfi bir başlangıç noktasına göre sıfır olacağını mı ifade eder? Açıklayınız.
9. Bir band kaydında; band, sürücü bir sistem yardımıyla sabit hızla hareket etmesi sağlanan okuma-veyazma başlığı uzağa doğru çekilir. Bu sırada bandı çeken bir makara düşünün. Kalan bandın sarılı olduğu tekerleğin yarıçapı devamlı küçülür. Makara üzerindeki tork zamanla nasıl değişir? Makaranın açısal hızı zamanla nasıl değişir? Eğer bandı çalıştıran sistem aniden devreye girse ve band hızlı bir şekilde büyük bir kuvvetle çekilse, bandın tam olarak dolu makaradan mı yoksa hemen hemen boş makaradan mı çekildiğinde kopması daha muhtemeldir?
10. Otelteki bir bilim adamı, oda hizmetçisinden esrarengiz bir bavulu taşımak için yardım istiyor. Dikkatsiz hizmetçi bavulu bir köşesinden yuvarlamaya çalışırken, bilinmeyen bir sebepten birden bavul hiçmetçinin elinden kayıyor. Bu durumda, şaşıran hizmetçi bavulu bırakıp hızla odadan uzaklaşıyor. Bavulun içinde ne olabileceği konusunda ne söyleyebilirsiniz?
11. Bir silindir Şekil 11.3 teki gibi yatay bir düzlem üzerinde yuvarlanırken, silindir üzerinde, anlık hızın sadece düşey bileşenine sahip olan noktalar varmıdır? Eğer varsa, neredederler?
12. İçi dolu bir küre, içi dolu bir silindir ve içi oyuk bir silindirden oluşan üç homojen cisim, bir eğik düzlemin tepesine yerleştirilmiştir (Şekil Q11.12). Bunların hepsi aynı yükseklikten aynı anda serbest bırakılır ve kaymadan yuvarlanmalarına izin verilirse, ilk önce hangisi alt uca ulaşır? Hangisi en son ulaşır? Bunu evde denemeli ve sonucun cisimlerin kütlelerinden ve yarıçaplarından bağımsız olduğunu görmelisiniz?



Şekil Q11.12 Yarışı hangi cisim kazanır?

13. Bir fare, sürtünmesiz düşey bir mile tutturulmuş yatay ve dönebilen bir tabla üzerinde başlangıçta durgun haldedir. Fare gezmeye başlarsa ne olur? Açıklayınız.
14. Yıldızlar, yavaşça dönen gazın oluşturduğu kocaman cisimler olarak doğarlar. Kütle çekimi yüzünden, bu gaz kütlesinin büyüklüğü yavaşça küçülür. Bu büzülme sırasında yıldızın açısal hızına ne olur? Açıklayınız.
15. Yüksekten atlayan dalgıçlar havada takla atmak istediklerinde, bacaklarını göğüslerine doğru çekerler. Bu davranışları onları niçin daha hızlı döndürür? Aksine hareket etmek için ne yapmalılar?
16. İpe bağlı bir top, bir sırığın ucunda rüzgarın etkisiyle dönerken, onun açısal hızı ne olur? Açıklayınız.

17. Biri daha büyük ve diğeri daha küçük kütleli iki küre yokuş aşağı yuvarlanıyor. Tepenin dibine hangi küre ilk önce varır? Şimdi kendi büyük yoğunluğu küçük bir küre ve kendi küçük fakat yoğunluğu büyük bir küre aynı kütleye sahip olsun ve bunlar yokuş aşağı yuvarlansınlar. Bu durumda hangisi dibe önce ulaşır?

18. Kayak yarışında kullanılmak üzere bir otomobil tasarladığınızı düşünün (bu yarıştaki otomobillerin motoru olmayacak). Onlar basitçe yamaçtan aşağı kayacaklar. Büyük tekerlekleri mi yoksa küçük tekerlekleri mi tercih edersiniz? Katı disk-vari tekerleri mi yoksa halka tekerlekleri mi tercih edersiniz? Tekerler ağır mı yoksa hafif mi olmalı?

19. İp cambazları, ip üzerinde yürürken, kendilerini dengede tutmak için neden uzun bir sırık taşırlar?

20. İki top aynı büyüklük ve kütleye sahiptir. Birinin içi oyuk diğerinin içi ise doludur. Küreleri parçalamadan birbirinden nasıl ayırırsınız?

21. Bir parçacık, sabit hızla bir çember üzerinde hareket etmektedir. Parçacığın açısal momentumunun sabit olduğu bir nokta ve zamanla değiştiği bir başka nokta neresi olur?

22. Gelecek yüz yılın sonunda "kutup buzlarının birazı eriyecek ve su ekvatora yakın bölgelerde toplanacaktır" gibi bir uyarı duyarsanız, bu değişim, yerin eylemsizlik momentini nasıl değiştirir? Bir günlük süre değişir mi?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 11.1 Katı Cismin Yuvarlanma Hareketi

WEB 1. 10 kg kütleli bir silindir, yatay bir yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanmaktadır. Silindirin kütle merkezi 10 m/s lik hıza ulaştığında, (a) kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisini, (b) kütle merkezi etrafındaki dönme kinetik enerjisini, (c) toplam kinetik enerjiyi tayin ediniz.

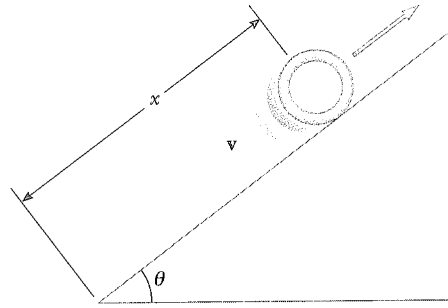
2. Bir bovling topu, 4 kg lık kütleye $1{,}60 \times 10^{-2}$ kg·m^2 lik eylemsizlik momentine ve 0,100 m lik bir yarıçapa sahiptir. Top, 4 m/s lik bir doğrusal hızla kaymadan yuvarlanırsa, toplam enerjisi ne olur?

3. Bir bovling topu M kütlesine, R yarıçapına ve $\frac{2}{5}MR^2$ eylemsizlik momentine sahiptir. Top, durgun halden harekete başlarsa, kaymadan yuvarlanarak doğrusal bir v hızına ulaşabilmesi için üzerinde ne kadar iş yapmak gerekir? İşi, M ve v cinsinden ifade ediniz.

4. İçi dolu düzgün bir disk ve düzgün bir halka, h yüksekliğine sahip bir eğik düzlemin tepesinde yanyana tutulmaktadır. Bunlar serbest bırakılırsa ve kaymadan yuvarlanmalarına izin verilirse, alt uca ulaştıklarındaki hızlarını tayin ediniz. Alt uca bunların hangisi daha önce ulaşır?

5. (a) Yatayla θ açısı yapan bir eğik düzlem üzerinde aşağıya doğru yuvarlanan içi dolu düzgün bir diskin küle merkezinin ivmesini bulunuz. Bu ivmeyi düzgün bir halkanınki ile karşılaştırınız. (b) Diskin saf yuvarlanma hareketini koruması için gerekli olan en küçük sürtünme katsayısını bulunuz.

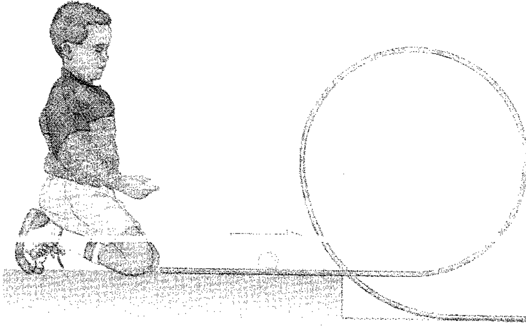
6. Kütlesi 2,40 kg, iç yarıçapı 6 cm ve dış yarıçapı 8 cm olan bir halka yatayla $\theta = 36{,}9°$ (Şekil P11.6) açı yapan bir eğik düzlem üzerinde yukarıya doğru kaymadan yuvarlanıyor. Halka $x = 2$ m konumuna ulaştığında, hızı 2,80 m/s dir. Halka bir miktar daha yükselmeye devam eder ve ondan sonra geri yuvarlanır. Halka eğik düzlemin tepesine çıkamaz. Halkanın üzerinde yuvarlandığı eğik düzlem ne kadar uzunluktadır?



Şekil P11.6

7. İçinde yoğunlaşmış mantar çorbası bulunan metal bir konserve kutusu 215 g'lık kütleye, 10,8 cm'lik yüksekliğe ve 6,38 cm lik bir çapa sahiptir. Kutu, yatayla 25° lik açı yapan 3 m uzunluğundaki eğik düzlemin tepesinden bırakılıyor ve aşağıya doğru yuvarlanmasına izin veriliyor. Enerjinin korunduğunu varsayarak, kutu, eğik düzlemin alt ucuna 1,50 s'de ulaşırsa, kutunun eylemsizlik momentini hesaplayınız. Çözümü hesaplamak için ne tür verilere ihtiyaç olmaz?

8. Bir tenis topu ince çeperli içi boş, bir küredir. Top, Şekil P11.8'de gösterildiği gibi, rayın yatay kısmında 4,03 m/s hızla kaymadan yuvarlanıyor. Az sonra, 90 cm çapındaki düzey çember halkanın iç kısmına dolanıyor ve sonuçta yatay kısmın 20 cm aşağısında rayı terk ediyor. (a) Halkanın en üst noktasındayken topun hızını bulunuz. Topun raydan düşmeyeceğini gösteriniz. (b) Topun rayı terkederkenki hızını bulunuz. (c) Top ile ray arasındaki statik sürtünmenin ihmal edilebileceğini kabul edin; bu durumda top yuvarlanma yerine kayar. Topun bu durumdaki hızı, halkanın en üst noktasındaki hızın-



Şekil P11.8

dan daha mı büyük, daha mı küçük yoksa aynı mıdır? Açıklayınız.

Kesim 11.2 Vektörel Çarpım ve Tork

9. $\mathbf{M} = 6\mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ve $\mathbf{N} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ verildiğine göre, $\mathbf{M} \times \mathbf{N}$ vektörel çarpımını hesaplayınız.

10. 15° de 42 cm'lik ve 65° de 23 cm'lik iki vektörün her ikisi de orijinden başlamaktadır. Her iki açı da *x*-ekseninden saatin dönüşü yönünün tersi yönde ölçülmüştür. Bu vektörler bir paralelkenarını iki kenarın oluşturmaktadır. (a) Bu paralelkenarın alanını bulunuz. (b) Uzun köşegenin uzunluğunu bulunuz.

WEB **11.** İki vektör $\mathbf{A} = -3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$ ve $\mathbf{B} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$ olarak verilmektedir. (a) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ vektörel çarpımını ve (b) **A** ve **B** vektörleri arasındaki açıyı bulunuz.

12. $\mathbf{A} = -3\mathbf{i} + 7\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ ve $\mathbf{B} = 6\mathbf{i} - 10\mathbf{j} + 9\mathbf{k}$ vektörleri için; (a) $\cos^{-1}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}/AB)$ ve (b) $\sin^{-1}(|\mathbf{A} \times \mathbf{B}|/AB)$ ifadelerini hesaplayınız. (c) Vektörler arasındaki açıyı bunlardan hangisi verir?

13. Bir $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{J}$ N kuvveti, *z*-ekseni boyunca uzanan sabit bir eksen etrafında dönebilen bir cisme uygulanıyor. Kuvvet, $\mathbf{r} = (4\mathbf{i} + 5\mathbf{j} + 0\mathbf{k})$ m noktasına uygulanırsa; (a) *z*-eksenine göre net torkun büyüklüğünü (b) τ tork vertörünün doğrultusunu bulunuz.

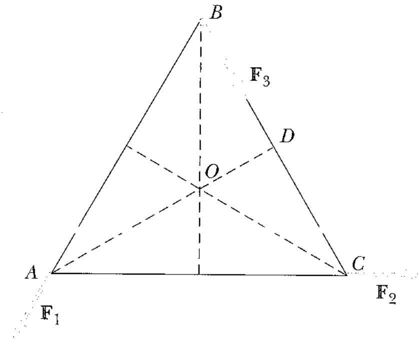
14. Bir öğrenci $(2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}) \times \mathbf{A} = (4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k})$ olacak şekilde bir **A** vektörü bulduğunu iddia ediyor. Ona inanır mıydınız? Açıklayınız.

15. **A** vektörü $(-y)$ doğrultusunda ve **B** vektörü $(-x)$ doğrultusundadır. (a) $\mathbf{A} \times \mathbf{B}$ (b) $\mathbf{B} \times \mathbf{A}$ vektörel çarpımlarının doğrultularını bulunuz.

16. Bir parçacık $\mathbf{r} = (\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$ m konumundadır ve bu parçacık üzerine $\mathbf{F} = (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$ N'luk bir kuvvet etki etmektedir. (a) Başlangıç noktası, (b) koordinatları (0, 6) m olan noktaya göre dönme momentlerini (torkları) hesaplayınız.

17. $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = \mathbf{A}\cdot\mathbf{B}$ ise, **A** ve **B** vektörleri arasındaki açı nedir?

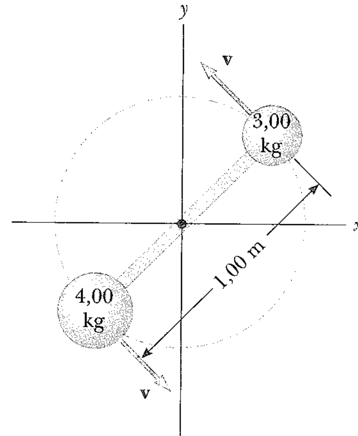
18. $\mathbf{F}_1$ ve $\mathbf{F}_2$ gibi iki kuvvet, Şekil P11.18'de gösterildiği gibi, eşkenar bir üçgenin iki kenarı boyunca etki etmektedir. *B* noktasına *BC* boyunca uygulandığında, üçgenin kenar orta dikmelerinin kesiştiği *O* noktasına göre net dönme momentinin sıfır olmasını sağlayan $\mathbf{F}_3$ kuvvetini bulunuz. $\mathbf{F}_3$ kuvveti, *B* noktasına değil de, *BC* üzerindeki başka herhangi bir noktaya uygulansaydı, net dönme momenti değişir miydi?



Şekil P11.18

Kesim 11.3 Bir Parçacığın Açısal Momentumu

19. 1 m uzunluğunda hafif bir çubuk, *xy*-düzleminde, çubuğun merkezindeki bir mil etrafında dönmektedir. Çubuğun uçlarına 4 kg ve 3 kg kütlelerinde iki parçacık tutturulmuştur (Şekil P11.19). Her parçacığın hızı 5 m/s'ye ulaştığı anda sistemin başlangıç noktasına göre açıssal momentumu tayin ediniz.



Şekil P11.19

20. 1,5 kg'lık bir parçacık *xy* düzleminde $\mathbf{v} = (4{,}2\mathbf{i} - 3{,}6\mathbf{j})$ m/s hızı ile hareket ediyor. Parçacığın konumu $\mathbf{r} = (1{,}5\mathbf{i} + 2{,}2\mathbf{j})$m olduğunda açısal momentumunu bulunuz.

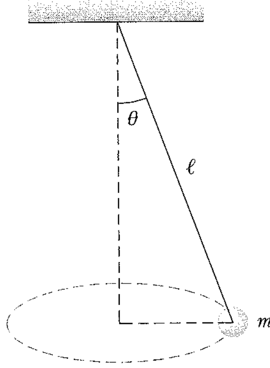
WEB **21.** 2 kg kütleli bir parçacığın konum vektörü zamana bağlı olarak $\mathbf{r} = (6\mathbf{i} + 5t\mathbf{j})$ m eşitliğiyle verilmektedir. Parçacığın açısal momentumunu zamana bağlı olarak tayin ediniz.

22. Şekil P11.22'de gösterildiği gibi, konik bir sarkaç, yatay düzlemdeki bir çember üzerinde hareket eden *m* kütleli bir toptan ibarettir. Hareket sırasında, ℓ uzunluğundaki taşıyıcı tel düşeyle sabit θ açısı yapmaktadır. Çemberin merkezine göre kütlenin açısal

momentumunun büyüklüğünün

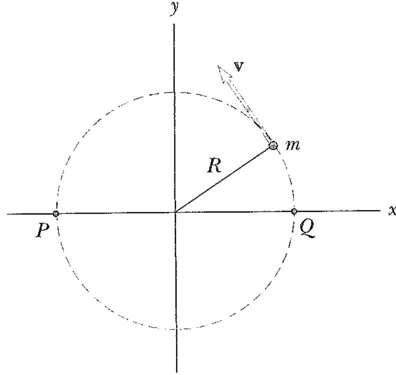
$$L = (m^2 g \ell^3 \sin^4 \theta / \cos \theta)^{1/2}$$

olduğunu gösteriniz.



Şekil P11.22

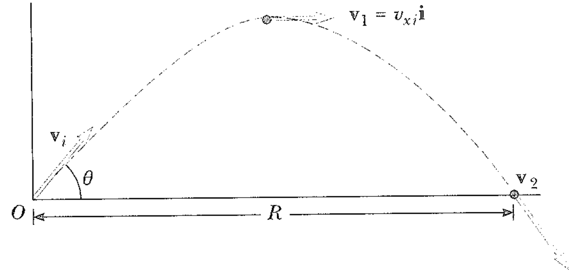
23. m kütleli bir parçacık, Şekil P11.23'de gösterildiği gibi, R yarıçaplı bir çember üzerinde sabit v hızıyla dönmektedir. Hareket, Q noktasından başlamışsa, P noktasına göre parçacığın açısal momentumunu zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.



Şekil P11.23

24. 4 kg'lık bir kütle, makaradan geçen hafif bir ipin ucuna bağlanmıştır (Şekil 10.20). Makara, 8 cm yarıçaplı ve 2 kg kütleli içi dolu bir silindir olarak alınabilir. (a) O noktasına göre sistem üzerine etki eden net dönme mometi nedir? (b) 4 kg'lık kütle bir v hızına sahip olduğunda, makara $\omega = v/R$'lik bir açısal hıza sahip olmaktadır. Sistemin O noktasına göre toplam açısal momentumunu tayin ediniz. (c) $\boldsymbol{\tau} = d\mathbf{L}/dt$ ifadesini ve (b) de bulduğunuz sonucu kullanarak 4 kg'lık kütlenin ivmesini hesaplayınız.

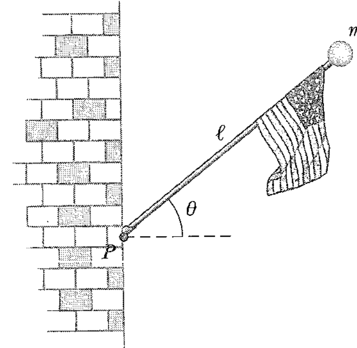
25. m kütleli bir parçacık, yatayla θ açısı yapan bir v_0 hızıyla Şekil 11.25 'de gösterildiği gibi fırlatılmıştır. Parçacık, yerin çekim alanı içinde hareket etmektedir. Parçacık (a) başlangıç noktasındaiken, (b) yörüngesinin en üst noktasında iken, (c) yere çarpmadan hemen önce, başlangıç noktasına göre açısal momentumunu bulunuz. Parçacığın açısal momentumunu değiştiren tork nedir?



Şekil P11.25

26. 12 000 kg kütleli bir uçak yerden 4,30 km yükseklikten, bir dağın tepesinde yere göre 175 m/s'lik sabit bir hızla uçmaktadır. (a) Yerde, uçağın tam altında bulunan bir gözlemciye göre uçağın açısal momentum vektörü nedir? (b) Bu değer, uçak doğru yol boyunca hareketine devam ederken değişir mi?, (c) Bu dağın tepesine göre uçağın açısal momentumu ne olur?

27. m kütleli bir top, Şekil P11.27'de görüldüğü gibi, yüksek bir binanın yan duvarındaki P noktasına bağlı bayrak direğinin ucunu tutturulmuştur. Bayrak direği ℓ uzunluğundadır ve yatayla θ açısı yapmaktadır. Topun gevşediğini ve düşmeye başladığnı varsayınız. Topun P noktasna göre açısal momentumunu zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. Havanın direncini ihmal ediniz.



Şekil P11.27

28. Bir itfaiyeci düşey bir merdivene sıkıca sarılıyor ve hortumun ucunu yatay olarak yanan binaya doğru yöneltiyor. Suyun akış hızı 6,31 kg/s ve hortumun ucunun hızı 12,5 m/s dir. Hortum, itfaiyecinin ayakları arasından geçmekte ve hortumla hortumun ucu arasında düşey olarak 1,30 m uzaklık bulunmaktadır. İtfaiyecinin ayakları arasındaki hortumun içinde bir noktayı başlangıç olarak seçin. İtfaiyeci hortu-

ma ne kadar tork uygulamalıdır? Yani, suyun açısal momentumunun değişme hızı nedir?

Kesim 11.4 Dönen Katı Cismin Açısal Momentumu

29. 0,500 m yarıçaplı ve 15 kg kütleli düzgün bir katı küre, merkezinden geçen düşey bir eksen etrafında saatin tersi yönde dönmektedir. Açısal hızı 3 rad/s olduğunda, açısal momentum vektörünü bulunuz.

30. 3 kg kütleli ve 0,2 m yarıçaplı içi dolu bir disk, yüzüne dik sabit bir eksen etrafında dönmektedir. Açısal hızı 6 rad/s ise, dönme ekseni; (a) kütle merkezinden geçerken, (b) merkezle dış çember arasındaki bir noktadan geçerken, diskin açısal momentumunu hesaplayınız.

31. 0,4 kg kütleli bir parçacık, üzerinde 100'e kadar cm taksimatı bulunan 0,1 kg kütleli bir çubuk metrenin ucuna bağlanmıştır. Metre, pürüzsüz yatay bir düzlem üzerinde 4 rad/s lik bir açısal hızla dönmektedir. Metre–çubuk (a) 50 cm, (b) 0 cm işaretinden geçen ve düzleme dik olan bir eksen etrafında döndüğüne göre, sistemin açısal momentumunu hesaplayınız.

32. Londra'daki parlamento binasının saat kulesindeki meşhur satin (Big Ben) saat ve dakika kolları, sırasıyla, 2,70 m ve 4,50 m uzunluğundadırlar ve 60 kg ve 100 kg'lık kütlelere sahiptirler. Bu kolların merkez naktasına göre toplam açısal momentumlarını hesaplayınız. Kolları uzun ince çubuklar olarak kabul edin.

Kesim 11.5 Açısal Momentumun Korunumu

33. Eylemsizlik momenti I_1 olan bir silindir, sürtünmesiz düşey bir eksen etrafında ω_i açısal hızıyla dönmektedir. I_2 eylemsizlik momentli ve başlangıçta dönmeyen ikinci bir silindir, ilk silindirin üzerine düşüyor (Şekil P11.33). Yüzeyler pürüzlü olduğundan, bu iki silindir giderek aynı ω_s açısal hızına ulaşıyor. (a) ω_s yı hesaplayınız. (b) Bu durumda, enerji kaybedildiğini gösteriniz ve son kinetik enerjinin ilk kinetik enerjiye oranını bulunuz.

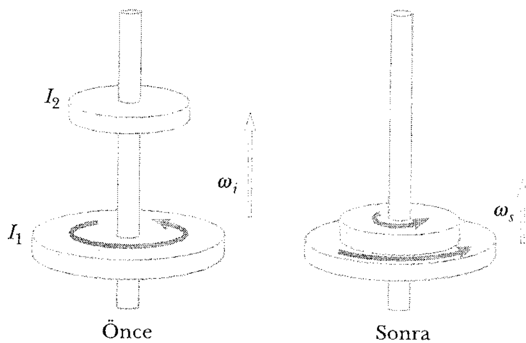
34. $R = 2$ m yarıçaplı bir atlı karınca, $I = 250$ kg·m^2 eylemsizlik momentine sahiptir ve 10 devir/dak lık bir hızla dönmektedir. 25 kg kütleli bir çocuk atlı karıncanın kenarına atlıyor. Atlı karıncanın yeni açısal hızını devir/dak cinsinden bulunuz.

Serbestçe dönen bir taburede oturan öğrenci, her biri 3 kg kütleli iki ağırlık tutmaktadır. Öğrencinin kolları yatay olarak açıldığında, ağırlıklar dönme ekseninden 1 m uzaklıkta bulunmakta ve öğrenci 0,750 rad/s lik bir açısal hızla dönmektedir. Öğrencinin ve döner taburenin eylemsizlik momentlerinin toplamı 3 kg·m^2 dir ve sabit kabul edilmektedir. Öğrenci, ağırlıkları dönme ekseninden yatay olarak 0,3 m uzaklığa kadar çekerse; (a) Öğrencinin yeni açısal hızını bulunuz. (b) Öğrencinin ağırlıkları kendine çekmeden önce ve çektikten sonraki kinetik enerjilerini bulunuz.

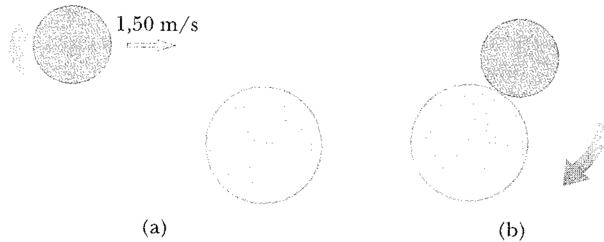
100 g kütleli ve 50 cm uzunluğunda düzgün bir çubuk, merkezinden geçen sabit, düşey ve sürtünmesiz ince bir çivi etrafında yatay bir düzlem içinde dönmektedir. Her biri 30 g kütleli iki küçük top, çubuk boyunca sürtünmesiz olarak kayabilecek şekilde, çubuğa tutturulmuştur. Başlangıçta, sistem 20 rad/s'lik bir açısal hızla dönerken, toplar merkezin iki yanında merkezden 10 cm uzaklıktaki konumlarda tutturucularla tutulmaktadır. Tutturucular birden çözülür ve toplar çubuğun uçlarına doğru kayar. (a) Toplar çubuğun uçlarına ulaştıkları anda sistemin açısal hızını, (b) çubuğun toplar çubuktan ayrıldığı andaki açısal hızını bulunuz.

WEB 60 kg kütleli bir kadın, eylemsizlik momenti 500 kg.m^2 olan 2 m yarıçaplı yatay bir döner platform üzerinde kenarda dikilmektedir. Sistem başlangıçta durgun haldedir ve platform, merkezinden geçen düşey eksen etrafında sürtünmesiz olarak dönebilmektedir. Kadın biraz sonra, yukarıdan aşağıya doğru bakıldığında saatin dönüş yönünde yere göre 1,5 m/s lik sabit bir hızla platformun kenarı boyunca yürümeye başlıyor. (a) Platform hangi doğrultuda ve hangi açısal hızla döner? (b) Sistemi harekete geçirmek için, kadının ne kadar iş yaptığını bulunuz.

80 g kütleli ve 4 cm yarıçaplı lastik bir top, Şekil P11.38a'da gösterildiği gibi, 1,50 m/s'lik bir hızla hava masasına doğru kayarak yaklaşıyor. Top, 6 cm



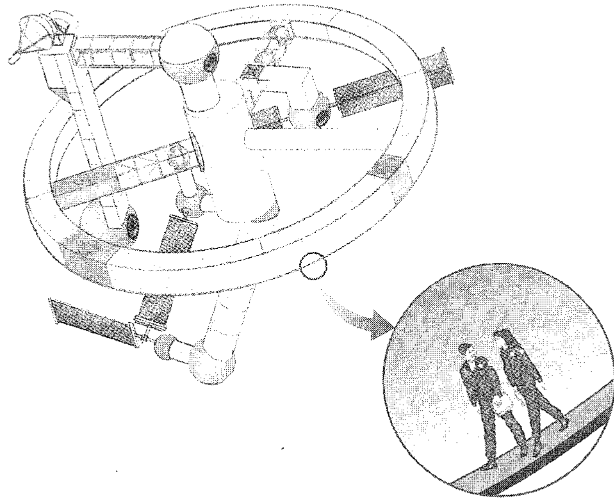
Şekil P11.33



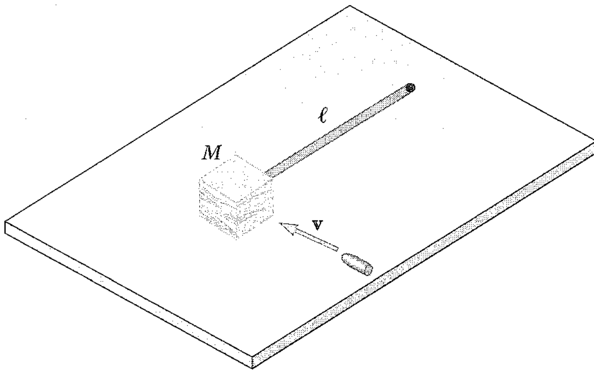
Şekil P11.38

yarıçaplı ve 120 g kütleli (başlangıçta durgun) ikinci bir topla birbiri ile sıyırarak çarpışıyor. Yapışkan oldukları varsaylan toplar, çarpışmadan sonra yapışık kalıyorlar (Şekil P11.38b). (a) Kütle merkezine göre sistemin açısal momentumu nedir? (b) Kütle merkezine göre açısal hız nedir?

39. Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde duran M kütleli bir tahta blok, ℓ uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilecek katı bir çubuğa tutturulmuştur (Şekil P11.39). Çubuk, öteki ucundaki bir mil etrafında dönebilmektedir. Yatay düzleme paralel ve çubuğa dik olacak şekilde v hızıyla hareket etmekte olan m kütleli bir mermi, tahta bloğa çarpmış ve onun içinde kalmıştır. (a) Mermi ve bloktan oluşan sistemin açısal momentumu nedir? (b) Çarpışmada, başlangıçtaki kinetik enerjinin kaçta kaçı kaybolmuştur?



Şekil P11.10

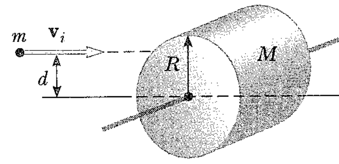


Şekil P11.39

40. Dev bir teker şeklindeki uzay istasyonu 100 m yarıçapa 5×10^8 kg·m^2 eylemsizlik momentine sahiptir. 150 kişilik mürettebadın halka üzerinde yaşamakta ve istasyonun dönmesi, mürettabat üzerine 1 g'lik bir ivmeye sebep olmaktadır (Şekil P11.40). Miting amacı ile 100 kişi, istasyonun merkezine hareket ettiğinde, açısal hız değişiyor. Halkada kalan 50 kişilik mürettebat, ne kadarlık bir ivmeye maruz kalır? İstasyonda yaşayanların kütlesini ortalama olarak 65 kg alınız.

41. m kütleli yapışkan kilden bir parça, M kütleli ve R yarıçaplı katı bir silindire doğru $\mathbf{v}_i$ hızıyla fırlatılıyor (Şekil P11.41). Silindir başlangıçta durgundur ve kütle merkezinden geçen sabit yatay bir eksene tutturulmuştur. Parçacığın hareket çizgisi eksene dik ve merkezden d uzaklığındadır ($d < R$). (a) Kil parçası silindire çarpıp yapıştıktan hemen sonra sistemin açısal hızını bulunuz. (b) Bu olayda mekanik enerji korunur mu? Cevabınızı açıklayınız.

42. 3×10^{13} kg kütleli bir meteorun, yerin merkezine göre 30 km/s hızla hareket ettiği ve yere çarptığı varsayılıyor. Bu çarpışma sonucunda, yerin açısal hızındaki muhtemel azalmanın maksimum değerinin büyüklük mertebesi ne olabilir? Cevabınızı açıklayınız.



Şekil P11.41

(*Seçmeli*)

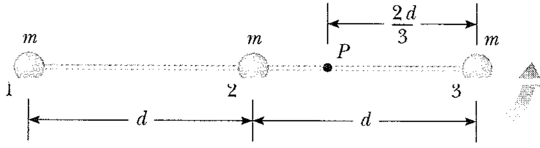
Kesim 11.7 Temel Bir Nicelik Olarak Açısal Momentum

43. Bohr'un hidrojen atomu modelinde; elektron, proton etrafnda $0{,}529 \times 10^{-10}$ m yarıçaplı dairesel bir yörüngede hareket eder. Elektronun yörüngesel açısal momentumunun $h/2\pi$ 'ye eşit olduğunu kabul ederek; (a) elektronun yörüngedeki hızını, (b) elektronun kinetik enerjisini, (c) elektronun yaptığı hareketin açısal hızını hesaplayınız.

EK PROBLEMLER

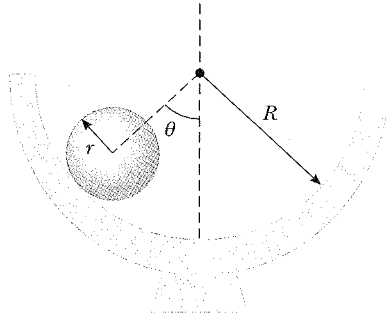
44. **Tarama Problemi.** Kütlesiz farzedilen bir çubuğa, Şekil P11.44'de gösterildiği gibi, birbirine eşit üç kütle tutturulmuştur. Çubuk, P noktasına göre kendisine dik olan sürtünmesiz bir mil etrafında düşey düzlem içinde serbestçe dönebilmektedir. Çubuk, $t = 0$ anında yatay konumdayken serbest bırakılmaktadır. m ve d 'nin bilindiğini kabul ederek; (a) sistemin dönme noktasına göre eylemsizlik momentini, (b) $t = 0$ anında sisteme etki eden torku, (c) $t = 0$ anında sistemin açısal ivmesini, (d) $t = 0$ anında "3" ile gösterilen kütlenin doğrusal ivmesini, (e) sistemin maksimum kinetik enerjisini, (f) çubuğun ka-

zandığı açısal hızın maksimum değerini, (g) sistemin açısal momentumunun maksimum değerini ve (h) "2" ile gösterilen kütle tarafından kazanılan maksimum hızı bulunuz.



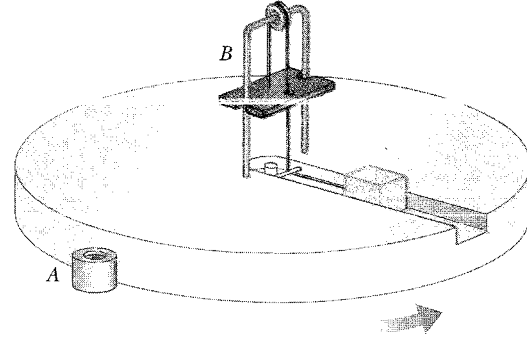
Şekil P11.44

45. r yarıçaplı içi dolu bir küre, R yarıçaplı yarım küre şeklindeki bir çukurun içindedir. Başlangıçta düşeyle θ açısı yapacak şekilde tutulan küre, bırakılıyor ve kaymadan yuvarlanıyor (Şekil P11.45). Kürenin, çukurun dibindeki açısal hızını tayin ediniz.



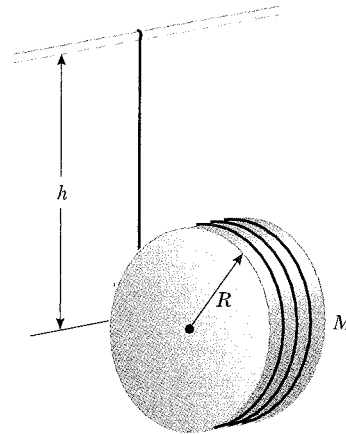
Şekil P11.45

100 kg kütleli ve 5,50 m yarıçaplı düzgün yatay bir disk, Şekil P11.46'da gösterildiği gibi, merkezinden geçen düzey bir eksen etrafında 2,50 dev/s lik bir hızla sürtünmesiz olarak dönmektedir. Diskle ters yönde dönen bir sistem (A), diskin açısal hızını ölçmekte ve diskin açısal hızının sabit kalmasını sağlayan bir motoru çalıştırmaktadır. Disk dönerken, 1,20 kg'lık bir kütle diskin üzerinde yarıçap doğrultusunda dışa doğru kaymaktadır. 1,20 kg'lık kütle, $t = 0$ anında diskin merkezinden harekete başlamakta, diske göre sabit bir 1,25 cm/s'lik hızla dışa doğru hareket etmekte ve $t = 440$ s de diskin kenarına ulaşmaktadır. Kayan kütle üzerinde sürtünme etkisi yoktur. Kayan cismin hareketi açısal hız sabit kalacak şekilde B 'deki sistem tarafından kontrol edilmektedir. Böylece hafif ip aracılığı ile kütleye bir kuvvet uygulanmaktadır. (a) Kütle kayarken motor tarafından sağlanması gereken torku zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. (b) Kayan kütle sınıra varmadan az önceki $t = 440$ s anındaki torkun büyüklüğünü bulunuz. (c) Diski döndüren motorun harcaması gereken gücü zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. (d) Motorun, kayan kütle tam kenara ulaştığı andaki gücünü bulunuz. (e) Zamanın fonksiyonu olarak ipteki gerilmeyi bulunuz. (f) 440 s süren hareket boyunca motor tarafından yapılan işi bulunuz. (g) Kayan cismin hareketini kontrol eden motorun yaptığı işi bulunuz. (h) Disik ve kayan cisimden oluşan sistem üzerinde yapılan toplam işi bulunuz.



Şekil P11.46

Bir ip, R yarıçaplı ve M kütleli düzgün bir diske dolanmıştır. İpin ucu yüksek bir yere bağlandıktan sonra, sistem, ip düşey doğrultuda olacak şekilde tutulmuş ve daha sonra serbest bırakılmıştır (Şekil P11.47). Disk düşerken, (a) ipteki gerilmenin diskin ağırlığının üçte biri, (b) kütle merkezinin ivmesinin $2g/3$, (c) kütle merkezinin hızının $(4gh/3)^{1/2}$ olduğunu gösteriniz. (c) şıkkını enerji yaklaşımını kullanarak gerçekleyiniz.

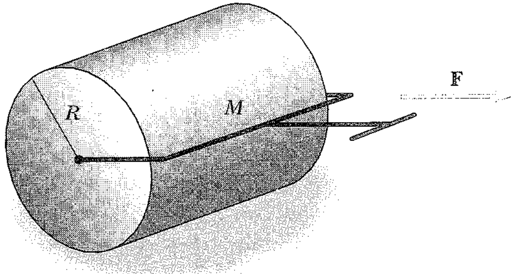


Şekil P11.48

48. Halley kuyruklu yıldızı Güneş etrafında, en yakın 0,590 AU ve en uzak 35 AU (1 AU, Güneş ile Dünya arasındaki ortalama uzaklık) olacak şekilde eliptik bir yörüngede hareket etmektedir. Kuyruklu yıldızın Güneşe en yakın olduğu zamanki hızı 54 km/s ise, Güneş'ten en uzak noktadaki hızı ne olur? Kuyruklu yıldızın Güneşe göre açısal momentumu koru-

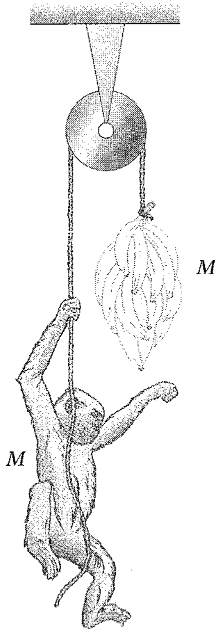
nur çünkü kuyruklu yıldıza etki eden bir dönme momenti yoktur. Güneş tarafından kuyruklu yıldıza uygulanan kütle çekimi kuvveti, sıfır moment koluna sahiptir.

49. R yarıçaplı ve M kütleli düzgün silindir şeklindeki bir loğa sabit **F** kuvveti yatay olarak uygulanıyor (Şekil P11.49). Loğ, yatay düzlem üzerinde kaymadan yuvarlandığına göre, (a) kütle merkezinin ivmesinin $2\mathbf{F}/(3M)$ olduğunu, (b) kaymayı önlemek için, sürtünme katsayısının en az $F/(3Mg)$'ye eşit olması gerektiğini gösteriniz. (*İpucu:* Torku, kütle merkezine göre alınız.)



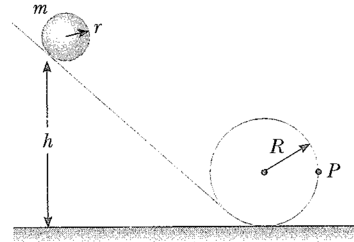
Şekil P11.49

50. Hafif bir ip, sürtünmesiz hafif bir makaradan geçmektedir. İpin bir ucunda M kütleli bir muz demeti, öteki ucunda M kütleli bir maymun bulunmaktadır (Şekil P11.50). Maymun muza yetişmek için ipe tırmanır. (a) Sistem, maymun, muz, ip ve makaradan oluştuğuna göre, makaranın ekseni etrafındaki net torku bulunuz. (b) Bulduğunuz sonuçları kullanarak, makaranın dönme eksenine göre toplam açısal mometumu tayin ediniz ve sistemin hareketini anlatınız. Maymun muza ulaşabilecek mi?



Şekil P11.50

51. m kütleli ve r yarıçaplı içi dolu küçük bir küre, Şekil P11.51'de gösterilen yol boyunca kaymadan yuvarlanıyor. (a) Küre, r'den büyük bir h yüksekliğinden dugun halden harekete başlarsa, kürenin şekilde gösterilen R yarıçaplı halkayı tamamlayabilmesi için, h'nin en küçük değeri R cinsinden ne olmalıdır? (b) $h = 3R$ ise, küre üzerindeki P noktasında kuvvet bileşenleri nelerdir?

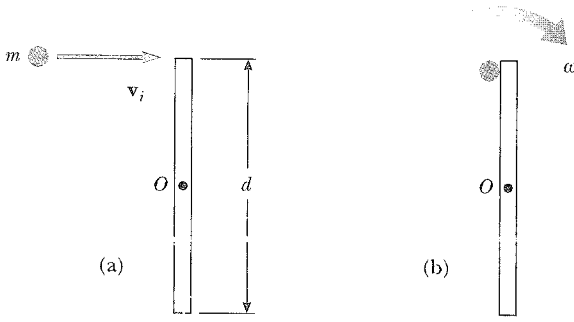


Şekil P11.51

52. 0,630 kg kütleli ve 1,24 cm uzunluğunda ince bir çubuk, bir ucundan sabit bir menteşeye bağlıdır ve düşey doğrultuda asılı durmaktadır. Çubuğa, yatay doğrultuda birden (14,7**i**) N'luk bir itme kuvveti uygulanıyor. (a) Kuvvetin çubuğun alt ucuna uygulandığını varsayınız. Çubuğun kütle merkezinin ivmesini ve menteşenin uyguladığı yatay kuvveti bulunuz. (b) Kuvvetin çubuğun orta noktasına uygulandığını kabul edin. Bu noktanın ivmesini ve menteşenin yatay tepkisini bulunuz. (c) Menteşe, yatay kuvvet uygulamayacak şekilde nereye itme uygulanabilir? (Bu noktaya *vuruş merkezi* denir).

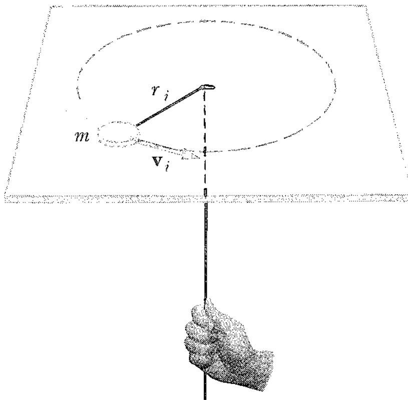
53. Bir bovling topu yatay düzlem üzerinde hem kayma hem de yuvarlanma hareketi yaparak hareket ederken bir an, dönme kinetik enerjisi öteleme kinetik enerjisine eşit oluyor. Topun kütle merkezinin yüzeye göre hızı v_{KM} olsun. Topun yüzeyi üzerindeki en üst noktanın kütle merkezine göre hızı ise v_r olsun. v_{KM}/v_r oranını bulunuz.

54. m kütleli bir mermi, v_i hızıyla sağa doğru hareket ediyor (Şekil P11.54a). Bu mermi, merkezinden geçen sürtünmesiz bir eksen etrafında dönebilen M kütleli ve d uzunluklu (Şekil P11.54b) durgun çubuğa çarpıyor ve ona yapışıyor. (a) Sistemin çarpışmadan hemen sonraki açısal hızını bulunuz. (b) Çarpışma sonucu ortaya çıkan mekanik enerji kayıp oranını bulunuz.



Şekil P11.54

Sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerindeki m kütlesi, küçük bir delikten geçen ipin ucuna bağlanmıştır (Şekil P11.55). Kütle, başlangıçta r_i yarıçaplı bir çember üzerinde v_i hızıyla dönmektedir. İp aşağıdan yavaşça çekiliyor ve böylece çemberin r yarıçapı küçültülüyor. (a) Yarıçap r ye eşit olduğunda, kütlenin hızı nedir? (b) İpteki gerilmeyi r nin fonksiyonu olarak bulunuz. (c) m yi r_i dan r ye götürmek için ne kadar iş yapmak gerekir? (*Not:* Gerilme r ye bağlıdır.) (d) $m = 50$ g, $r_i = 0{,}3$ m ve $v_i = 1{,}5$ m/s ise, $r = 0{,}1$ m olduğunda, v, T, W için sayısal değerler bulunuz.



Şekil P11.55

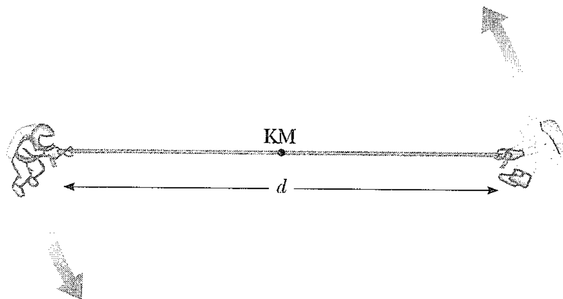
Bir bovling topu dönmeden kayacak şekilde kanala doğru fırlatılıyor. Top, kaymadan yuvarlanacak hale gelene kadar bir miktar yol alıyor. Bu yolun uzunluğunu bulunuz. Bu hesaplama işleminde kullanılacak olan nicelikleri belirtin. Bu niceliklerin ölçülecek veya tahmin edilecek büyüklüklerini ifade edin.

Şükran günü akşam yemeğinden sonra yaşlı bir adam televizyonun karşısında koltukta otururken derin bir uykuya dalıyor. Haylaz bir torun yaşlı adamın küre şeklindeki saçsız başının üstüne yine küresel olan bir üzüm tanesini hareketsiz kalacak şekilde yerleştiriyor. Öteki çocukların hepsi gülüşmeye başlayınca, üzüm tanesi durgun halden kaymadan yuvarlanmaya başlıyor. Üzüm tanesi, taneyi kafa tasının eğrilik merkezine birleştiren yarıçap doğrultusu düşeyle θ açısı yaptığı zaman deri ile teması kaybediyor. θ açısını bulunuz.

h uzunluğunda ve M kütlesine sahip ince bir çubuk, alt ucu sürtünmesiz yatay bir yüzey üzerinde olacak ve kendisi düşey olarak duracak şekilde üst ucundan tutulmaktadır. Üst ucundan tutulan bu çubuk daha sonra serbest bırakılıyor. (a) Yüzeye çarpmadan hemen önce, çubuğun kütle merkezinin hızını tayin ediniz. (b) Şimdi de çubuğun alt ucundan serbestçe dönebileceği bir mile tutulduğunu kabul ediniz. Yüzeye değmeden hemen önce, çubuğun kütle merkezinin hızını bulunuz.

WEB Her biri 75 kg'lık kütlelere sahip iki astronot (Şekil P11.59), 10 m uzunluğunda kütlesi ihmal edilebilen bir ipin uçlarından tutmaktadırlar. Uzayda yalıtılmış haldedirler ve 5 m/s 'lik bir hızla kütle merkezi etrafındaki yörüngede dönmektedirler. (a) Astronotları birer parçacık olarak kabul edip sistemin açısal momentumunun büyüklüğünü, (b) sistemin dönme enerjisini hesaplayınız. Astronotlar ipi çekerek aralarındaki uzaklığı 5 m'ye indiriyor. (c) Sistemin yeni açısal momentumu nedir? (d) Yeni hızları nedir? (e) Sistemin yeni kinetik enerjisi nedir? (f) İpi kısaltmak için astronotlar tarafından ne kadar iş yapılmıştır?

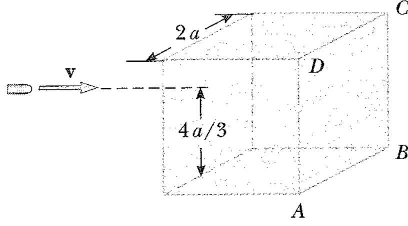
Herbiri M kütlesine sahip iki astronot (bak Şekil P11.59) d uzunluğunda ve kütlesi ihmal edilebilen bir ipin uçlarından tutmaktadır. Astronotlar, uzayda yalıtılmışlar ve oluşturdukları sistemin kütle merkezi v hızıyla hareket etmektedir. Astronotları parçacıklar olarak ele alıp (a) açısal momentumun büyüklüğünü ve (b) sistemin dönme enerjisini hesaplayınız. Astronotlardan biri ipi çekerek aralarındaki uzaklığı $d/2$'ye düşürüyür. (c) Sistemin yeni açısal hızı nedir? (d) Astronotların yeni hızları nedir? (e) Sistemin yeni dönme enerjisi nedir? (f) Astronot ipi kısaltırken ne kadar iş yapar?



Şekil P11.59 Problem 59 ve 60

Kenar uzunluğu $2a$ ve kütlesi M olan ağaçtan bir küp, yatay bir yüzey üzerinde durmaktadır. Bu küb,

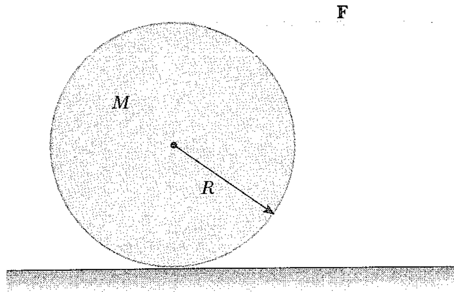
AB ekseni etrafında dönmeye zorlanıyor (Şekil P11.61). Bunun için, *m* kütleli ve *v* hızına sahip bir mermi, *ABCD* nin karşısındaki yüze $4a/3$ yüksekliğinde çarptırılıyor. Mermi blokta gömülü kalıyor. Merminin, kübü ABCD yüzü üzerine devirebilmesi için gerekli en küçük *v* hızının değerini bulunuz. $m \ll M$ kabul ediniz.



Şekil P11.61

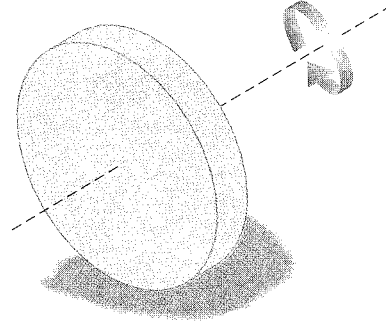
62. Başlangıçtaki yarıçapı *R* olan, geniş ve silindir şeklinde ince kağıt sarılarak oluşturulan bir bobin, yatay ve uzun bir yüzey üzerindedir. Bobindeki kağıdın açık ucu, bobin kolayca yuvarlanmasın diye yüzeye tutturulmuştur. Bobine küçük bir itme veriliyor ($v_i \approx 0$) ve açılmaya başlıyor. (a) Yarıçapı *r* ye indiğinde, bobinin kütle merkezinin hızını tayin ediniz. (b) $R = 6$ m olduğunu kabul ederek, $r = 1$ mm için bu hızın sayısal değerini hesaplayınız. (c) Kağıt tamamen açıldığında, sistemin enerjisi ne olur? (*İpucu:* Bobinin yoğunluğunun düzgün olduğunu kabul ediniz ve enerji yöntemini uygulayınız.)

63. *M* kütleli ve *R* yarıçaplı sahip bir tel bobin, sabit bir **F** kuvvetinin etkisi altında açılıyor (Şekil P11.63). Bobinin içi dolu bir silindir şekline sahip olduğunu ve kaymadığını kabul ediniz. (a) Kütle merkezinin ivmesinin $4\mathbf{F}/(3M)$, (b) sürtünme kuvvetinin sağa doğru ve $\mathbf{F}/3$ e eşit olduğunu gösteriniz. (c) Silindir başlangıçta durgunsa ve kaymadan yuvarlanıyorsa, bir *d* uzaklığına kadar yuvarlandıktan sonra kütle merkezinin hızı nedir?



Şekil P11.63

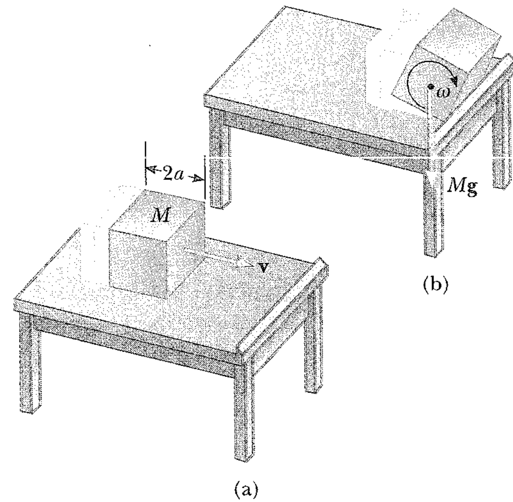
64. İçi dolu düzgün bir disk, kütle merkezinden geçen bir eksen etarfında ω_i açısal hızıyla dönmektedir. Bu dönen disk, ω_i açısal hızı korunarak pürüzlü ve yatay bir yüzey üzerine indiriliyor ve bırakılıyor (Şekil P11.64). (a) Diskin, tam bir dönme hareketi yaptıktan sonraki açısal hızı nedir? (b) Disk bırakıldıktan tam bir devir yapana kadar geçen zaman içinde meydana gelen kinetik enerji kayıbı oranını bulunuz. (*İpucu:* Kütle merkezine göre torku düşününüz).



Şekil P11.64 Problem 64 ve 65

65. *R* yarıçaplı içi dolu bir diskin kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında ω_i açısal hızıyla döndüğünü ve daha sonra Problem 64 (Şekil P11.64) de olduğu gibi, pürüzlü ve yatay bir yüzeye indirilip bırakıldığını kabul ediniz. İlave olarak, diskle yüzey arasındaki sürtünme katsayısını μ olarak alınız. (a) Tam bir dönme için harcanan zamanın $R\omega_i/(3\mu g)$ ye eşit olduğunu gösteriniz. (b) Tam bir devir tamamlanana kadar diskin $R^2\omega_i^2/(18\mu g)$ yolunu aldığını gösteriniz.

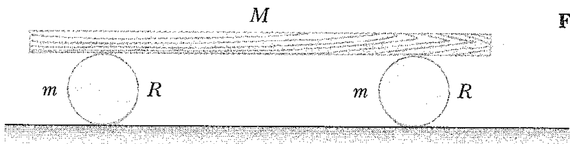
66. Kenar uzunluğu $2a$ ve kütlesi *M* olan içi dolu bir küb, Şekil P11.66a'daki gibi, düzgün bir **v** hızıyla sürtünmesiz bir yüzey üzerinde kayıyor. Küb, masanın ucundaki küçük bir engele çarpıyor ve Şekil



Şekil P11.66

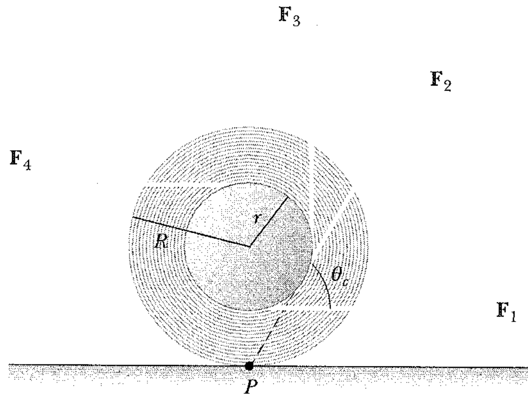
P11.66b'de gösterildiği gibi eğiliyor. Kübün masadan düşebilmesi için, **v**'ın en küçük değeri ne olmalıdır? Kübün kenarlarından birine göre eylemsizlik momenti $8Ma^2/3$'e eşittir. (*İpucu:* Küp, masanın kenarıyla esnek olmayan bir çarpışma yapar.)

67. $M = 6$ kg kütleli bir kalas, $R = 5$ cm ve $m = 2$ kg büyüklüklerine sahip silindirik iki destek üzerinde hareket etmektedir (Şekil P11.67). Kalas bir ucundan, birbirine paralel olan silindirlerin eksenlerine dik olarak uygulanan $F = 6$ N luk bir kuvvetle çekilmektedir. Silindirler yüzey üzerinde kaymadan yuvarlanmaktadır. Yine, kalas ile silindirler arasında da kayma meydana gelmektedir. (a) Kalasın ve silindirlerin ivmesini bulun. (b) Sürtünme kuvvetlerini bulunuz.



Şekil P11.67

Bir kablo makarası, yatay bir düzlem üzerinde Şekil P11.68'deki gibi durmaktadır. Kablo çekilirken, makara *P* değme noktasında kaymamaktadır. Makaraya farklı doğrultularda herbiri $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$ ve $\mathbf{F}_4$ olan kuvvetler uygulanıyor. Bu kuvvetlerin herbiri için, makara hangi yönlerde yuvarlanır? $\mathbf{F}_2$ kuvvetinin etki çizgisinin *P*'den geçtiğine dikkat ediniz.



Şekil P11.68 Problem 68 ve 69

Şekil P11.68'de gösterilen kablo makarasının iç yarıçapı *r* dış yarıçapı *R*'dir. Uygulanan kuvvet ve yatay arasındaki θ açısı değişebilmektedir. Makaranın kaymadığı ve durgun kaldığı kritik açının

$$\cos\theta_c = \frac{r}{R}$$

olduğunu gösteriniz. (*İpucu:* Kritik açıda uygulanan kuvvetin etki çizgisi değme noktasından geçer).

70. Balistik arabası kullanılan bir gösteride; bir top, yatay doğrultuda sabit hızla hareket eden arabadan düşey doğrultuda yukarıya doğru fırlatılır. Her ikisi de aynı yatay hızla gittiklerinden, top, arabanın kupasına düşüyor. Şimdi Şekil P11.70'de gösterildiği gibi, yatayla θ açısı yapan bir eğik düzlem üzerindeki balistik arabayı ele alalım. Araba (tekerlekleriyle beraber) *M* kütlesine ve iki tekerin herbiri $mR^2/2$ büyüklüğünde eylemsizlik momentine sahiptir. (a) Enerjinin korunumu kavramını kullanarak (araba ve dönme eksenleri arasında sürtünme olmadığını varsayarak) ve saf yuvarlanma olduğunu (yani, kaymasız) farzederek, eğik düzlem boyunca arabanın ivmesinin

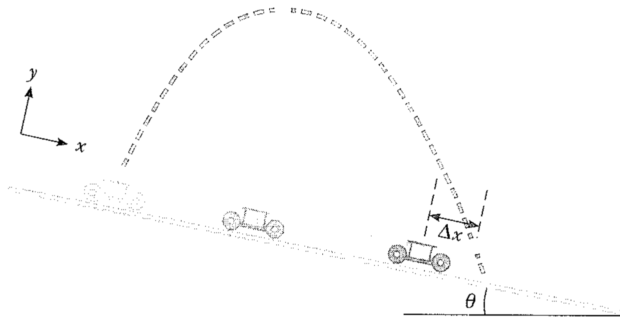
$$a_x = \left(\frac{M}{M + 2m}\right) g \sin\theta$$

olduğunu gösteriniz. (b) Arabadan bırakılan topun ivmesinin *x*-bileşeni $g\sin\theta$'ya eşittir. Bu yüzden, arabanın ivmesinin *x*-bileşeni topunkinden $M/(M + 2m)$ çarpanı kadar daha *küçüktür.* Topun arabadan Δx kadar önde olduğunu göstermek için yukarıda ifade edilen gerçeği ve kinematik denklemlerini kullanınız. Aranan Δx in

$$\Delta x = \left(\frac{4m}{M + 2m}\right)\left(\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}\right)\frac{v_{yi}^2}{g}$$

olduğunu gösteriniz. v_{yi} topun fırlatıldığı andaki hızıdır. (c) Topun eğik düzlem boyunca aldığı yol uzunluğu *d* nin,

$$d = \frac{2v_{yi}^2}{g}\,\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta}$$ olacağını gösteriniz.



Şekil P11.70

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

11.1 Yuvarlanan topun kinetik enerjisini azaltacak şekilde harekete karşı koyan çok küçük bir direnç vardır. Hatta top ve yer arasında sürtünme olsa bile (eğer olmasa, o zaman dönme meydana gelmez ve top kaymaya devam eder), bu iki yüzey arasında bağıl hareket ("yuvarlanma"nın tanımı gereği) olmaz ve bu yüzden de kinetik sürtünme K'yı azaltamaz. (Havanın direnci ve topun bozulmasına eşlik eden sürtünme sonuçta topun hareketini durdurur).

11.2 Kutu. Kutunun başlangıçtaki hiç bir potansiyel enerjisi, öteleme kinetik enerjsinin yuvarlanan topunkinden daha büyük olduğu herhangi bir $t > 0$ anında, dönme kinetik enerjisine çevrilmez.

11.3 Sıfır. Eğer o doğrudan kutba doğru hareket ediyor olsaydı, $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{p}$ birbirine göre ters yönde (antiparalel) olur ve onlar arasındaki açının sinüsü sıfır olurdu. Bunun sonucu $L = 0$ olurdu.

11.4 (a) ve (b)'nin her ikisi de yanlış. Net kuvvetin sıfır olması zorunlu değildir. Net kuvvetin etki çizgisi noktadan geçerse, o noktadan geçen eksene göre net tork sıfır olur (hatta net kuvvet sıfır olmasa bile). Net kuvvetin sıfır olma zorunluluğu olmadığından parçacığın hızının sabit olduğu sonucuna varamazsınız.

11.5 Öğrenci, platformun kenarından merkezine doğru yürürken iş yapar.

11.6 Topacın presesyon hareketine dik olduğundan, çekim kuvveti iş yapmaz. Bu, kuvvetin harekete sebep olduğu fakat iş yapmadığı bir durumdur.

SİZCE NEDİR?

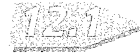
Bu bir-şişe şarap taşıyıcısı yerçekimi etkisini yok etmiş görünen mekanik sisteme ilginç bir örnektir. Şişe ve şarap taşıyıcısından oluşan sistem, onun ağırlık merkezi enalt taşıyıcı noktanın üstünde olduğunda dengede kalır. Bir cismin bu şekilde bir kararlılık sergilemesi için gerekli iki şart nedir? (*Charles D. Winters*)

bölüm 12

Statik Denge ve Esneklik

10. ve 11. Bölümlerde katı cisimlerin, yani, dış kuvvetlerin etkisi altında kaldıklarında değişik kısımları birbirlerine göre sabit uzaklıklarda kalan cisimlerin dinamiğini inceledik. Bu bölümün büyük bir kısmı, katı cismin denge şartlarıyla ilgilidir. *Denge* terimiyle, cismin ya durduğu ya da kütle merkezinin sabit hızla hareket ettiği vurgulanmış olur. Biz, duran veya *statik dengede* olan cisimlerle ilgileneceğiz. Statik denge, mühendislik uygulamalarında genel bir durumu temsil eder ve onun kapsadığı prensipler, köprüler ve binalar gibi değişik yapı tasarımları yapan inşaat mühendisleri, mimarlar ve makine mühendisleri için özellikle önemlidir. Bu yüzden, mühendislik eğitimi gören öğrenciler ileride ayrıca yeterli statik dersi alacaklardır.

Bu bölümün son kesimi, etki altında bozulan cisimlerin gerçek durumlarıyla ilgilidir. Bozulma kavramı, maddelerin mekaniğini anlamada ve yapısal tasarımlarda önemli bir yer tutar. Bazı bozulmalar genellikle esnek karakterlidirler ve denge şartlarını etkilemezler. *Esnek* terimi ile, bozucu kuvvet ortadan kalktığında, cismin ilk şekline geri dönmesi özelliğini ifade ederiz. Her biri farklı bir bozulma tipine karşı gelen, birçok esneklik sabiti tanımlanmaktadır.

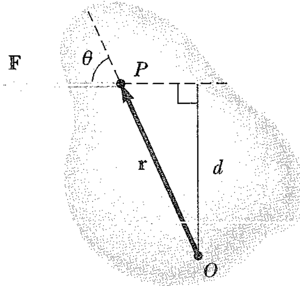


12.1 DENGE ŞARTLARI

5. Bölüm'de, bir cisme etki eden net kuvvetin sıfır olmasının, dengenin gerek şartı olduğunu ifade ettik. Cisim tek bir parçacık olarak ele alınabilirse, parçacığın dengede olması için sağlanması gereken tek şart budur. Gerçek cisimlerle ilgilenildiğinde, onların her zaman parçacık olarak ele alınmaları mümkün olamadığından, durum daha karmaşık olmaktadır. Gerçek bir cismin statik degede olabilmesi için, ikinci bir şart daha sağlanmalıdır. Bu ikinci şart gerçek cisim üzerine etki eden net torku içerir. Dengenin hareketsizliği gerektirmediğine dikkat edelim. Buna örnek olarak, dönen bir cisim sabit açısal hıza sahip olabilir ve hala dengededir.

Şekil 12.1 'de gösterildiği gibi, katı cisme etki eden tek bir **F** kuvvetini ele alalım. Kuvvetin cisim üzerindeki etkisi, kuvvetin uygulandığı *P* noktasının yerine bağlıdır. **r**, *P* 'nin *O* noktasına göre yer vektörüise, **F** kuvvetinin *O* noktasına göre oluşturduğu dönme momenti (tork), 11.7 Eşitliği ile verilir:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$$



Şekil 12.1 Tek bir **F** kuvveti katı cisim üzerine *P* noktasında etki etmektedir.

Kesim 11.2 'deki vektörel çarpım tartışmasından $\boldsymbol{\tau}$ vektörünün, **r** ve **F** vektörleri tarafından belirlenen düzleme dik olduğunu hatırlayınız. $\boldsymbol{\tau}$ 'nun yönünü tayin etmek için sağ-el kuralını kullanabilirsiniz: Dört parmağınız **F** 'nin cisme vermeye çalıştığı dönme doğrultusunda olacak şekilde, sağ elinizi kapatınız. Bu durumda, yana açılan baş parmağınız $\boldsymbol{\tau}$ 'nun yönünü gösterir. Bu yüzden, Şekil 12.1 'deki $\boldsymbol{\tau}$ vektörü kağıt düzleminden yukarıya doğrudur.

Şekil 12.1 'den de görebileceğiniz gibi, **F** kuvveti, cismi *O* noktası etrafında **F** 'nin büyüklüğü yanında, *d* moment koluna da bağlı olarak döndürme eğilimindedir (Burada *d*, *O* 'dan kuvvetin etki çizgisine olan dik uzaklıktır). $\boldsymbol{\tau}$ 'nun büyüklüğü, tanıma göre *Fd* ile verilir (Bak. 10.19 Eş.). Şimdi katı cisim üzerine önce $\mathbf{F}_1$ sonra $\mathbf{F}_2$ kuvvetinin etki ettiğini varsayalım. Bu iki kuvvet aynı büyüklüğe sahipse, sadece aynı doğrultu ve aynı yönde iseler ancak o zaman cisim üzerinde aynı etkiye sahip olabilirler. Bir başka deyişle,

Eşdeğer kuvvetler

$\mathbf{F}_1$ ve $\mathbf{F}_2$ gibi iki kuvvet ancak ve ancak $F_1 = F_2$ ise ve ancak ve ancak verilen herhangi bir noktaya göre aynı torka sahipseler, *eşdeğerdir.*

Eşdeğer olmayan kuvvetlere, Şekil 12.2 'deki gibi, büyüklükleri eşit, doğrultuları paralel ve yönleri zıt iki kuvvet örnek olarak gösterilebilir. Sağa doğ-

ru yönelen kuvvet, cismi O 'dan geçen ve şekil düzlemine dik bir eksen etrafında saat yönünde döndürmeye çalışırken, sola doğru yönelen kuvvet, aynı cismi O noktası etrafında saatin tersi yönünde döndürmeye çalışır.

Cismin Şekil 12.3 'de gösterildiği gibi kütle merkezinden geçen bir eksen etrafında dönebilecek şekilde tutturulduğunu farzedelim. Etki çizgileri cismin kütle merkezinden geçmeyen, büyüklükleri eşit ve yönleri zıt iki kuvvet, şekilde gösterildiği gibi, bu cisme etki etmektedir. Bu şekilde etki eden kuvvetlerin oluşturduğu ikiliye **kuvvet çifti** denir. (Şekil 12.2 'deki iki kuvvet de kuvvet çifti oluşturur). Bir kuvvet çiftindeki kuvvetlerin Newton'un üçüncü yasasının bir sonucu olduğunu düşünme hatasına düşülmemelidir. Onlar üçüncü-yasa kuvveti olamazlar çünkü onlar aynı cisim üzerine etki etmektedirler. Üçüncü yasaya göre kuvvetler farklı cisimler üzerine etki etmektedir. Kuvvetlerin her biri aynı Fd büyüklüğünde torka sahip olduklarından, net torkun büyüklüğü $2Fd$ ile verilir. Açıkça, cisim saat yönünde dönecek ve bu eksen etrafında bir açısal ivmeye sahip olacaktır. Bu, dönme hareketini incelediğimiz şu ana kadar, dengenin sağlanamadığı bir durumdur. Yani, cisim üzerine etki eden "dengelenmemiş" (veya net) dönme momenti, $\sum\tau = 2Fd = I\alpha$ bağıntısına uygun olarak bir α açısal ivmesinin doğmasına sebep olur (Bak. 10.21 Eşitliği).



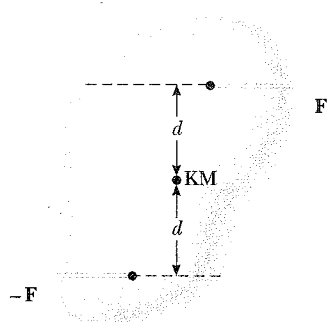
Şekil 12.2 F_1 ve F_2 kuvvetleri eşdeğer değildir çünkü onlar eşit büyüklükte ve zıt yönde olsalar bile herhangi bir eksen etrafında aynı torku meydana getirmezler.

Genel olarak, bir cisim sadece onun açısal ivmesi $\alpha = 0$ 'sa, dönme dengesine sahip olacaktır. Sabit bir eksen etrafındaki döme için, $\sum\tau = I\alpha$ olduğundan, **herhangi bir başlangıç noktasına göre net torkun sıfır olması, bu cismin dengede olabilmesinin ikinci gerek şartıdır.** Böylece, bir cismin dengede olabilmesi için, iki şartın sağlanması gerektiği görülmektedir. Bu şartlar:

Denge şartları

1. Dış kuvvetlerin bileşkesi sıfır olmalıdır. $\sum \mathbf{F} = 0$ **(12.1)**
2. Herhangi bir dönme eksenine göre dış torkların bileşkesi sıfır olmalıdır. $\sum\tau = 0$ **(12.2)**

İlk şart, öteleme dengesini ifade eder. Yani, verilen bir eylemsizlik referans sisteminden bakıldığında, cismin kütle merkezinin çizgisel ivmesinin sıfır olması gerekir. İkinci şart, *dönme dengesini* ifade eder. Yani, herhangi bir eksene göre açısal ivme sıfır olmalıdır. Bu Bölüm'ün ana konusu olan **statik denge** özel halinde, cisim durgun haldedir, bu yüzden de çizgisel veya açısal hıza sahip değildir. (Yani, $v_{KM} = 0$ ve $\omega = 0$ 'dır.)



Şekil 12.3 Bir cisme etki eden eşit büyüklükte ve zıt yönlü iki kuvvetin, etki çizgileri farklı fakat paralelse bir kuvvet çifti oluşturur. Bu durumda, cisim saat yönünde döner. Kütle merkezine göre cisme etki eden net dönme momenti (tork) $2Fd$ 'ye eşittir.

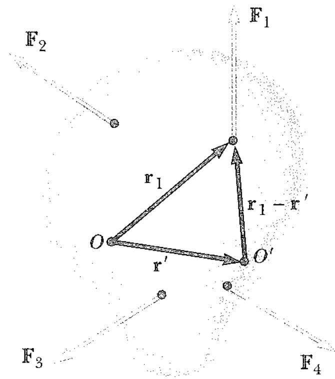
Sınama Sorusu 12.1

(a) 12.1 eşitliği sağlanırken, 12.2 eşitliğinin sağlanmadığı bir durum mümkün müdür?
(b) 12.1 eşitliği sağlanmazken 12.2 sağlanabilir mi?

(12.1) ve (12.2) eşitlikleriyle verilen iki vektör ifadesinden, genel olarak, altı skaler eşitlik elde edilir. Bunlardan üçü dengenin ilk şartından, öteki üçü de dengenin ikinci şartından gelir (Bunların, vektörlerin x, y ve z bileşenlerine karşı geldiği açıktır). Bundan dolayı, değişik doğrultularda etki eden birçok kuvvetin etkisi altındaki karmaşık bir sistem için, çok bilinmeyenli denklemlerin oluşturduğu bir sistemi çözme problemiyle karşı karşıya kalırız. Bu yüzden, bundan sonraki tartışmalarımızı bütün kuvvetlerin aynı düzlem içinde bulunduğu duruma sınırlayacağız ve bu düzlemi de xy– düzlemi olarak seçeceğiz. (Vektör gösterimleri aynı düzlem içinde olan kuvvetlerin, *eşdüzlemli* olduğu söylenir.) Bu durumda, sadece üç skaler denklemle uğraşmak zorunda kalırız. Bu üç denklemden ikisi; x ve y doğrultularındaki kuvvetleri dengelemek için yazılır. Üçüncüsü ise, dönme momenti eşitliğinden, yani, xy– düzlemindeki herhangi bir noktaya göre net dönme momentinin sıfır olmasını sağlamak için yazılır. Sonuç olarak, iki denge şartı,

$$\sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0 \quad \sum \tau_z = 0 \qquad \textbf{(12.3)}$$

gibi skaler üç eşitlik verir. Burada dönme momentinin ekseni, az sonra göstereceğimiz gibi keyfidir.



Şekil 12.4 O başlangıç noktasına göre net dönme momenti sıfıra eşitse, O' gibi bir başka nokta etrafındaki net dönme momentinin de sıfır olacağını göstermek için çizilen şekil.

Üzerine etki eden kuvvetlerin sayısına bakılmaksızın, eğer bir cisim öteleme dengesine sahipse ve net torku bir eksene göre sıfırsa, net torkun *herhangi* bir eksene göre de sıfır olması gerektiği kolayca gösterilebilir. Eksenin geçtiği nokta, cismin sınırlarının içinde veya dışında olabilir. Bir cismin, bileşke kuvvet $\sum \mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \ldots = 0$ olacak şekilde, birçok kuvvetin etkisi altında olduğunu düşününüz. Şekil 12.4, bu durumu göstermektedir. (Şekli fazla karışık hale getirmemek için, sadece dört kuvvet çizilmiştir). $\mathbf{F}_1$ 'in uygulama noktası, $\mathbf{r}_1$ yer vektörüyle, $\mathbf{F}_2$, $\mathbf{F}_3$, ... kuvvetlerinin uygulama noktaları $\mathbf{r}_2$, $\mathbf{r}_3$, ... yer vektörleriyle gösterilmektedir. O noktasından geçen bir eksene göre

$$\sum \tau_O = \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + \ldots$$

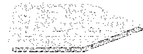
dır.

Şimdi de O 'ya göre $\mathbf{r}'$ yer vektörüne sahip olan keyfi bir başka O' noktasını düşünelim. $\mathbf{F}_1$ kuvvetinin bu noktaya göre uygulama noktası, $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}'$ vektörüyle belirtilir. Yine, $\mathbf{F}_2$ kuvvetinin bu noktaya göre uygulama noktası, $\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}'$ vektörüyle belirtilir. Ötekiler de benzer şekilde temsil edilirler. O halde, O' noktasından geçen bir eksene göre net tork:

$$\sum \tau_O' = (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_1 + (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_2 + (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}') \times \mathbf{F}_3 + \ldots$$

$$= \mathbf{r}_1 \times \mathbf{F}_1 + \mathbf{r}_2 \times \mathbf{F}_2 + \mathbf{r}_3 \times \mathbf{F}_3 + \ldots - \mathbf{r}' \times (\mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \ldots)$$

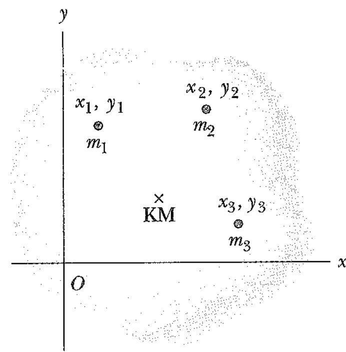
şeklinde yazılabilir. Net kuvvet sıfır kabul edildiği için, son ifadedeki son terim sıfır olur ve $\sum \tau_O' = \sum \tau_O$ olduğu görülür. Bunun sonucu olarak ta, **bir cisim öteleme dengesine sahipse ve bir noktaya göre net tork da sıfırsa, o zaman, net tork herhangi bir noktaya göre de sıfır olmak zorundadır.**



AĞIRLIK MERKEZİ

Kuvvetin etki ettiği noktanın, cismin o kuvvete nasıl tepki vereceğini belirlemedeki önemini gördük. Örneğin, eşit büyüklükte, aynı doğrultuda fakat zıt yönlü iki kuvvet, bir cisim üzerindeki aynı noktaya etki ederse denge oluşur. Halbuki, eğer iki kuvvete aynı etki doğrultusu boyunca etki etmeyecek şekilde kuvvetlerden birinin uygulama noktası kaydırılırsa, o zaman bir kuvvet çifti oluşur ve cisim açısal ivme kazanır. (Bu, şekil 12.3 'de gösterilen durumdur).

Her ne zaman katı bir cisimle uğraşsak, düşünmemiz gereken kuvvetlerden biri o cisminin ağırlığı (yerçekimi kuvveti)dır ve biz bu kuvvetin uygulandığı noktayı bilmek zorunda kalırız. Kesim 9.6 'da öğrendiğimiz gibi, her cisim üzerinde bulunan özel bir noktaya o cismin ağırlık merkezi denir. Cismin değişik bütün kütle elemanları üzerine etki eden değişik çekim kuvvetlerinin tümü, bu noktaya etki eden bir tek çekim kuvvetine eşdeğerdir. Bu yüzden, M kütleli bir cisim üzerine etki eden çekim kuvvetinden doğan torku hesaplamak için, sadece cismin ağırlık merkezine etki eden Mg kuvvetini ele almak yeterlidir.



Şekil 12.5 Bir cisim, özel kütle ve koordinatlara sahip birçok küçük parçacığa ayrılabilir. Bunlar, kütle merkezinin yerini tayin etmek için kullanılabilir.

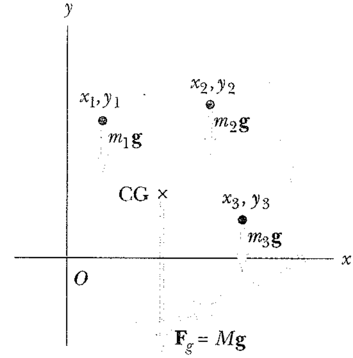
Bu noktayı nasıl bulabiliriz? Kesim 9.6 'da sözünü ettiğimiz gibi $\mathbf{g}$ 'nin cisim üzerinde ki her noktada aynı olduğunu varsayarsak, o zaman cismin ağırlık merkezi, onun kütle merkezi ile çakışır. Bunun böyle olduğunu görmek için Şekil 12.5 'deki, xy düzleminde bulunan cismi ele alım. Bu cismin (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), ... koordinatlarına sahip m_1, m_2, m_3, ... kütleli çok küçük

parçacıklara bölündüğünü farzedelim. 9.28 Eşitliğinde, böyle bir cismin kütle merkezinin x koordinatını

$$x_{KM} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots} = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$$

olarak tanımladık. Kütle merkezinin y koordinatı, yukarıdaki ifadede x yerine y yazılarak elde edilir.

Şimdi, Şekil 12.6 'de gösterildiği gibi, cismin her parçası üzerine etki eden çekim kuvvetini ele alarak, durumu bir başka açıdan inceleyelim. Her parçacık, başlangıç noktasına göre torka kendi ağırlığı ile moment kolunun çarpımı büyüklüğünde bir katkıda bulunur. Örneğin, $m_1\mathbf{g}_1$ kuvvetinin torka katkısı $m_1 g_1 x_1$ 'dir. Burada g_1, m_1 kütleli parçacığın bulunduğu yerdeki çekim alanının büyüklüğüdür. Çekim merkezinin yerini bulmak istiyoruz. Bu nokta, bir tek $M\mathbf{g}$ ($M = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots$ cismin toplam kütlesi) çekim kuvvetinin döndürme etkisi ile, $m_i\mathbf{g}_i$ çekim kuvvetlerinin tamamının ortak döndürme etkileri ile aynı etkiyi veren bir noktadır. Ağırlık merkezine etki eden $M\mathbf{g}$ 'nın oluşturduğu torku, bireysel parçacıklara etki eden torkların toplamına eşitleyerek,



Şekil 12.6 $\mathbf{g}$ 'nin değeri cismin içinde sabitse, cismin ağırlık merkezi kütle merkeziyle çakışır.

$$(m_1 g_1 + m_2 g_2 + m_3 g_3 + \ldots) x_{CG} = m_1 g_1 x_1 + m_2 g_2 x_2 + m_3 g_3 x_3 + \ldots$$

elde ederiz. Bu ifadede, yerçekimi ivmesinin genel olarak cisim üzerinde yerden yere değişebileceği gerçeği hesaba katılmıştır. Genel olarak yapıldığı gibi, biz de g 'nin cisim üzerinde değişmediğini kabul edersek, yukarıdaki ifadede g 'ler kısalır ve

$$x_{CG} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3 + \ldots}{m_1 + m_2 + m_3 + \ldots} \tag{12.4}$$

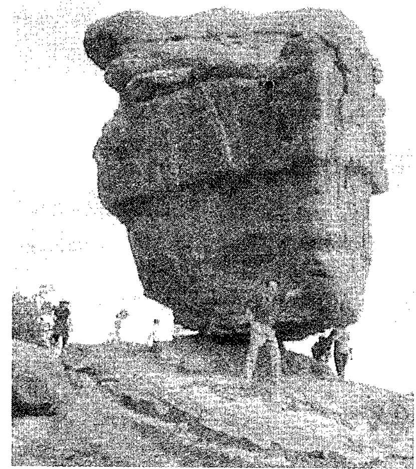
olduğunu görürüz. Bir başka deyişle, **cisim sabit bir yerçekimi alanı içinde bulunduğu sürece, ağırlık merkezi kütle merkeziyle çakışır.**

Bundan sonraki kesimde vereceğimiz örneklerde, ağırlık merkezinin cismin geometrik merkeziyle çakışmasını sağlamak için, homojen ve simetrik cisimler seçeceğiz.

12.3 STATİK DENGEDEKİ KATI CİSİMLERE ÖRNEKLER

Bu bölümün ilk sayfasındaki şarap şişesi taşıyıcısının fotoğrafı, çekim kuvvetine karşı koyuyor görülen dengedeki bir mekanik sistem örneğidir. Sistemin (şarap taşıyıcısı ve şişe) dengede olabilmesi için, bileşke dış kuvvet sıfır olmalı (bak 12.1 Eşitliği) ve bileşke dış tork sıfır olmalıdır (bak 12.2 Eşitliği). İkinci şart, sistemin ağırlık merkezi, destek noktasının tam yukarısında olduğu zaman ancak sağlanabilir.

Statik denge problemlerini çözerken, cisme etki eden bütün dış kuvvetlerin öncelikle bilinmesi gerekir. Bu konuda gösterilecek ihmal, uygun olmayan bir çözümleme sonucuna neden olur. Birçok dış kuvvetin etkisi altında dengede olan bir cisim incelenirken, aşağıdaki süreci kullanınız.



Kolorado'da çekilen dengedeki kocaman bir kayanın fotoğrafı. Bu, kararlı denge durumuna iyi bir örnek oluşturmaktadır. (*David Servay'ın fotoğrafı*).

Problem Çözümünde İpuçları
Statik Dengedeki Cisimler

- İncelenen sistemin kaba taslak bir resmini çiziniz.
- İncelenen cismi yalıtınız. Serbest cisim diyagramını çizin ve cisme etki eden bütün dış kuvvetleri etki noktaları ile birlikte şekil üzerinde gösteriniz. Cismin çevresine uyguladığı kuvvetler bulunmasın (Sistemde birden çok cisim varsa, bunların herbiri için ayrı serbest cisim diyagramı çizin). Her kuvvetin doğrultu ve yönünü doğru olarak tahmin etmeye çalışınız. Bir kuvvet için yön seçimi yapar ve çözümünüzde bunun eksi işaretlisi olan bir sonuç elde ederseniz, telaşlanmayınız, bu sadece kuvvetin yönünün sizin kabul ettiğiniz yönün tersi olduğunu gösterir.
- Uygun bir koordinat sistemi seçiniz ve iki eksen boyunca kuvvetlerin bileşenlerini bulunuz. Sonra, dengenin birinci şartını uygulayınız. Değişik kuvvet bileşenlerinin işaretlerini kontrol etmeyi unutmayınız.
- Cisim üzerine etki eden net torku hesaplamak için uygun bir eksen seçiniz. Tork denklemi için, başlangıç noktasının seçiminin keyfi olduğunu hatırlayınız. Bu yüzden de, hesapların olabildiği kadar basitleşeceği bir başlangıç noktası seçiniz. Uygulama yaptıkça, bu konudaki beceriniz artacaktır. Başlangıç noktası olarak seçilen noktadan geçen bir doğru boyunca uygulanan kuvvetin torka sıfır katkı yaptığını ve bu yüzden de ihmal edilebileceğine dikkat ediniz.

Dengenin birinci ve ikinci şartı, çok bilinmeyenli bir grup denklem verir. Yapılacak bütün iş, bilinen nicelikler cinsinden bilinmeyenleri hesaplamaktır.



ÖRNEK 12.1 Tahterevalli

40 N ağırlığındaki düzgün bir kalas, Şekil 12.7 'de gösterildiği gibi, ağırlıkları sırasıyla 800 N ve 350 N olan baba ve kızı taşımaktadır. Destek (dayanak noktası) kalasın ağırlık merkezinin altındaysa ve 800 N ağırlığındaki baba merkezden 1 m uzaktaysa, (a) destek tarafından kalasa uygulanan yukarıya doğru **n** kuvvetini bulunuz.

Çözüm İlk önce, **n** 'ye ilave olarak, kalasa etki eden dış kuvvetlerin kişilerin ağırlıkları ve kalasın ağırlığından ibaret olduğu ve bunların aşağıya doğru yönelmiş olduklarını belirtelim. Kalasın ağırlık merkezinin onun geometrik merkezinde olduğunu kabul edebiliriz çünkü kalasın düzgün olduğunu söyledik. Sistem statik dengede olduğundan, yukarıya doğru **n** kuvveti, aşağıya doğru olan bütün kuvvetleri dengelemelidir. $\sum F_y = 0$ bağıntısından, pozitif y doğrultusunu yukarıya doğru seçerek

$$n - 800\text{ N} - 350\text{ N} - 40\text{ N} = 0$$

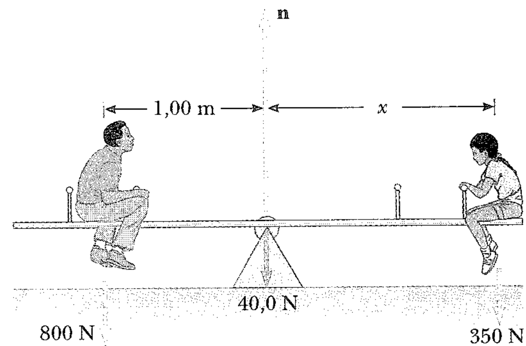
$$n = 1190\text{ N}$$

elde ederiz.

($\sum F_x = 0$ bağıntısının da uygulanması gerektiği fakat kalasa yatay olarak etki eden kuvvet olmadığından bu bağıntıyı düşünmenin gerekmediğini burada belirtmeliyiz.)

(b) Sistemin dengede olabilmesi için, 350 N ağırlığındaki çocuğun nereye oturması gerektiğini bulunuz.

Çözüm Bu konumu bulmak için, dengenin ikinci şartını kullanmalısınız. Kalasın ağırlık merkezinden geçen ve sayfa düzlemine dik olan ekseni tork eşitliğinde kullanılacak eksen olarak seçersek (Bu, seçilen eksene göre **n** ve ka-



Şekil 12.7 Dengelenmiş bir sistem

lasa etki eden çekim kuvveti tarafından meydan getirilen torkların sıfır olduğunu ifade eder), $\sum\tau = 0$ Eşitliğinden

$$(800\ \text{N})\ (1\ \text{m}) - (350\ \text{N})x = 0$$

$$x = 2{,}29\ \text{m}$$

bulunur.

(c) Başka bir eksen için (b) 'yi tekrarlayınız.

Çözüm Eksen seçiminin keyfi olduğunu göstermek için, sayfa düzlemine dik olan ve babanın bulunduğu konumdan geçen bir eksen seçelim. Bir kuvvetin doğurduğu torkun işaretinin, eğer kuvvet sistemi saatin tersi yönünde döndürme eğiliminde ise pozitif, aksi yönde negatif olduğunu hatırlatalım. Bu durumda, $\sum\tau = 0$ eşitliğinden

$$n\ (1\ \text{m}) - (40\ \text{N})\ (1\ \text{m}) - (350\ \text{N})\ (1\ \text{m} + x) = 0$$

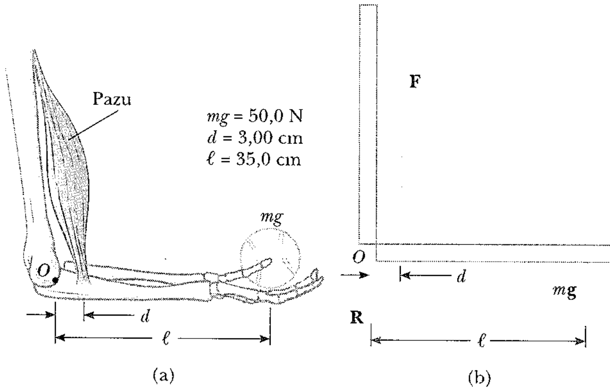
elde edilir. (a) 'da $n = 1190$ N bulundu. O halde, x çözülebilir ve $x = 2{,}29$ m bulunur. Bu sonuç , (b) 'de bulunanla aynıdır.

Sınama Sorusu 12.2

Örnek 12.1 'de, eğer destek noktası kalasın ağırlık merkezinin altında olmazsa, Problemi çözebilmek için başka hangi bilgiye ihtiyaç duyulur?

ÖRNEK 12.2 Ağırlık Taşıyan Bir El

50 N luk bir küre, Şekil 12.8a 'daki gibi, önkol yatay duracak şekilde elde tutulmaktadır. Pazu kasları, önkolu dirsekteki dönme noktasından 3 cm uzakta tutmaktadır ve eldeki kürenin dönme noktasına uzaklığı 35 cm 'dir. Pazunun önkola uyguladığı yukarıya doğru kuvveti ve dirsekteki dönme noktasından üst kola uygulanan aşağıya doğru kuvveti bulunuz. Önkolun ağırlığını ihmal ediniz.



Şekil 12.8 (a) Bu pazu kasları önkolu gerçekte olduğu gibi dik açı yapacak şekilde çekmektedir. (b) (a) 'da anlatılan sistemin mekanik modeli.

Çözüm Ön kolu, Şekil 12.8b 'de gösterildiği gibi bir cetvelle temsil ederek durumu basitleştirelim. Orada **F**, pazunun yukarıya doğru uyguladığı kuvveti ve **R**, dönme noktasına uygulanan aşağıya doğru kuvveti göstermektedir. Birinci denge şartından, pozitif y doğrultusunu yukarıya doğru seçerek,

(1) $\sum F_y = F - R - 50\ \text{N} = 0$

yazılabilir.

İkinci denge şartından da, herhangi bir noktaya göre torkların (dönme momentlerinin) toplamının sıfır olması gerektiğini biliyoruz. Dönme ekseni olarak dirsekteki O noktasını seçersek,

$$Fd - mg\ell = 0$$

$$F(3\ \text{cm}) - (50\ \text{N})\ (35\ \text{cm}) = 0$$

$$F = 583\ \text{N}$$

buluruz.

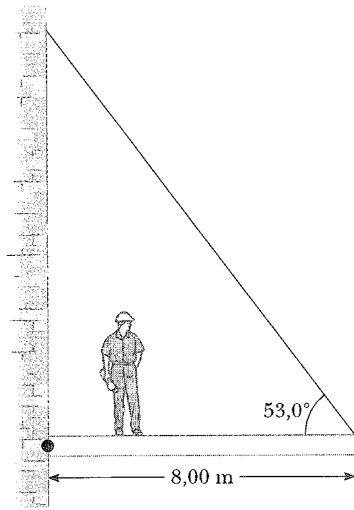
Bu F değer, (1) eşitliğinde yerine yazılarak $R = 533$ N bulunur. Bunun sonucu olarak, dirsekteki ve pazudaki kuvvetlerin aşırı derecede büyük olabileceği söylenebilir.

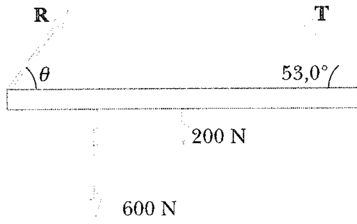
Alıştırma Gerçekte, pazu düşey doğrultuyla 15° 'lik bir açı yapmaktadır. Bunun sonucu olarak da, **F** kuvvetinin hem düşey hem yatay bileşeni vardır. Bu gerçeği de göz önünde tutarak **F** 'nin büyüklüğünü ve **R** 'nin bileşenlerini bulunuz.

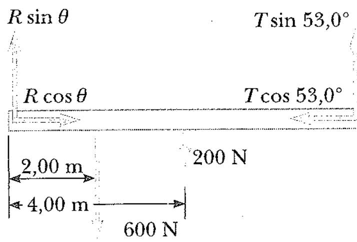
Cevap $F = 604$ N, $R_x = 156$ N, $R_y = 533$ N.

ÖRNEK 12.3 Yatay Bir Kalas Üzerinde Ayakta Duran Adam

8 m uzunluğunda ve 200 N ağırlığında düzgün bir kalas yatay duracak şekilde ve kolayca dönebileceği bir mil aracılığıyla duvara tutturulmuştur. Kalasın öteki ucu, yatay doğrultuyla 53° lik açı yapan bir kabloyla duvara bağlıdır (Şekil 12.9a). 600 N ağırlığındaki bir adam kalasın üzerinde duvardan 2 m uzakta ayakta durursa, halattaki gerilmeyi ve duvar tarafından kalasa uygulanan kuvveti bulunuz.







Şekil 12.9 (a) Düzgün bir kalas kabloyla duvara tutturulmuştur. (b) Kalasa etki eden kuvvetler için serbest cisim diyagramı. (c) **R** ve **T** 'nin bileşenlerini gösteren serbest cisim diyagramı.

Çözüm İlk olarak, kalasa etki eden dış kuvvetlerin hepsini belirlemeliyiz. Bunlar; 200 N'luk çekim kuvveti, kablo tarafından uygulanan **T** kuvveti, kalasa duvar tarafından uyulanan **R** kuvveti ve adamın 600 N 'luk ağırlığıdır. Bunların hepsi, Şekil 12.9b 'de gösterilmiştir. Kuvvetlerin yönleri düşünüldüğünde, bir kuvvetin aniden ortadan kaldırılması halinde ne olacağını tasarlamak çoğu zaman yararlı olmaktadır. Örnek olarak, eğer duvar aniden yok olursa, kalasın sol ucu muhtemelen düşme sürerken sola doğru hareket eder. Bu bize, duvarın kalası sadece tutmadığını aynı zamanda onu dışa doğru ittiğini gösterir. Bu yüzden **R** vektörü Şekil 12.9b'de gösterildiği gibi çizilir. **T** ve **R** kuvvetlerini Şekil 12.9c'de gösterildiği gibi yatay ve düşey bileşenlerine ayırır ve dengenin birinci şartını uygularsak,

(1) $\sum F_x = R\cos\theta - T\cos 53° = 0$

(2) $\sum F_y = R\sin\theta + T\sin 53° - 600\text{ N} - 200\text{ N} = 0$

eşitliklerini elde ederiz. Burada pozitif yönler, sağa ve yukarıya doğru seçilmiştir. R, T ve θ 'nın üçü de bilinmediğinden, bunları sadece yukarıdaki iki eşitliği kullanarak hesaplayamayız. (Bilinmeyenleri çözebilmek için, denklemlerin sayısı, bilinmeyenlerin sayısına eşit olmalıdır).

Bunun için, şimdi dönme dengesi şartını da kullanalım. Tork eşitliğini yazabilmek için gerekli uygun dönme ekseni olarak, O milinden geçen ekseni seçelim. Bu seçimin iyi bir seçim olmasının sebebi, **R** kuvveti ve **T** 'nin yatay bileşeninin O noktasına göre kuvvet kollarının sıfır olması ve dolayısıyla torkların sıfır olmasıdır. Bir eksene göre torkun işareti için yaptığımız saatin dönüş yönünün tersi-pozitiftir anlaşmasını hatırlayarak ve 600 N'luk, 200'N luk ve $T\sin 53°$'lik kuvvetlerin kuvvet kollarının sırasıyla 2 m, 4 m ve 8 m olduğuna işaret ederek,

$$\sum \tau = (T\sin 53°)\,(8\text{ m})$$

$$-\,(600\text{ N})\,(2\text{ m}) - (200\text{ N})\,(4\text{ m}) = 0$$

$$T = 313\text{ N}$$

elde ederiz. Böylece, başlangıç noktası olarak O noktasını seçmiş olmamız, bilinmeyenlerden birini doğrudan hesaplayabilmemizi sağladı! Bu değeri (1) ve (2) eşitliklerinde yerine yazarak

$$R\cos\theta = 188\text{ N}$$

$$R\sin\theta = 550\text{ N}$$

elde ederiz. Bu iki eşitliği birbirine böler ve $\sin\theta/\cos\theta = \tan\theta$ bağıntısını kullanırsak,

$$\tan\theta = \frac{550\text{ N}}{188\text{ N}} = 2{,}93$$

$$\theta = 71{,}1°$$

buluruz. Bu pozitif değer, **R** 'nin yönü için yaptığımız tahmininin uygun olduğunu gösterir. Sonuç olarak

$$R = \frac{188\text{ N}}{\cos\theta} = \frac{188\text{ N}}{\cos 71{,}1°} = 580\text{ N}$$

olduğunu görürüz.

Tork eşitliğini yazarken bir başka eksen seçmiş olsaydık, yine aynı sonucu elde ederdik. Buna örnek olarak, kalasın ağırlık merkezinden geçen ekseni alalım. Bu durum-

da, tork eşitliğinde R ve T 'nin her ikisi de bulunur. Bu eşitlik, (1) ve (2) ile birlikte çözülerek bilinmeyenler yine bulunabilir. Deneyiniz!

İçinde çok sayıda kuvvet bulunan buna benzer bir problemde, kuvvet bileşenleri, kuvvet kolları ve bunlara karşılık gelen torkların toplu olarak gösterildiği bir tablo hazırlamak yararlı olmaktadır. Örnek olarak, şu anda çözmekte olduğumuz sistem için, aşağıdaki tablo oluşturulabilir:

Kuvvet bileşeni (N)	***O* noktasına göre kuvvet kolu (m)**	***O* noktasına göre tork (N.m)**
$T \sin 53°$	8	$8T \sin 53°$
$T \cos 53°$	0	0
200 N	4	−4 (200)
600 N	2	−2(600)
$R \sin \theta$	0	0
$R \cos \theta$	0	0

Bu tablonun son sütunundaki terimlerin toplamı sıfıra eşitlenerek de, dönme dengesi şartı elde edilir.

ÖRNEK 12.4 Duvara Dayalı Merdiven

ℓ uzunluğunda ve $mg = 50$ N ağırlığında düzgün bir merdiven, düşey ve pürüzsüz bir duvara yaslanmıştır (Şekil 12.10a). Merdiven ve yer arasındaki statik sürtünme katsayısı $\mu = 0{,}40$ olduğuna göre, merdivenin kaymadan durabilmesi için en küçük θ_{min} açısını, bulunuz.

Çözüm Merdivene etki eden bütün dış kuvvetleri gösteren serbest cisim diyagramı, Şekil 12.10b 'de gösterilmektedir. Tabanda merdivene uygulanan **R** tepki kuvveti, **n** normal kuvvetiyle $\mathbf{f}_{\text{statik}}$ sürtünme kuvvetinin bileşkesine eşittir. Duvarın merdivene uyguladığı **P** tepki kuvvetiyse yatay doğrultudadır, çünkü duvar pürüzsüz, yani sürtünmesizdir. Burada sadece merdivene etki eden kuvvetleri dikkate aldık. Örnek olarak, merdivenin duvara ve yere uyguladığı kuvvetler problemin bir parçası değildir ve bu yüzden de serbest cisim diyagramında görünmez. Dengenin birinci şartı merdivene uygulanarak,

$$\sum F_x = f - P = 0$$

$$\sum F_y = n - mg = 0$$

eşitlikleri elde edilir. Yukarıdaki ikinci eşitlikten $n = mg = 50$ N olduğu görülür. Yine, merdiven kayma sınırında iken sürtünme kuvvetinin en büyük değerinde olması zorunluluğundan, bu değer, $f_{\text{s,maks}} = \mu_s n = 0{,}40$ (50 N) = 20 N bulunur ($f_{\text{statik}} \leq \mu_s$ olduğunu unutmayın, bak 5.8 Eşitliği). Böylece $P = 20$ N olur.

θ_{min} 'nın değerini bulmak için, dengenin ikinci şartını kullanmalıyız. Torklar, merdivenin alt ucundaki O noktasına göre alındığında,

$$\sum \tau_O = P\ell \sin \theta - mg \frac{\ell}{2} \cos \theta = 0$$

eşitliği elde edilir. $mg = 50$ N ve merdiven kaymaya başladığı anda $P = 20$ N olduğundan, yukardaki ifadeden,

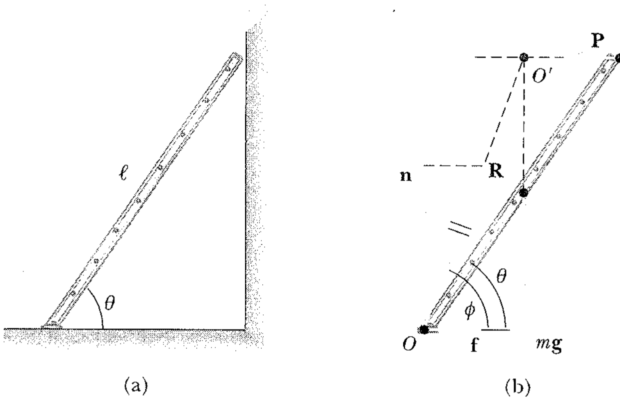
$$\tan \theta_{\text{min}} = \frac{mg}{2P} = \frac{50 \text{ N}}{40 \text{ N}} = 1{,}25$$

$$\theta_{\text{min}} = 51°$$

bulunur.

Bu problemin çözümünde değişik bir yaklaşım; **mg** ve **P** kuvvetlerinin doğrultularının kesiştiği O' noktasını düşünmektir. Herhangi bir başlangıç noktasına göre torkların bileşkesinin sıfır olması gerektiğinden, O' 'ne göre tork sıfır olmalıdır. Bu **n** ve **f** 'nin bileşkesi olan **R** 'nin de O' noktasından geçmesini gerektirir! Bir başka deyişle, merdiven durgun olduğundan, üzerine etki eden üç kuvvetin hepsi aynı ortak noktadan geçmelidir. (Böyle kuvvetlerin "**aynı düzlemde**" olduğu söylenir). Bu şart kullanılarak **R** 'nin yatayla yaptığı ϕ açısı bulunabilir. ϕ açısı θ 'dan daha büyüktür. Bu yaklaşım merdivenin uzunluğuna bağlı olduğu için, θ_{min}'ni elde edebilmek için ℓ 'nin değerini bilmek zorundayız.

Alıştırma Şekil 12.10 'da belirtilen için, $\tan \phi = 2 \tan \theta$ olduğunu gösteriniz.



Şekil 12.10 (a) Düz bir duvara dayanmış homojen, durgun bir merdiven. Taban pürüzlüdür. (b) Merdiven için serbest cisim diyagramı **R**, **mg** ve **P** kuvvetlerinin ortak O' noktasından geçtiklerine dikkat ediniz.

ÖRNEK 12.5 Kaldırıma Çıkarma

(a) Şekil 12.11a 'daki adamın tekerlekli sandalyenin büyük tekerine onu kaldırıma çıkarmak için uygulaması gereken **F** kuvvetinin büyüklüğünü kestiriniz. Kaldırıma değen bu büyük tekerin yarıçapı r ve kaldırımın yüksekliği h 'dir.

Çözüm Normal olarak, adamın elleri merkezi, büyük tekerin merkezi ile aynı yatay doğrultu üzerinde olan ve açıkça daha küçük olan tekere gerekli kuvveti sağlar. Küçük tekerin yarıçapının büyük tekerinkiyle aynı olduğunu kabul edelim ve bunlar için r'yi kullanalım. Adam ve tekerlekli sandalyenin toplam ağırlığının $mg = 1400$ N olduğunu düşünelim ve teker yarıçapını Şekil 12.11b 'de gösterilen teker yarıçapını $r = 30$ cm seçelim. Kaldırımın yüksekliği $h = 10$ cm olsun. Tekerlekli sandalye ve adamın simetrik olduklarını ve her tekerin 700 N 'lük ağırlığı taşıdığını farzedelim. Bu durumda incelememizi sadece tekerlerin biri ile sürdürebiliriz.

Teker tam caddeden kaldırıma yükselmek üzereyken, Q noktasında tekere yerin uyguladığı tepki kuvveti sıfır olur. Böylece, bu andan tekere Şekil 12.11c 'de sadece üç kuvvet etki eder. Bununla beraber, kaldırımın tekere uyguladığı **R** kuvveti P noktasından geçer ve bu yüzden, dönme eksenini P noktasından geçecek şekil seçersek, tork eşitliinde **R** bulunmaz. Şekil 12.11b çizilen OPQ üçgeninden, tekere etki eden mg yerçekimi kuvvetinin P noktasına göre d moment kolu

$$d = \sqrt{r^2 - (r-h)^2} = \sqrt{2rh - h^2}$$

dir. P 'ye göre **F** 'nin kuvvet kolu, $2r - h$ 'dir. O halde, P noktasına göre tekere etki eden net tork,

$$mgd - F(2r - h) = 0$$

$$mg\sqrt{2rh - h^2} - F(2r - h) = 0$$

$$F = \frac{mg\sqrt{2rh - h^2}}{2r - h}$$

$$F = \frac{(700\text{N})\sqrt{2(0{,}3\text{m})(0{,}1\text{m}) - (0{,}1\text{m})^2}}{2(0{,}3\text{m})(0{,}1\text{m})} = 300\text{N}$$

olur. (Burada anlamlı rakam olarak bir ondalıklı aldık). Bu sonuç her tekere uygulanması gereken kuvvetin oldukça büyük olduğunu göstermektedir. Karşılaştırma amacıyla, tekerlekli sandalyeyi kaldırıma rampadan çıkarmak için gerekli kuvveti kestirebilirsiniz.

(b) **R** 'nin büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.

Çözüm Doğrultuyu belirlemek için dengenin birinci şartını kullanabiliriz:

$$\sum F_x = F - R\cos\theta = 0$$

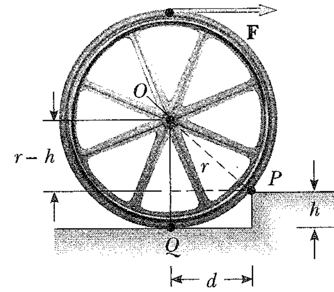
$$\sum F_y = R\sin\theta - mg = 0$$

eşitlikleri elde edilir. Bunlar taraf tarafa bölünerek

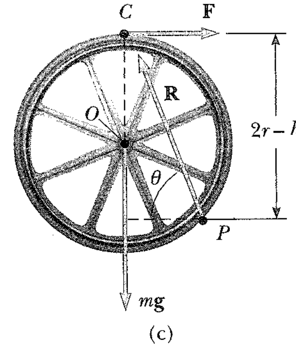
$$\tan\theta = \frac{mg}{F} = \frac{700\text{N}}{300\text{N}}; \quad \theta = 70°$$



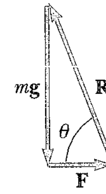
(a)



(b)



(c)



(d)

Şekil 12.11 (a) Toplam ağırlığı *mg* olan bir tekerlekli sandalye ve adam **F** kuvvetinin etkisi altında kaldırıma çıkıyor. (b) Teker ve kaldırımın detayı. (c) Tam yükselmek üzereyken tekerin serbest cisim diyagramı. Üç kuvvet tekere tam bu anda etki eder. Bunlar, elin uyguladığı **F**, kaldırımın uyguladığı **R** ve *mg* çekim kuvvetidir. (d) Tekere etki eden üç dış kuvvetin vektörel toplamı sıfırdır.

bulunur. n 'yi bulmak için Şekil 12.11d 'de çizilen dik üçgeni kullanabiliriz:

$$n = \sqrt{(mg)^2 + F^2} = \sqrt{(700\text{N})^2 + (300\text{N})^2} = 800\text{N}$$

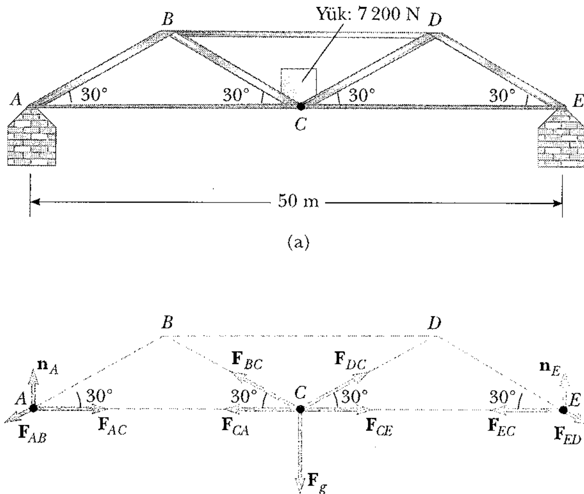
Alıştırma Tekere etki eden üç kuvvetin eş zamanlı olduğu, yani, C noktasından geçmesi gerektiğini belirterek, bu problemi yeniden çözünüz. Bu üç kuvvet, Şekil 12.11d 'de gösterilen üçgenin kenarlarını oluşturmaktadır.

UYGULAMA Bir Kirişin İncelenmesi

Hem sağlam hem de hafif olmak zorunda olan çatı, köprü ve bunlara benzeyen diğer yapılar genellikle biri Şekil 12.12a 'da gösterilen kiriş yapısına sahiptirler. Bu kiriş yapısının bir köprüyü temsil ettiğini düşünün. Bu probleme yaklaşmak için, yapı elemanlarının birbirine civatalarla bağlandığını kabul edelim. Yine, bütün yapının termal uzama veya kısalmaya uğrarken ileri geri yatay olarak kolayca hareket edebilecek şekilde ayaklar üzerine oturtulduğunu düşünelim. Köprüyü oluşturan yapının kütlesinin taşınan yükünkiyle karşılaştırıldığında ihmal edilebileceğini kabul ederek, köprü; merkezinde 7200 N 'luk bir yük taşırken bütün yapı elemanlarındaki gerilme veya sıkışma kuvvetlerini hesaplayalım (bak Problem 58).

Burada kullanacağımız kuvvet gösterimi geleneksel kullanım değildir. Şimdiye kadar, "A tarafından B ye uygulanan kuvvet" i ifade etmek için F_{AB} gösterimini kullandık. Şimdi bu uygulamada ise F deki iki harfli alt indislerin hepsi sadece cisimlerin uyguladığı kuvvetleri gösterecektir. Verilen bir kuvvetin üzerine etki ettiği cisim alt indisi ile isimlendirilmeyecektir. Örnek olarak, Şekil 12.12 de, F_{AB}; A noktasında cıvataya AB payandası tarafından uygulanan kuvvettir.

Önce köprüye bir bütün olarak düşey doğrultuda Newton'un ikinci yasasını uygulayalım. İç kuvvetler bu hesaplamaya girmez. Köprünün taşıdığı ağırlığı durgun haldeki köprüyü taşıyan iki uçtaki ayaklar tarafından uygulanan normal kuvvetlerle dengeleyelim:



Şekil 12.12 (a) Bir köprüdeki kiriş yapısının incelenmesi. (b) A, C ve E noktalarındaki cıvatalara etki eden kuvvetler. Bir alıştırma olarak, B deki cıvataya etki eden kuvvetleri gösteren bir diyagram çizmelisiniz.

$$\sum F_y = n_A + n_E - F_g = 0$$

$$n_A + n_E = 7200 \text{ N}$$

Sonra, köprünün uzunluğunun $L = 50$ m olduğunu kabul ederek, A noktasına göre hesaplayalım:

$$\sum \tau = Ln_E - (L/2)\,F_g = 0$$

$$n_E = F_g/2 = 3600 \text{ N}$$

Gerçi tork hesabını sağ uç (E noktası) için de yapabilirdik, fakat sistemin simetrisinden dolayı $n_A = 3600$ N olduğu açıktır.

Şimdi, A noktasında cıvataya etki eden düşey kuvvetleri dengeleyelim. AB payandasının sıkışma halinde olduğunu düşünürsek, o zaman A noktasındaki cıvataya payandanın uyguladığı F_{AB} kuvveti eksi işaretli y-bileşenine sahip olur. (Eğer payanda gerçekte gerilme durumunda ise, bizim hesaplarımızın sonucu kuvvetin büyüklüğünü eksi işaretli bir değer vermesi gerekir Halbuki uygun sonuç elde edilmektedir):

$$\sum F_y = n_A - F_{AB} \sin 30° = 0$$

$$F_{AB} = 7200$$

Bu artı işaretli sonuç, bizim sıkışma kabulümüzün doğru olduğunu gösterir.

Şimdi, A noktasında cıvataya etki eden yatay kuvvetleri düşünerek; A ve C arasındaki kalasa etki eden kuvvetleri bulabiliriz. A noktası ivmelenmediğinden, F_{AC} 'nin sağa doğru yönelmesi gerektiğini (Şekil 12.12b) korkmadan söyleyebiliriz. Bu; A ve C noktaları arasındaki kalasın gerildiğini gösterir:

$$\sum F_x = F_{AC} - F_{AB} \cos 30° = 0$$

$$F_{AC} = (7200 \text{ N}) \cos 30° = 6200 \text{ N}$$

Şimdi de C noktasında cıvataya etki eden düşey kuvvetleri ele alalım. BC payandasının gerildiğini farzedelim. (Bunun gerçekten de böyle olduğunu görebilmek için, BC payandası aniden kırılırsa, bu anda C noktasının hareketini tasarlamaya çalışın). Simetriden dolayı $F_{BC} = F_{DC}$ ve $F_{AC} = F_{EC}$ olduğunu görebilirsiniz.

$$\sum F_y = 2\,F_{BC} \sin 30° - 7200 \text{ N} = 0$$

$$F_{BC} = 7200 \text{ N}$$

Sonuç olarak, BD payandasının sıkıştığını düşünerek, B 'deki yatay kuvvetleri dengeleyebilirsiniz:

$$\sum F_x = F_{AB} \cos 30° + F_{BC} \cos 30° - F_{BD} = 0$$

$$(7200 \text{ N})\cos 30° + (7200\text{N})\cos 30° - F_{BD} = 0$$

$$F_{BD} = 12\,000 \text{ N}$$

O halde, bu şekildeki köprünün üst kalasının çok sağlam olması gerektiği sonucuna varılır.



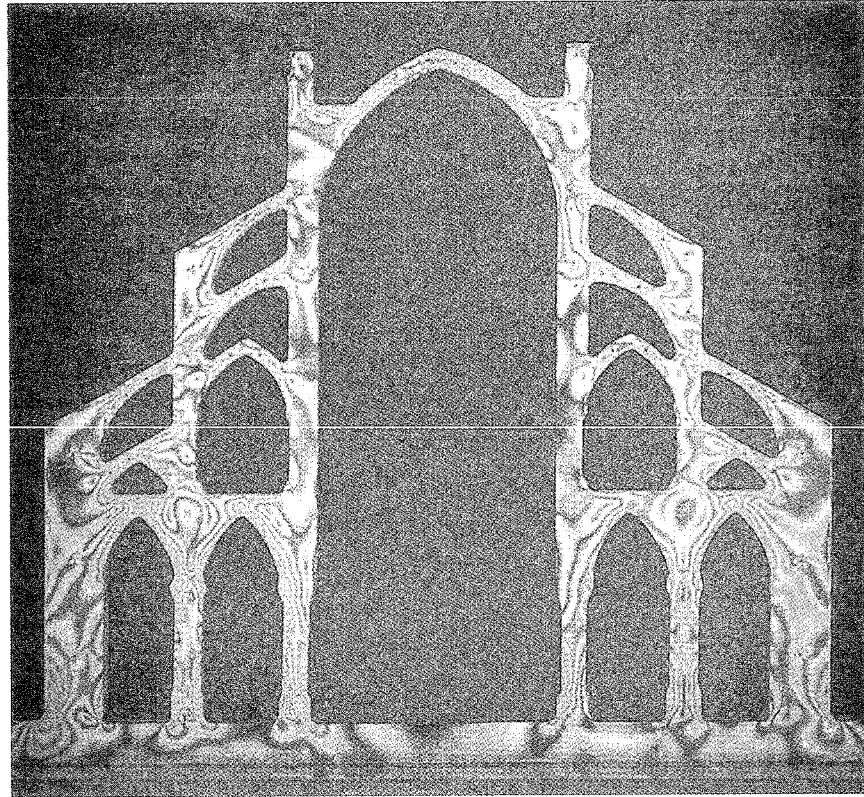
KATILARIN ESNEKLİK ÖZELLİKLERİ

Mekanik konusunu işlerken, şu ana kadar, cisimlerin üzerine dış kuvvetler etki ettiğinde, onların bozulmadığını kabul ettik. Gerçekte, bütün cisimler bozulabilirler. Yani, dış kuvvetlerin uygulanması halinde, bir cismin şeklinin veya büyüklüğünün (veya bunların her ikisinin) değişmesi mümkündür. Gerçi bu değişimler olurken, cismin içindeki iç kuvvetler, bozulmaya karşı direnç gösterirler.

Katıların bozulmasını zor ve zorlanma kavramlarından yararlanarak açıklayacağız. **Zor**, bozulmaya sebep olan kuvvetle orantılı bir niceliktir. Daha açık olarak, zor, cismin üzerine birim kesit başına etki eden dış kuvvetir. **Zorlanma** ise bozulmanın derecesinin bir ölçüsüdür. Yeteri kadar küçük zorlar için; zorlanmanın, zorla doğru orantılı olduğu ve orantı sabitinin bozulan maddenin cinsine ve bozulmanın yapısına bağlı olduğu görülür. Bu orantı sabitini **esneklik sabiti** (veya **esneklik modülü**) olarak adlandıracağız. Böylece, esneklik sabiti, zorun zorlanmaya oranı olarak,

$$\text{Esneklik modülü} \equiv \frac{\text{Zor}}{\text{Zorlanma}} \tag{12.5}$$

şeklinde ifade edilir. Gerçek anlamda, bu; katı bir cisme ne yapıldığının (bir kuvvet uygulandı) ve o cismin buna nasıl tepki verdiğinin (bir miktar bozulur) karşılaştırılmasıdır.



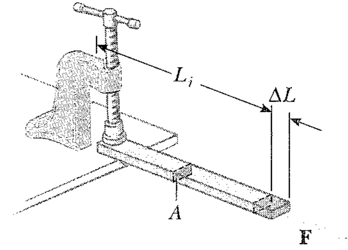
Yüklü bir kemer yapısının plastik modeli. Zor deseni, zorun en büyük olduğu bölgelerde elde edilmiştir. Böyle modeller, mimari yapıların planlanmasına yararlı olmaktadır. (*Peter Aprhamian/ Sharples Stress Engineers Ltd./ Science Photo Library*).

Bozulmanın üç değişik şeklini göz önüne alacağız ve bunların her biri için bir esneklik modülünü tanımlayacağız:

1. Katının, uzunluğundaki bir değişime karşı gösterdiği direncin bir ölçüsü olana **"Young sabiti" (Young modülü)**.
2. Katının, atomik düzlemlerinin birbiri üzerinde kayması şeklinde ortaya çıkan harekete karşı gösterdiği direncin bir ölçüsü olan **"kesme sabiti" (makaslama modülü)**.
3. Katıların veya sıvıların, hacimlerinde meydan gelecek değişime karşı gösterdikleri direncin bir ölçüsü olan **hacim (bulk) modülü**.

Young Modülü: Uzunlukta Esneklik

Kesitinin alanı A olan L_i uzunluğundaki bir çubuğun, Şekil 12.13 'de gösterildiği gibi, bir ucundan mengeneyle tutturulduğunu düşünün. Çubuk boyunca, kesitine dik olacak şekilde, bir F dış kuvveti uygulandığında, çubuğun içindeki iç kuvvetler uzunluk değişimine karşı koymaya çalışır. Sonuçta, çubuk bir dengeye ulaşır. Denge durumunda, çubuğun uzunluğu L_i 'den daha büyük bir L_{son} uzunluğuna ulaşmış ve dış kuvvet, iç kuvvetler tarafından tam olarak dengelenmiştir. Böyle bir durum için, çubuğun zor etkisinde olduğu söylenir. Dış kuvvetin F büyüklüğünün çubuğun A kesit alanına oranı olarak, **gerilme zorunu** tanımlarız. Bu durumda **gerilme zorlaması** çubuğun uzunluğundaki ΔL değişiminin, çubuğun ilk uzunluğu olan L_i 'a oranı olarak tanımlanır ve böylece boyutsuz bir nicelik elde edilmiş olur. Şimdi artık **Young modülünü** tanımlamak için (12.5) eşitliğini kullanabiliriz:



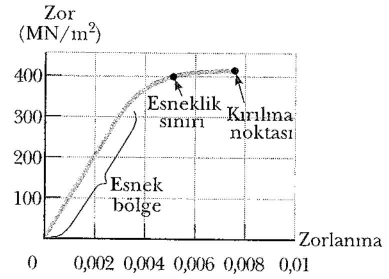
Şekil 12.13 Bir ucu mengeneye tutturulmuş uzun bir çubuk, **F** kuvvetinin etkisi altında ΔL kadar uzatılmaktadır.

$$Y = \frac{\text{gerilme zoru}}{\text{gerilme zorlanması}} = \frac{F/A}{\Delta L/L_i} \quad \textbf{(12.6)}$$

Young modülü

Bu nicelik, genellikle, gerilme veya sıkıştırılma sonucu zor etkisi altında bırakılan bir çubuk veya teli karakterize etmek için kullanılır. Zorlanma boyutsuz bir nicelik olduğundan, Y, birim alan başına kuvvet birimine sahiptir. Bazı maddelerin Young sabitleri, Tablo 12.1 'de verilmiştir. Deneyler, (a) uygulanan sabit bir kuvvetin etkisi altında uzunlukla meydana gelen değişmenin, başlangıç uzunluğuyla orantılı olduğunu, (b) verilen bir zorlanmayı meydana getirmek için gerekli kuvvetin, kesit alanıyla orantılı olduğunu göstermektedir. Bu gözlemlerin her ikisi, (12.6) eşitliğiyle uyuşmaktadır.

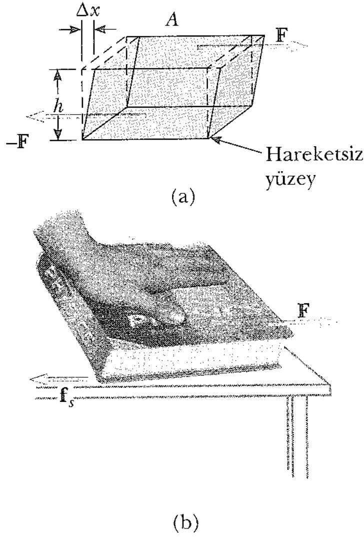
Bir cismin **esneklik sınırı**, o cisim kalıcı olarak bozulana kadar cisme uygulanabilen en büyük zor olarak tanımlanır. Yeteri kadar büyük bir zor ugulanarak bir cismin esneklik sınırını geçmek mümkündür (bak şekil 12.14). Başlangıçta, zor-zorlanma eğrisi doğru bir çizgidir. Halbuki zor yeteri kadar artırılır-



Şekil 12.14 Esnek bir katıda zorun zorlanmaya bağlı olarak değişimi

TABLO 12.1 Esneklik Sabitleri

Cisim	Young Modülü (N/m^2)	Kesme Modülü (N/m^2)	Hacım (Bulk) Modülü (N/m^2)
Aluminyum	7×10^{10}	$2{,}5 \times 10^{10}$	7×10^{10}
Prinç	$9{,}1 \times 10^{10}$	$3{,}5 \times 10^{10}$	$6{,}1 \times 10^{10}$
Bakır	11×10^{10}	$4{,}2 \times 10^{10}$	14×10^{10}
Çelik	20×10^{10}	$8{,}4 \times 10^{10}$	16×10^{10}
Tungsten	35×10^{10}	14×10^{10}	20×10^{10}
Cam	$6{,}5 - 7{,}8 \times 10^{10}$	$2{,}6 - 3{,}2 \times 10^{10}$	$5 - 5{,}5 \times 10^{10}$
Kuartz	$5{,}6 \times 10^{10}$	$2{,}6 \times 10^{10}$	$2{,}7 \times 10^{10}$
Su	—	—	$0{,}21 \times 10^{10}$
Cıva	—	—	$2{,}8 \times 10^{10}$



Şekil 12.15 (a) Paralel iki yüzüne aynı büyüklükte fakat zıt yönlerde iki kuvvet uygulanan diktörtgenler prizması şeklindeki bir kitapta meydana gelen kesme bozulması. (b) Kesme zoru altındaki bir kitap.

sa, eğri artık doğru şeklini yitirir. Zor esneklik sınırını geçtiğinde, cisim giderek aşırı derecede bozulur ve artık zor ortadan kalktıktan sonra bile başlangıçtaki şekline geri dönemez. Bunun sonucu olarak ta, cismin şekli kalıcı olarak değişir. Zor daha fazla artırıldığında, cisim eninde sonunda kopar.

Sınama Sorusu 12.3

Zor-zorlanma eğrisi Şekil 12.14 'de verilen esnek cismin Young modülü nedir?

Sınama Sorusu 12.4

Kırılmadan esneklik sınırının ötesinde de zorlanabilen bir maddenin "yumuşak" olduğu söylenir. Esneklik sınırı aşılır aşılmaz kırılan bir maddenin "kırılgan" olduğu söylenir. Şekil 12.14 'deki maddeyi hangi sınıfa sokabilirsiniz?

Kesme Modülü: Şeklin Esnekliği

Cismin bir yüzü f_s sürtünme kuvveti tarafından sabit bir konumda tutulurken, öteki yüzüne, yüzeye teğet bir **F** kuvveti uygulandığında, bozulmanın bir başka şekli ortaya çıkar (Şekil 12.15a). Cisim başlangıçta dikdörtgenler prizması şeklinde bir bloksa, kesme zoru, onun şeklini ara kesiti paralelkenar olan bir yapıya dönüştürür. Bu durumun doğmasına sebep olan zora **kesme (makaslama) zoru** denir. Bir kitabın Şekil 12.15b 'de gösterildiği gibi bir yüzüne bastırılarak itilmesi, kesme zoru altındaki cisimlere iyi bir örnektir. Küçük yerdeğiştirmeler için bu bozulma sonucunda cismin hacmi değişmez.

Kesme zorunun uygulandığı yüzeyin alanı A ise, **kesme zoru**, teğet F kuvvetinin yüzeyin alanına oranı olarak F/A şeklinde tanımlanır. **Kesme zorlanması** ise $\Delta x/h$ oranı olarak tanımlanır. Burada Δx, kesilen yüzün uygulanan kuvvet doğrultusundaki yerdeğiştirmesi, h ise cismin yüksekliğidir. Bu büyüklükler cinsinden, **kesme modülü**,

Kesme modülü

$$S = \frac{\text{kesme zoru}}{\text{kesme zorlanması}} = \frac{F/A}{\Delta x/h} \qquad \textbf{(12.7)}$$

olur. Bazı maddelerin kesme modüllerii Tablo 12.1 'de verilmektedir. Kesme modülünün birimi, birim alan başına kuvvettir.

Bulk Modülü: Hacim Esnekliği

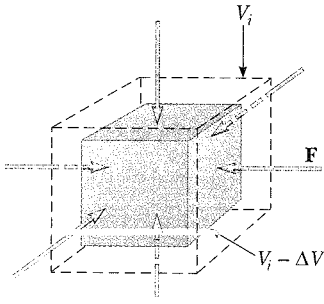
Son olarak, düzenli bir şekilde sıkıştırılan bir cismin buna karşı koyma özelliğini ifade etmek için hacim modülünü tanımlayalım. Bir cisme etki eden dış kuvvetlerin, cismin bütün yüzlerine dik açılarda etki ettiğini ve bütün yüzlere düzgün olarak dağıldığını kabul edelim (Şekil 12.16). 15. Bölümde göreceğimiz gibi, kuvvetlerin bu şekilde düzgün olarak dağılması bir cismin bir akışkan içindeyken oluşur. Bu yapıdaki bir bozulmaya uğrayan cismin hacmi değişir fakat şekli aynı kalır. **Hacim zoru**, yüzeye dik olan F kuvvetinin büyüklüğünün, yüzeyin A alanına oranı olarak tanımlanır. $P = F/A$ niceliğine **basınç** denir. Eğer bir cismin üzerindeki basınç $\Delta P = \Delta F/A$ değeri kadar değişirse, o zaman cisim ΔV hacim değişimine uğrayacaktır. **Hacim zorlanması**, hacimdeki ΔV değişiminin başlangıçtaki V_i hacmine bölümüne eşittir. Böylece, (12.5) eşitliğinden, hacimdeki (bulk) küçülmeyi, **bulk modülü** olarak,

Ev Deneyi

Ders kitabımızın yaprakları için kesme sabitini ölçmeyi deneyiniz. Kitabın kalınlığının modül değerlerine herhangi bir etkisi varmı dır?

Hacim modülü

$$B \equiv \frac{\text{hacim zoru}}{\text{hacim zorlanması}} = -\frac{F/A}{\Delta V/V_i} = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_i} \qquad \textbf{(12.8)}$$



Şekil 12.16 Bir katı düzgün basınç altında kaldığında, onun hacmi değişir fakat şekli değişmez. Bu küb, yüzlere dik kuvvetler tarafından bütün yüzlerinden sıkılmaktadır.

şeklinde tanımlarız. Bu tanım ifadesindeki eksi işareti B'nin artı işaretli bir sayı olmasını sağlamak için konulmuştur. Çünkü, basınçtaki bir artma (artı ΔP), hacmin küçülmesine (eksi ΔV'ye) sebep olur. Basınç küçülürse (eksi ΔP), hacim büyür (artı ΔV).

Tablo 12.1 'de bazı maddelerin hacim modülleri verilmektedir. Bu tablodaki değerlere başka bir kaynaktan bakarsanız, zaman zaman hacim (bulk) modüllerinin tersinin listelendiğini göreceksiniz. Bulk modülünün tersine, maddenin **sıkışabilirliği** denir.

Tablo 12.1 'den, katıların ve sıvıların her ikisininde bulk modülüne sahip oldukları görülür. Bunun yanında, sıvılar için kesme modül ve Young modülü yoktur. Çünkü bir sıvıya kesme zoru veya germe zoru uygulanamaz (o gerçek bir akışkandır).

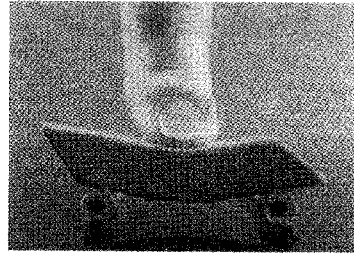
Sıkıştırılmış Beton

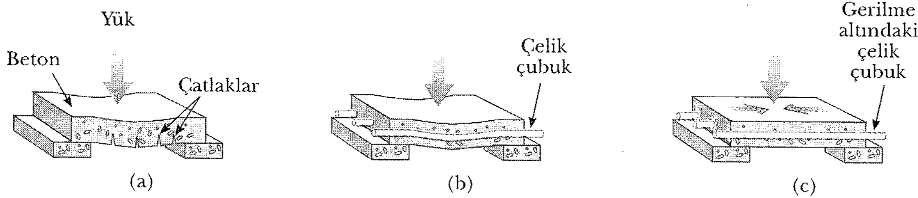
Katı bir cisme uygulanan zor belirli bir değeri geçerse, cisim kırılacaktır. Kırılma olmadan uygulanabilecek en büyük zor değeri maddenin yapısına ve uygulanan zorun tipine bağlıdır. Örnek olarak beton, 2×10^6 N/m^2 cıvarında bir gerilme 20×10^6 N/m^2 'lik bir sıkışma ve 2×10^6 N/m^2 'lik bir kesme dayanıklılığına sahiptir. Uygulanan zor bu değerleri geçerse, beton çatlar. Gerçek hayatta, beton yapılardaki kırılmaları önlemek için kullanılan bir çok emniyet tedbiri vardır.

Beton, ince kesitli olacak şekilde döküldüğünde normal olarak çok kırılgandır. Bu yüzden, beton dilimleri Şekil 12.17a 'da gösterildiği gibi, desteklenmemiş olan kısımlarından bel verme ve çatlama eğilimindedirler. Beton diliminin içinde, Şekil 12.17b 'deki gibi, dayanıklılığı artırıcı çelikten çubuklar kullanılabilir. Betonun sıkışmaya karşı, gerilmeye karşı olduğundan çok daha fazla dayanıklı olduğunu hatırlayınız. Bu sebepten, sıkışma etkisi altında bulunan, betondan yapılmış düşey sütunlar çok ağır yükleri taşıyabildiği halde; yatay kirişler, kesme dayanıklılıklarının daha küçük olması yüzünden, bel verir ve çatlarlar. Kesme dayanıklılığı, Şekil 12.17c 'de olduğu gibi, dayanıklılığı artırıcı çelik çubuklar kullanılarakta manalı şekilde artırılabilir. Beton dökülürken, çelik çubuklar dış kuvvetlerin etkisi altında gerilmiş vaziyette tutulur. Be-

Ev Deneyi

En az 3 cm uzaklıktaki parelel iki kurşun kalemin üzerine yeni düzgün bir silgiyi koyun. Silginin üst yüzeyinin ortasına, silginin üst yüzü yeteri kadar eğilecek şekilde bastırın. Üst yüzey gerilme mi, yoksa sıkışma durumunda mıdır? Alt yüzey için ne söylenebilir? Uçları destekler üzerine konan beton bir plaka niçin alt yüzünden çatlama eğilimindedir de üst yüzünden çatlama eğiliminde değildir?





Şekil 12.17 (a) Dayanıklılığı artırılmamış bir beton dilimi ağır bir yük altında çatlama eğilimindedir. (b) Beton dilimin dayanıklılığı, çelik çubuklar kullanılarak artırılır. (c) Betonun içindeki çelik çubuklar gerilmiş vaziyette bırakılarak, dilimin dayanıklılığı daha da artırılır.

ton sertleştikten sonra dış kuvvetler kaldırılır fakat çelikteki gerilme aynı kalır. Bu ise, betonun sıkıştırma zorunun etkisi altında kalması demektir. Böylece, beton dilim çok daha ağır bir yükü taşıyabilecek duruma gelir.

ÖRNEK 12.6 Sahne Tasarımı

Sahnede sallanan bir göstericiyi taşımakta kullanılan halatı incelediğimiz Örnek 8.10 'u hatırlayın. Halattaki gerilme 940 N 'du. Eğer halatın bu şartları altında 0,5 cm 'den daha fazla uzamamasını istersek, 10 m uzunluğundaki çelik telin çapı ne olmalıdır?

Çözüm Young modülünün tanımından, gerekli kesit alanını bulabiliriz. Kesitin çember şeklinde olduğunu kabul ederek, telin çapını tayin edebiliriz. 12.6 'eşitliğinden,

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L_i}$$

$$A = \frac{FL_i}{Y\Delta L} = \frac{(940\text{N})(10\text{m})}{(20\times10^{10}\text{N/m}^2)(0{,}005\text{m})} = 9{,}4\times10^{-6}\text{m}^2$$

bulunur. Telin yarıçapı $A = \pi r^2$ 'den bulunabilir:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} = \sqrt{\frac{9{,}4\times10^{-6}\text{ m}^2}{\pi}} = 1{,}7\times10^{-3}\text{m} = 1{,}7\text{ mm}$$

$$d = 2r = 2(1{,}7\text{ mm}) = 3{,}4\text{ mm}$$

bulunur. Daha geniş bir güvenlik aralığı sağlayabilmek için, muhtemelen toplam kesit alanı bizim hesapladığımız değerden daha büyük olan ve daha ince birçok telden oluşan daha esnek bir kablo kullanırız.

ÖRNEK 12.7 Pirinçten Bir Kürenin Büzülmesi

Katı pirinçten bir küre başlangıçta havayla çevrelidir ve üzerine etki eden hava basıncı 1×10^5 N/m^2 'dir (normal atmosfer basıncı). Havada 0,5 m^3 hacmindeki içi dolu kurşun bir küre okyanusta suyun basıncının 2×10^7 N/m^2 olduğu derinliğe indiriliyor. Kürenin hacmindeki değişmeyi bulunuz.

Çözüm Bulk (hacim) modülü tanımından,

$$B = -\frac{\Delta P}{\Delta V/V_i}$$

veya

$$\Delta V = -\frac{V_i\Delta P}{B}$$

yazılır. Son durumdaki basınç, başlangıçtaki basınçtan çok daha büyük olduğundan, başlangıçtaki basıncı ihmal edebilir ve $\Delta P = P_{son} - P_i \approx P_{son} = 2\times10^7$ N/m^2 olduğunu söyleyebiliriz. Böylece

$$\Delta V = -\frac{(0{,}5\text{ m}^3)(2\times10^7\text{ N/m}^2)}{6{,}1\times10^9\text{ N/m}^2} = -1{,}6\times10^{-3}\text{ m}^3$$

elde edilir. Bu ifadedeki eksi işareti hacmin küçüldüğünü göstermektedir.

ÖZET

Katı bir cisim, ancak ve ancak **Üzerine etki eden bileşke dış kuvvet sıfır ve üzerindeki bileşke dış tork herhangi bir eksene göre sıfır olduğunda** dengededir:

$$\sum F = 0 \quad \textbf{(12.1)}$$

$$\sum \tau = 0 \quad \textbf{(12.2)}$$

olmalıdır. İlk şart, öteleme dengesi, ikincisi ise dönme dengesi şartıdır. Bu iki eşitlik, çok çeşitli problemi analiz etme olanağı verir. Kuvvetleri şüpheye yer vermeyecek şekilde belirttiğimizden emin olmak için; serbest cisim diyagramı oluşturulur ve ondan sonra 12.1 ve 12.2 eşitlikleri uygulanarak bilinmeyenler çözülür.

Bir cisim üzerine etki eden yerçekimi kuvveti, **ağırlık merkezi** olarak adlandırılan tek bir noktaya etki eden bir kuvvet olarak düşünülebilir.

Cisim düzgün bir yerçekimi alanı içindeyse, bu cismin ağırlık merkezi, kütle merkeziyle çakışır.

Bir katının esneklik özellikleri zor ve zorlanma kavramları kullanılarak ifade edilebilir. **Zor**, bozulmayı meydana getiren kuvvetle orantılı bir niceliktir. **Zorlanma** ise, bozulma derecesenin bir ölçüsüdür. Zor, zorlanmayla doğru orantılıdır ve orantı katsayısı, **esneklik modülü**dür:

$$\text{Esneklik modülü} \equiv \frac{\text{Zor}}{\text{Zorlanma}} \qquad \textbf{(12.5)}$$

Yaygın olarak üç değişik bozulma şekli vardır. Bunlar: (1) Yük altındaki bir cismin uzamaya karşı gösterdiği direnç, Y ,**Young modülü** ile ölçülür, (2) Katıdaki atomik düzlemlerin birbiri üzerinde kaymasına karşı, katının gösterdiği direnç S, **kesme modülü** ile (3) Bir katının (veya sıvının) hacim değişimine karşı gösterdiği direnç, B, **bulk modülü** ile karakterize edilir.

SORULAR

1. Üzerine sadece bir dış kuvvet etki eden cisim dengede olabilir mi? Açıklayınız.
2. Hareket halindeki bir cisim dengede olabilir mi? Açıklayınız.
3. Aşağıdaki düzgün cisimlerin ağırlık merkezlerini gösteriniz: (a) küre, (b) küb, (c) silindir.
4. Bir cismin ağırlık merezi, onun dışında olabilir. Buna birkaç örnek veriniz.
5. Belirli bir geometrik şekle sahip olmayan bir kontraplak parçası, bir çekiç, bir çivi ve bir şâkül ile birlikte veriliyor. Kontraplağın ağırlık merkezini bulmak için bu araçları nasıl kullanabilirsiniz?
6. Bir sandalyenin tek ayağı üzerinde dengede durabilmesi için, sandalyenin ağırlık merkezi nerede olmalıdır?
7. Cisme etki eden tek tork, onu saat yönünde döndürürse, bu cisim dengede olabilir mi?
8. Biri yüksek biri alçak eşit kütleli iki sandık, eğik düzlem üzerinde yanyana durmaktadır (birbirine değmeden). Eğik düzlemin açısı büyütülürken hangi sandık önce yuvarlanır? Açıklayınız.
9. Ağır bir cismi kaldırırken; niçin sırtınızı mümkün olduğu kadar düzgün tutmanız, cismin üzerine eğilerek belden kaldırma yerine dizden kaldırmanız tavsiye edilmektedir?
10. Bileşkesi sıfır olacak şekilde üzerine çok sayıda kuvvet etki eden, fakat dengede olmayan sistemlere örnekler veriniz.
11. Bir sistem üzerindeki net torku ve net kuvveti sıfır olarak ölçerseniz; (a) sistem hala size göre dönebilir mi? (b) Size göre öteleme hareketi yapılabilir mi?
12. Bir merdiven duvara dayalı olarak duruyor. Tabanın sürtünmesiz fakat duvarın pürüzlü olduğu veya tabanın pürüzlü fakat duvarın düz olduğu söylendiyse, merdivene tırmanmaya kalkışır mısınız? Cevabınızı doğrulayınız.
13. Peltemsi bir yapıya sahip küp şeklindeki bir madde sallanırsa, hangi çeşit bozulma gözlenir?
14. Eski Yunan tapınaklarının kalıntılarında düşey sütunlar bozulmadan kaldığı halde, yatay taş bloklardan ancak birkaçı yerinde durmaktadır. Bunun niçin böyle olduğunu açıklayabilir misiniz?

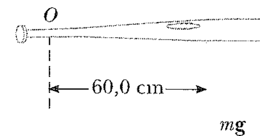
PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

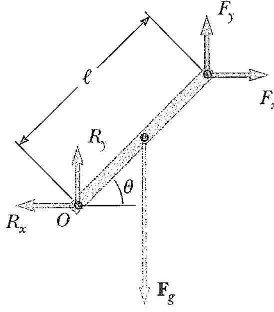
Kesim 12.1 Denge Şartları

1. Bir beyzbol oyuncusu 36 onz 'luk (= 10N) beyzbol sopasını, Şekil P12.1'deki O noktasından bir eliyle tutmaktadır. Beyzbol sopası dengededir. Sopanın ağırlığı O 'dan sağa doğru 60 cm uzaktan etki etmektedir. Oyuncu tarafından sopaya uygulanan kuvveti ve bu kuvvetin dönme momentini (torkunu) bulunuz.



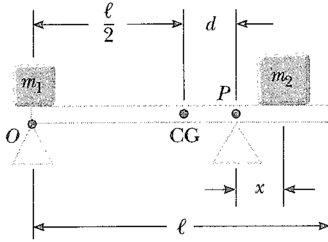
Şekil P12.1

2. Şekil P12.2 'deki cisim için dengenin gerek şartlarını yazınız. Dönme momentini O noktasına göre alınız.



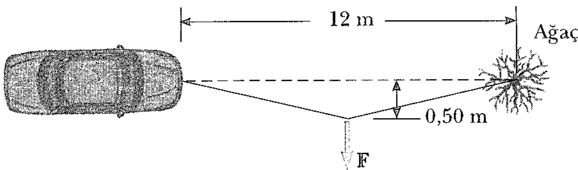
Şekil P12.2

WEB 3. m_b kütleli ve ℓ uzunluğundaki düzgün bir kalasın üzerinde m_1 ve m_2 kütleli cisimler Şekil P12.3 'te gösterilen yerlerde bulunmaktadır. Kalas, iki desteğin üzerindedir. O noktasında uygulanan normal kuvvet sıfır olacak şekilde, kalasın P noktasında dengede olabilmesi için x'in değeri ne olmalıdır?



Şekil P12.3

4. Bir öğrenci otomobilini kar yığınına saplamıştır. Fizik eğitimi gördüğü için de şaşırıp kalmamış ve kalın bir ipin bir ucunu araca öteki ucunu da yanındaki bir ağacın gövdesine bağlamıştır. Halat gevşektir. Öğrenci, bundan sonra, halatın ortasına araç–ağaç doğrultusuna dik olacak şekilde, Şekil P12.4'te gösterildiği gibi, bir **F** kuvveti uygulamaktadır. Halat uzamadığına ve uygulanan kuvvetin büyüklüğü 500 N olduğuna göre, otomobile etki eden kuvveti bulunuz (Denge şartlarını düşününüz).

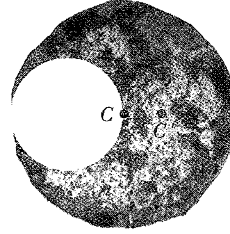


Şekil P12.4

Kesim 12.2 Ağırlık Merkezi

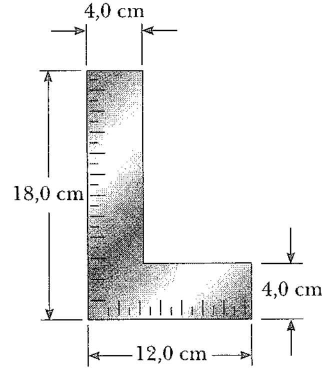
5. 3 kg kütleli bir parçacık x– ekseni üzerindeki $x = -5$ m konumuna ve 4 kg kütleli bir parçacık ise $x = 3$ m konumuna yerleştiriliyor. İki parçacıktan oluşan bu sistemin ağırlık (kütle çekimi) merkezini bulunuz.

6. R yarıçaplı dairesel bir pizzanın, Şekil P12.6 'da gösterildiği gibi, bir kenarından $R/2$ yarı çaplı dairesel bir parça kesiliyor. Bu durumda ağırlık merkezinin x ekseni boyunca C'den C' 'ne kayacağı açıktır. C'den C' 'ne olan uzaklığın $R/6$ 'ya eşit olduğunu gösteriniz. (Pizzanın kalınlık ve yoğunluğunun heryerde aynı olduğunu varsayınız).



Şekil P12.6

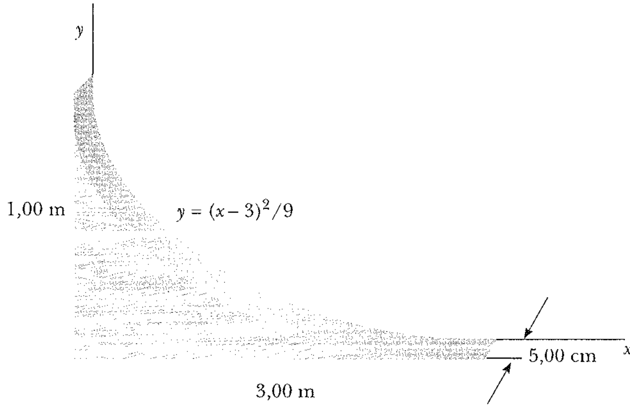
7. Marangozlar dik açıları, Şekil P12.7 'de gösterilen "L" şeklindeki bir araçla işaretlerler. Bu aracın ağırlık merkezini bulunuz.



Şekil P12.7

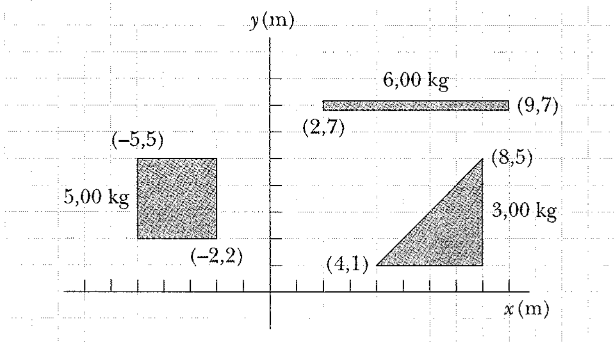
8. Pat, model arabası için ahşap dışına Şekil P12.8 'de gösterildiği gibi bir iz yapıyor. İz 5 cm genişliğindedir. 1 m yüksekliğinde, 3 m uzunluğunda ve katıdır. Pist $y = (x-3)^2/9$ eşitliği ile verilen parabol şeklinde kesiliyor. Bu izin ağırlık merkezinin yatay konumunu bulunuz.

WEB 9. Aşağıdaki kütle dağılımlarını düşününüz. (0, 0) 'da 5 kg, (0, 4) 'de 3 kg ve (3, 0) 'da 4 kg Burada yer koordinatları metre cinsinden verilmektedir. Dört kütleden oluşan sistemin ağırlık merkezi (0, 0) noktasında olacak şekilde, 8 kg kütlesindeki dördüncü cisimin nereye konulması gerektiğini bulunuz.



Şekil P12.8

10. Şekil P12.10 da; biri çubuk, biri dik üçgen ve biri kare şeklinde düzgün üç cisim görülüyor. Bunların kütlesi kilogram, koordinatları ise metre cinsinden verilmiştir. Üç cisimden oluşan bu sistemin ağırlık merkezini bulunuz.

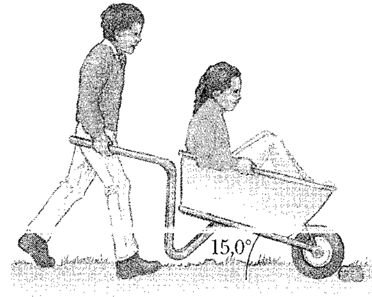


Şekil P12.10

Kesim 12.3 Statik Dengedeki Katı Cisimlere Örnekler

11. Stephen kız kardeşini elarabası ile gezdirirken 8 cm yüksekliğindeki bir biriket tarafından durduruluyor (Şekil P12.11). Bu durumda elleri yatayla 15° 'lik bir açı yapmaktadır. 20 cm yarıçapındaki tekere aşağıya doğru 400 N büyüklüğünde bir kuvvet etki etmektedir. (a) Stephen'in tekeri biriketten atlatabilmesi için kolu boyunca ne kadarlık bir kuvvet uygulaması gerekir? (b) Teker biriketin üzerine tam çıkacağı zaman biriketin tekere uyguladığı kuvvet (büyüklük ve yön olarak) nedir? (a) ve (b) 'nin her ikisinde de biriketin hareketsiz kaldığını ve kaymadığını farzediniz.

12. Bir terazinin iki kefesi birbirinden 50 cm uzaklıktadır. Terazinin kefelerini taşıyan destek sahtekar bir satıcı tarafından merkezden 1 cm kaydırılmıştır. Satıcı tarafından ayarlanan bu teraziyle tartılan şeylerin yüzde kaçı gerçek ağırlıktır? (Terazinin kütlesini ihmal idiniz).

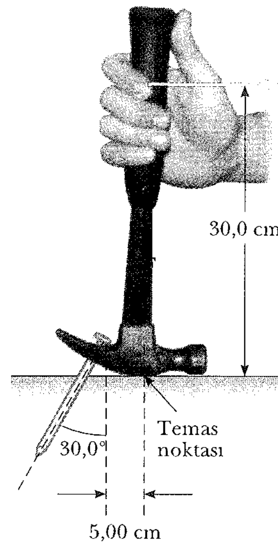


Şekil P12.13

13. Düzgün yoğunluklu, 15 m uzunluğunda ve 500N ağırlığında bir merdiven yatayla 60° 'lik bir açı yapacak şekilde sürtünmesiz düşey bir duvara dayalı olarak durmaktadır. (a) 800 N 'luk bir itfaiyeci yerden 4 m yükseklikteyken merdivenin alt ucuna yerin uyguladığı yatay ve düşey kuvvetleri bulun. (b) İtfaiyeci, 9 m yükseklikteyken merdiven kaymaya başlarsa, merdiven ve yer arasındaki statik sürtünme katsayısı ne olur?

14. L uzunluğunda ve m_1 kütleli düzgün bir merdiven sürtünmesiz bir duvara dayalıdır. Merdiven yatayla θ açısı yapmaktadır. (a) m_2 kütleli bir itfaiyeci yerden x– uzaklıktayken merdivenin alt ucuna yerin uyguladığı yatay ve düşey kuvvetleri bulun. (b) İtfaiyeci, d– yüksekliğindeyken merdiven kaymaya başlarsa, merdiven ve yer arasındaki statik sürtünme katsayısı ne olur?

15. Şekil P12.15, yatay bir yüzeyden çivi çeken keseri gösteriyor. Yatay olarak belirtildiği gibi 150 N 'luk bir kuvvet uygulandığında: (a) çiviye değdiği noktada keserin çiviye uyguladığı kuvveti, (b) denge noktasında yüzeyin kesere uyguladığı kuvveti bulunuz. Keserin çiviye uyguladığı kuvveti çiviye paralel alınız.



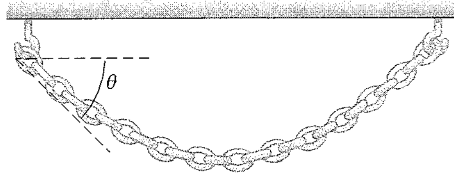
Şekil P12.15

16. 6 m uzunluğunda ve 30 kg kütleli düzgün bir kalas bir yapı iskelesinin iki yatay çubuğu üzerinde yatay olarak durmaktadır. Çubuklar yapı iskelesinin bir ucundan 4,50 m ve 1,50 m uzaklıktaki konumlardadırlar. Kalas için serbest cisim diyagramını çiziniz. 70 kg kütleli bir boyacının, denge bozulana kadar kalasın üzerinde yürüyebileceği uzaklığı bulunuz.

17. 1500 kg kütleli bir otomobilin tekerlekleri (akisleri) arasındaki uzaklık 3 m 'dir. Otomobilin kütle merkezi, onu ikiye ayıran çizgi üzerinde ön akisten 1,2 m uzaklıktadır. Dört tekerin her birine yer tarafından uygulanan kuvveti bulunuz.

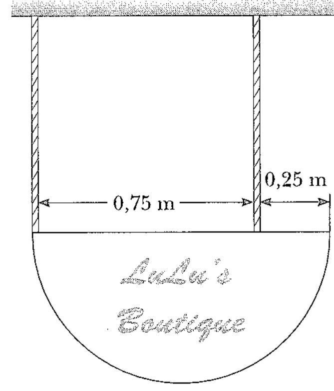
18. Düşey olarak asılmış kare şekilli bir ilan 10 m yüksekliğindedir. Onun alt ucu yerden 1,50 m yükseklikte, yani kare şeklinde fakat biraz bozulmuş. Sağa doğru 5,50 N 'luk bir kuvvet, ilanın üst ucuna etki etmektedir. Tutturucu destek ilanın dengeden kalmasın sağlıyor. Tutturucunun sağ-üst kenarında ilana uyguladğı kuvveti bulunuz. Desteğin sol alt yandan ilana uyguladığı kuvveti bulunuz.

19. 40 N ağırlığındaki bir zincir, aynı yükseklikte bulunan iki çengel arasında sarkmaktadır (Şekil P12.19). Zincire her iki çengelde de çizilen teğetler, yatayla $\theta = 42°$ 'lik açılar yapmaktadır. (a) Her çengelde zincire uygulanan kuvvetin büyüklüğünü bulunuz. (b) Zincirin orta noktasındaki gerilmeyi bulunuz. (*İpucu:* (b) şıkkında, zincirin yarısı için serbest-cisim diyagramı çizin.)



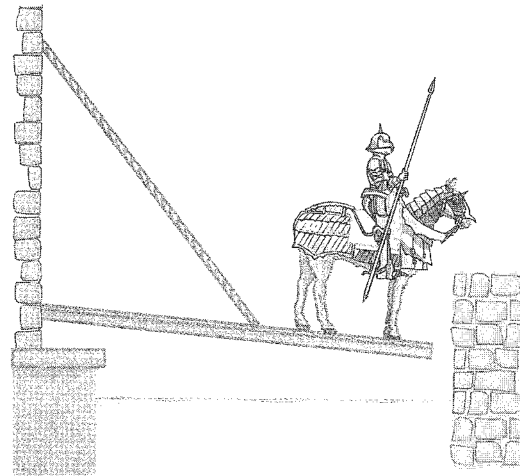
Şekil P12.19

20. Düzgün yoğunluklu ve 1 m çapında yarıküre şeklindeki bir tabela, Şekil P12.20 'de gösterildiği gibi, iki telle asılmıştır. Her bir telde tabelanın ağırlığının kaçta kaçı taşınır?



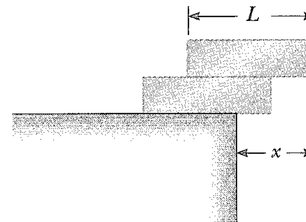
Şekil P12.20

21. Sör Lost-a-Lot, zırhını giymiş ve atına binerek sevgilisi ve ejderha arasındaki konuşmaları dinlemek amacıyla macera olsun diye kaleden çıkar (Şekil P12.21). Ne yazık ki onun şövalye silahları köprünün taşıyabileceğinin üstünde olduğundan, köprünün eğilmesi ancak yatayın 20° aşağısında durur. Lost-a-Lot ve atı, ikisinin birden ağırlık merkezi köprünün ucundan 1 m uzakta olduğunda durur. Köprü 8 m uzunluğunda ve 2000 kg kütlelidir. Taşıyıcı kablo köprüye duvardan 5 m uzaklıkta ve duvara köprüden 12 m yukarıda bağlıdır. Lost-a-Lot'un silahları ve zırhıyla birlikte kütlesi 1000 kg 'dır. (a) Kablodaki gerilmeyi, bağlanma noktasında köprüye etki eden (b) yatay ve (c) düşey kuvvet bileşenlerini bulunuz.



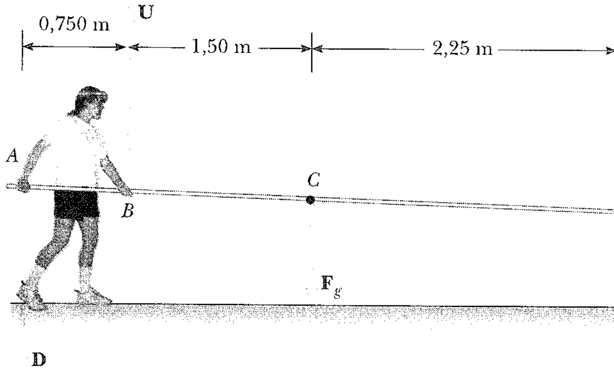
Şekil P12.21

22. L uzunluklarındaki düzgün yoğunluklu iki özdeş briket, Şekil 12.22 'deki gibi, düşmeden en büyük sarkma elde edilebilecek şekilde yatay bir düzlemin kenarında üstüste konmuştur. x uzaklığını bulunuz.



Şekil P12.22

23. Sırıkla yüksek atlama yapan bir sporcu, 29,4 N ağırlığındaki bir sırığı Şekil 12.23 'te gösterildiği gibi, sırığı kaldıran eliyle yukarıya doğru **U** kuvvetini ve öteki eliyle de aşağıya doğru **D** kuvvetini uygulayarak dengede tutmaktadır. Sırığın ağırlık merkezinin ortada olduğunu kabul ederek, **U** ve **D** 'nin büyüklüklerini bulunuz.



Şekil P12.23

Kesim 12.4 Katıların Esneklik Özellikleri

24. Kemiğin Young modülünün $1{,}50 \times 10^{10}$ N/m^2 olduğunu ve $1{,}50 \times 10^{8}$ N/m^2 'den daha büyük bir kuvvet uygulandığında kırılacağını farzedin. (a) Uyluk kemiğinin etkin çapı en az 2,50 cm ise, ona uygulanabilecek en büyük kuvvet nedir? (b) Bu büyüklükteki bir kuvvet kısalma etkisi yapacak şekilde etki ederse, 25 cm uzunluğundaki kemik ne kadar kısalır?

25. 200 kg kütleli bir cisim, 4 m uzunluğunda, kesit alanı $0{,}2 \times 10^{-4}$ m^2 ve Young modülü 8×10^{10} N/m^2 olan bir tele asılıyor. Telin uzunluğundaki artmayı bulunuz.

26. 1 mm çapındaki çelik bir tel 0,2 kN 'luk bir gerilmeye dayanabilmektedir. Bu tellerden 20 kN 'luk gerilmeye dayanabilen bir kablo yapmak isteniyor. Bu kablonun çapı hangi büyüklük mertebesinde olmalıdır?

27. Bir çocuk, tabanı kauçuk kaplı bir çift ayakkabı ile kayıyor. Her ayakkabıya etki eden sürtünme kuveti 20 N 'dur. Her ayakkabı tabanının basma alanı 14 cm^2, her tabanın kalınlığı 5 mm 'dir. Ayakkabı tabanının alt ve üst yüzleri arasındaki taşmayı bulunuz. Kauçuğun kesme modülü 3×10^{6} N/m^2 'dir.

Tarama Problemi. 30 kg kütleli bir çekiç, 20 m/s 'lik bir hızla 2,30 cm çapındaki çelik bir çiviye çarpıyor. Çekiç 0,110 s sonra 10 m/s 'lik bir hızla geri sıçrıyor. Çakılma sırasında çivideki ortalama zorlanma nedir?

29. Bakırın esneklik sınırı $1{,}5 \times 10^{8}$ N/m^2 'dir. 10 kg 'lık bir yük altında esneklik sınırı aşılmadığına göre, bakır telin çapını bulunuz.

Tarama Problemi. Kesit alanının çapı 4 mm olan 2 m uzunluğundaki silindirik çelik bir tel, bir ucu 5 kg 'lık diğer ucu 3 kg 'lık bir kütleye bağlı olacak şekilde hafif ve sürtünmesiz bir makaradan geçiriliyor. Kütleler hareket halindeyken teldeki uzamayı hesaplayınız.

Tarama Problemi. Kesit alanının çapı d olan L_i uzunluğundaki silindirik çelik bir tel, bir ucu m_1 ve diğer ucu m_2 kütleli cisimlere bağlandıktan sonra hafif ve sürtünmesiz bir makaradan geçiriliyor. Kütleler hareket halindeyken teldeki uzamayı bulunuz.

32. Su basıncının 1×10^{7} N/m^2 olduğu 1000 m derinlikteki deniz suyunun yoğunluğunu hesaplayınız. (Deniz suyunun yüzeydeki yoğunluğu 1,030 kg/m^3 'tür).

WEB **33.** Çelikteki kesme zoru $4{,}0 \times 10^{8}$ N/m^2 'yi geçerse, çelik kopar. (a) 1 cm çapında çelik bir çiviyi kesmek için, (b) Çelikten bir plakada, 1 cm çapında ve 0,5 cm derinliğinde bir boşluk açabilmek için gerekli kesme kuvvetini hesaplayınız.

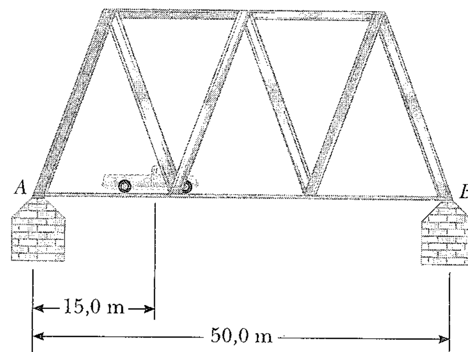
34. (a) Ucuna 380 kg kütleli bir ağırlık asıldığında 9 mm 'den daha fazla uzayamayan 18 m uzunluğundaki çelik bir telin çapının en küçük değerini bulunuz. (b) Bu çeliğin esneklik sınırı 3×10^{8} N/m^2 ise, kalıcı bozulma meydana gelir mi?

35. Su donduğunda, %9 cıvarında genişler. Otomobil motor bloğundaki su donarsa, bloğun içinde ne kadar basınç artması meydana gelir? Buzun hacim modülü 2×10^{9} N/m^2 'dir.

Tırmanma sırasındaki güvenlikleri için, dağcılar 10 mm çapında ve 50 m uzunluğunda naylon bir ip kullanırlar. Dağcı ipe 90 kg 'lık bir kuvvet uyguladığında, ip 1,6 m uzamaktadır. İpin yapıldığı maddenin Young modülünü bulunuz.

EK PROBLEMLER

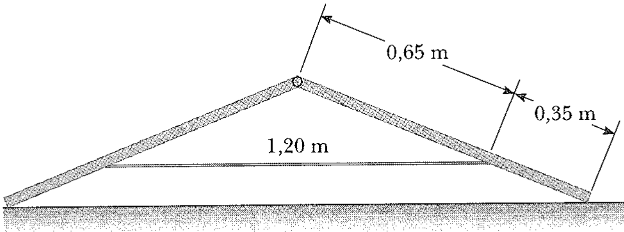
37. 50 uzunluğunda ve 8×10^{4} kg kütleli bir köprü, Şekil 12.37 'de gösterildiği gibi, iki ucundaki destekler tarafından taşınmaktadır. 3×10^{4} kg kütleli bir



Şekil P12.37

kamyon, bir uçtan 15 m uzaklıktadır. Destek noktalarında köprüye uygulanan kuvvetleri bulunuz.

38. "A" harfi şeklindeki bir çerçeve herbiri 26 N ağırlığında ve 1 m uzunluğunda düzgün iki metal parçaya sahiptir. Bu parçalar üstten vidalı 1,20 m uzunluğunda yatay bir telle birbirine bağlıdır (Şekil P12.38). Sistem sürtünmesiz bir yüzey üzerinde durgun haldedir. Tel, çerçevenin tepe noktasından 0,650 m uzaklığındaki noktalara bağlanmışsa, teldeki gerilmeyi hesaplayınız.

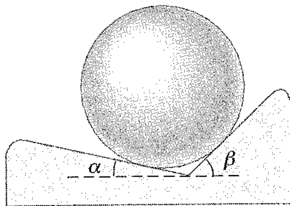


Şekil P12.38

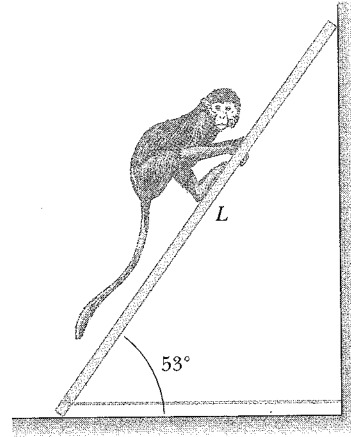
39. Şekil 12.17c 'ye bakınız. Yeniden zorlanmış gerili durumdaki beton eşik, 1,50 m uzunluğundadır. Betonun kesit alanı 50 cm^2 'dir. Betonun içinde kesit alanı 1,50 cm^2 olan gergin bir çelik çubuk bulunmaktadır. Çubuk sağlam iki uç plakaya tutturulmuş durumdadır. Betonun Young modeli 30×10^9 N/m^2 'dir. Beton sertleştikten ve çubuktaki başlangıç gerilimi olan T_1 ortadan kalktıktan sonra, beton 8×10^6 N/m^2 'lik sıkıştırıcı bir zor altında kalacaktır. (a) Çubuktaki başlangıç gerilimi ortadan kalktığında, çubuk betonu uzunlukça ne kadar sıkıştırır? (b) Çubuk bu durumda hala hangi gerilimin etkisindedir? (c) Çubuğun o anki uzunluğundan betonun zorlanmamış haldeki uzunluğu ne kadar fazladır? (d) Beton döküldüğünde, çubuk onun zorlanmamış haldeki uzunluğundan hangi gerilme uzunluğu kadar uzatılmış olmalıdır? (e) Çubuktaki gerekli başlangıç gerilmesi olan T_1 'i bulunuz.

40. R yarıçaplı ve M kütleli içi dolu bir küre, Şekil P12.40 'da gösterildiği gibi, bir kıskacın arasına yerleştirilmiştir. Kıskacın iç yüzeyi sürtünmesizdir. İki değme noktasında kıskaç tarafından küreye uygulanan kuvveti tayin ediniz.

41. 10 kg kütleli bir maymun 120 N ağırlığında ve L uzunluğundaki bir merdivene tırmanıyor (Şekil



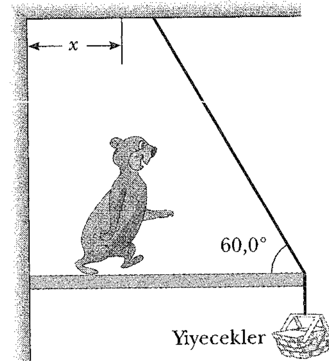
Şekil P12.40



Şekil P12.41

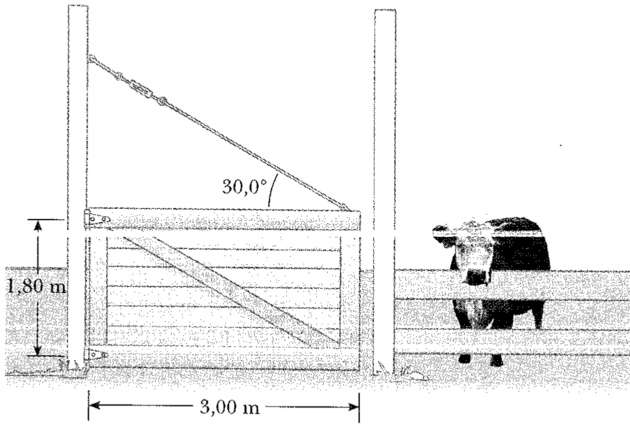
12.41). Merdivenin alt ve üst uçları sürtünmesiz yüzeyler üzerinde durgun haldedir. Merdivenin alt ucu, en fazla 110 N 'luk bir gerilmeye dayanabilen yatay bir iple duvara bağlanmıştır. (a) Merdiven için, kuvvet diyagramını çiziniz. (b) Maymun merdivenin üçte birine çıktığı anda, ipteki gerilmeyi bulunuz. (c) İp kopmadan önce maymunun merdivende ilerleyebileceği en büyük d uzunluğunu, L 'nin fonksiyonu olarak bulunuz.

42. 700 N ağırlığındaki aç bir ayı bir kalasın üzerinde, kalasın ucuna asılı "nefis yiyecekler"i almaya kalkışmadan oturmaktadır (Şekil 12.42). Kalas, düzgün 200 N ağırlığında ve 6 m uzunluğundadır. Yiyeceklerin ağırlığıysa 80 N 'dur. (a) Kalas için kuvvet diyagramını çiziniz. (b) Ayı, $x = 1$ m konumundayken, teldeki gerilmeyi ve menteşedeki tepki kuvvetinin bileşenlerini bulunuz. (c) Tel en çok 900 N 'luk bir gerilmeye dayanabildiğine göre, tel kopmadan önce, ayının yürüyebileceği en büyük x uzaklığı nedir?

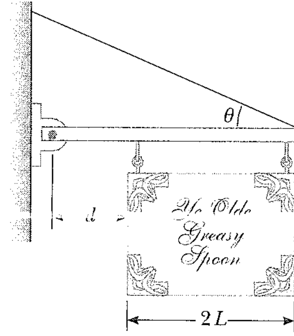


Şekil P12.42

43. Yaşlı MacDonald'ın bir çiftliği ve çiftliğinde bir kapı vardı (Şekil P12.43). 3 m genişliğinde ve 1,80 m yüksekliğindeki bu kapı üst ve alt uçtaki meteşelere



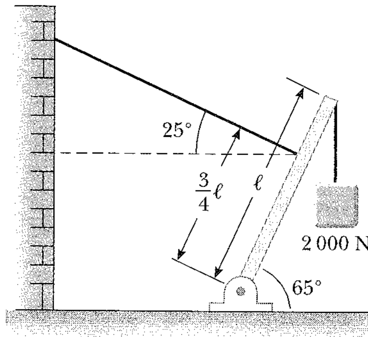
Şekil P12.43



Şekil P12.145

asılı idi. Halat tel kapının üstü ile 30° 'lik bir açı yapmakta ve 200 N 'lük gerilim verecek şekilde kurulmuş durumdadır. Kapının kütlesi 40 kg 'dır. (a) Alt menteşe tarafından kapıya uygulanan yatay kuvveti bulunuz. (b) Üst menteşe tarafından uygulanan yatay kuvveti bulunuz. (c) Her iki menteşe tarafından uygulanan toplam düşey kuvveti bulunuz. (d) Üst menteşe tarafından uygulanan yatay kuvvet sıfır olacak şekilde, halat tele ne kadar gerilme uygulanmalıdır?

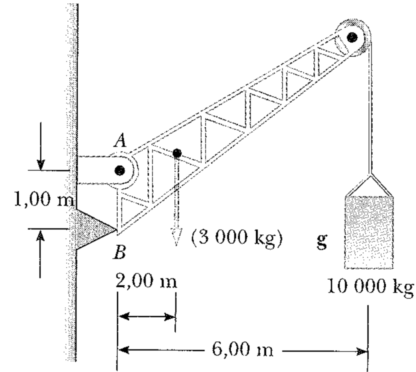
44. 1200 N ağırlığındaki düzgün bir çubuk, Şekil P12.44'de gösterildiği gibi, bir kabloyla tutulmaktadır. Çubuğun alt ucu menteşelidir ve öteki ucuna 2000 N ağırlığında bir cisim asılmıştır. Taşıyıcı kablodaki gerilmeyi ve menteşede çubuğa uygulanan tepki kuvvetinin bileşenlerini bulunuz.



Şekil P12.44

45. F_g ağırlığında ve $2L$ genişliğinde bir tabela, bir ucu duvara menteşeli öteki ucundan kabloyla yine duvara bağlı düzgün ve yatay bir kalasa asılmıştır (Şekil P12.45). (a) Kablodaki gerilmeyi bulunuz. (b) Menteşedeki tepki kuvvetinin bileşenlerini F_g, d, L ve θ 'ya bağlı olarak hesaplayınız.

46. 3000 kg kütleli bir vinç, Şekil P12.46 'da gösterildiği gibi, 10 000 kg 'lık bir ağırlığı taşımatadır. Vinç, A noktasında sürtünmesiz bir mile bağlıdır ve B 'deki sürtünmesiz bir desteğe dayalı olarak durmaktadır. A ve B 'deki tepki kuvvetlerini bulunuz.

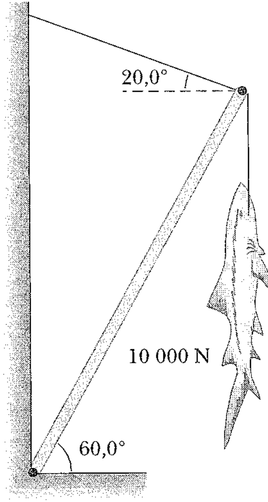


Şekil P12.46

47. L uzunluğunda ve m kütesindeki homjen bir merdiven sürtünmesiz bir duvara dayalı olarak durmakta ve yatayla 60° 'lik bir açı yapmaktadır. Merdivenin alt ucu, statik sürtünme katsayısı $\mu_s = 0{,}400$ olan düz bir yüzey üzerinde durmaktadır. $M = 2$ m kütleli bir cam silicisi bu merdivene tırmanmaya kalkışır. Merdiven kaymaya başladığında işçi merdivenin L uzunluğunun ne kadarını tırmanmış olur?

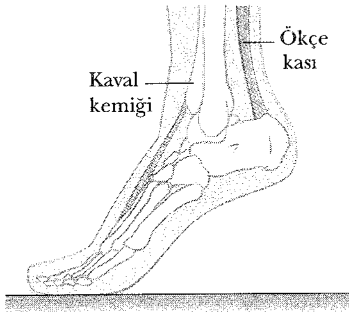
48. 200 N ağırlığındaki düzgün bir merdiven duvara dayalı olarak durmaktadır (Şekil 12.10). $\theta = 60°$ olduğunda, merdiven kaymaktadır. Duvar ve yerin statik sürtünme katsayılarının aynı olduğunu kabul ederek, μ_s statik için bir değer bulunuz.

49. 10 000 N ağırlığındaki bir köpekbalığı, alt ucu etrafında dönebilen 4 m uzunluğundaki bir çubuğun ucundan geçen kabloya asılmıştır. Sistemi Şekil P12.49 'da gösterilen durumda tutabilmek için, kablodaki gerilmeyi hesaplayınız. (Kablonun ağırlığını ihmal ediniz).

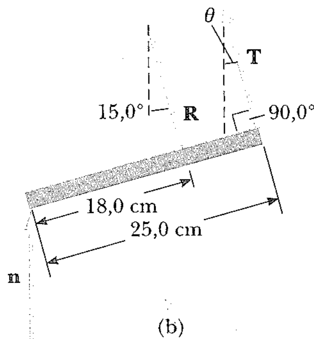


Şekil P12.49

Bir kişi ayak parmaklarının ucuna basarken (hareket halinde), ayağın durumu Şekil P12.50a 'da gösterildiği gibi olmaktadır. Toplam $\mathbf{F}_g$ ağırlığı, ayak ucuna yer tarafından uygulanan **n** kuvveti tarafından karşılanmaktadır. Ayağın durumunu gösteren mekanik model, Şekil P12.50b 'de gösterilmektedir. Şekil P12.50b 'de **T** ökçeye bağlı kastaki gerilmeyi, **R** ise kaval kemiği tarafından ayağın tabanına uygulanan kuvveti göstermektedir. F_g = 700 N olarak verildiğine göre, şekildeki büyüklükleri kullanarak T, R ve θ 'nın değerlerini bulunuz.



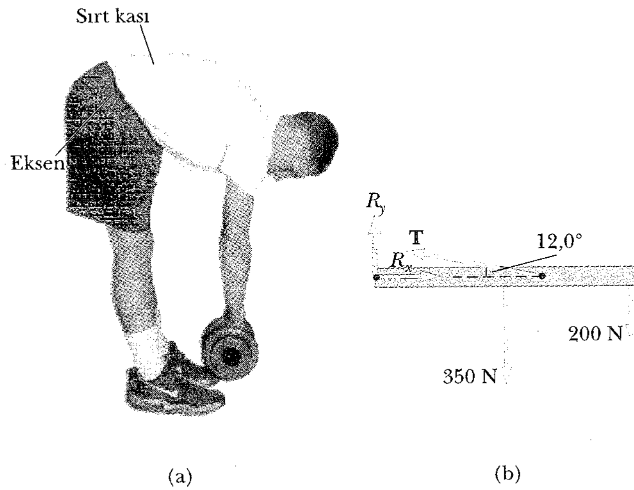
(a)



(b)

Şekil P12.50

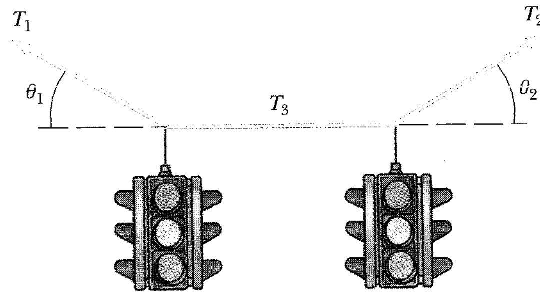
Bir adam eğilerek 200 N ağırlığındaki bir cismi, Şekil P12.51a 'da gösterildiği gibi, sırtı yatay durumda olacak şekilde kaldırıyor (bir cismi kaldırmanın en korkunç şekli). Omurgaya üçte iki oranındaki bir noktada bağlı olan sırt kası, sırtın durumunun korunmasını sağlar. Bu durumda, omurga ile bu kas arasında 12° 'lik bir açı vardır. Şekil P12.51b 'deki modeli kullanarak ve adamın vücudunun üst kısmının ağırlığını 350 N alarak, sırt kasındaki gerilmeyi ve omurgadaki sıkıştırma kuvvetini bulunuz.



(a) (b)

Şekil P12.51

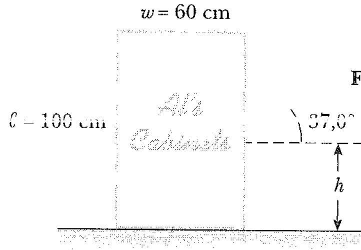
52. 200 N ağırlıklı iki trafik lambası, Şekil P12.52 'de gösterildiği gibi, bir tek kablo ile asılmıştır. Kablonun ağırlığını ihmal ediniz. (a) $\theta_1 = \theta_2$ olduğunda, $T_1 = T_2$ olduğunu gösteriniz. (b) $\theta_1 = \theta_2 = 8°$ ise, kablodaki üç gerilmeyi de tayin ediniz.



Şekil P12.152

53. 400 N ağırlığındaki dikdörtgen bir dolap üzerine, Şekil P12.53 'de gösterildiği gibi, bir **F** kuvveti etki etmektedir. (a) F = 200 N ve h = 0,4 m olduğunda, dolap sabit bir hızla kayarsa, kinetik sürtünme kat-

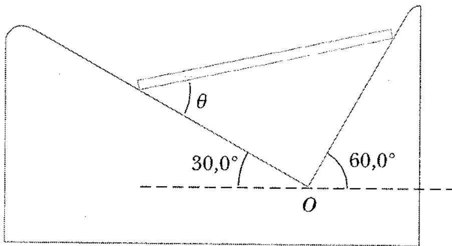
sayısını ve bileşke dik kuvvetin yerini bulunuz. (b) F = 300 N ise, dolap yuvarlanmaya başladığı andaki h değerini tayin ediniz.



Şekil P12.53 Problem 53 ve 54

Problem 53 'deki dikdörkgen dolabı düşünün. Bu dolaba üst kenarında yatay bir **F** kuvveti etki etmektedir. (a) Dolabın bir kenarı üzerine devrilmesi için gerekli en küçük kuvvet nedir. (b) (a) 'daki **F** kuvvetinin etkisiyle dolabın devrilmesi için gerekli olan en küçük statik sürtünme katsayısı nedir. (c) Kuvvetin uygulanma noktası dolap üzerindeki herhangi bir noktada seçilebilirse, dolabın devrilmesi için gerekli olan en küçük kuvvetin büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

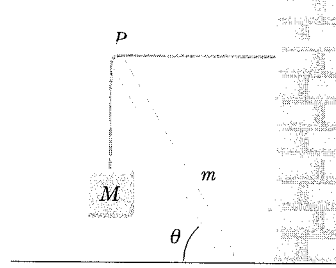
F_g ağırlığında ve L uzunluğunda düzgün bir çubuğun uçları sürtünmesiz bir oluk tarafından tutulmaktadır (Şekil P12.55). (a) Çubuğun ağırlık merkezinin, çubuk dengedeyken, O noktasının tam üstünde olduğunu gösteriniz. (b) θ açısının denge değerini bulunuz.



Şekil P12.55

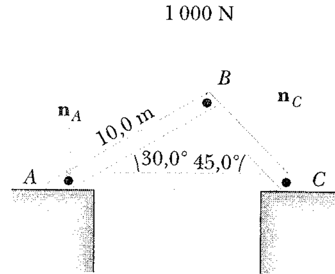
Tarama Problemi. Blardo sopası bir bilardo topuna çarpıyor ve top, harekete başlarken kaymadan yuvarlanacak şekilde yatay bir itme alıyor. Çarpma noktasının, topun ağırlık merkezinin ne kadar üstünde olduğunu (topun yarıçapı cinsinden) bulunuz.

Bir ucu pürüzlü bir yüzey üzerinde durgun halde bulunan m kütleli düzgün bir çubuk, üst ucundan geçen ve duvara tutturulan yatay bir ip tarafından, yatayla θ açısı yapacak şekilde tutulmaktadır (Şekil P12.57). (a) Yer ve çubuk arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s ise, çubuk kaymaya başlamadan önce, ipin ucuna asılabilecek en büyük M kütlesi için bir ifade çıkarınız. (b) Yerdeki tepki kuvvetinin büyüklüğünü ve P noktasında ipe çubuk tarafından uygulanan kuvvetin büyüklüğünü m, M ve μ_s 'ye bağlı olarak bulunuz.



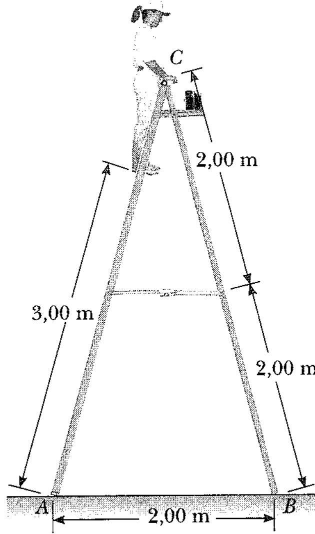
Şekil P12.57

Şekil P12.58, B noktasına uygulanan 1000 N 'luk aşağıya doğru bir kuvveti taşıyan üçgen bir desteği göstermektedir. Üçgen desteğin ağırlığı ihmal ediliyor. (a) n_A = 366 N ve N_C = 634 N olduğunu göstermek, için denge şartlarını kullanınız. (b) Kuvvet sadece birleşme noktalarında etki ettiğinden, üçgenin her çubuğuna onun doğrultusunda bir kuvvet etki eder. Bunu kullanarak gerilme ve sıkıştırma kuvvetlerini bulunuz. (c) Her çubuktaki gerilme veya sıkışma kuvvetini bulunuz.



Şekil P12.58

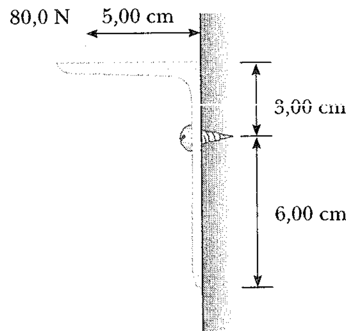
Ağırlığı ihmal edilebilen seyyar bir merdiven, Şekil P12.59 'da gösterildiği gibi kurulmuştur. 70 kg kütleli bir boyacı, merdivenin alt ucundan 3 m mesafede ayakta durmaktadır. Tabanın sürtünmesiz olduğunu kabul ediniz. (a) Merdivenin iki ayağını bağlayan yatay çubuktaki gerilmeyi bulunuz. (b) A ve B 'deki normal kuvvetleri tayin ediniz. (c) Merdivenin sol yarısının sağ yarısına uyguladığı, C menteşesindeki tepki kuvvetinin bileşenlerini bulunuz. (Merdivenin her yarısını ayrı olarak ele alınız).



Şekil P12.59

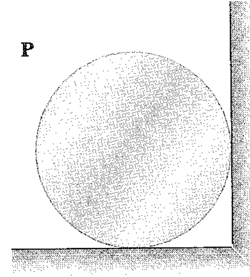
60. 20 m 'ye 20 m boyutlarında düzgün bir dans pisti 1000 kg 'lık bir kütleye sahiptir. Herbiri 125 kg kütleli üç çift; biri sol üst, biri sağ üst ve biri sol alt köşede dansa başlıyor. (a) Başlangıçtaki ağırlık merkezi nerededir? (b) Sol alt köşedeki çift 10 m sağa hareket ediyor. Yeni ağırlık merkezi nerededir? (c) Bu çiftin konumunu değiştirmesi için 8 s gerekli ise, ağırlık merkezinin ortalama hızı nedir?

61. Dirsek şeklindeki bir raf, Şekil P12.61 'de gösterildiği gibi, bir vida ile düşey bir duvara tutturulmuştur. Rafın ağırlığı ihmal ediliyor. 80 N luk düşey bir kuvvet, şekilde gösterildiği gibi, uygulandığında, vidanın rafa uygulayacağı yatay kuvvet bileşenini bulunuz. (*İpucu:* Rafın hafif gevşek olduğunu düşünün).



Şekil P12.61

Şekil P12.62, F_g ağırlığında düzgün bir silindire teğet olarak uygulanan düşey bir **P** kuvveti göstermektedir. Silindir ve bütün yüzeyler arasındaki sta-

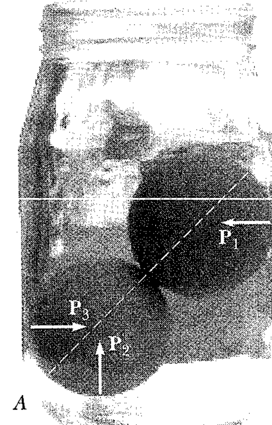


Şekil P12.62

tik sürtünme katsayısı 0,50 'dir. Silindirde dönme meydana getirmeden uygulanabilecek **P** kuvvetinin en büyük değerini F_g cinsinden hesaplayınız. (*İpucu:* Silindir kayma sınırındayken, her iki sürtünme kuvveti de en büyük değerinde olacaktır. Niçin?).

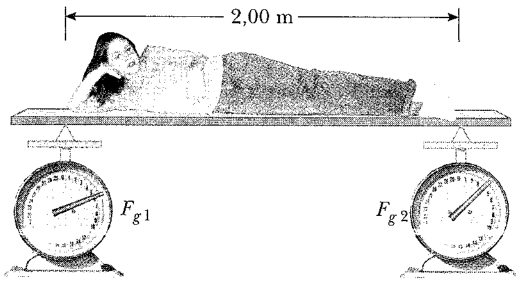
WEB ☐ **Tarama Problemi.** L_i uzunluğunda, Young modülü Y ve kesit alanı A olan bir tel esnek olarak ΔL kadar uzatılmıştır. Hooke yasasına göre, geri çağırıcı kuvvet $-k\Delta L$ olarak verilmektedir. (a) k sabitinin $k = YA/L_i$ olarak verildiğini gösteriniz. (b) Telin ΔL kadar uzatılması sırasında yapılan işin $W = YA(\Delta L)^2/2L_i$ olduğunu gösteriniz.

İki tenis topu, Şekil P12.64 'de görüldüğü gibi, bir cam kavanoza konulmuştur. Bunların merkezleri ve şekildeki A noktası aynı doğru çizgi üzerindedir. (a) Duvarın sürtünmesiz olduğunu kabul ederek; P_1, P_2 ve P_3 'ü tayin ediniz. (b) Soldaki top tarafından sağdaki topa uygulanan kuvvetin büyüklüğünü bulunuz. Her topun 170 g 'lık bir kütleye sahip olduğunu farzediniz.



Şekil P12.64

65. Şekil P12.65'deki göstergeler F_{g1} = 380 N ve F_{g2} =120 'N u göstermektedir. Taşıyıcı tahtanın ağırlığını ihmal ederek, kadının ayağının onun kütle



Şekil P12.65

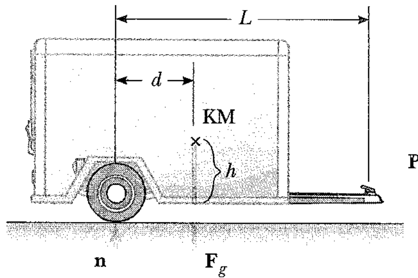
merkezinden ne kadar uzakta olduğunu bulun. Kadının boyu 2 m 'dir.

66. 3 cm^2 kesitindeki çelik bir kablo metre başına 2,4 kg 'lık bir kütleye sahiptir. 500 m uzunluğundaki kablo düşey bir uçurumun tepesinden sarkıtılırsa, kablo, kendi ağırlığının etkisi altında ne kadar uzar? $Y_{çelik} = 2 \times 10^{11}$ N/m^2 'dir.

(a) Bir kareteci tahta bir bloğa vuruş yapıyor. El ve kolunun toplam kütlesi 1 kg 'dır. Elin tahtaya vurma anındaki hızı v = 10 m/s 'dir. Bu hız 0,002 s içinde 1 m/s 'ye düşerse karatecinin uyguladığı kuvveti kestirmeye çalışınız. (b) Bu kuvvet, 1 cm kalınlığında ve 10 cm genişliğinde bir çam tahtasına uygulansaydı, kesme zoru ne olurdu. (c) Çam tahtası kırılmadan önce kesme zorunun ulaşabileceği en büyük değer $3{,}6 \times 10^6$ N/m^2 ise, tahta kırılır mı?

Bir kova ince çelik sacdan yapılmıştır. Kovanın alt ve üst yarıçapları sırasıyla 25 cm ve 35 cm 'dir. Kovanın yüksekliği 30 cm 'dir ve içi su doludur. Ağırlık merkezini bulun (Kovanın kendi ağırlığını ihmal edin).

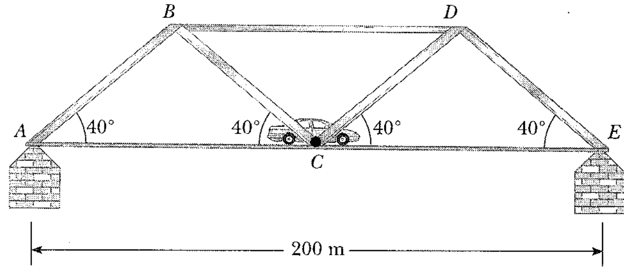
Tarama Problemi. Yüklü ağırlığı F_g olan bir römork Şekil P12.69 'da gösterildiği gibi çekici tarafından bir **P** kuvvetiyle çekilmektedir. Römork, kütle merkezi şekilde gösterildiği gibi olacak şekilde yüklenmiştir. Yuvarlanma sürtünme kuvvetini ihmal ediniz ve römorkun ivmesinin x– bileşeni a olsun. (a) **P** 'nin düşey bileşenini verilen büyüklükler cinsinden bulunuz. (b) a = 2 m/s^2 ve h = 1,50 m ise; P_y = 0 (yani , çekiciye etki eden düşey yük yok) olabilmesi için d 'nin değeri ne olmalıdır? (c) F_g = 1500 N, d = 0,800 m, L = 3 m, h = 1,50 m ve a = –2 m/s^2 olarak verildiğine göre P_x ve P_y değerlerini bulunuz.



Şekil P12.69

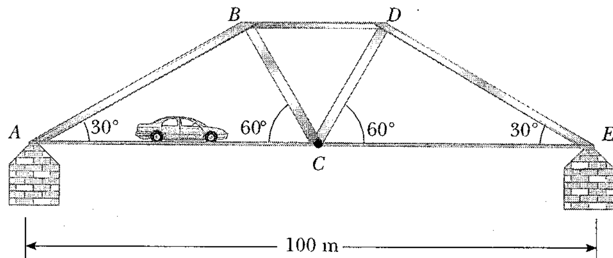
Tarama Problemi. Alüminyum bir tel 0,850 m uzunluğundadır ve kesitinin çapı 0,780 mm 'dir. Bir ucu tavana bağlı bu tel yatay bir çember çizecek şekilde salınmaktadır ve ucunda 1,20 kg 'lık bir kütle bulunmaktadır. 1×10^{-3} 'lük bir zorlanma meydana getirebilmek için gerekli açısal hızı bulunuz.

200 m uzunluğundaki bir köprü nehrin üzerine kuruludur (Şekil P12.71). 1360 kg 'lık bir otomobil köprünün merkezindeyken, her yapı elemanındaki gerilme veya sıkışmayı hesaplayınız. Yapının termal genleşme ve büzülmeye karşı yatay olarak serbestçe hareket edebildiğini, yapı elemanlarının cıvatalarla tutturulduğunu ve yapı elemanları kütlelerinin otomobilinkiyle karşılaştırıldığında küçük olduğunu kabul edin.



Şekil P12.71

100 m uzunluğundaki bir köprü serbestçe kayabilecek şekilde iki ayak üzerine oturtulmuştur (Şekil P12.72). 1500 kg 'lık bir otomobil A ve C noktaları arasındaki orta noktadadır. Otomobilin ağırlığını A ve C noktaları arasında düzgünce dağıldığını gösteriniz ve her yapı elamanındaki kuvveti hesaplayınız. Her yapı elemanının gerilme mi yoksa sıkışma etkisinde mi olduğunu belirtiniz. Yapı elemanlarının cıvatalarla tutturulduğunu ve elemanların kütlelerinin otomobilinkiyle karşılaştırıldığında ihmal edilebileceğini kabul edin.



Şekil P12.72

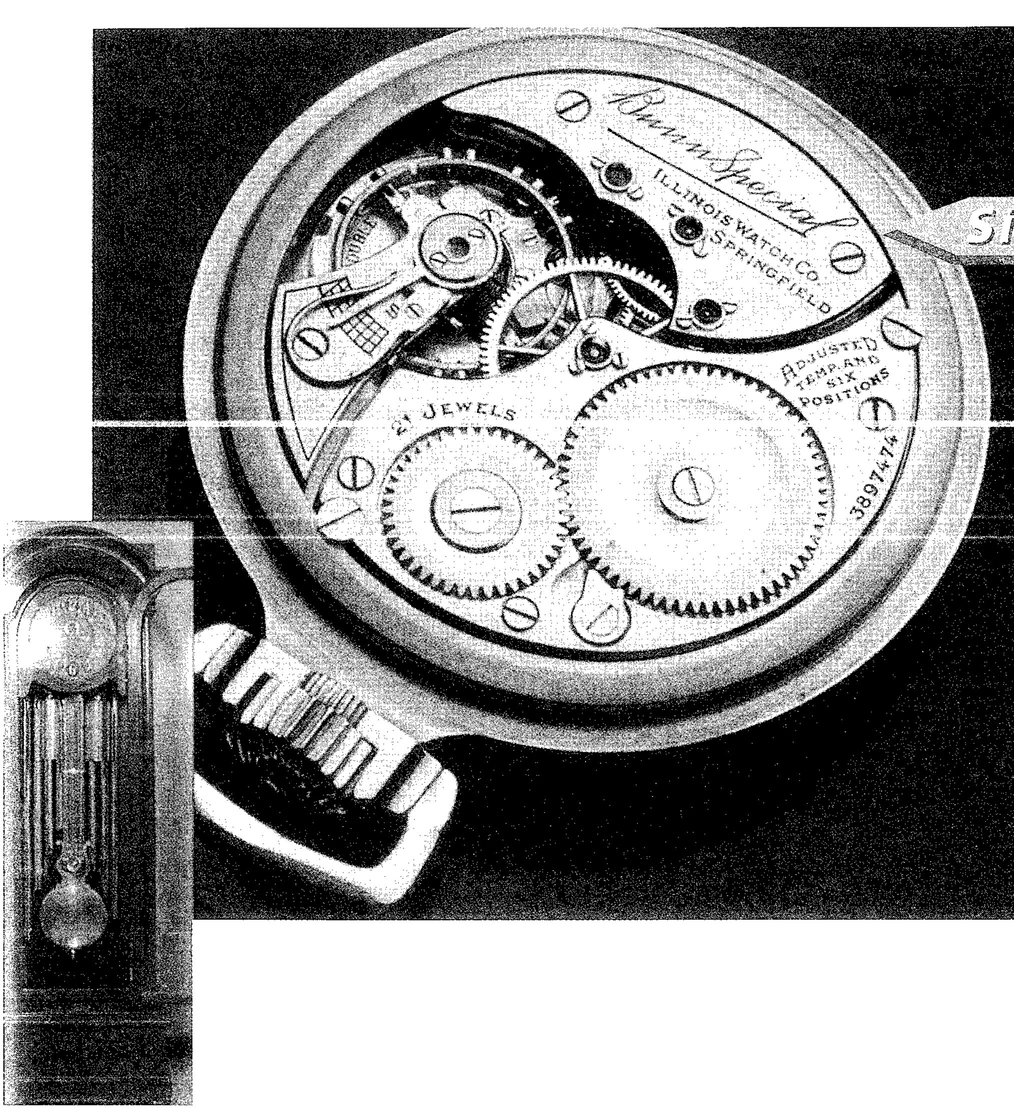
SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

12.1 (a) Şekil 12.3 'ye göre evet. Dengelenmemiş tork, doğrusal ivme sıfır olsa bile, açısal bir ivme doğurur. (b) Yine evet. Bütün kuvvetlerin etki çizgisi ortak bir noktada kesiştiğinde, bu durum ortaya çıkar. Eğer net bir kuvvet bir cisme etki ederse, o zaman cisim ötemele ivmesine sahip olur. Fakat, cisme etki eden net tork olmadığı için, cisim açısal ivme kazanmaz. İçinde torkun yok edildiği fakat kuvvetin yok edilmediği başka örnekler de vardır. Siz bunlardan en az ikisini çizebilmelisiniz.

12.2 Destek noktasına göre kalasın ağırlık merkezinin yeri.

12.3 Young modülü zorun zarlanmaya oranı olarak verilir ve bu, Şekil 12.14 'deki grafikte esneklik davranışı gösteren kısmın eğimine eşittir. Bu grafikten okunan değerlerle, yaklaşık 3×10^8 N/m^2 'lik bir zorun 0,003 'lük bir zorlanmaya sebep olduğu görülmektedir. Eğim, ve bunun soucu olarak Young modülü 10×10^{10} N/m^2 bulunur.

12.4 Grafiğin işe yarayan kısmı esneklik sınırına kadar uzar. Bu sınırdan sonra kalıcı bozulma meydana gelmektedir. Bu yüzden de maddenin yumuşak olduğu söylenir.



Sizce Nedir?

Cep saatinin içinde çok kesin bir hızda ileri geri titreşerek saat dişlileri-ni kontrol eden (burulmalı sarkaç denilen) küçük bir disk vardır. Bir dede saati, sarkacı sayesinde zamanı doğru gösterir. Sarkaç her bir salınmada saat dişlilerini ilerletirken, uzun ağaç kutu salınım için gerekli boşluğu sağlar. Bu saatlerin her ikisinde de, özenle şekil verilmiş her parçanın titreşimi, doğru çalışması için hayati önemdedir. Salınan cisim-lerin hangi özellikleri, onları zaman ölçümlerinde bu kadar önemli kılar? *(Cep saatinin resmi, George Semple; dede saatinin resmi, Charles D. Winters)*

b ö l ü m

13

Titreşim Hareketi

Bölüm İçeriği

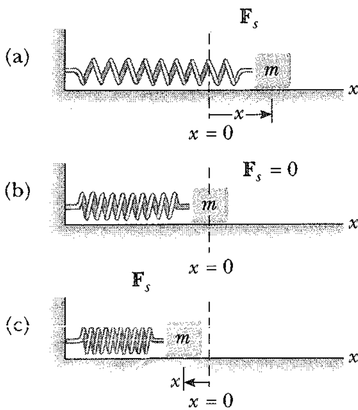
Bir cismin üzerine etki eden kuvvet, cismin denge konumundan olan yer değiştirmesi ile orantılı olursa, çok özel tipte bir hareket ortaya çıkar. Bu kuvvet, her an cismin denge konumuna yönelik olarak etkirse, bu konum etrafında tekrarlı bir ileri–geri hareket oluşacaktır. Böyle bir harekete *periyodik hareket, harmonik hareket, salınım hareketi* veya *titreşim hareketi* denir (dört söyleyiş de tamamen eşdeğerdir).

Büyük olasılıkla periyodik harekete ait birkaç örnek biliyorsunuzdur; bu örnekler, bir yaya takılan kütlenin titreşimleri, çocuk bahçesindeki bir salıncakta bir çocuğun salınması, bir sarkacın hareketi veya yaylı bir müzik aletinin titreşimleri olabilir. Bu günlük örneklere ek olarak, titreşim hareketi yapan pek çok başka sistem vardır. Örneğin, bir katıdaki moleküller denge konumları etrafında titreşirler. Işık dalgaları, radar ve radyo dalgaları gibi elektromanyetik dalgalar, titreşen elektrik ve magnetik alan vektörleriyle belirlenirler; dalgalı–akım devrelerinde gerilim, akım ve elektrik yükü zamanla periyodik olarak değişir.

Bu bölümde yapacağımız anlatımların çoğunluğu *basit harmonik hareket* (BHH) ile igilidir. Bu tür harekette, bir cisim, mekanik enerjide bir kayıp olmaksızın, konumu zamanın sinüssel bir fonksiyonuyla belirlenecek şekilde titreşir. Gerçek mekanik sistemlerde alıkoyucu (veya sürtünme yaratan) kuvvetler daima vardır. Böyle kuvvetler, bu bölümün sonundaki seçmeli Kesim 13.6 da incelenmiştir.

BASİT HARMONİK HAREKET

Bir yayın ucuna tutturulmuş m kütleli bir bloğun yatay, sürtünmesiz yüzey üze-
8.10 rinde serbestçe hareket edebildiği fiziksel bir sistemi inceleyelim (Şekil 13.1). Yay gerilmemiş ve sıkıştırılmamış durumda iken blok, sistemin *denge konumu* denilen $x = 0$ konumundadır. Böyle bir sistem denge konumundan uzaklaştırıldığında, ileri-geri salınım yaptığını deneyimlerimizden biliriz.



Şekil 13.1 Bir yaya tutturulmuş, sürtünmesiz yüzey üzerinde hareket eden blok. (a) Blok dengenin sağına ($x > 0$) kaydırıldığında, yay tarafından uygulanan kuvvet sola doğru etkir. (b) Blok denge konumunda iken ($x = 0$), yayın uyguladığı kuvvet sıfırdır. (c) Blok dengenin soluna ($x < 0$) kaydırıldığında, yay tarafından uygulanan kuvvet sağa doğru etkir.

İlk blok, denge konumundan küçük bir x uzaklığı kadar uzaklaştırıldığında yay, blok üzerine yer değeştirme ile orantılı ve Hooke yasası ile (bakınız Kesim 7.3) verilen

$$F_s = -kx \tag{13.1}$$

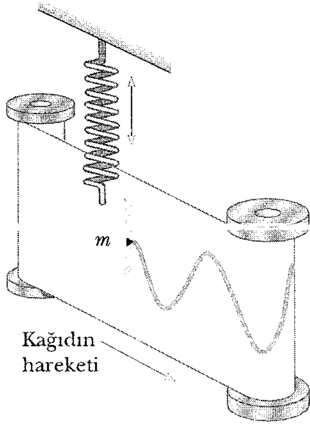
şeklinde bir kuvvet uyguladığını hatırlayarak, Şekil 13.1 deki hareketi nitel olarak anlayabiliriz. Daima denge konumuna doğru yöneldiği ve bu yüzden yer değiştirmeye zıt olduğu için buna **geri-çağırıcı kuvvet** deriz. Yani blok, Şekil 13.1 de $x = 0$ ın sağına gittiğinde, yerdeğiştirme pozitiftir ve geri çağırıcı kuvvet sola doğru yönelir. Blok $x = 0$ ın soluna gittiğinde, yerdeğiştirme negatiftir ve geri-çağırıcı kuvvet sağa doğru yönelmiştir.

Eşitlik 13.1 le birlikte, Newton'un ikinci yasasını bloğun hareketine uygularsak,

$$F_s = -kx = ma$$

$$a = -\frac{k}{m}x \tag{13.2}$$

elde ederiz. Yani ivme, bloğun yer değiştirmesi ile orantılıdır ve yönü, yerdeğiştirmenin yönüne zıttır. Bu şekilde davranan sistemlerin basit harmonik hareket yaptıkları söylenir. **Cismin ivmesi, cismin bir denge konumundan olan yer değiştirmesi ile orantılı olduğu ve zıt yönde yöneldiği her durumda cisim basit harmonik hareket yapar.**



Şekil 13.2 (a) Basit harmonik hareketi gösteren deneysel bir düzenek. Titreşen kütleye tutturulmuş olan bir kalem, hareketli grafik kağıdı üzerine dalgaya benzer bir desen çizer.

Basit harmonik hareket sergileyen deneysel bir düzenek Şekil 13.2 de gösterilmektedir. Yaya bağlı ve düşey olarak titreşen kütleye bir kalem tutturulmuştur. Kütle salınım yaparken, bir kağıt hareket doğrultusuna dik yönde kaydırılır ve kalem dalga şeklinde bir desen çizer.

Genelde, x ekseni boyunca hereket eden bir parçacığın, denge konumundan ölçülen x yer değiştirmesi

8.2 & 8.3

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \tag{13.3}$$

Basit harmonik harekette yerdeğiştirmenin zamanla değişimi

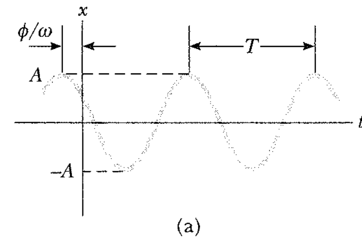
bağıntısına göre zamanla değişirse, basit harmonik hareket yapıyor denir; burada A, ω ve ϕ sabittir. Bu sabitlerin fiziksel anlamları, Şekil 13.3a da x'i t nin fonksiyonu olarak çizilerek gösterilmiştir. Bu tam şekil 13.2 de gösterilen deneysel aletle gözlenen desendir. Hareketin **genliği** olan A, parçacığın pozitif x veya negatif x yönündeki en büyük yerdeğiştirmesidir. $\boldsymbol{\omega}$ sabiti hareketin açısal frekans adını alır ve saniyede radyan birimindedir. ($\boldsymbol{\omega}$ nin geometrik önemini Kesim 13.2 de tartışacağız) Sabit açı ϕ ye faz sabiti (veya faz açısı) denir ve parçacığın başlangıç yerdeğiştirmesi ve hızından tayin edilir. Eğer parçacık $t = 0$ da $x = A$ maksimum konumunda ise, bu takdirde $\phi = 0$ dır ve x in t ye göre eğrisi Şekil 13.3b de gösterildiği gibidir. Parçacık $t = 0$ da başka bir konumda ise, ϕ ve A sabitleri bize, $t = 0$ anında yerdeğiştirmenin ne olduğunu söyler. $(\omega t + \phi)$ büyüklüğüne hareketin **fazı** denir ve iki parçacıklı sistemlerin yaptığı hareketlerin karşılaştırılmasında faydalıdır.

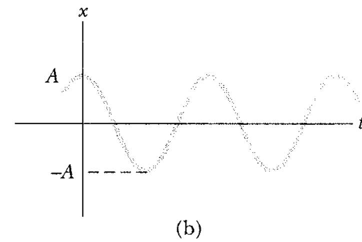
x fonksiyonunun periyodik olduğuna ve ω t nin, 2π radyan artmasıyla kendini tekrarladığına dikkat edilmelidir. **T periyodu, parçacığın hareketinin bir tam devrini tamamlaması için gereken süredir**. T nin bu tanımı bize x in t anındaki değerinin, x in $t + T$ anındaki değerine eşit olduğunu söyler. T kadarlık süre içinde $(\omega t + \phi)$ fazın 2π radyan arttığı önceki gözlemimizi dikkate alarak, $T = 2\pi/\omega$ olduğunu gösterebiliriz:

$$\omega t + \phi + 2\pi = \omega(t + T) + \phi$$

Buradan, $\omega T = 2\pi$ veya

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{13.4}$$





Şekil 13.3 (a) Basit harmonik hareket yapan bir parçacık için bir $x - t$ eğrisi. Hareketin genliği A, peryodu T ve faz sabiti ϕ dir. (b) $t = 0$ da $x = A$ ve bu yüzden $\phi = 0$ olan özel hal için $x - t$ eğrisi

Periyodun tersine, hareketin f **frekansı** denir. **Frekans, parçacığın birim zamanda yaptığı titreşimlerin sayısını gösterir:**

Frekans

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \qquad \textbf{(13.5)}$$

f nin birimleri devir/s, veya **hertz** (Hz) dir. Ayrıca Eş 13.5'ten:

Açısal frekans

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \qquad \textbf{(13.6)}$$

açısal frekansını elde ederiz.

Sınama Sorusu 13.1

$t = 0$ anında başlangıç noktasında olan ve salınım hareketi yapan bir cisim için Eş. 13.3 teki ϕ faz sabiti ne olurdu?

Sınama Sorusu 13.2

Bir cisim A genlikli basit harmonik hareket yapmaktadır. Hareketinin bir tam devri boyunca cisim ne kadarlık bir toplam uzaklık kat eder? (a) A/a. (b) A. (c) $2A$. (d) $4A$.

Basit harmonik hareket yapan bir parçacığın hızını, 13.1. eşitliğinin zamana göre türevini alarak bulabiriz:

Basit harmonik harekette hız

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(13.7)}$$

Parçacığın ivmesi

Basit harmonik herekette, ivme

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(13.8)}$$

dir. $x = A\cos(\omega t + \phi)$ olduğu için, 13.8 Eşitliği şöyle olur:

$$a = -\omega^2 x \qquad \textbf{(13.9)}$$

Sinüs fonksiyonu = ±1 arasında değiştiği için, Eş.13.7,v nin uç değerlerini $\pm\omega A$ olarak verir. Kosinüs fonksiyonu da ±1 arasında değiştiği için Eş. 13.6 ivmenin uç değerlerinin $\pm\omega^2 A$ olduğunu söyler. Bu nedenle, basit harmonik hareket yapan bir parçacık için hız ve ivmenin *maksimum* değerleri:

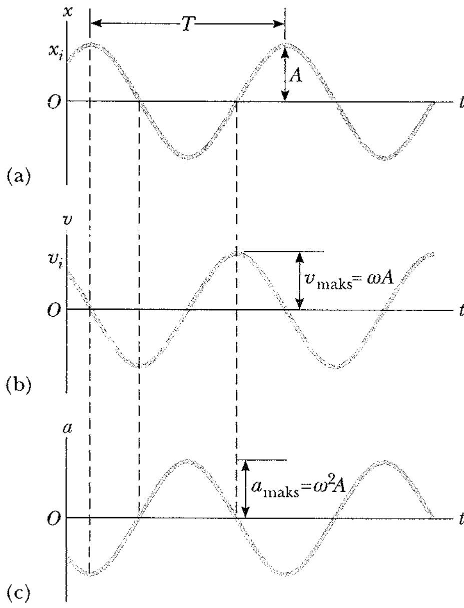
Basit harmonik harekette hız ve ivmenin maksimum değerleri

$$v_{maks} = \omega A \qquad \textbf{(13.10)}$$

$$a_{maks} = \omega^2 A \qquad \textbf{(13.11)}$$

ile verilirler.

Şekil 13.4a, keyfi bir faz sabiti için yerdeğiştirme–zaman eğrisini göstermektedir. Hız ve ivme eğrileri Şekil 13.4b ve c de gösterilmiştir. Bu eğriler; hız fazının, yerdeğiştirme fazından $\pi/2$ rad, ya da 90° farklı olduğunu gösterir. Yani x, enbüyük veya enküçük değerde iken hız sıfırdır. Benzer şekilde, x sıfır iken hız enbüyüktür. Dahası ivme fazı, yerdeğiştirme fazından π radyan veya



Şekil 13.4 Basit harmonik hareketin grafiksel gösterimi: (a) Zamana göre yerdeğiştirme, (b) Zamana göre hız ve (c) Zamana göre ivme. Herhangi belirli bir zamada hızın, yerdeğiştirme ile 90°, ivmenin yerdeğiştirme ile 180° faz farkı olduğuna dikkat ediniz.

180° kadar farklıdır. Yani, x enbüyük değerde iken, a zıt yönde enbüyük değerdedir.

Faz sabiti, iki veya daha fazla sayıda titreşen cismin hareketlerini karşılaştırırken önemlidir. Birisi diğerinden daha sonra serbest bırakılmış olan iki sarkaç topunun yan yana salınarak basit harmonik hareket yaptıklarını düşünelim. Sarkaç topları farklı faz sabitine sahiptirler. Parçacığın başlangıç hızı ve konumu ile hareketin açısal frekansını bildiğimiz takdirde, harmonik hareket yapan parçacıklardan her birinin faz sabiti ve genliğinin nasıl belirlenebileceğini gösterelim.

Varsayalım ki, $t = 0$ da tek bir salıcının ilk konumu $x = x_i$ ve ilk hızı $v = v_i$ dir. Bu koşullar altında, Eş. 13.3 ve 13.7 den

$$x_i = A \cos \phi \tag{13.12}$$

$$v_i = -\omega A \sin \phi \tag{13.13}$$

yazılabilir. Eş. 13.13 Eş 13.12 ye bölünürse A yok olur ve $v_i/x_i = -\omega \tan \phi$, veya

$$\tan \phi = -\frac{v_i}{\omega x_i} \tag{13.14}$$

elde edilir. Ayrıca, Eş. 13.12 ve 13.13 ün karelerini alıp, hız denklemini ω^2 ile bölüp daha sonra terimleri toplarsak

$$x_i^2 + \left(\frac{v_i}{\omega}\right)^2 = A^2 \cos^2\phi + A^2 \sin^2\phi$$

elde ederiz. $\sin^2 \phi + \cos^2 \phi = 1$ özdeşliğini kullanarak A yı çözebiliriz:

$$A = \sqrt{x_i^2 + \left(\frac{v_i}{\omega}\right)^2} \tag{13.15}$$

Basit harmonik hareket yapan bir parçacığın aşağıdaki özellikleri önemlidir:

Basit harmonik hareketin özellikleri

- Denge konunundan olan yerdeğiştirme, hız ve ivme zamanla sinüsel olarak değişir, fakat Şekil 13.4 te gösterildiği gibi, ayni fazda değildirler.
- Parçacığın ivmesi, yerdeğiştirme ile orantılı fakat zıt yöndedir. Tüm diğer çeşit titreşimlerin aksine bu, *basit harmonik hareket için* gerek ve yeter şartıdır.
- Hareketin frekansı ve periyodu genlikten bağımsızdır. (Bunu gelecek kesimde açık olarak göstereceğiz.)

Sınama Sorusu 13.3

Eş. 2.8, 2.10 ve 2.11 i (bakınız sayfa 35 ve 36) basit harmonik salınıcının hareketini betimlemekte kullanabilir misiniz?

ÖRNEK 13.1 Titreşen Bir Cisim

Bir cisim, x ekseni boyunca basit harmonik hareket yapıyor. Başlangıç noktasından itibaren yer değiştirmesi zamanla

$$x = (4\text{m})\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

denklemine göre değişiyor, burada t s cinsinden zaman ve parantezin içindeki açılar radyan cinsindendir. (a) Hareketin genliğini, frekansını ve periyodunu bulunuz.

Çözüm Bu denklemi basit harmonik hareket için genel bağıntı olan, $x = A\cos(\omega t + \phi)$ ile karşılaştırarak $A = 4$ m ve $\omega = \pi$ rad /s olduğunu görürüz. O halde $f = \omega/2\pi = \pi/2\pi = 0{,}50$ Hz ve $T = 1/f = 2$ s buluruz.

(b) Cismin herhangi bir t anındaki hızını ve ivmesini hesaplayınız.

Çözüm

$$v = \frac{dx}{dt} = (-4\text{m})\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\frac{d}{dt}(\pi t)$$

$$= -(4\pi\,\text{m/s})\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -4\pi\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\frac{d}{dt}(\pi t)$$

$$= -(4\pi^2\,\text{m/s}^2)\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$$

(c) (b) kısmının sonuçlarını kullanarak cismin $t = 1$s deki konumunu, hızını ve ivmesini bulunuz.

Çözüm Trigonometrik fonksiyonlarda açıların radyan cinsinden verildiğine dikkat ederek, $t = 1$s için:

$$x = (4\,\text{m})\cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = (4\,\text{m})\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= (4\text{ m})(-0{,}707) = -2{,}83\text{ m}$$

$$v = -(4\pi\text{ m/s})\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right) = -(4\pi\text{ m/s})(-0{,}707) = 8{,}89\text{ m/s}$$

$$a = -(4\pi^2\text{m/s}^2)\cos\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$= -(4\pi^2\text{ m/s}^2)(-0{,}707) = 27{,}9\text{ m/s}^2$$

(d) Cismin maksimum hızını ve maksimum ivmesini bulunuz.

Çözüm v ve a için genel ifadeler b de bulundu. Sinüs ve kosinüsün maksimum değerleri 1 dir. O halde v, $\pm 4\pi$ m/s ve a, $\pm 4\pi^2$ m/s^2 arasında değişir. Böylece,

$$v_{maks} = 4\pi\text{ m/s} = 12{,}6\text{ m/s}$$

$$a_{maks} = 4\pi^2\text{ m/s}^2 = 39{,}5\text{ m/s}^2$$

$v_{maks} = \omega A$ yı ve $a_{maks} = \omega^2 A$ yı kullanarak aynı sonuçlar elde edilir. Burada $A = 4$m ve $\omega = \pi$ rad/s dir.

(e) $t = 0$ ve $t = 1$s arasında cismin yerdeğiştirmesini bulunuz.

Çözüm $t = 0$ da x koordinatı

$$x_i = (4\text{m}) \cos\left(0 + \frac{\pi}{4}\right) = (4\text{m})\ (0{,}707) = 2{,}83 \text{ m}.$$

(c) de cismin koordinatını t = 1s de –2,83 m olarak bulmuştuk; o halde t = 0 la t = 1s arasındaki yerdeğiştirme

$$\Delta x = x_s - x_i = -2{,}83 \text{ m} - 2{,}83 \text{ m} = -5{,}66 \text{ m} \qquad \text{olur.}$$

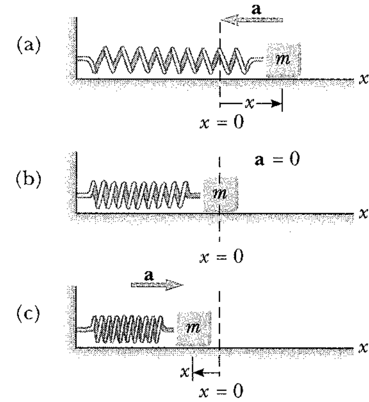
Birinci saniye içinde parçacığın hızı işaret değiştirdiğinden, Δx in büyüklüğü birinci saniye içinde gidilen uzaklıkla aynı değildir. (Birinci saniye bittiğinde cisim önce x = –2,83 noktasında bulunmuş, x = –4 m ye gitmiş ve sonra tekrar x = –2,83 m ye dönüşmüştür.)

Alıştırma t = 2 s de hareketin fazı nedir?

Cevap $9\pi/4$ rad.

13.2 KÜTLE-YAY SİSTEMİNE YENİDEN BAKIŞ

Blok-yay sistemine geri dönelim (Şekil 13.5). Yine yüzeyin sürtünmesiz olduğunu varsayıyoruz. Buna göre blok denge konumundan uzakaştırıldığında, üzerine etki eden tek kuvvet yayın geri çağırıcı kuvvetidir. Eş. 13.2 de gördüğümüz gibi blok, dengeden bir x uzaklığı kadar uzaklaştırıldığında, $a = -(k/m)x$ gibi bir ivmeye sahip olur. Kütle, ilk anda maksimum bir $x = A$ uzaklığı kadar kaydırılarak durgun halden serbest bırakılırsa, o andaki başlangıç ivmesi, $-kA/m$ olacaktır (yani, negatif uç değerdedir). Blok, $x = 0$ denge konumundan geçerken ivmesi sıfırdır. Bu anda hızı maksimumdur. Daha sonra, blok dengenin soluna doğru hareket devam eder, en son $x = -A$ ya ulaşır. O anda ivmesi kA/m (pozitif maksimum) ve hızı tekrar sıfırdır. Böylece, kütlenin $x = \pm A$ dönüm noktaları arasında titreşeceğini görüyoruz.



Şekil 13.5 Sürtünmesiz bir yüzey üzerinde bir yaya tutturulmuş bir kütle basit harmonik hareket yapar (a) Blok, denge konumunun sağına kaydırıldığında, yerdeğiştirme pozitif ve ivme negatiftir. (b) Denge konumunda, x = 0, ivme sıfır fakat hız en büyüktür. (c) Blok, denge konumunun soluna kaydırıldığına ise yerdeğiştirme negatif, ivme pozitiftir.

Şimdi hareketi nicel olarak anlatacağız: Bunun için, $a = dv/dt = d^2x/dt^2$ olduğunu hatırlayalım, o halde Eş. 13.2 yi

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x \qquad \textbf{(13.16)}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Eğer k/m oranını ω^2 sembolüyle gösterirsek,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x \qquad \textbf{(13.17)}$$

haline gelir. Şimdi, Eş. 13.17 nin bir çözümünü, yani bu ikinci derece diferansiyel denklemi sağlayan bir $x(t)$ fonksiyonunu arıyoruz. Fakat, Eş. 13.17 ve 13.9 eşdeğer oldukları için, her bir çözümün, basit harmonik hareketin çözümü olan

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

olması gerektiğini görürüz. Bunu açıkça göstermek için $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ olduğunu kabul edelim. Bu taktirde

$$\frac{dx}{dt} = A\frac{d}{dt}\cos(\omega t + \phi) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega A\frac{d}{dt}\sin(\omega t + \phi) = -\omega^2 A\cos(\omega t + \phi)$$

olduğunu buluruz. x ve d^2x/dt^2 nin ifadelerini karşılaştırdığımızda, $d^2x/dt^2 = -w^2x$ olduğunu ve 13.17 eşitliğinin sağlandığını görürüz. **Bir parçacık üzerine**

etkiyen kuvvet, bir denge konumundan yerdeğiştirmeyle doğru orantılı ve onunla zıt yönde ise ($F = -kx$), parçacığın her zaman basit harmonik hareket yapacağı sonucuna varırız.

Herhangi bir basit harmonik harekette periyodun $T = 2\pi/\omega$ ile verildiğini ve frekansın, periyodun tersi olduğunu hatırlayınız. 13.16 ve 13.17 Eşitlerinden $\omega = \sqrt{k/m}$ olduğunu biliyoruz, o halde blok-yay sisteminin periyot ve frekansını

Kütle-yay sistemi için periyot ve frekans

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \tag{13.18}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{13.19}$$

olarak ifade edebiliriz. Açıkçası, periyot ve frekans **yalnızca bloğun kütlesine ve yayın kuvvet sabitine bağlıdır.** Ayrıca, frekans ve periyot hareketin genliğinden bağımsızdırlar. Beklendiği gibi frekans, daha sert yaylar için daha büyüktür (yay daha sertse k nın değeri daha büyüktür) ve kütle arttıkça küçülür.

Ev Deneyi

Bir Lastik şeritle bir cismi asarak titreşmeye başlatınız. T yi ölçünüz. Şimdi dört tane özdeş lastik şeridi uç uca bağlayınız. Bu daha uzun şeridin k sı, tek şeridin k sı ile kıyaslanınca nasıldır? Aynı cismin titreşimlerini tekrar ölçünüz. Denklem 13.19 u doğrulayabiliyor musunuz?



Özel Durum 1. Basit harmonik hareketin tanım denklemi olan Eş. 13.3 ün fiziksel önemini daha iyi anlamak için özel bir durumu inceleyelim. Bu denklemi salınım yapan bir blok-yay sisteminin hareketini açıklamak için kullanacağız. Varsayalım ki, kütleyi denge konumundan bir A uzaklığı kadar çekiyoruz ve gerilmiş haldeki bu yerinden, Şekil 13.6 daki gibi serbest bırakıyoruz. O zaman x çözümümüzün, $t = 0$ da $x_i = A$ ve $v_i = 0$ olan başlangıç şartlarına uymasını isteriz. Eğer $\phi = 0$ seçersek bu şartlar sağlanacak ve çözüm $x = A\cos\omega t$ ile verilecektir. Bunu kontrol etmek için, çözümün, $t = 0$ da $\cos 0 = 1$ olmasından dolayı $x_i = A$ şartını sağladığını görüyoruz. Böylece A ve ϕ başlangıç şartlarına ait bilgiyi içerir.

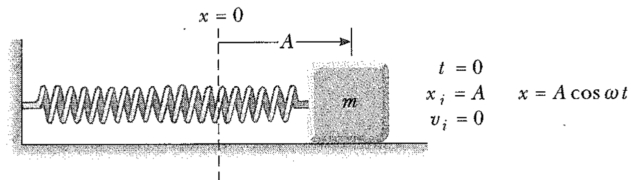
Şimdi bu özel hal için hız ve ivmenin davranışlarını inceleyelim: $x = A\cos\omega t$ olduğundan

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin\omega t$$

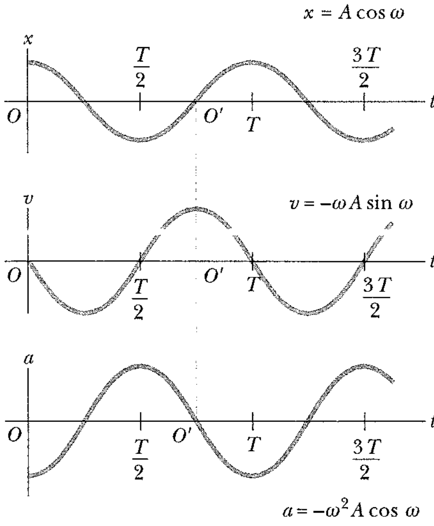
ve

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \cos\omega t$$

dir. İstediğimiz gibi, $\sin 0 = 0$ dan dolayı hız ifadesinden $t = 0$ da $v_i = 0$ olduğunu görüyoruz. İvme ifadesi; $t = 0$ da $a = -\omega^2 A$ olduğunu söyler. Fiziksel olarak bu anlamlıdır, çünkü yerdeğiştirme pozitif olduğu zaman, kütlenin üzeri-



Şekil 13.6 $x_i = A$ dan durgun halde bırakılan bir kütle-yay sistemi. Bu durumda, $\phi = 0$ ve dolayısıyle $x = A\cos\omega t$ dir.



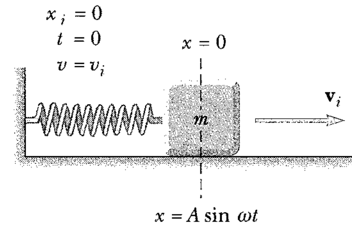
Şekil 13.7 Başlangıç şartları $t = 0$ da, $x_i = A$ ve $v_i = 0$ olan ve Şekil 13.6 daki gibi basit harmonik hareket yapan bir blok-yay sistemi için zamana göre yerdeğiştirme, hız ve ivme (Özel durum1). O' deki başlangıç noktaları, Şekil 13.8 de gösterilen başlangıç şartlarında titreşim yapan blok-yay sistemi olan Durum 2 ye karşılık gelir.

ne etkiyen kuvvet sola doğrudur. Gerçekte, Şekil 13.6 da gösterilen uç konumda $F_s = -kA$ (sola doğru) ve başlangıç ivmesi $-\omega^2 A = -kA/m$ dir.

$x = A\cos\omega t$ nin doğru çözüm olduğunu göstermek için, diğer bir yaklaşım yapabilir ve $\tan\phi = -v_i/\omega x_i$ bağıntısını kullanabilirdik (Eşit 13.14). $t = 0$ da $v_i = 0$ ve $\tan\phi = 0$ olduğundan $\phi = 0$ olur.

Bu özel hal için, zamana göre yerdeğiştirme, hız ve ivme Şekil 13.7 da çizilmiştir. Yerdeğiştirme $\pm A$ uç değerlerindeyken, bu konumlarda kuvvet en büyük değerde olduğu için, ivme de $\pm\omega^2 A$ uç değerlerindedir. Ayrıca hız $\pm\omega A$ uç değerlerine sahiptir ve bunların ikisi de $x = 0$ da gerçekleşir. O halde, nicel çözüm, bu sistem için yaptığımız nitel anlatımla uyuşur.

Özel Durum 2. Yay denge konumda iken, kütleye sağa doğru bir v_i ilk hızının verildiğini varsayalım. O zaman, $t = 0$ da $x_i = 0$ ve $v = v_i$ dır (Şek. 13.8). x ifadesi şimdi bu başlangıç şartlarını sağlamalıdır. $t = 0$ da kütle pozitif x değerlerine doğru hareket ettiği için ve $t = 0$ da $x_i = 0$ olduğundan, x ifadesi $x = A\sin\omega t$ biçiminde olmalıdır.



Şekil 13.8 Kütle yay sistemi hareketine denge konumundan $t = 0$ da başlar. Başlangıç hızı v_i ve yönü sağa doğruysa, bloğun x koordinatı $x = (v_i/\omega)$ şeklinde değişir.

Eş. 13.14 ü ve $t = 0$ da $x_i = 0$ olan başlangıç şartı uygulandığında, $\tan\phi = -\infty$ ya da $\phi = -\pi/2$ olur. Bu yüzden Eş. 13.3 $x = A\cos(\omega t - \pi/2)$ haline gelir ve bu $x = A\sin\omega t$ şeklinde yazılabilir. Ayrıca Eş. 13.15'ten $A = v_i/\omega$ olduğunu görüyoruz. O halde x 'i

$$x = \frac{v_i}{\omega}\sin\ \omega t$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu durumda hız ve ivme

$$v = \frac{dx}{dt} = v_i\cos\omega t$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\ \omega v_i\sin\ \omega t$$

olur. Bu sonuç, (1) kütlenin $x = 0$ da daima maksimum hıza sahip olduğu, (2)

kuvvet ve ivmenin, bu konumda sıfır olduğu gerçeği ile uyuşmaktadır. Bu fonksiyonların Şekil 13.7 deki zamana göre grafiklerinde, O' noktası başlangıç olarak alınmıştır.

Sınama Sorusu 13.4

Şekil 13.8 deki kütle, ilk anda sola doğru hareket etseydi x için çözüm ne olurdu?

ÖRNEK 13.2 Yol Çukuruna Dikkat!

1300 kg kütleli bir araba, dört adet yayın üzerine oturtulmuş bir iskelet kullanılarak yapılmıştır. Her bir yayın kuvvet sabiti 20 000 N/m dir. Arabaya binen iki kişinin toplam kütlesi 160 kg ise, yolda bulunan küçük bir çukurun üzerinden geçmesi halinde arabanın titreşim frekansını bulunuz.

Çözüm Ağırlığın düzgün olarak dağıtıldığını varsayıyoruz. Böylece, her bir yay yükün dörtte birini taşır. Yayların taşıdığı toplam kütle 1460 kg dır ve bu yüzden her bir yay 365 kg taşır. Buradan, titreşimin frekansı Eş.13.19'dan

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{20000\ \mathrm{N/m}}{365\ \mathrm{kg}}} = 1,18\ \mathrm{Hz}$$ olur.

Alıştırma Arabanın iki tam titreşimi ne kadar zaman alır?

Cevap 1,70 s.

ÖRNEK 13.3 Bir Kütle-Yay Sistemi

200 g kütleli bir blok, kuvvet sabiti 5 N/m olan hafif bir yaya bağlıdır ve sürtünmesiz yatay bir düzlemde serbestçe titreşmektedir. Blok Şekil 13.5 deki gibi denge konumundan 5 cm ayrılarak, durgun halden serbest bırakılıyor, (a) hareketin periyodunu bulunuz.

Çözüm Denklem 13.16 ve 13.17 den herhangi bir blok-yay sisteminin açısal frekansı

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5\mathrm{N/m}}{200\times 10^{-3}\mathrm{kg}}} = 5\ \mathrm{rad/s}$$

ve peryodu ise

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} = 1,26\,\mathrm{s}$$

olur.

(b) Bloğun maksimum sürâtini bulunuz.

Çözüm Denklem 13.10 u kullanarak

$$v_{\mathrm{maks}} = \omega A = (5\ \mathrm{rad/s})\ (5 \times 10^{-2}\ \mathrm{m}) = 0,250\ \mathrm{m/s}$$

buluruz.

(c) Kütlenin maksimum ivmesi nedir?

Çözüm Denklem 13.11 i kullanırız:

$$a_{\mathrm{maks}} = \omega^2 A = (5\ \mathrm{rad/s})^2\ (5 \times 10^{-2}\mathrm{m}) = 1,25\ \mathrm{m/s^2}$$

(d) Yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi zamanın fonksiyonu olarak ifade ediniz.

Çözüm Bu durum çözümümüzün $x = A\cos\omega t$ ifadesi ile verildiği Özel Durum 1'e karşılık gelmektedir. Bu ifadeyi ve (a), (b) ve (c) de bulduğumuz sonuçları kullanarak:

$$x = A\cos\omega t = (0,05\mathrm{m})\cos 5t$$

$$v = -\omega A\sin\omega t = -(0,25\mathrm{m/s})\sin 5t$$

$$a = -\omega^2 A\cos\omega t = -(1,25\mathrm{m/s^2})\cos 5t$$

elde ederiz.

13.3 BASİT HARMONİK SALINICININ ENERJİSİ

Şekil 13.6 da anlatılan kütle–yay sisteminin mekanik enerjisini inceleyelim. Yüzey sürtünmesiz olduğundan, Bölüm 8'de gösterildiği gibi toplam mekanik enerjinin korunmasını bekleriz. Eş. 13.7'yi kullanarak kinetik enerjiyi

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 (\omega t + \phi) \quad \textbf{(13.20)}$$

Basit harmonik salınıcının kinetik enerjisi

şeklinde ifade edebiliriz.

Herhangi bir x uzaması için yayda depolanan esneklik potansiyel enerjisi $\frac{1}{2} kx^2$ ile verilir. (Eş. 8.4 e bakınız). 13.3 Denklemini kullanarak

$$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 \cos^2 (\omega t + \phi) \quad \textbf{(13.21)}$$

Basit harmonik salınıcının potansiyel enerjisi

elde ederiz. K ve U nun *her zaman* pozitif nicelikler olduğunu görüyoruz. $\omega^2 = k/m$ olduğundan, basit harmonik salınıcının *toplam enerjisi*

$$E = K + U = \frac{1}{2} k A^2 [\sin^2 (\omega t + \phi) + \cos^2 (\omega t + \phi)]$$

şeklinde ifade edilebilir. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ özdeşliğinden, köşeli parantezin içi bir dir. O halde bu denklem,

$$E = \frac{1}{2} k A^2 \quad \textbf{(13.22)}$$

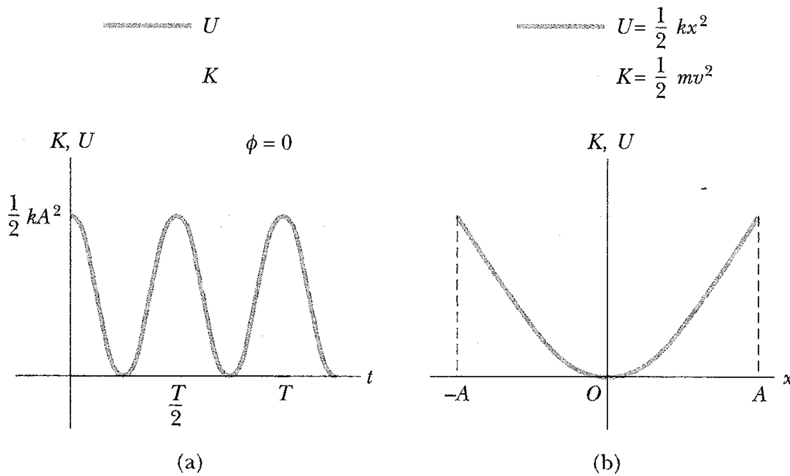
Basit harmonik salınıcının toplam enerjisi

biçimine indirgenir. **Yani, basit harmonik salınıcının toplam enerjisi, hareketin bir sabitidir ve genliğin karesiyle orantılıdır.**

K büyürse U nın küçüleceğine (veya tersi) dikkat edin, çünkü toplamları sabittir. Gerçekte toplam mekanik enerji, $x = \pm A$ olduğunda, tam olarak yayda depolanan maksimum potansiyel enerjiye eşittir. Bu noktalarda, $v = 0$ dır ve hiçbir kinetik enerji yoktur. Denge konumunda, $x = 0$ ve $U = 0$ dır. Yani, toplam enerji tamamıyla kinetik enerji halindedir yani $\frac{1}{2} kA^2$ dır. O halde

$$E = \frac{1}{2} m v_{\text{maks}}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m \frac{k}{m} A^2 = \frac{1}{2} kA^2 \quad (x = 0 \text{ da})$$

Kinetik ve potansiyel enerjinin zamana göre değişimleri Şekil 13.9a'da gösterilmiştir. Burada $\phi = 0$ alınmıştır. Bu durumda; K ve U nun her ikisi de daima pozitiftir ve her zaman için toplamları bir sabit olan $\frac{1}{2} kA^2$ ye, yani sistemin toplam enerjisine eşittir. K ve U nun yerdeğiştirme ile olan değişimleri



Şekil 13.9 (a) Bir basit harmonik salınıcı için, $\phi = 0$ alınarak çizilen zamana göre kinetik ve potansiyel enerjiler. (b) Bir basit harmonik salınıcının yerdeğiştirmeye göre kinetik ve potansiyel enerjileri. Her bir grafik için, $K + U =$ sabit olduğuna dikkat ediniz.

Şekil 13.9b de çizilmiştir. Enerji sürekli olarak, yayda depolanan potansiyel enerji ile kütlenin kinetik enerjisi arasında aktarılmaktadır.

Şekil 13.10 kütle–yay sisteminin konum, hız, ivme, kinetik enerji ve potansiyel enerjisini hareketin bir tam periyodu boyunca açıklıyor. Bu önemli şeklin dikkatle incelenmesi önerilir.

Son olarak, herhangi bir x yerdeğiştirmesi için hızı bulmak üzere enerji korunumunu kullanabiliriz. Buna göre, toplam enerjinin keyfi bir x konumundaki

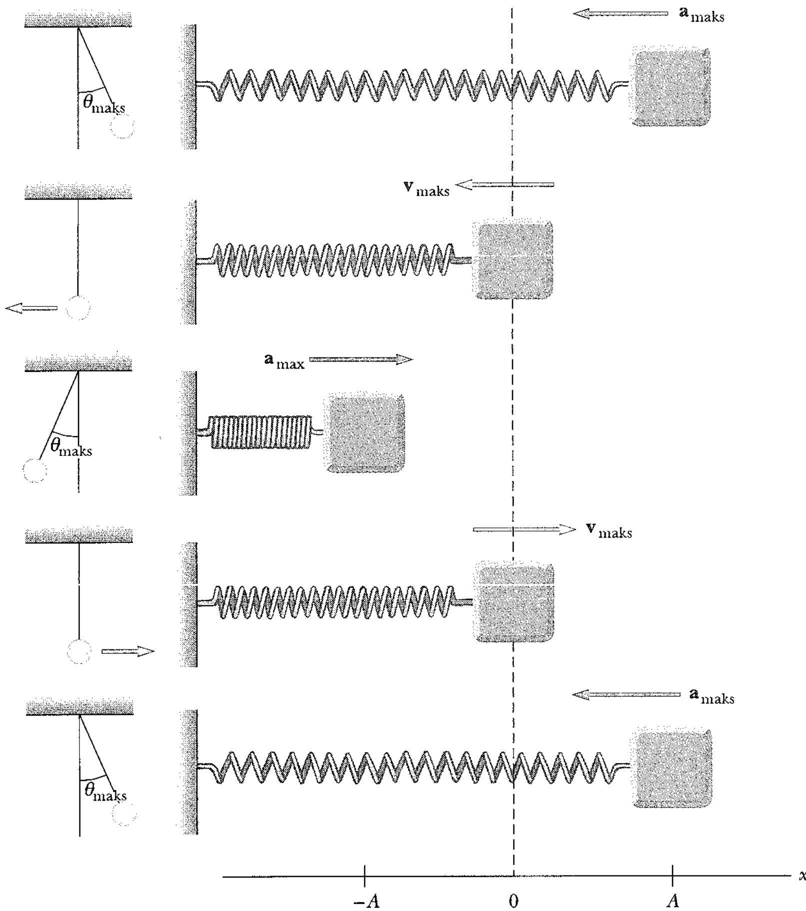
$$E = K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$$

ifadesinden hız

Basit harmonik salınıcıda konumun fonksiyonu olarak hız

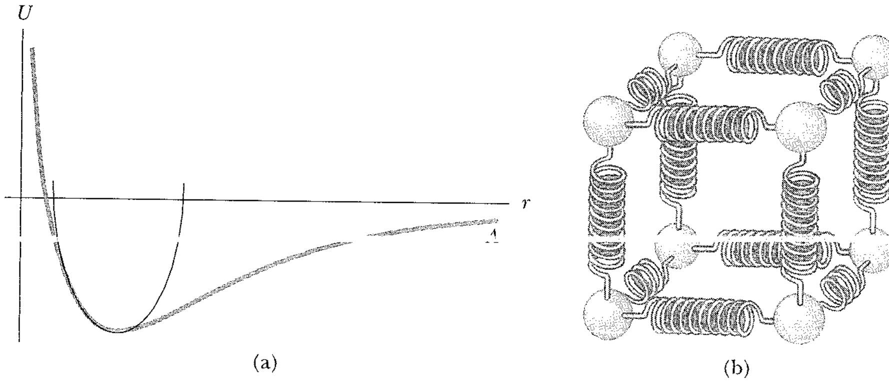
$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \pm\,\omega\sqrt{(A^2 - x^2)} \qquad \textbf{(13.23)}$$

olarak yazılabilir. Bilinen durumlarla uyuşup uyuşmadığını anlamak için Denklem 13.23 ü kontrol ettiğimizde bu ifade yine, hızın $x = 0$ da maksimum, dönüm noktaları olan $\pm A$ da sıfır olduğu gerçeğini açıkça ortaya koyar.



t	x	v	a	K	U
0	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$T/4$	0	$-\omega A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
$T/2$	$-A$	0	$\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$
$3T/4$	0	ωA	0	$\frac{1}{2}kA^2$	0
T	A	0	$-\omega^2 A$	0	$\frac{1}{2}kA^2$

Şekil 13.10 Bir kütle–yay sistemi için, basit harmonik hareket ve bunun basit sarkaç hareketleriyle olan benzerliği. Tabloda yer alan değişkenler, $t = 0$ da $x = A$ farzedilen kütle-yay sistemini gösterir. Bu durumda $x = A\cos\omega t$ (Özel Durum 1) dır.



Şekil 13.11 (a) Bir moleküldeki atomlar denge konumlarından çok uzağa ayrılmazlarsa, potansiyel enerjinin atomlar arasındaki uzaklığına karşı grafiği, bir basit harmonik salınıcıdaki potansiyel enerjinin konuma göre grafiğinin benzeridir. (b) Küçük yaylar, atomları bir arada tutan kuvvetlerin yerine tutar.

Basit harmonik salınıcıların incelenmesine niçin bu kadar zaman harcadığımızı merak ediyor olabilirsiniz. Bunu yapmamızın sebebi, basit harmonik salınıcıların (titreşkenlerin) bir çok fiziksel olay için iyi model oluşturmasıdır. Örneğin, Örnek 8.11 de tartışılan Lennard-Jones potansiyelini hatırlayınız. Bu karmaşık yapılı fonksiyon, atomları bir arada tutan kuvvetleri açıklar. Şekil 13.11a dan görüldüğü gibi, denge konumundan olan küçük yer değiştirmelerde bu fonksiyonun potansiyel enerjisi bir basit harmonik salınıcının potansiyel enerjisin temsil eden bir parabole yaklaşır. Böylece, atomları bağlayan karmaşık yapıdaki bağ kuvvetlerini Şekil 13.11b de görüldüğü gibi küçük yaylar şeklinde gösterebiliriz.

Bu bölümde ortaya atılan görüşler sadece kütle-yay sistemlerine uygulanmakla kalmaz, aynı zamanda bangi atlayışları, bir televizyon istasyonunun ayarlanması ve bir lazerin yaydığı ışığın gözlenmesi gibi olayları içine alan daha başka birçok duruma da uygulanır.

ÖRNEK 13.4 Yatay Düzlemde Titreşimler

Kuvvet sabiti 20 N/m olan hafif bir yaya bağlanmış 0,5 kg lık bir küp, sürtünmesiz yatay bir düzlemde titreşiyor. (a) Hareketin genliği 3 cm ise, sistemin toplam enerjisini ve kübün maksimum hızını hesaplayınız.

Çözüm 13.20 Eşitliğini kullanarak

$$E = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2}\left(20\,\tfrac{\text{N}}{\text{m}}\right)(3\times 10^{-2}\ \text{m})^2$$

$$= 9\times 10^{-3}\text{J}$$

elde ederiz. Küp, $x = 0$ da iken $U = 0$ ve $E = \frac{1}{2}\,mv^2_{\text{maks}}$ olduğunu biliyoruz. Bu nedenle,

$$\tfrac{1}{2}\,mv^2_{\text{maks}} = 9\times 10^{-3}\ \text{J}$$

$$v_{\text{maks}} = \sqrt{\frac{18\times 10^{-3}\ \text{J}}{0{,}500\ \text{kg}}} = 0{,}190\ \text{m/s}$$

(b) Yer değiştirme 2 cm ye eşit olduğu zaman kübün hızı nedir?

Çözüm 13.21 Denklemini doğrudan uygulayabiliriz:

$$v = \pm\sqrt{\frac{k}{m}\,(A^2 - x^2)}$$

$$= \pm\sqrt{\frac{20\ \text{N/m}}{0{,}5\ \text{kg}}\,[(0{,}03\ \text{m})^2 - (0{,}02\text{m})^2]}$$

$$= \pm\,0{,}141\ \text{m/s}$$

Pozitif ve negatif işaretler, bu anda kübün sağa veya sola doğru hareket etmekte olabileceğini gösterir.

(c) Yer değiştirme 2 cm olduğu zaman, sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerini hesaplayınız.

Çözüm (b) nin sonuçlarını kullanarak,

$$K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}(0{,}5\ \text{kg})(0{,}141\ \text{m/s})^2=5\times10^{-3}\ \text{J}$$

$$U=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}(20\ \text{N/m})\ (0{,}02\ \text{m})^2=4\times10^{-3}\ \text{J}$$

$K+U=E$ olduğuna dikkat ediniz.

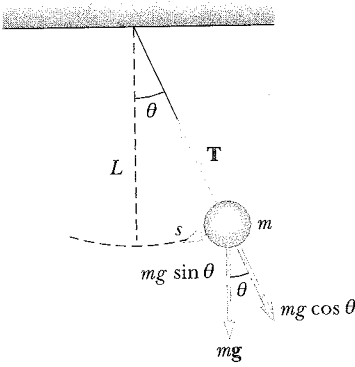
Alıştırma x in hangi değerleri için kübün hızı 0,10 m/s ye eşit olur?

Cevap ± 2,55 cm.

13.4 SARKAÇ

8.11 & 8.12 **Basit sarkaç,** periyodik salınım hareketi yapan bir başka mekanik sistemdir. Sarkaç L uzunluğundaki hafif bir ipin ucuna asılmış parçacık benzeri m kütleli bir toptan oluşur. İpin üst ucu Şekil 13.12 de görüldüğü gibi sabittir. Hareket, düşey bir düzlemde gerçekleşir ve yer çekimi kuvveti ile sürülür. Sarkacın düşeyle yaptığı θ açısının küçük olması şartıyla (yaklaşık 10° den az), hareketin, basit harmonik salınıcı hareketi ile aynı olduğunu göstereceğiz.

Kütle üzerine etkiyen kuvvetler, ip boyunca etkiyen **T** gerilmesi ile $m\mathbf{g}$ ağırlığıdır. Ağırlığın teğetsel bileşeni $mg\sin\theta$, daima $\theta=0$ noktasına yönelir ve yerdeğiştirmeye zıttır. Bu yüzden, teğetsel kuvvet geri çağırıcı bir kuvvettir. Teğetsel doğrultudaki harekete Newton'un ikinci yasasını uygulayabiliriz:



Şekil 13.12 θ küçük olduğu zaman basit sarkaç, denge konumu ($\theta=0$) etrafında basit harmonik hareket yapar. Geri çağırıcı kuvvet, ağırlığın daireye teğet bileşeni olup $mg\sin\theta$ ile verilir.

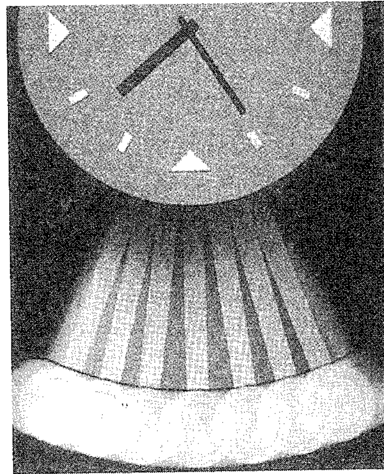
$$\sum F_t=-\ mg\sin\theta=m\frac{d^2s}{dt^2}$$

burada s, yay boyunca ölçülen yerdeğiştirmedir ve eksi işareti teğetsel kuvvetin denge (düşey) konumuna yöneldiğini gösterir. $s=L\theta$ (Eş. 10.1a) ve L sabit olduğundan bu denklem

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=-\frac{g}{L}\sin\ \theta$$

ya indirgenir.

Sağ taraf θ ile değil, sin θ ile orantılıdır. Bu nedenle, sinθ'nın varlığından dolayı basit harmonik hakeket bekleyemeyiz, çünkü bu ifade denklem 13.17 biçiminde değildir. Fakat, θ nın küçük olduğunu kabul edersek, θ radyan cin-



Çok hızlı fotoğrafı çekilen bir basit sarkacın hareketi. Bu durumda salınım hareketi basit harmonik midir? (*Richard Megna/ Temel Fotoğraflar*)

sinden olmak üzere sin $\theta \approx \theta$ yaklaşıklığını kullanabiliriz. Bu nedenle hareket denklemi

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\theta \qquad \textbf{(13.24)}$$

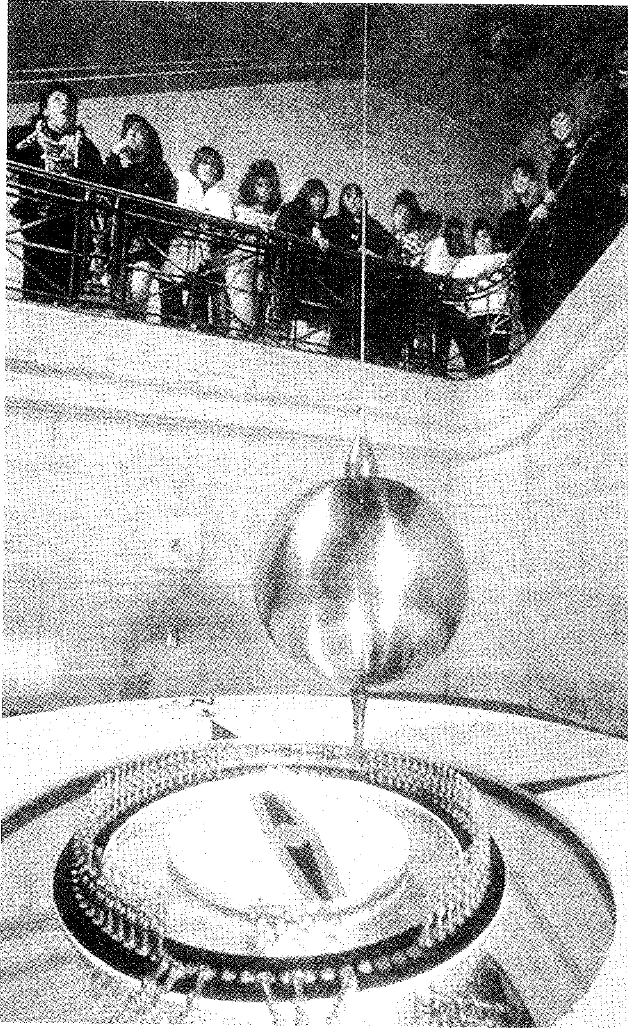
Bir basit sarkacın hareket denklemi (küçük θ)

haline gelir. Şimdi, tam olarak 13.17 Eşitliğiyle aynı biçime sahip bir ifade elde etmiş durumdayız. Böylece, küçük genlikli titreşimler için hareketin basit harmonik hareket olduğu sonucuna varırız. Bundan dolayı, θ_{maks} *maksimum açısal yerdeğiştirme* olmak üzere, θyı $\theta = \theta_{maks} \cos(\omega t + \phi)$ şeklinde yazabiliriz. Burada açısal ω frekansı

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad \textbf{(13.25)}$$

Basit sarkaçta hareketin açısal frekansı

ile verilir. Hareketin periyodu



Philadelphia'daki Franklin Enstitüsü'nde bulunan Foucault sarkacı. Bu tip sarkaç ilk defa Fransız fizikçisi Jean Foucault tarafından Dünya'nın döndüğünü deneysel olarak doğrulamak için kullanılmıştı. Sarkaç salındıkça, topun yerde bulunan bir daire etrafında sıralanmış lobutları arka arkaya devirmesinden dolayı sarkacın içinde salınım yaptığı düşey düzlem dönüyormuş gibi gözükür. Gerçekte, salınım düzlemi uzayda sabittir ve salınan sarkacın altında dönmekte olan yer, lobutları birbiri ardı sıra dokunularak devrilecek konumlara getirir. *(© Bob Emott, Fotoğrafçı)*

Basit sarkaçta hareketin periyodu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad (13.26)$$

dur. Başka bir söyleyişle, **bir basit sarkacın periyot ve frekansı yalnızca ipin boyuna ve yerçekimi ivmesine bağlıdır**. Periyot, kütleden *bağımsız* olduğu için, eşit boydaki bütün basit sarkaçların, aynı yerde (böylece g sabit) eşit periyotla salındıkları sonucuna varırız. Basit sarkaç hareketi ile kütle–yay sistemi arasındaki benzerlik Şekil 13.10 da açıklanmıştır.



Periyodu, yalnızca boyunca ve g nin yerel değerine bağlı olduğu için basit sarkaç, zaman gösterici olarak kullanılabilir. Aynı zamanda, serbest düşme ivmesinin duyarlı ölçümlerini yapmak için de uygun bir araçtır. g nin yerel değerindeki değişmeler, petrol ve diğer kıymetli yeraltı kaynaklarının yeri hakkında bilgi verebildiği için, bu tür ölçümler önemlidir.

Sınama Sorusu 13.5

Kütlesi m olan bir blok, ilkönce bir yaya asılarak durgun dengeye getiriliyor. Yayın, gerilmemiş halinden itibaren L kadar uzadığı görülüyor. Blok ve yay daha sonra titreşime başlatılıyor. Bu sistemin periyodu, L uzunluklu ve topunun kütlesi m olan basit sarkacın periyodundan az mı, ona eşit mi yoksa ondan daha büyük müdür?

ÖRNEK 13.5 Uzunluk ve Zaman Arasında Bir Bağıntı

Tarihteki en büyük saat yapımcısı Christian Huygens (1629-1695), uluslararası uzunluk standartı olarak, periyodu tam olarak 1s olan bir basit sarkacın boyunun alınabileceğini önerdi. Bu teklif kabul edilseydi uzunluk birimimiz ne kadar daha kısa olacaktı?

Çözüm Denklem 13.26 yı uzunluğa göre çözersek

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} = \frac{(1\ s)^2(9{,}80\ m/s^2)}{4\pi^2} = 0{,}248\ m$$

buluruz. O halde, metre nin uzunluğu şimdiki uzunluğunun dörtte birinden hafifçe daha kısa olacaktı. Zaman tam olarak 1s tanımlandığı için, anlamlı rakamların sayısının g yi hangi kesinlikte bildiğimize bağlı olduğuna dikkat ediniz.

Fiziksel Sarkaç

Ev Deneyi

Bir cetveli yaklaşık olarak cetvelin yarısı masanızın kenarı dışında kalacak şekilde sıkıca tutunuz. diğer elinizle, serbest ucunu aşığı çekip bırakınız ve nasıl titreştiğine bakınız. Şimdi cetveli, ancak yaklaşık dörtte biri titreşebilecek şekilde kaydırınız. Bu kez onu çekip serbest bıraktığınızda titreşim periyodu önceki değeriyle kıyaslandığında nasıldır? Niçin?

Halka kısmını işaret parmağınızdan geçirererk desteklediğiniz, telden bir elbise askısını dengede tuttuğunuzu farzedin. Öteki elinizle askıya küçük bir yer değiştirme vererek serbest bıraktığınızda titreşecektir. Asılı bir cisim kütle merkezinden geçmeyen sabit bir eksen etrafında salınım yaparsa ve cisim bir noktasal kütle olarak addedilemezse, sistemi bir basit sarkaç şeklinde ele alamayız. Bu durumda sistem **fiziksel sarkaç** adını alır.

Kütle merkezinden d kadar uzaktaki bir O noktasından geçen bir eksene asılan bir katı cisim alalım (Şek. 13.13). O noktasına göre dönme momenti (tork), yer çekimi kuvveti tarafından sağlanır ve değeri $mgd\sin\theta$ dır. Burada θ Şek. 13.13 te gösterildiği gibidir. I, O dan geçen eksene göre eylemsizlik mo-

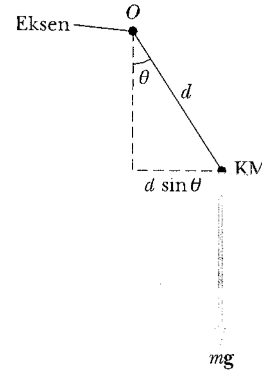
menti olmak üzere, $\sum \tau = I\alpha$ hareket kanununu kullanarak

$$-mgd\ \sin\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

elde ederiz. Soldaki eksi işareti, O ya göre dönme momentinin θ yı azaltmaya çalıştığını gösterir. Yani, yer çekimi kuvveti geri çağırıcı bir tork oluşturur. Bu denklem bize, eksene asılan cismin $d^2\theta/dt^2$ ivmesini verdiği için, bu denklemi sistemin hareket denklemi olarak düşünebiliriz.

Yine, θ 'yı küçük farzedersek, $\sin\theta \approx \theta$ yaklaşımı geçerli olur ve hareket denklemi

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{mgd}{I}\right)\theta = -\omega^2\theta \qquad \textbf{(13.27)}$$



Şekil 13.13 Bir fiziksel sarkaç

ya indirgenir. Böylece, denklem, 13.17 Eş. ile aynı biçimde olur. O halde hareket, basit harmonik harekettir. Yani, 13.27 Eşitliğinin çözümü $\theta = \theta_{maks}\cos(\omega t + \phi)$ olup, burada θ_{maks} maksimum açısal yer değiştirmedir ve

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

olur. Periyot:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad \textbf{(13.28)}$$

Fiziksel sarkaç için hareketin periyodu

Bu sonucu, düzlemsel bir katı cismin eylemsizlik momentini ölçmek için kullanabiliriz. Kütle merkezinin yeri ve dolayısıyla d bilinirse, eylemsizlik momenti, periyod ölçülerek elde edilebilir. Son olarak Eş. 13.28, $I = md^2$ olduğu zaman yani tüm kütle, kütle merkezinde toplandığı zaman, basit sarkacın periyoduna (Eş. 13.26) indirgendiğine dikkat ediniz.

ÖRNEK 13.6 Sallanan Çubuk

Kütlesi M ve uzunluğu L olan düzgün bir çubuk, bir ucundan geçen bir mile asılarak düşey düzlemde sallanmaktadır (Şek. 13.14). Hareketin genliği küçükse titreşimin periyodunu bulunuz.

Çözüm Bölüm 10 da, düzgün bir çubuğun bir ucundan geçen bir eksene göre eylemsizlik momentini $\frac{1}{3}ML^2$ olarak bulmuştuk. Asılma noktasından kütle merkezine olan, d uzaklığı $L/2$ dir. Bu büyüklükler Eş. 13.28 de yerine konulursa

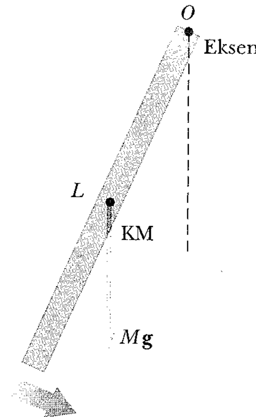
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}ML^2}{Mg\frac{L}{2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

elde edilir.

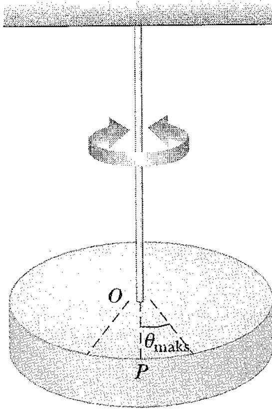
Yorum İlk defa aya ayak basmaların birinde, ayın yüzeyinde yürüyen bir uzay adamının uzay elbisesinden sarkan bir kemer vardı ve kemer bir fizik sarkaç gibi salınıyordu. Dünyadaki bir bilim adamı bu hareketi TV den izledi ve bu gözlemden ay üzerindeki kütle çekim ivmesini tahmin edebildi. Sizce bu hesap nasıl yapılmıştır?

Alıştırma Bir ucundan geçen eksene asılan ve düşey düzlemde salınan bir metre çubuğunun periyodunu hesaplayınız.

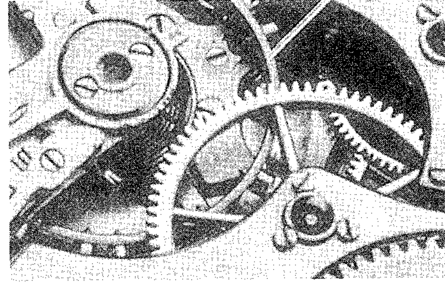
Cevap 1,64 s.



Şekil 13.14 Bir ucundan geçen bir mil etrafında salınan katı bir çubuk $d = L/2$ olan bir fiziksel sarkaçtır. $I = \frac{1}{3}ML^2$dır.



Şekil 13.15 Bir burulmalı sarkaç, katı bir desteğe tutturulmuş bir telin ucuna asılan bir katı cisimden ibarettir. Cisim *OP* çizgisi etrafında θ_{maks} genliği ile titreşir.



Şekil 13.16 Bu antika cep saatinin pandülü, burulmalı bir sarkaçtır ve zamanı gösteren mekanizmayı düzenler. (*George Semple*)

Burulmalı Sarkaç

Şekil 13.15, sabit bir desteğe üst tarafından tutturulan bir telle asılı bir katı cismi gösteriyor. Cisim, herhangi bir küçük θ açısı kadar burulduğunda, burulan tel, cismin üzerine açısal yerdeğiştirme ile orantılı bir geri-çağırıcı tork uygular. Yani,

$$\tau = -\kappa\theta$$

dır. Burada κ (kapa) ya taşıyıcı telin *burulma sabiti* denir. κ nın değeri, tele ölçülebilen bir θ burulması sağlayan ve büyüklüğü bilinen bir tork uygulayarak elde edilebilir. Newton'un İkinci kanununu dönme hareketine uygulayarak

$$\tau = -k\theta = I\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{\kappa}{I}\theta \qquad (13.29)$$

elde edilir. Bu yine $\omega = \sqrt{\kappa/I}$ frekanslı, periyodu

Burulmalı sarkaçta hareketin periyodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \qquad (13.30)$$

olan bir basit harmonik salınıcı denklemidir. Bu sisteme *burulmalı sarkaç* denir. Telin esneklik sınırı aşılmadığı sürece, bu harekette küçük açı sınırlaması diye bir şey yoktur. Şekil 13.16, zembereği tarafından enerji aktarılarak bir burulma sarkacı olarak titreşen bir saat pendülünü göstermektedir.



13.5 BASİT HARMONİK HAREKETİN DÜZGÜN DAİRESEL HAREKETLE KARŞILAŞTIRILMASI



Basit harmonik hareketin birçok özelliğini, bu hareketin düzgün dairesel hareketle olan ilişkisine bakarak daha iyi anlayabilir ve gözümüzde canlandırabiliriz. Şekil 13.17, bu fikri açıklamakta yararlı olan bir deneysel düzeneği gösteriyor. Bu şekil, *A* yarıçaplı bir döner tablanın kenarına tutturulmuş bir topun üstten görünüşünü temsil etmekte olup, kenarından bir lamba ile aydınlatılmıştır. Topun gölgesi perde üzerine düşmektedir. Döner tabla sabit bir açısal hızla dönerken, topun gölgesinin basit harmonik hareketle ileri–geri hareket ettiğini görürüz.

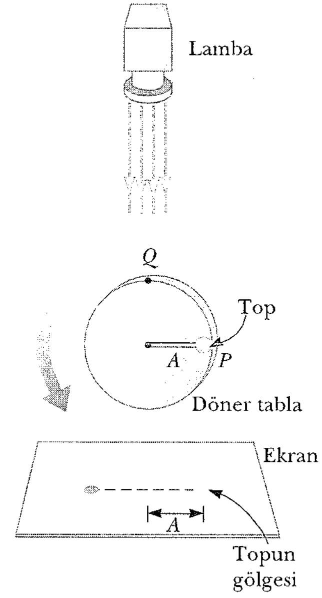
A yarıçaplı daire üzerinde, *P* noktasında bulunan bir parçacık alalım (Şekil 13.18a). Bu daireye, basit harmonik hareketle düzgün dairesel hareketi karşılaştırmaya yarayan bir *referans dairesi* diyeceğiz ve *P* nin $t = 0$ daki konumunu referans konumumuz olarak alacağız. Parçacık, Şekil 13.18b de gösterildiği gibi *OP*, x ekseniyle bir θ açısı yapıncaya kadar ω sabit açısal hızı ile daire boyunca dönerse, o zaman herhangi bir $t > 0$ anında, *OP* ile x ekseni arasındaki acı $\theta = \omega t + \phi$ olur. Parcacık, daire üzerinde hareket ettikçe, *P* nin x ekseni üzerindeki Q ile gösterilen izdüşümü x ekseni boyunca, $x = \pm A$ sınırları arasında ileri–geri hareket eder.

P ve *Q* noktalarının daima aynı x koordinatına sahip olduklarına dikkat ediniz. *OPQ* dik üçgeninden, bu x koordinatının

$$x = A \cos (\omega t + \phi) \tag{13.31}$$

olduğunu görürüz. Bu ifade, *Q* noktasının x ekseni boyunca basit harmonik hareketle hareket ettiğini gösterir. Bu yüzden,

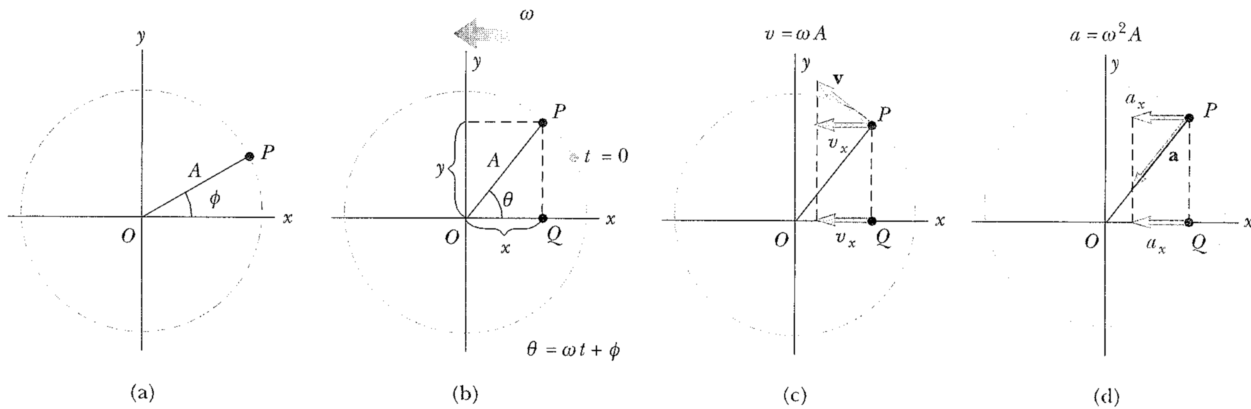
bir doğru boyunca olan basit harmonik hareketin, düzgün dairesel hareketin referans dairesinin bir çapı üzerindeki izdüşümü ile temsil edilebileceği sonucuna varırız.



Şekil 13.17 Basit harmonik hareketle düzgün darisel hareket arasındaki ilişkiyi göstermeğe yarayan deneysel düzenek. Top, döner tabla üzerinde sabit açısal hızla dönerken, perde üzerindeki gölgesi basit harmonik hareketle ileri - geri hareket eder.

Benzer bir tartışmayla, Şekil 13.18b'den *P* nin y ekseni üzerindeki izdüşümünün de basit harmonik hareket sergilediğini görebilirsiniz. Bu nedenle, **düzgün dairesel hareket; biri x, diğeri y boyunca olan ve fazları birbirinden 90° farklı, iki basit harmonik hareketin bir bileşimi gibi düşünülebilir.**

Sunduğumuz geometrik yorum, *P* nin referans dairesi üzerinde bir tam dolanım yapması için geçen sürenin, $x = \pm A$ arasındaki basit harmonik hareketin periyodu *T* ye eşit olduğunu gösteriyor. Yani, *P* noktasının açısal hızı, x ekseni boyunca yapılan basit harmonik hareketin açısal frekansı, ω ile aynıdır (bu yüzden aynı sembolü kullanıyoruz). Basit harmonik hareketin ϕ faz sabiti, *OP* nin başlangıçta x ekseniyle yaptığı açıya karşılık gelir. Referans dairesinin *A* yarıçapı, basit harmonik hareketin genliğine eşittir.



Şekil 13.18 *P* noktasının düzgün dairesel hareketi ile, *Q* noktasının basit harmonik hareketi arasındaki ilişki. *P* deki parçacık, *A* yarıçaplı bir daire üzerinde ω sabit açısal hızı ile hareket eder. (a) *P* nin $t = 0$ daki konumu gösteren bir referans dairesi, (b) *P* ve *Q* noktalarının x koordinatları eşittir ve zamanla $x = A \cos (\omega t + \phi)$ şeklinde değişir. (c) *P* nin hızının x bileşeni, *Q* nun hızına eşittir. (d) *P* nin ivmesinin x bileşeni, *Q* nun ivmesine eşittir.

Dairesel harekette, çizgisel ve açısal hız arasındaki bağıntı $v = r\omega$ olduğu için, A yarıçaplı referans dairesi üzerinde hareket eden parçacık, ωA büyüklüğünde bir hıza sahiptir. Şekil 13.18c nin geometresinden, bu hızın x bileşiminin $-\omega A \sin(\omega t + \phi)$ ile verildiğini görürüz. Tanımdan dolayı, Q noktası dx/dt ile verilen bir hıza sahiptir. 13.31 Eşitliğinin zamana göre diferansiyelini alarak, Q nun hızının, P nin hızının x bileşeniyle aynı olduğunu buluruz.

Referans dairesi üzerindeki P noktasının ivmesi, yarıçap doğrultusunda ışınsal olarak, içeriye O ya doğru yönelir ve $v^2/A = w^2A$ büyüklüğündedir. Şekil 13.18d nin geometrisinden, ivmenin x bileşeninin $-\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$ ye eşit olduğunu görüyoruz. Denklem 13.31 in ikinci türevini alarak doğrulayabileceğiniz gibi, bu değer aynı zamanda x ekseni boyunca izdüşürülmüş nokta olan Q nünde ivmesidir.

ÖRNEK 13.7 Sabit Açısal Hızlı Dairesel Hareket

Bir parçacık, 3 cm yarıçaplı bir daire üzerinde 8 rad/s lik sabit bir açısal hızla, saatin tersi yönünde dönüyor. $t = 0$ anında parçacığın x koordinatı 2 m'dir ve sağa doğru hareket etmektedir.

(a) x koordinatını zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

Çözüm Parçacığın hareketine ait genlik, dairenin yarıçapına eşit ve $\omega = 8$ rad/s olduğundan

$$x = A\cos(\omega t + \phi) = (3\text{m}) \cos(8t + \phi)$$

elde ederiz. $t = 0$ da $x = 2$m başlangıç şartını kullanarak ϕ yi hesaplayabiliriz:

$$2\text{m} = (3)\cos(0 + \phi)$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{2\text{m}}{3\text{m}}\right)$$

Cevabımızı $\phi = 48{,}2°$ olarak alırsak, $x = (3\text{m})\cos(8\cos t + 48{,}2°)$ koordinatı $t = 0$ anında azalmaktadır (yani hareket sola doğrudur). Parçacık ilk başta sağa doğru hareket ettiği için $\phi = -48.2° = -0{,}841$ rad. Bu yüzden, zamana göre x koordinatı

$$x = (3\text{m}) \cos(8t + 0{,}841)$$

biçimindedir. Kosinüs fonksiyonundaki açıların radyan cinsinden olduğuna dikkat ediniz.

(b) Parçacığın herhangi bir t anındaki hızını ve ivmesini bulunuz.

Çözüm

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (-3\text{m})(8\text{rad/s})\sin(8t - 0{,}841)$$

$$= -(24 \text{ m/s})\sin(8\text{t} - 0{,}841)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = (-24\text{m/s})(8\text{rad/s})\cos(8t - 0{,}841)$$

$$= -(192 \text{ m/s}^2)\cos(8t - 0{,}841)$$

Bunlardan, $v_{maks} = 24$ m/s ve $a_{maks} = 192$ m/s^2 olduğu sonucuna varırız. Bu sonuçların da, teğetsel hız ωA ve merkezcil ivme $\omega^2 A$ ya eşit olduğuna dikkat ediniz.

Seçmeli Kesim



13.6 SÖNÜMLÜ SALINIMLAR

Şimdiye kadar ele aldığımız titreşimli hareketler, ideal sistemlerle, yani, doğrusal bir geri çağırıcı kuvvetin etkisi altında sonsuza kadar titreşen sistemlerle ilgiliydi. Gerçek sistemlerde, sürtünme kuvveti gibi harcayıcı kuvvetler daima vardır ve bunlar sistemin hareketini zorlaştırırlar. Sonuçta da, sistemin mekanik enerjisi zamanla azalır ve bu tür harekete *sönümlüdür* denir.

Çok bilinen tipte bir *direnç kuvveti* (Kesim 6.4 de inceledik), hareket eden cismin hızıyla orantılıdır ve harekete ters yönde etki eder. Bu geciktirici kuvvet, hava gibi gaz içindeki bir cismin hareketi sırasında sık gözlenir. *Direnç kuvveti,* (b sönüm katsayısı denilen bir sabit olmak üzere), $\mathbf{R} = -b\mathbf{v}$ şeklinde yazılabileceğinden ve sistemin geri çağırıcı kuvveti $-kx$ olduğundan, Newton'un

ikinci yasasını

$$\sum F_x = -kx - bv = ma_x$$

$$-kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \quad \textbf{(13.32)}$$

şeklinde yazabiliriz. Bu denklemin çözümü henüz aşina olmadığımız düzeyde matematik bilgisini gerektirir, onun için çözümü sadece ispatsız olarak vereceğiz. Direnç kuvveti maksimum geri-çağırıcı kuvvetle kıyaslandığı zaman küçükse —yani b küçük olduğunda— 13.32 Eşitliğinin çözümü

$$x = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \phi) \quad \textbf{(13.33)}$$

dir. Burada hareketin frekansı,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad \textbf{(13.34)}$$

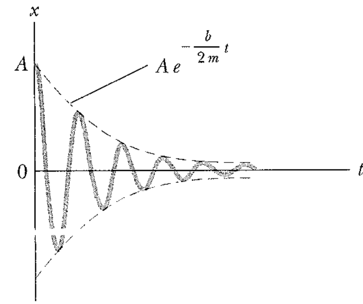
dir. Bunun doğruluğu, Eş. 13.33, Eş. 13.32 de yerine konularak sağlanabilir. Şekil 13.19a, geciktirici bir kuvvet varken titreşen bir cisim için, yer değiştirmeyi zamanın fonksiyonu olarak göstermektedir. Şekil 13.19b, bir yayın ucuna tuturulan ve viskoz bir sıvıya daldırılan böyle bir sistemi resimlemektedir.. **Harcayıcı kuvvet, geri çağırıcı kuvvetle karşılaştırıldığında küçük olduğu zaman, hareketin titreşimli özelliğinin korunduğunu, fakat titreşimin genliğinin zamanla azaldığını** ve en sonunda hareketin kaybolacağını görüyoruz. Bu, *sönümlü salınıcı* olarak bilinir. Şekil 13.19a daki kesikli mavi çizgi, *titreşimli eğrinin zarfı olup,* 13.33 Eşlitliğinde yeralan üstel çarpanı temsil eder. Bu zarf, **genliğin zamanla exponansiyel olarak azalacağını** gösterir. Verilen bir yay-kütle sisteminin hareketinde, harcayıcı kuvvetin en büyük değeri, geri-çağırıcı kuvvetin en büyük değerine yaklaştığı ölçüde, titreşimler daha hızlı olarak sönüme uğrar. Bir sönümlü salınıcının frekansını

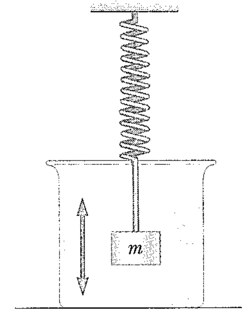
$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{b}{2m}\right)^2}$$

biçiminde ifade etmek uygundur. Burada $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ direnç kuvveti yokken (sönümsüz salınıcı) salınımın açısal frekansını gösterir ve sistemin doğal frekansı maksimum geciktirici kuvvetin büyüklüğü $R_{maks} = bv < kA$ olduğunda sistem **sönümlüdür** denir. R nin değeri kA'ya yaklaştıkça titreşimlerin genliği de daha hızlı azalır. Bu hareket Şekil 13.20 de mavi çizgiyle temsil edilmektedir. b nin değeri, $b_c/2m = \omega_0$ ile verilen b_c gibi bir kritik değere ulaştığında, sistem titreşmez ve **kritik olarak sönümlüdür** denir. Bu durumda, bir kez herhangi bir denge konumundan durgun olarak serbest bırakıldığında, sistem denge konumuna döner ve orada kalır. Bu hal için yer değiştirmenin zamana göre grafiği Şekil 13.20 deki kırmızı çizgidir.

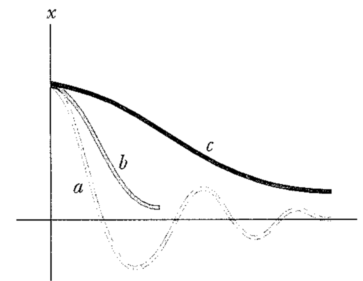
Eğer ortam, direnç kuvveti geri çağırıcı kuvvetten büyük olacak kadar çok ağdalıysa, –yani eğer $R_{maks} = bv_{maks} > kA$ ve $b/2m > \omega_0$ ise,– sistem **aşırı sönümlü** olacaktır. Yine, yer değiştirmiş sistem titreşmez, fakat basitçe denge konumuna döner. Sönüm arttıkça, sistemin dengeye ulaşması için geçen zaman da, Şekil 13.20 de siyah eğriyle gösterildiği gibi artar.

Sistem ister aşırı sönümlü ister az sönümlü olsun sürtünmenin olduğu her durumda, salınıcının enerjisi en sonunda sıfıra inecektir. Mekanik enerjideki kayıp, direnç gösteren ortamın içine ısıl enerji olarak dağılır.

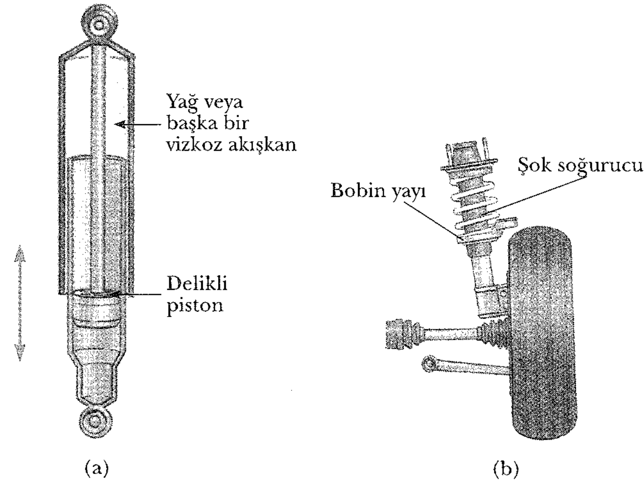




Şekil 13.19 (a) Sönümlü bir salınıcının zamana göre yerdeğiştirme grafiği. Genliğin zamanla azaldığına dikkat ediniz. (b) Sönümlü salınıcıya bir örnek, yayın ucuna takılı ve bir sıvının içine daldırılmış olan bir kütledir.



Şekil 13.20 Yerdeğiştirmenin zamana göre grafikleri (a) Az sönümlü salınıcı. (b) Kritik sönümlü salınıcı. (c) Aşırı sönümlü salınıcı.



Şekil 13.21 (a) Bir amortisör, yağla doldurulmuş bir silindirik bölmede titreşen bir pistondan oluşur. Piston titreştikçe, yağ pistonla silindir arasındaki deliklerden geçer ve pistonun titreşimlerinin sönümüne sebep olur. (b) Her bir tekerlekte bir helezon yayının içine bir amortisörün konduğu bir otomotiv suspansiyon sistemi.

web Amortisörler hakkında daha fazla bilgi edinmek için **http://www.Monroe.com**'a giriniz.

Sınama Sorusu 10.1

Bir otomotiv suspansiyon sistemi Şekil 13.21'de gösterildiği gibi, yayların ve amortisörlerin birleşiminden oluşmuştur. Bir otomotiv mühendisi olsaydınız, az sönümlü mü, kritik olarak sönümlü mü yoksa aşırı sönümlü bir suspansiyon sistemi mi tasarlardınız? Her bir durumu tartışınız.

Seçmeli Kesim

13.7 ZORLANMIŞ SALINIMLAR

Sistem üzerine pozitif iş yapan bir dış kuvvet uygulayarak, sönümlü bir sistemdeki enerji kaybını karşılamak mümkündür. Herhangi bir anda, salınıcının hareketi yönünde etki edecek şekilde uygulanmış bir kuvvet tarafından sisteme enerji verilebilir. Örneğin, bir salıncak üzerindeki bir çocuğun hareketi "uygun zamanlanmış" itmeler sayesinde devamlı kılınabilir. Hareketin her bir dönüşündeki enerji girdisi, tam olarak sürtünmeden dolayı uğranılan enerji kaybına eşit olursa, hareketin genliği sabit kalacaktır. Bu tür bir harekete **zorlanmış salınım** denir.

Zorlanmış salınıcı için iyi bilinen bir örnek, $F = F_{\text{dış}}\cos\omega t$ gibi periyodik olarak değişen bir dış kuvvet tarafından sürülen bir sönümlü salınıcıdır ve burada ω kuvvetin açısal frekansı, $F_{\text{dış}}$ ise bir sabittir. Bu sürücü kuvvet 13.32 Eşitliğinin sol tarafına eklenirse

$$F_{\text{dış}}\cos\omega t - kx - b\frac{dx}{dt} = m\frac{d^2x}{dt^2} \qquad \textbf{(13.35)}$$

olur. Yine, bu denklemin çözümü oldukça uzundur ve burada verilmeyecektir. Bununla beraber, yeterince uzun bir zaman sonra, devir başına enerji girdisi, devir başına enerji kaybına eşit olduğunda, titreşimlerin sabit genlikle sürdüğü bir *kararlı–hal* durumuna varılır. O zaman, sistem kararlı haldeyken, 13.35 Denklemi şu çözüme sahip olur:

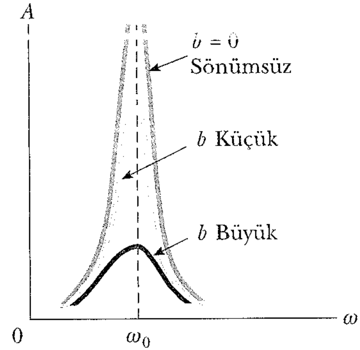
$$x = A\cos(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(13.36)}$$

burada

$$A = \frac{F_{\text{dış}}/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{b\omega}{m}\right)^2}} \tag{13.37}$$

dır ve $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ sönümsüz salınıcının ($b = 0$) açısal frekansıdır. Fiziksel olarak, kararlı bir durumda, salınıcının hareket sağlayan kuvvetle aynı frekansa sahip olması gerektiğini savunabiliriz. Bu yüzden 13.36 Denklemi ile verilen çözüm beklenen bir çözümdür. Gerçekte, bu çözüm 13.35 Denkleminde yerine konulduğunda; genliğin, Eş. 13.37 le verilmesi halinde, bunun bir çözüm olduğu bulunur.

Eş. 13.37, zorlanmış salınıcının hareketinin sönümlü olmadığını gösterir, çünkü salınıcı bir dış kuvvet tarafından sürülmektedir. Yani, dış etken, direnç kuvvetlerinden kaynaklanan kayıpları yenmek için gerekli enerjiyi sağlar. Sistemin, sürücü kuvvetin ω frekansıyla titreştiğine dikkat ediniz. Küçük sönüm için, sürücü kuvvetin frekansı doğal titreşim frekansına yakın olduğu zaman genlik büyük değerler alır. Doğal frekans yakınında, genlikteki bu dramatik artışa **rezonans** ve ω_0 frekansına da bazen sistemin **rezonans frekansı** denir.



Şekil 13.22 Periyodik bir sürücü kuvvet olduğu zaman, sönümlü bir salınıcıda genliğin frekansa karşı grafiği. Sürücü kuvvetin frekansı, doğal frekans ω_0 a eşit olduğunda rezonans meyana gelir. Rezonans eğrisinin şeklinin, sönüm sabiti b nin büyüklüğüne bağlı olduğuna dikkat ediniz.

Rezonans frekansındaki büyük–genlikli titreşimlerin sebebi, enerjinin sisteme en uygun şartlar altında aktarılıyor olmasıdır. Bu, Denklem 13.36 da x in zamana göre birinci türevini alarak yani titreşkenin hızı için bir ifade elde ederek daha iyi anlaşılabilir. Bu yapılırsa, v nin sin $(\omega_t + \phi)$ ile orantılı olduğu bulunur. Uygulanan kuvvet, v ile aynı fazda ise, F kuvveti tarafından salınıcı üzerinde iş yapılma hızı $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$ skaler çarpımına eşit olur. İş yapma hızının gücün tanımı olduğunu hatırlayınız. **F** ile **v** aynı fazda olduğu zaman, $\mathbf{F} \cdot \mathbf{v}$ çarpımı daima pozitif olduğundan, **rezonansta, uygulanan kuvvetin hızla aynı fazda olduğu ve salınıcıya aktarılan gücün maksimum olduğu sonucuna varırız.**

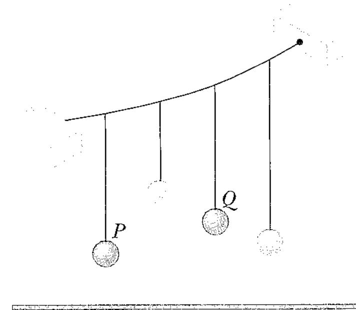
Zorlanmış salınıcı (osilâtör) için, frekansın fonksiyonu olarak genliğin grafiği, direnç kuvveti varken ve yokken Şekil 13.22 de gösterilmiştir. Sönümün azalmasıyla ($b \to 0$) genliğin arttığına dikkat ediniz. Ayrıca, sönüm arttıkça rezonans eğrisi genişler. Kararlı–durum koşulları altında ve herhangi bir sürücü frekansta, sisteme aktarılan enerji, sönüm kuvvetlerinden dolayı kaybedilen enerjiye eşittir; buradan salınıcının ortalama toplam enerjisi sabit kalır. Söndürücü kuvvetin olmaması halinde ($b = 0$), Eş. 13.37 den kararlı–durum genliğinin $\omega \to \omega_0$ için sonsuza yaklaştığını görürüz. Başka deyişle, sistemde hiçbir kayıp yoksa ve başlangıçta hareketsiz duran bir salınıcı, hızla aynı fazda olan sinüssel bir kuvvetle sürmeye devam edersek, hareketin genliği sınırsız olarak artacaktır (Şekil 13.22 deki kırmızı eğriye bakınız). Daima bir miktar sönüm bulunacağı için, bu sınırsız artış pratikte gerçekleşmez.

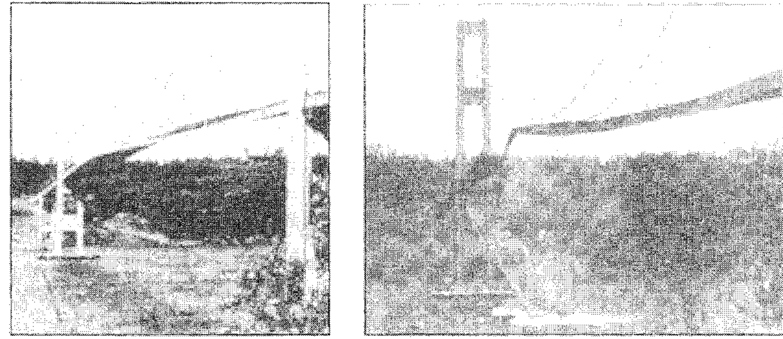
Sürülen bir salınıcı sistemin sürücü kuvvet kaldırıldıktan sonraki davranışı b ye ve ω nın ω_0 a ne kadar yakın olduğuna bağlıdır. Bu davranış bazen Q kalite faktörü denilen bir parametreyle belirtilir. Sistem sönümsüz hale yakın olduğu ölçüde, Q daha büyük olacaktır. Titreşimlerin genliği Q/π devir içinde e (= 2,718...) çarpanı kadar azalır.

Kitapta daha sonra gelen kısımlarda, rezonans olayının fiziğin başka alanlarında da ortaya çıktığını göreceğiz. Örneğin; belirli elektrik devrelerinin doğal frekansları vardır. Köprü gibi yapılar, doğal rezonans frekanslarına sahiptir ve uygun bir **sürücü kuvvetle** rezonansa getirilebilir. Böyle yapısal rezonansın çarpıcı bir örneği, 1940'ta Washington'daki Tacoma Narrows Köprüsü'nün rezonans titreşimleri yoluyla çöküşünde görüldü. Bu olayda, rüzgârlar özellikle kuvvetli olmadığı halde, köprü tasarımı kendi içinde emniyet özelliklerini bulundurmadığı için köprü sonunda çöktü (Şekil 13.23).

Ev Deneyi

Bir ipe birkaç tane cisim bağlayınız ve onları şekilde gösterildiği gibi yatay bir ipten sarkıtınız. Askı iplerinden ikisinin yaklaşık eşit uzunlukta olmasını sağlayınız. Bu çiftlerden birisi örneğin P, yanlara doğru harekete geçirilirse, bütün diğerleri de hareket etmeye başlar. Fakat, P ile aynı uzunluğa sahip olan Q, en büyük genlikte titreşir. Bütün kütleler aynı değerde olmalı mıdır?





Şekil 13.23 (a) 1940 ta girdaplı rüzgarlar Tacoma Norrows Köprüsü'nde burulmalı titreşimleri başlattı ve köprü yapısının doğal frekanslarının biri yakınındaki bir frekansla köprünün titreşmesine neden oldular. (b) Bu oluşan rezonans koşulları, köprünün çökmesine sebep oldu. (*UPI/Bettmann Newsphotos*)

Rezonans titreşimlerinin daha başka birçok örnekleri sayılabilir. Tanık olmuş olabileceğiniz bir rezonans titreşimi de telefon tellerinin rüzgarda "ötmesi"dir. Mekanik makinalarda titreşen bir kısım, hareket eden diğer bir kısımla rezonanstaysa, makina çoğu zaman parçalanır. Son olarak, askerlerin köprülerin üzerinden uygun adımla yürümesinin, yapıda rezonans titreşimlerini uyardığı ve köprülerin yıkılmasına yol açtığı bilinmektedir. Fransa'da, 1850'de meydana gelen böyle ünlü bir kazada, bir asma köprünün çökmesiyle 226 asker ölmüştür.

ÖZET

Bir cismin ivmesi, cismin denge konumundan olan yerdeğiştirmesiyle orantılı ve yer değişitirmeyle zıt yönde olduğunda, cisim basit harmonik hareket yapar. Basit harmonik salınıcının konumu zamanla periyodik olarak

$$x = A\cos(\omega t + \phi) \quad \textbf{(13.3)}$$

bağıntısına göre değişir, burada A hareketin genliği, ω **açısal frekans**, ve ϕ **faz sabitidir**. ϕ nın değeri salınıcının başlangıç konumuna ve hızına bağlıdır.

Bir tam devirlik titreşim için geçen zamana hareketin **periyodu** denir ve

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \textbf{(13.4)}$$

şeklinde tanımlanır. Periyodun tersi, hareketin **frekansıdır** ve bir saniyedeki titreşimlerin sayısına eşittir. Basit harmonik hareket yapan bir cismin hareketini anlatmak için bu formülü kullanabilmelisiniz.

Basit harmonik hareketin hızı ve ivmesi

$$v = \frac{dx}{dt} = -\omega A\,\sin(\omega + \phi) \quad \textbf{(13.7)}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A\,\cos(\omega t + \phi) \quad \textbf{(13.8)}$$

$$v = \pm\,\omega\sqrt{A^2 - x^2} \quad \textbf{(13.25)}$$

ile verilirler. O halde, maksimum hız ωA ve maksimum ivme $\omega^2 A$ dır. Salınıcı (osilâtör), $x = \pm A$ dönüm noktalarında iken hız sıfır, denge konumu $x = 0$ da iken hız makiumumdur. İvmenin büyüklüğü, dönüm noktalarında maksimum, denge konumunda ise sıfırdır. Genliği, açısal frekansı ve faz sabitini biliyorsanız, titreşen bir cismin hızını ve ivmesini bulabilmelisiniz.

Sürtünmesiz bir yüzeyde bulunan kütle–yay sistemi, periyodu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad \textbf{(13.18)}$$

ile verilen bir basit harmonik hareket yapar. Basit harmonik salınıcında kinetik ve potansiyel enerjisi zamanla değişir ve

$$K = \tfrac{1}{2}m\,v^2 = \tfrac{1}{2}m\,\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(13.20)}$$

$$U = \tfrac{1}{2}k\,x^2 = \tfrac{1}{2}k A^2 \cos^2(\omega t + \phi) \qquad \textbf{(13.21)}$$

ifadeleriyle verilirler. Bu üç formülle çeşitli titreşimleri analiz edebilirsiniz. Hesaplarınıza kütle ve yay sabitinin nasıl katılacağına dikkat ediniz.

Basit harmonik titreşkende toplam enerji, bir hareket sabitidir ve

$$E = \tfrac{1}{2}k A^2 \qquad \textbf{(13.22)}$$

ile verilir.

Salınıcının potansiyel enerjisi, titreşen dönüm noktalarında iken maksimum denge konumunda iken sıfırdır. Kinetik enerji, dönüm noktalarında sıfır, denge konumunda maksimumdur. Herhangi bir t anında enerjinin, potansiyel ve kinetik enerji şeklinde bölüşümünü belirleyebilmelisiniz.

L uzunluklu bir **basit sarkaç**, düşeyle küçük açılar yaparsa

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \textbf{(13.24)}$$

periyotlu basit harmonik hareket yapar.

Küçük açısal yer değiştirmeler için **bir fiziksel sarkaç**, kütle merkezinden geçmeyen bir mil etrafında basit harmonik hareket yapar. Hareketin periyodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} \qquad \textbf{(13.26)}$$

dir. Burada I, askı milinden geçen bir eksene göre eylemsizlik momenti; d, milden kütle merkezine olan uzaklıktır. Ne zaman basit-sarkaç formülünü kullanacağınızı ve ne zaman sistemin bir fiziksel sarkaç olarak ele alınması gerektiğini ayırdedebilmelisiniz.

Bir düzgün dairesel hareket, iki basit harmonik hareketin bileşimi olarak düşünebilir. Hareketlerden biri x, öteki y ekseni boyunca olmalı ve aralarında 90° lik faz farkı bulunmalıdır.

SORULAR

1. Zıplayan bir top basit harmonik harekete bir örnek midir? Bir öğrencinin evden okula ve tekrar geriye yaptığı günlük hareketi bir harmonik hareket midir? Niçin öyledir veya değildir?

[2.] Bir parçacığın koordinatı $x = -A\cos\omega t$ şeklinde değişirse, Eşitlik 13.3 deki ϕ faz sabiti nedir? Parçacık hangi konumda hareketine başlar?

3. Titreşen bir parçacığın $t = 0$ ve daha sonraki bir t zamanı arasındaki yerdeğiştirmesi, zorunlu olarak onun t anındaki konumuna eşit olur mu? Açıklayınız.
4. Bir basit harmonik salınıcıda şu büyüklüklerin aynı yönde olup olamayacaklarını belirleyiniz: (a) Yer değiştirme ve hız. (b) Hız ve ivme. (c) Yerdeğiştirme ve ivme.
5. Bir salınıcının, $t = 0$ anında sadece konumu belli ise, A genliği ve ϕ faz sabiti bulunabilir mi? Açıklayınız.
6. Bir kütle-yay sisteminde, yayın kütlesi ihmal edilmiyorsa, sistemin hareketini nitel olarak açıklayınız.
7. Bir yaya asılan durgun bir kütlenin, $U = \frac{1}{2}ky^2 + mgy$ potansiyel enerjisini gösteren bir grafik çiziniz. Grafiğin en alt kısmı niçin başlangıçtan kaymıştır?
8. Bir kütle–yay sistemi, A genlikli bir basit harmonik hareket yapıyor. Kütle iki katına çıkartılıp, genlik değiştirilmezse toplam enerji değişir mi? Kinetik ve potansiyel enerjiler kütleye bağlı mıdır? Açıklayınız.
9. Uzunluğu iki katına çıkartılırsa bir basit sarkacın periyodu ne olur? Asılan kütle iki katına çıkartılırsa periyod ne olur?
10. Bir basit sarkaç, duran bir asansörün tavanına asılıyor ve periyodu belirleniyor. Periyottaki değişmeleri, eğer varsa, asansörün; (a) yukarıya ivmelenmesi, (b) aşağıya ivmelenmesi ve (c) sabit hızla gitmesi halleri için anlatınız.
11. Bir basit sarkaç, θ küçük olduğu zaman, basit harmonik hareket yapar. θ büyükse hareket periyodik olur mu? θ nın artmasıyla periyot nasıl değişir?
12. Sönümlü titreşimler, b nin ve k nın her değeri için oluşur mu? Açıklayınız.
13. Bir sistem rezonansta iken sönümlü titreşim olma olasılığı var mıdır? Açıklayınız.
14. Rezonansta, 13.36 Eşitliğindeki ϕ faz açısı neye eşittir? (*İpucu:* Bu denklemi, rezonansta, hızla aynı fazda olması gereken sürücü kuvvetin ifadesiyle kıyaslayınız.
15. Bazı paraşütler, havanın düzgün bir şekilde içinden akmasını sağlayan küçük deliklere sahiptir. Bu delikler olmaksızın, bazen paraşütçünün düşmesi sırasında çadırın altında toplanan hava, dönüşümlü ve periyodik olarak çadırın kenarlarından bir taraftan ve sonra diğer taraftan serbest bırakılır. Havanın bu periyodik serbest bırakılması niçin bir probleme yol açabilir?
16. Eğer, büyükbabanızdan kalma bir saat geri kalıyor olsaydı, doğru çalışmasını sağlamak için sarkacın "boyunu" nasıl ayarlayabilirdik?
17. Bir sarkaç topu su ile dolu bir küreden yapılmıştır. Kürede, suyu yavaş yavaş kaçıran bir delik bulunsaydı bu sarkacın titreşim frekansı ne olurdu?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 13.1. Basit Harmonik hareket

1. Bir parçacığın yerdeğiştirmesi, x m ve t s cinsinden olmak üzere, $x = (4 \text{ m}) \text{ Cos } (3\pi t + \pi)$ ifadesiyle veriliyor. (a) Hareketin frekans ve periyodunu, (b) hareketin genliğini, (c) faz sabitini, (d) $t = 0{,}25$ s deki yer değiştirmesini bulunuz.
2. 4 m yükseklikten bırakılan bir top yerle tam esnek bir çarpışma yapıyor. Hava direncinden dolayı bir enerji kaybının olmadığını varsayarak, (a) hareketin periyodik olduğunu gösteriniz ve (b) hareketin periyodunu bulunuz. (c) Hareket basit harmonik midir? Açıklayınız.
3. Bir parçacık 3 titreşim/s frekanslı ve 5 cm genlikli basit harmonik hareket yapıyor. (a) Hareketin bir devri esnasında parçacık ne kadarlık bir toplam uzaklık kateder? (b) Maksimum hızı nedir, Nerede oluşur? (c) Parçacığın maksimum ivmesini bulunuz. Hareket sırasında maksimum ivme nerede oluşur?
4. Bir makinada piston, yerdeğiştirmesi

$$x = (5 \text{ cm}) \cos (2t + \pi/6)$$

ifadesi ile verilen basit harmonik hareket yapıyor. Burada x santimetre ve t saniye olarak verilmiştir. $t = 0$ anında (a) parçacığın yerdeğiştirmesini, (b) hızını, (c) ivmesini bulunuz. (d) Hareketin periyodunu ve genliğini bulunuz.

WEB 5. x ekseni boyunca basit harmonik hareket yapan bir parçacık, $t = 0$ da başlangıçtan başlıyor ve sağa doğru hareket ediyor. Hareketin genliği 2 cm ve frekansı 1,5 Hz ise; (a) yerdeğiştirmesinin $x = (2 \text{ cm}) \sin (3\pi t)$ ile verildiğini gösteriniz. (b) Maksimum hızı ve parçacığın bu hıza ulaştığı en erken ($t > 0$) zamanı, (c) maksimum ivmeyi ve parçacığın bu ivmeye ulaştığı en erken ($t > 0$) zamanı ve (d) $t = 0$ la $t = 1$ s arasında gidilen toplam uzaklığı hesaplayınız.

6. Basit harmonik hareket yapan bir cismin başlangıç konumu ve hızı x_i ve v_i, titreşimin açısal frekansı ω dır. (a) Bütün zamanlar için cismin konumu ile hızının

$$x(t) = x_i \cos \omega t + \left(\frac{v_i}{\omega}\right) \sin \omega t$$

$$v(t) = -x_i\omega \sin \omega t + v_i \cos \omega t$$

olarak yazılabileceğini gösteriniz. (b) Hareketin genliği A ise,

$$v^2 - ax = v_i^2 - a_i x_i = v^2 A^2$$

olduğunu gösteriniz.

Kesim 13.2 Kütle-Yay Sistemine Yeniden Bakış

Not: Bu kesimdeki tüm problemlerde yayın kütlesini ihmal ediniz.

7. Bir yay, ucuna 10g kütle asıldığında 3,9 cm uzuyor. Bu yayın ucuna asılı 25g lık bir kütle basit harmonik hareketle titreşirse, hareketin periyodunu hesaplayınız.

8. Bir basit harmonik salınıcının beş tam titreşim yapması 12 s'lik bir zaman almaktadır. (a) Hareketin periyodunu, (b) hertz olarak frekansını, (c) saniyede radyan olarak açısal frekansını bulunuz.

9. 8 N/m kuvvet sabitli bir yaya tutturulmuş 0,5 kg lık bir kütle 10 cm genlikli bir basit harmonik hareketle titreşmektedir. (a) Hızının ve ivmesinin maksimum değerini, (b) kütle denge konumundan 6 cm ötede iken hızını ve ivmesini ve (c) kütlenin $x = 0$ dan $x = 8$ cm konumuna gelmesi için geçen zamanı bulunuz.

10. Kuvvet sabiti 25 N/m olan bir yaya bağlanmış 1 kg lık bir kütle sürtünmesiz, yatay bir düzlemde titreşiyor. Kütle $t = 0$ anında $x = -3$ cm de iken durgun halden serbest bırakılıyor (Yani, yay 3 cm sıkıştırılmıştır). (a) Hareketin periyodunu, (b) hızının ve ivmesinin maksimum değerini, (c) yerdeğiştirme, hız ve ivmeyi zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

11. Tavandaki bir kirişe tutturulmuş düşey bir yayın alt ucuna 7 kg lık bir kütle asılmıştır. Kütle, 2,6 s periyotlu düşey titreşimlere başlatılıyor. Yayın kuvvet sabitini bulunuz.

12. Bilinmeyen kütleli bir blok, 6,5 N/m yay sabiti olan bir yaya tutturulmuştur ve 10 cm genlikli basit harmonik hareket yapmaktadır. Kütle, denge konumu ile en uç konumun ortasındayken hızı + 30 cm/s olarak ölçülüyor. (a) Bloğun kütlesini, (b) hareketin periyodunu ve (c) bloğun maksimum ivmesini bulunuz.

13. Bir yaya asılı bir parçacığın titreşimleri 2 rad/s lik açısal frekansa sahiptir. Yay-parçacık sistemi bir asansör kabininin tavanından aşağı asılıdır ve asansör 1,5 m/s lik sabit bir hızla aşağı doğru inerken kütle (asansör kabinine göre) hareketsizdir. Kabin birden bire duruyor. (a) Parçacık hangi genlikle titreşecektir? (b) Parçacığın hareket denklemi nedir? (Yukarı doğru olan yönü pozitif seçiniz).

14. Bir yaya asılı bir parçacık ω açısal frekansı ile titreşmektedir. Yay-parçacık sistemi bir asansör kabininin tavanından aşağı asılıdır ve asansör v sabit hızıyla aşağı doğru inerken kütle (asansör kabinine göre) hareketsizdir. Daha sonra kabin birden bire duruyor. (a) Parçacık hangi genlikle titreşir? (b) Parçacığın hareket denklemi nedir? (Yukarı doğru olan yönü pozitif seçiniz.)

15. 1 kg lık bir kütle yatay bir yaya tutturulmuştur. Yay başlangıçta 0,1 m uzatılmış ve kütle durgun halden serbest bırakılmıştır. Hareket sürtünmesiz olarak gerçekleşmektedir. 0,5 s sonra, kütlenin hızı sıfırdır. Kütlenin maksimum hızı nedir?

Kesim 13.3 Basit Harmonik Salınıcının Enerjisi

Not: Bu kesimdeki tüm problemler için yay kütlelerini ihmal ediniz.

16. 200 g lık bir kütle, bir yaya tutturulmuştur ve 0,25 s periyotlu basit harmonik hareket yapmaktadır. Sistemin toplam enerjisi 2J ise; (a) yayın kuvvet sabitini, (b) hareketin genliğini bulunuz.

WEB **17.** Bir güvenlik deneyinde 1000 kg lık bir otomobil tuğla bir duvarın üzerine sürülüyor. Tampon 5×10^6 N/m lik bir yay sabiti gibi davranarak araba durgun hale gelinceye kadar 3,16 cm sıkışıyor. Duvarla çarpışmada bir enerji kaybının olmadığını kabul ederek, çarpışmadan önce arabanın hızının ne olduğunu bulunuz.

18. Bir kütle–yay sistemi 3,5 cm lik bir genlikle titreşiyor. Yay sabiti 250 N/m ve kütle 0,5 kg ise; (a) sistemin mekanik enerjisini, (b) kütlenin maksimum hızını ve (c) maksimum ivmeyi hesaplayınız.

19. 35 N/m kuvvet sabitli hafif bir yaya tutturulmuş olan 50 g lık bir kütle, yatay, sürtünmesiz bir düzlem üzerinde 4 cm genlikle titreşiyor. (a) Titreşen sistemin toplam enerjisini, (b) yerdeğiştirme 1 cm olduğunda kütlenin hızını bulunuz. Yerdeğiştirme 3 cm olduğunda, (c) kinetik enerjiyi ve (d) potansiyel enerjiyi bulunuz.

20. 2 kg lık bir kütle bir yaya bağlanarak yatay, düzgün bir yüzey üzerine konmuştur. Yay denge konumundan (x ekseninin başlangıcı) 0,2 m çekildiğinde kütleyi dengede tutmak için 20 N luk yatay bir kuvvet gerekli oluyor. Şimdi kütle, durgun halden ve $x_i = 0,2$ m başlangıç yerdeğiştirmesi varken serbest bırakılıyor ve sonuçta basit harmonik hareket yapmaya başlıyor. (a) Yayın kuvvet sabitini, (b) titreşimlerin frekansını, (c) kütlenin hızını bulunuz. Bu nerede görülür?, (d) kütlenin maksimum ivmesini bulunuz. Bu nerede oluşur? (e) Titreşen sistemin toplam enerjisini bulunuz. Yerdeğiştirme en büyük değerin üçte birine eşit olduğu zaman (f) hızı ve (g) ivmeyi bulunuz.

Bir masa üstünde durgun halde bulunan 1,5 kg lık bir blok 19,6 N/m kuvvet sabiti olan yatay bir yaya tutturulmuştur. Yay ilk baştan uzamamış durumdadır. Sabit ve 20-N değerindeki yatay bir kuvvet cisme uygulanıyor ve yayın uzamasına sebep oluyor. (a) Blokla masa arasındaki yüzeyin sürtünmesiz olduğunu kabul ederek, bloğun denge konumundan 0,3 m hareket ettikten sonraki hızını bulunuz. (b) Blok ile masa arasında 0,2 değerinde bir kinetik sürtünme katsayısı varsa (a) şıkkını yeniden cevaplayınız.

22. Basit harmonik hareket yapan bir sistemin genliği iki katına çıkarılıyor. (a) Toplam enerjideki, (b) maksimum hızdaki, (c) maksimum ivmedeki ve (d) periyottaki değişmeyi hesaplayınız.

23. Bir parçacık, 3 cm genlikle basit harmonik hareket yapıyor. Hareketin orta noktasından itibaren hangi yerdeğiştirmede hızı, maksimum hızının yarısına eşit olacaktır?

24. Yay sabiti 3,24 N/m olan bir yaya bağlı kütle, konumu $x = (5 \text{ cm}) \cos (3{,}6t \text{ rad/s})$ denklemiyle verilen şekilde titreşmektedir. (a) İlk devir esnasında, $0 < t < 1{,}75$ s için, sistemin potansiyel enerjisi ne zaman en hızlı olarak kinetik enerjiye dönüşmektedir? (b) Enerji dönüşümünün maksimum hızı nedir?

Kesim 13.4 Sarkaç

25. Bir kulenin içine giren bir adam, kulenin yüksekliğini bilmek istiyor. Uzun bir sarkacın tavandan itibaren yaklaşık olarak yerdeki döşemeye kadar uzandığına ve periyodunun 12 s olduğuna dikkat ediyor. (a) Kule ne kadar yüksekliktedir? (b) Bu sarkaç, serbest düşme ivmesinin 1,67 m/s^2 olduğu Ay'a götürülürse, oradaki periyodu ne olur?

26. Bir "saniye sarkacı", denge konumundan her bir saniyede bir kez geçen bir sarkaçtır. (Sarkacın periyodu 2 s dir.) Bir saniye sarkacının Tokyo'daki boyu 0,9927 m ve İngiltere'deki Cambridge'de ise 0,9942 m dir. Bu iki yerdeki serbest düşme ivmelerinin oranı nedir?

27. Bir cadde kavşağının üstündeki katı çelik bir kutu, standard trafik ışıkları taşımakta ve ışıkların her biri kutunun hemen altında asılı bulunmaktadır. Çıkan bir fırtına ışıklardan birini düşey bir düzlemde titreşime başlatıyor. Periyodunun büyüklük mertebesini bulunuz. Veri olarak aldığınız büyüklüklerin değerlerini veriniz.

28. θ radyan cinsinden ve $\omega = 4{,}43$ rad/s olmak üzere bir sarkaın açısal yer değiştirmesi $\theta = (0{,}32 \text{ rad}) \cos\omega t$ denklemiyla temsil ediliyor. Sarkacın periyodunu ve boyunu bulunuz.

WEB 29. Bir basit sarkacın kütlesi 0,5 kg ve boyu 1 m dir. Sarkaç 15° lik bir açı kadar çekilerek serbest bırakılıyor. (a) Maksimum hız, (b) maksimum açısal ivme ve (c) maksimum geri çağırıcı kuvvet nedir?

30. Bir basit sarkaç 5 m uzunluktadır. (a) Bu sarkaç yukarıya doğru 5 m/s^2 lik bir ivmeyle hızlanan bir asansörün tavanına asılmışsa, sarkacın basit harmonik hareketinin periyodu nedir? (b) Asansör aşağı doğru 5 m/s^2 lik bir ivmeyle hızlanıyorsa periyot nedir? (c) Sarkaç, yatay olarak 5 m/s^2 lik bir ivmeyle yatay olarak hızlanan bir kamyonun tavanına asıldığında basit harmonik hareketin periyodu nedir?

31. m kütleli bir parçacık R yarıçaplı yarım küre şeklindeki bir kasenin içinde sürtünmesiz olarak kayıyor. Denge konumundan itibaren küçük bir yer değiştirmeyle durgun halden harekete başlarsa, parçacığın, boyu R ye eşit bir basit sarkacın sahip olduğu açısal frekansa eşit bir açısal frekansla basit harmonik hakeket yapacağını gösteriniz. Yani, $\omega = \sqrt{g/R}$.

32. Bir kütle, bir basit sarkaç oluşturmak üzere bir ipin ucuna tutturuluyor. Küçük açısal yerdeğiştirmeler için harmonik hareketin periyodu üç değişik uzunluk için ölçülüyor. Her durum için zaman ölçümü bir kronometre ile 50 titreşim üzerinden yapılıyor. 1 m, 0,75 m ve 0,5 m için 50 titreşimlik toplam zamanlar karşılıklı olarak 99,8 s, 86,6 s ve 71,1 s dir. (a) Her bir uzunluk için hareketin periyodunu bulunuz. (b) Bu üç bağımsız ölçümden elde edilen g nin ortalama değerini belirleyiniz ve kabul edilen değerle karşılaştırınız. (c) T^2 yi L ye göre çiziniz ve "en iyi uyumlu" doğrunun grafiğinin eğiminden g için bir değer bulunuz. Bu değeri (b)de elde ettiğiniz değerle karşılaştırınız.

33. Düzlemsel bir cisim şeklindeki bir fiziksel sarkaç 0,45 Hz frekanslı bir basit harmonik hareket yapıyor. Sarkacın kütlesi 2,2 kg ve dönme ekseni kütle merkezinden 0,35 m uzakta bulunuyorsa, sarkacın eylemsizlik momentini hesaplayınız.

34. Uzunluğu 0,5 m olan çok hafif katı bir çubuk, bir metre çubuğundan öteye, onun devamı gibi uzanmaktadır. Bu çubuk, metre çubuğunun uzak ucundaki bir eksenden geçirilerek asılmıştır ve salınıma başlatılmıştır. (a) Titreşimin periyodunu bulunuz. (b) Bu değer 1 m uzunluklu basit sarkacınkinden yüzde kaç farklıdır?

35. Şekil 13.13 deki fiziksel sarkacı ele alınız. (a) I_{KM} kütle merkezinden geçen ve dönme noktasından geçen eksene paralel olan bir eksene göre eylemsizlik momenti olmak üzere periyodunun

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_{KM} + md^2}{mgd}}$$

olduğunu gösteriniz. Burada d dönme noktası ile kütle merkezi arasıdaki uzaklıktır. (b) d uzaklığı $md^2 = I_{KM}$ şartını sağladığında, periyodun minimum bir değere sahip olduğunu gösteriniz.

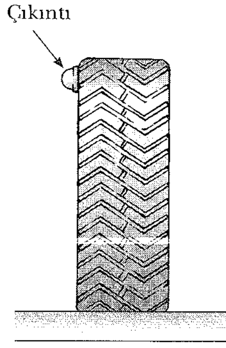
36. Bir burulmalı sarkaç, 2 kg küleli bir metre çubuğunun ortasına bir teli tutturarak yapılmıştır. Sonuçtaki periyot 3 dakika ise, telin burulma katsayısı nedir?

37. Bir saatin balans çarkı 0,25 s lik bir titreşim periyoduna sahiptir. Çark, 20 g lık kütlesi, 0,5 cm yarıçaplı bir çeperde yoğunlaşacak şekilde yapılmıştır. (a) Çarkın eylemsizlik momenti nedir? (b) çarka bağlı yayın burulma sabiti ne olur?

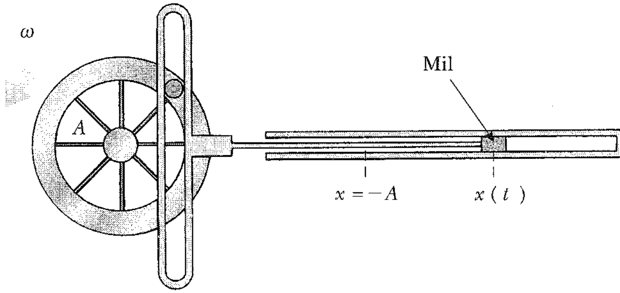
Kesim 13.5 Basit Harmonik Hareketin Düzgün Dairesel Hareketle Karşılaştırılması

38. 3 m/s hızla giden bir arabayı arkadan takip ederken, tekerleklerinden birinin ceperi üzerinde Şekil P13.38 te gösterildiği gibi, yarım küre şeklinde küçük bir çıkıntının bulunduğunu görüyorsunuz. (a) Sizce, arabanın arkasından gördüğünüz kadarıyla bu çıkıntı niçin bir basit harmonik hareket yapar, açıklayınız. (b) Araba tekerleğinin yarıçapı 0,3 m ise, çıkıntının titreşim periyodu nedir?

39. Şekil P13.39 da gösterilen basitleştirilmiş tek-pistonlu makine veriliyor. Tekerlek sabit açısal hızla dönerse, piston çubuğunun niçin basit harmonik hareketle salınım yapacağını açıklayınız.



Şekil P13.38



Şekil P13.38

(Seçmeli)

Kesim 13.6 Sönümlü Titreşimler

Bir dış kuvvetle sürülmeyen sönümlü bir salınıcının mekanik enerjisinin, zamanla değişme hızının $dE/dt = -bv^2$ ile verildiğini ve bu nedenle daima negatif olduğunu gösteriniz. (*İpucu:* Bir salınıcının mekanik enerji ifadesi olan $E = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} kx^2$ nin türevini alınız ve 13.32 Eşitliğinden faydalanınız.)

41. 1 m uzunluğundaki bir sarkaç, 15° lik bir başlangıç açısından serbest bırakılıyor. 1000 s sonra genliği, sürtünme yüzünden 5,5° ye iniyor. $b/2m$ nin değeri nedir?

$b^2 < 4mk$ olmak şartıyla, Denklem 13.33 ün, Denklem 13.32 nin bir çözümü olduğunu gösteriniz.

(Seçmeli)

Kesim 13.7 Zorlanmış Titreşimler

43. Bir bebek, karyolasının üzerinde bağırarak ve aşağı yukarı zıplayarak gündüz vakti eğleniyor. Kütlesi 12,5 kg dır ve karyola yatağı 4,3 kN/m yay sabitli bir hafif yay olarak modellenebilir. (a) Bebek kısa zamanda, dizlerini bükerek minimum gayretle maksimum genlikte zıplayabileceğini öğreniyor. Dizlerini hangi frekansta büküyor? (b) Yatağı bir tramplen gibi kullanmayı da öğreniyor –hareketin her devrinin bir bölümünde yatakla temasını kaybediyor.– Bunun için genliğin hangi değeri aşması gerekir?

44. Bir yaya tutturulmuş 2 kg lık bir kütle, $F = (3 \text{ N}) \cos(2\pi t)$ ile verilen bir dış kuvvet tarafından sürülüyor. Eğer yayın kuvvet sabiti 20 N/m ise, (a) periyodu ve (b) hareketin genliğini bulunuz. (*İpucu:* Hiçbir sönüm olmadığını kabul ediniz, yani $b = 0$ ve Eşitlik 13.37 den faydalanınız.)

Sönümsüz zorlanmış bir salınıcı ($b = 0$) düşününüz ve Eşitlik 13.36 nın, Denklem 13.35 in bir çözümü olduğunu ve genliğin, 13.37 Eşitliğiyle verileceğini gösteriniz.

46. 40 N luk bir ağırlık, kuvvet sabiti 200 N/m olan bir yaya asılıyor. Sistem sönümsüzdür ve 10 Hz frekanslı bir harmonik kuvvetin etkisi altındadır ve oluşan zorlanmış hareketin genliği 2 cm dir. Uygulanan kuvvetin maksimum değerini bulunuz.

6,3 N/m lik hafif bir yaya asılan 0,15kg lık bir kütle için sönüm ihmal edilebilir düzeydedir. Sistem, 1,7 N genlikle titreşen bir kuvvet tarafından sürülüyor. Kuvvet hangi frekansta kütlenin 0,44 m lik bir genlikle titreşmesini sağlar?

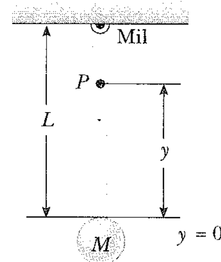
48. Araştırmacı bir biyologsunuz. Güzel bir lokantada yemek yemeden önce, cep telefonunuzu sesli uyarı yerine titreşime ayarlıyorsunuz ve montunuzun cebine koyuyorsunuz. Sandalyenizin kolu, bir noktada ince kumaşı vücudunuza doğru bastırıyor. Kumaşın 8,21 cm uzunluklu bir kısmı bu noktadan serbestçe aşağıya doğru sarkıyor ve cep telefonu sarkan kısmın alt ucundadır. Birlikte çalıştığınız biri sizi telefonla arıyor. Titreşen cep telefonunun hareketi, montunuzun sarkan kısmının altında büyük bir genlikle ileri-geri titreşmesine sebep oluyor. Bu durum garsonun ve yakınınızda bulunan diğer müşterilerin dikkatini çeker ve sessiz kalırlar. Kızınız sessizliği bozar ve "Baba, bak! Sizin hamam böcekleriniz yeniden dışarı çıkmış olmalılar!" der. Cep telefonunuzun hangi frekansla titreştiğini bulunuz.

EK PROBLEMLER

49. Amortisörleri kötü olan bir araba, bir tümseğe çarptıktan sonra 1,5 s periyotla yukarı-aşağı sallanıyor. Arabanın kütlesi 1500 kg dır ve eşit k kuvvet sabitli dört yay tarafından taşınmaktadır. k nın değerini bulunuz.

50. 150 kg lık iri yapılı bir yolcu, Problem 49 da tarif edilen kötü amortisörlü arabanın ortasında oturuyor. Arabanın yeni titreşim periyodu nedir?

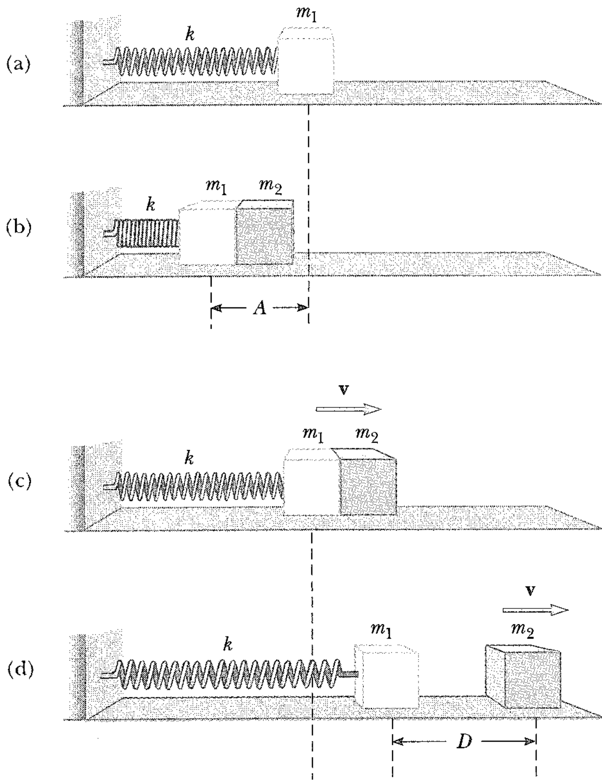
☐ Bir M kütlesi, üst ucundan döner bir mil geçen ve kütlesi M, uzunluğu L olan düzgün bir çubuğun alt ucuna tutturulmuştur (Şekil P13.51). (a) Sistem



Şekil P13.51

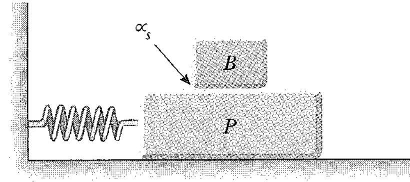
durgun haldeyken dönme noktasında ve P noktasında çubuktaki gerilmeyi bulunuz. (b) Dengeden küçük sapmalar için titreşimin periyodunu hesaplayınız; L = 2m için bu periyot ne olur? (*İpucu:* Çubuğun ucundaki kütleyi bir noktasal kütle kabul ediniz ve Eş. 13.28 den faydalanınız).

52. m_1 = 9 k lık bir kütle, Şekil P13.52a'da gösterildiği gibi bir duvara tutturulmuş k = 100 N/m yay sabitli hafif bir yaya bağlı ve dengededir. m_2 = 7 kg'lık ikinci bir kütle m_1 kütlesine karşı yavaşça itilerek yayın A = 0,2 m kadar sıkışması sağlanıyor. (Şekil P13.52b'ye bakınız) Sistem daha sonra serbest bırakılıyor ve her iki kütle sürtünmesiz yüzey üzerinde sağa doğru hareket etmeye başlıyor. (a) m_1 denge konumuna ulaştığında m_2, m_1 ile teması kaybediyor. (Şekil P13.52c ye bakınız) ve v hızıyla sağa doğru ilerliyor. v nin değerini bulunuz. (b) Yay ilk kez tam gergin hale geldiğinde kütleler ne kadar ayrıktır. (Şekil P13.52d deki D)? (*İpucu:* İlkönce titreşimin periyodunu ve m_1 - yay sisteminin, m_2, m_1 ile temasını kaybettikten sonraki genliğini hesaplayınız.



Şekil P13.52

WEB 53. Büyük bir P bloğu, sürtünmesiz bir yüzey üzerinden kayarak f = 1,5 Hz frekansı ile yatay, basit harmonik hareket yapıyor. Bir B bloğu, plakanın üzerinde Şekil P13.55 te gösterildiği gibi duruyor ve ikisi arasındaki statik sürtünme katsayısı μ_s = 0,6 dır. Üstteki bloğun kaymaması için sistem hangi maksimum genlikli titreşim yapar?



Şekil P13.53 Problem 53 ve 54

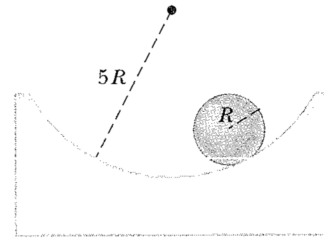
54. Büyük bir P bloğu, sürtünmesiz bir yüzey üzerinde kayarak f frekanslı basit harmonik hareket yapıyor. B bloğu Şekil P13.53 te gösterildiği gibi onun üzerinde durmaktadır ve ikisi arasıdaki durgun sürtünme katsayısı μ_s dir. Üstteki bloğun kaymaması için sistem hangi maksimum genlikte titreşmelidir?

55. Döteryum molekülünün (D_2) kütlesi, hidrojen molekülü (H_2) kütlesinin iki katıdır. H_2 nin titreşim frekansı 1,3 × 10^{14} Hz ise, D_2 nin titreşim frekansı nedir? Her iki molekülde, çekici kuvvetlerin "kuvvet sabitlerinin" aynı olduğunu kabul ediyoruz.

56. Katı bir küre (yarıçap = R) silindirik bir çukur (yarıçap = $5R$) içinde Şekil P13.56 daki gibi kaymaksızın yuvarlanıyor. Çukurun uzunluğuna dik olan, dengeden küçük ayrılmalar için kürenin

$$T = 2\pi\sqrt{28R/5g}$$

periyoduna sahip basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz.

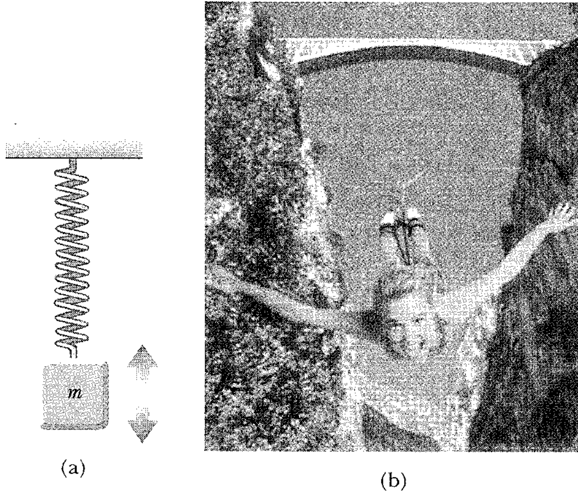


Şekil P13.56

57. Hacmi a^3 olan küp şeklinde hafif bir kap, başlangıçta kütle yoğunluğu ρ olan bir sıvı ile doludur. Küp, başlangıçta bir sarkaç oluşturacak şekilde hafif bir iple bağlıdır ve dolu olan kabın kütle merkezinden itibaren ölçüldüğünde sarkacın boyu L_i dir. Sıvının, küpün dibinden sabit bir hızda (dM/dt) akmasına izin veriliyor. Herhangi bir t anında kap-

taki sıvının düzeyi h ve sarkacın boyu (ani kütle merkezine göre ölçüldüğünde) L dir. (a) Düzeneği çiziniz ve a, h, L_i ve L uzunluklarını gösteriniz. (b) Periyodun zamanla değişim hızını, t zamanının fonksiyonu olarak bulunuz. (c) Periyodu zamanın fonksiyonu olarak bulunuz.

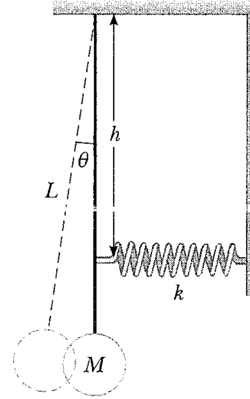
58. Korku veren bir atlayıştan sonra, bungee-atlayıcıları bungee iplerinin ucunda çok sayıda serbestçe salınırlar. Küçük erkek kardeşiniz, her bir kişinin kütlesini hesaplamak gibi kendi başını ağrıtacak zor bir işe başlayabilir. Problemi çözmede şöyle bir metodu kullanabilir: Bir m kütlesi düşey bir yayın ucunda bir T periyoduyla titreşiyor. (Şekil P 13.58a). Aynı yayın ucunda, bilinmeyen bir m' kütlesi de T' periyoduyla titreşiyor. (a) Yay sabiti k'yı ve (b) bilinmeyen m' kütlesini bulunuz.



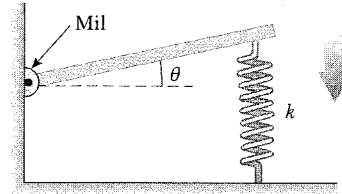
Şekil P13.58 (a) Problem 58 ve 68 için kütle-yay sistemi. (b) Bir köprüden bungee-atlayışı *(Telegraph Colour Kütüphanesi / FPG International)*

59. L uzunluklu ve M kütleli bir sarkaç, kuvvet sabiti k olan ve asılma noktasından h kadar aşağıda kendisine tutturulmuş bir yaya sahiptir (Şekil P13.59). Genliğin küçük değerleri (küçük θ) için sistemin titreşim frekansını bulunuz (L uzunluklu düşey askının katı olduğunu kabul ediniz ve kütlesini ihmal ediniz.)

60. m kütleli ve L uzunlukla yatay bir kalas bir ucundan geçen döner bir mile takılmış ve diğer ucu kuvvet sabiti k olan bir yaya tutturulmuştur (Şekil P13.60). Kalasın dönme eksenine göre eylemsizlik momenti $\frac{1}{3}mL^2$ dir. Kalas, yatay denge korunumundan itibaren küçük bir θ açısı kadar ayırılarak serbest bırakılırsa, frekansı $\omega = \sqrt{3k/m}$ ile verilen basit harmonik hareket yapacağını gösteriniz. (b) Kütle 5 kg ve yayın kuvvet sabiti 100 N/m ise frekansı bulunuz.



Şekil P13.59



Şekil P13.60

61. Kuvvet sabiti 100 N/m olan hafif bir yayın bir ucu düşey bir duvara tutturulmuştur. Yatay durumdaki bu yayın öbür ucuna hafif bir ip bağlanmıştır. İp, 4 cm - çaplı ve sabit düz bir eksen etrafında serbestçe dönebilen katı bir makaranın etrafından geçtikten sonra yatay durumdan düşeye değişim göstermektedir. İpin düşey kısmı 200-g lık bir kütleyi taşımaktadır. İp, makarayla temas yaptığı yerde kaymamaktadır. Kütlenin titreşim frekansını; makara kütlesi (a) ihmal edilebilir olduğunda, (b) 250 g iken (c) 750 g iken bulunuz.

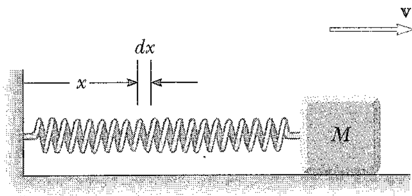
62. 2 kg kütleli bir blok, bir asansör kabinin tavanına bağlı bulunan bir yayın ucunda (k = 500 N/m) titreşimsiz olarak asılıdır. Kabin $\frac{1}{3}$ g lik bir ivmeyle yukarı doğru yükselirken ivme birdenbire (t = 0 da) kesiliyor. (a) İvme kaybolduktan sonra bloğun titreşiminin açısal frekansı nedir? (b) Asansör kabininin ivmeli olduğu süre içinde yay ne kadar uzamıştır? (c) Kabindeki bir kişi tarafından gözlenen titreşim genliği ve başlangıç faz açısı nedir? Yukarı doğru olan yönü pozitif alınız.

63. Uzunluğu 2,23 m ve kütlesi 6,74 kg olan bir basit sarkaça denge konumunda iken 2,06 m/s lik bir ilk hız veriliyor. Sarkacın basit harmonik hareket yaptığını kabul ediniz ve (a) periyodu, (b) toplam enerjiyi, (c) maksimum açısal yer değiştirmeyi bulunuz.

Motorsiklet ya da bisiklete binenler yoldaki tümseklere ve özellikle birçok eşit aralıkla sırttan oluşan oluklu tahta benzeri kasislere dikkat etmeyi öğrenirler. Bir motosikletin suspansiyon sisteminde birkaç tane yay ve amortisör bulunmakla beraber, bu durumu bir kütleyi destekleyen tek bir yayla modelleyebilirsiniz. Yay sabitini, iri yapılı bir binicinin oturmasıyla yayın ne kadar sıkışacağını düşünerek belirleyebilirsiniz. Otoyolda hızla giden bir motosikletli, belirli aralığa sahip oluklu tahta kasislerine özel dikkat göstermektedir. Bunların aralığının büyüklük mertebesi nedir? Veri olarak aldığınız büyüklükleri ve bunlardan elde ettiğiniz ya da ölçtüğünüz değerleri belirtiniz.

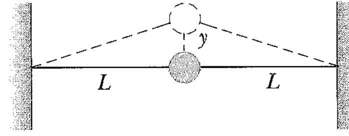
65. Bir tel, bir kosinüs eğrisinin bir tam devri şeklini alacak tarzda bükülmüştür. Tel düşey düzlemde tutuluyor ve başlangıç noktasından itibaren olan yataydaki x uzaklığı $y = 20{,}0 \text{ cm } [1 - \cos(0{,}160x \text{ rad/m})]$ ile veriliyor. Bir boncuk, durgun tel üzerinde sürtünmesiz olarak kayabilmektedir. Boncuğun $x = 0$ dan itibaren hareketinin asla çok fazla olamayacağını ve boncuğun basit harmonik hareket yaptığını gösteriniz. Hareketin açısal frekansını bulunuz. (*İpucu:* Küçük θ lar için $\cos\theta \cong 1 - \theta^2/2$ dir.)

66. Bir M kütlesi, m kütleli bir yaya bağlanmıştır ve yatay, düzgün bir yüzeyin üzerinde basit harmonik hareketle titreşmektedir (Şekil P13.66). Yayın kuvvet sabiti k ve denge uzunluğu ℓ dir. (a) Kütle v hızına sahipken sistemin kinetik enerjisini ve (b) titreşimin periyodunu bulunuz. (*İpucu:* Yayın tüm kısmının aynı fazda olduğunu ve dx kadarlık bir parçasının hızının, sabit uçtan olan uzaklıkla orantılı (yani, $v_x = [x/\ell]v$) olduğunu farzedin. Ayrıca dx uzunluklu yay parçasının kütlesi $dm = [m/\ell]dx$) dir.



Şekil P13.66

WEB 67. Bir m kütlesi, her biri T gerilmesi altında bulunan L uzunluğundaki iki lastik şerite Şekil P13.67 deki gibi bağlıdır. Kütle, lastik şeritlerin uzunluğuna dik yönde küçük bir y uzaklığı kadar yer değiştirdiğinde, gerilmenin önemli ölçüde değişmediğini kabul ederek; (a) Geriçağırıcı kuvvetin $-(2T/L)y$ olduğunu, (b) sistemin, açısal frekansı $\omega = \sqrt{2T/mL}$ ile verilen basit harmonik hareket yaptığını gösteriniz.



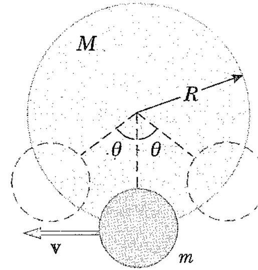
Şekil P13.67

68. Kütlesi $m_s = 7{,}40$ g ve kuvvet sabiti k olan bir yayın ucuna bağlı bulunan bir M kütlesi basit harmonik harekete başlatıldığında, hareketin periyodu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M + (m_s/3)}{k}}$$

olarak veriliyor. Yayın ucuna çeşitli kütleler düşey olarak Şekil P13.58a daki gibi asılarak iki–kısımlı bir deney kuruluyor. (a) M nin 20, 40, 50, 60, 70 ve 80 g değerleri için karşılıklı olarak 17; 29,3; 35,3; 41,3; 47,1 ve 49,3 cm yer değiştirmeleri ölçülüyor. Mg nin x e göre grafiğini oluşturunuz ve doğrusal en-küçük kareler metodunu bu verilere uygulayınız. Grafiğinizin eğiminden, bu yayın k değeri için bir değer belirleyiniz. (b) Şimdi sistem basit harmonik harekete başlatılıyor ve periyotlar bir kronometre ile ölçülüyor. $M = 80$ g kütlesiyle, 10 tam titreşim için ölçülen toplam süre 13,41 s dir. Deney M nin 70, 60, 50, 40 ve 20 g değerleriyle tekrarlanıyor ve 10 titreşime karşılık sırasıyla 12,52; 11,67; 10,67; 9,62 ve 7,03s zamanları ölçülüyor. Bu M değerlerinin herbiri için deneysel T değerlerini hesaplayınız. T^2 nin M ye göre grafiğini çiziniz ve veri noktaları arasından geçirdiğiniz, doğrusal en-küçük kareler metoduyla elde edilen doğrunun eğiminden k için bir değer bulunuz. k nin bu değerini (a) da elde edilen değerle karşılaştırınız. (c) Grafikten m_s için bir değer elde ediniz ve bunu verilen 7,4 g ile kıyaslayınız.

69. Kütlesi m yarıçapı r olan küçük ince bir disk, M kütleli ve R yarıçaplı ikinci bir ince diskin yüzüne Şekil P13.69 da gösterildiği gibi sağlam bir şekilde yapıştırılmıştır. Küçük diskin merkezi, büyük diskin kenarında bulunuyor. Büyük disk, merkezinden geçen sürtünmesiz bir dingile takılmıştır. Sistem, denge konumundan itibaren küçük bir θ açısı kadar



Şekil P13.69

döndürülerek serbest bırakılıyor. (a) Küçük diskin merkezinin, denge konumundan geçerken sahip olacağı hızın

$$v = 2\left[\frac{Rg\ (1 - \cos\theta)}{(M/m) + (r/R)^2 + 2}\right]^{1/2}$$

ile verildiği gösteriniz. (b) Hareketin periyodunun

$$T = 2\pi\left[\frac{(M + 2\ m)\ R^2 + mr^2}{2mgR}\right]^{1/2}$$

olduğunu gösteriniz.

70. Şekil 13.19 da gösterilen sönümlü salınıcıyı ele alınız. Kütlesi 375 g, yay sabiti 100 N/m ve $b = 0{,}100$ kg/s olduğunu varsayın. (a) Genlik ilk değerinin yarısına düşmesi için ne kadar zaman gereklidir? (b) Mekanik enerji, ilk değerinin yarısına düşmesi için ne kadar zaman gereklidir? (c) Genel olarak, sönümlü bir salınıcıda genliğin kesirsel azalma hızı, mekanik enerjinin kesirsel azalma hızının yarısı kadar olduğunu gösteriniz.

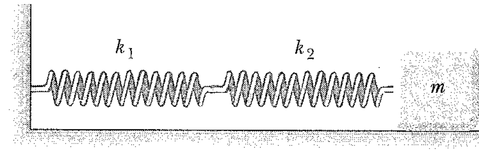
71. Bir m kütlesi, kuvvet sabitleri, k_1 ve k_2 olan iki yaya Şekil P13.71a ve b deki gibi bağlanıyor. Her bir durumda, kütle sürtünmesiz bir masada hareket etmektedir ve dengeden ayrılarak serbest bırakılmıştır. Her bir halde kütlenin periyotları

(a) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m\ (k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}$$

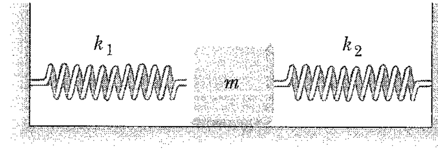
(b) $$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}}$$

ile verilen basit harmonik hareket sergilediğini gösteriniz.

72. Boyu $L = 1{,}20$ olan ve düşeyden itibaren bir θ_{maks} açısı kadar ayrılarak daha sonra serbest bırakılan bir basit sarkaç asınız. θ_{maks} en küçük ve büyük olması halleri için, sonraki açısal yer değiştirmeleri



(a)



(b)

Şekil P13.71

belirlemek istiyorsunuz. Basıt sarkaç için

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{L}\sin\theta$$

hareket denklemini integre etmek için sayısal bir metot geliştirip çözünüz. Başlangıç şartları olarak $t = 0$ da $\theta = {}_{maks}$ ve $d\theta/dt = 0$ alınız. Denemenin birinde $\theta_{maks} = 5{,}00$ ve diğer bir denemede ise $\theta_{maks} = 100°$ alınız. Her bir durumda, θ yerdeğiştirmesini zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. θ maks için aynı değerleri kullanarak, θ bulduğunuz sonuçları $\theta_{maks}\cos wt$ den elde ettiğiniz sonuçlarla karşılaştırınız. Büyük θ_{maks} değeri için olan periyot, küçük θ_{maks} değeri için alanla karşılaştırıldığında nasıldır? *Not:* Bu diferansiyel denklemi çözmek için Euler metodunu kullanarak, genliğin zamanla artma eğiliminde olduğunu gösterebilirsiniz. Dördüncü mertebe Runge-Kutta metodu, diferansiyel denklemin çözümü için daha uygun bir seçim olurdu. Bununla beraber, Δt yi yeterince küçük seçerseniz, Euler metodunu kullanarak elde ettiğiniz çözüm de iyi olabilir.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

13.1 A hiç bir zaman sıfır olamayacağından, ϕ kosinüs fonksiyonunun $t = 0$ da sıfır olmasından bulunan herhangi bir değer olmalıdır. Başka bir deyişle, $\phi = \text{Cos}^{-1}(0)$. Bu $\phi = \pi/2$, $3\pi/2$ veya genel olarak n sıfırdan farklı herhangi bir tam sayı olmak üzere $\phi = \pm n\pi/2$ olduğunda doğrudur. Eğer ϕ için seçimleri; 0 ile 2π aralığına sınırlamak istiyorsak, $t = 0$ da cismin sağa doğru mu yoksa sola doğru mu hareket ettiğini bilmemiz gereklidir. Cisim pozitif bir hızla hareket ediyor idi ise, bu takdirde $\phi = 3\pi/2$ dir. $v_i < 0$ olması halinde $\phi = \pi/2$ dir.

13.2 (d) 4A. genliğin tanımı nedeniyle, maksimum pozitif konumundan denge konumuna kadar A uzaklığı kadar hareket eder. Daha sonra, denge konumundan geçerek maksimum negatif konumuna kadar yine buna eşit bir uzaklığa kadar gider. Daha sonra orijinal konumuna geri dönmek ve çevrimini tamamlamak için bu iki hakeketi zıt yönde tekrar eder.

13.3 Hayır, çünkü, basit harmonik harekette, ivme sabit değildir.

13.4 $x = -A\sin\omega t$, burada $A = v_i/\omega$ dır.

13.5 Hooke yasasından, yay sabiti $k = mg/L$ olmalıdır. k nın bu değerini denklem 13.18 de yerine koyarsak

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/L}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

buluruz. Bu, basit sarkacın periyodunu veren 13.26 Eşitliği ile aynıdır. O halde, bir cisim düşey olarak asılı bir yayı gerdiğinde, sistemin periyodu, yayın durgun haldeki ile eşit uzunluğa sahip bir basit sarkacınki ile aynıdır.

13.6 Hedefiniz, algılanan bir şoktan dolayı oluşan zıplamayı alabildiğince hızlı bir şekilde durdurmaksa, suspansiyonu kritik olarak sönümlü yapmamız gerekir. Maalesef, bu tasarımdaki sertlik sürüşte rahatsızlık getirir. Suspansiyonu az sönümlü yaparsanız, sürüş daha rahattır fakat araba zıplar. Suspansiyonu aşırı sönümlü yaptığınızda ise tekerler denge konumundan, olması gerekenden daha uzun bir mesafe kadar uzaklaşır. (Örneğin, bir çıkıntıya çarptıktan sonra,yay kısa bir süre için sıkışmış olarak kalır ve tekerlek çıkıntıyı geçtiği halde çabucak geri gelecek yol ile temasa geçmez- bu tehlikeli bir durumdur.) Bütün bu incelemelerden dolayı, otomotiv mühendisleri genellikle suspansiyonu hemen hemen az sönümlü şekilde tasarlarlar. Bu, suspansiyonu şoku hızlı bir şekilde soğurmasını (sürüşün sertliğini en aza indirerek) ve ardından sadece bir veya iki hissedilebilir salınımdan sonra dengeye geri dönmesini sağlar.



SİZCE NASIL?

300 yıldan daha fazla bir zaman önce Isaac Newton, elmaları Yer'e düşüren kuvvetin Ay'ıda yörüngesinde tuttuğunun farkına vardı. Son yıllarda bilim adamları Hubble Uzay Teleskopu'nu, aynen Taurus takvim yıldızındaki bu ilkel-gezegen diskte olduğu gibi, çok daha uzaklardan etkiyen çekim kuvvetleri hakkında bilgi toplamak için kullandılar. Bir ilkel-gezegen veya Ay gibi bir cismin, diğer bir cismin üzerine uyguladığı kütle çekiminin şiddetini bu cisimlerin hangi özellikleri belirler? (*Soldaki Larry West/FPG International; sağdaki, NASA nın izniyle*)

web

Hubble hakkında daha fazla bilgi için, **http://www.stsci.edu/** daki Uzay Bilimi Enstitüsü sitesine giriniz.

b ö l ü m

14 Evrensel Çekim Yasası

Bölüm İçeriği

Ayın ve gezegenlerin hareketleri hakkında pek çok veri 1687den önce toplanmıştı, fakat bu gök cisimlerinin bilinen hareketlerine neden olan kuvvetler net olarak anlaşılamamıştı. Ancak o yıl, Isaac Newton gökyüzünün sırlarını açan anahtarı buldu. O, Birinci Kanuna göre ayın üzerine net bir kuvvetin etki etmesi gerektiğini biliyordu. Aksi taktirde ay, yaklaşık dairesel bir yörüngeden ziyade doğrusal yörüngede hareket ederdi. Newton, bu kuvvetin Dünya'nın Ay üzerine uyguladığı kütle çekiminin bir sonucu olduğu kanısına vardı. O aynı zamanda, Yer-Ay ve Güneş-gezegen için çekim kuvvetlerinin yalnızca bu sistemlere ait özel bir şey olmadığını gördü. Başka bir söyleşiyle, Ay'ın yörüngesinde dolanmasını sağlayan aynı çekim kuvvetinin, ağaçtaki bir elmanın da yere düşmesine neden olduğunu gördü. Newton şunları yazdı, "Gezegenleri yörüngelerinde tutan kuvvetlerinin, gezegenlerin etrafında döndükleri merkezlerden olan uzaklıkların karelerinin tersiyle orantılı olması gerektiğini buldum ve Ay'ı yörüngesinde tutmak için gerekli kuvveti, yerin yüzeyindeki çekim kuvvetiyle karşılaştırdım ve bunların iyi bir uyum gösterdiklerini gördüm".

Bu bölümde evrensel çekim yasasını inceleyeceğiz. Astronomik veriler, evrensel çekim yasasının geçerliliği hakkında önemli bir kontrol imkanı verdiğinden, ağırlık, gezegenlerin hareketlerinin tanımlanması üzerine verilecektir. Johannes Kepler tarafından geliştirilen gezegenlerin hareket yasalarının, evrensel çekim yasasından ve açısal momentumun korunumu kavramından çıktığını göstereceğiz. Daha sonra kütle-çekim potansiyel enerjisi için genel bir ifade çıkararak, gezegen ve uydu hareketine ait enerji bilimini inceleyeceğiz. Bu bölümü, evrensel çekim yasasının, bir parçacıkla, büyük bir cisim arasındaki kuvveti belirlemek için nasıl kullanılacağını göstererek kapatacağız.



NEWTON'UN EVRENSEL ÇEKİM YASASI

Newton bir ağacın altında hafif bir uykuya dalmışken, düşen bir elmanın kafasına çarptığı şeklindeki efsaneyi duymuşsunuzdur. Bunun, Newton'u evrendeki bütün cisimlerin birbirlerini belki elmanın Dünya tarafından çekilmesinin aynısı olan bir yolla çektiğini düşünmeğe sevkettiği zannedilir. Newton, Ay'ın Dünya etrafındaki hareketine ait astronomik verileri çözümlemeye devam etti. Bu gibi verilerin çözümlenmesinden Newton, gezegenleri yöneten kuvvet yasasının Yer'e düşmekte olan elmayı çeken kuvvet yasasıyla aynı matematik forma sahip olduğunu cesurca söyledi. Bununla ilk kez, "dünyasal" ve "gökyüzünde olan" hareketler birleştiriliyordu. Newton'un matematiksel çözümlemesinin ayrıntılarına Kesim 14.5'te bakacağız.

1687'de Newton, evrensel çekim yasası üzerine olan çalışmasını *Doğal Bilimlerin Matematik İlkeleri* adlı kitabında yayınladı. **Newton'un evrensel kütle-çekim yasası,**



> evrendeki her parçacık, başka bir parçacığı, kütlelerinin çarpımıyla doğru orantılı ve aralarındaki uzaklığın karesiyle ters orantılı olan bir kuvvetle çeker

ifade edilir. Eğer parçacıkların kütleleri m_1 ve m_2 ise ve birbirinden r gibi bir uzaklıkta bulunuyorlarsa, çekim kuvvetinin büyüklüğü

Kütle-çekimi yasası 

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (14.1)$$

dir. Burada *G evrensel eçkim sabiti* denilen bir sabittir ve deneysel olarak ölçülmüştür. Örnek 6.6 da belirtildiği gibi, SI birimlerindeki değeri

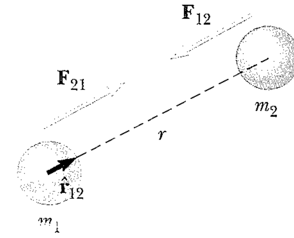
$$G = 6{,}673 \times 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2} \qquad \textbf{(14.2)}$$

dir.

Eşitlik 14.1 ile verilen kuvvet yasasından çoğu zaman **ters kare yasası** olarak bahsedilir; çünkü kuvvetin büyüklüğü, parçacıkların arasındaki uzaklığın karesinin tersiyle orantılı olarak değişir.[1] Bu tip kuvvet yasalarına uyan başka örnekleri gelecek bölümlerde inceleyeceğiz. Bu kuvveti, $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ gibi bir birim vektör tanımlayarak (Şekil 14.1) vektör biçiminde ifade edebiliriz. Bu birim vektör, m_1 den m_2 ye yönelmiş olduğundan, m_2 üzerine m_1 den dolayı etki eden kuvvet

$$\mathbf{F}_{12} = -G\,\frac{m_1 m_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad \textbf{(14.3)}$$

ile verilir. 14.3 Eşitliğindeki eksi işareti, m_2 nin m_1 e çekildiğini gösterir. Bu yüzden kuvvet m_1'e doğru yönelmiş olmalıdır. Benzer şekilde, Newton'un üçüncü kanunuyla m_2 den dolayı m_1 üzerine etki eden, $\mathbf{F}_{21}$ ile gösterilen kuvvet, büyüklük bakımından $\mathbf{F}_{12}$ ye eşittir ve zıt yöndedir. Yani bu kuvvetler bir etki-tepki çifti oluştururlar ve $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$ dir.



Şekil 14.1 İki parçacık arasındaki çekim kuvveti çekicidir. $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ birim vektörü m_1 den m_2 ye yönelmiştir. $\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$ olduğuna dikkat ediniz.

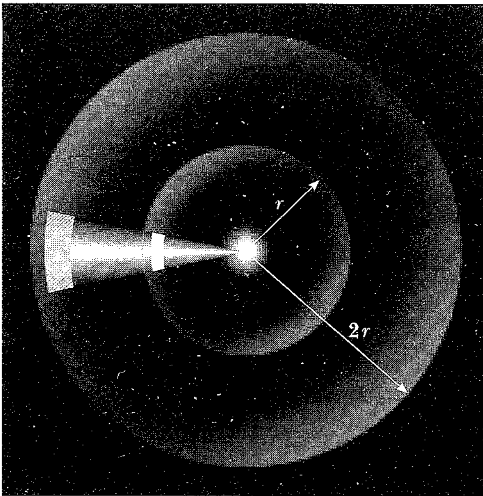
Çekim kuvvetinin özellikleri

Eş. 14.3 ün biraz dikkat gerektiren birkaç özelliği vardır. Çekim kuvveti, parçacıkları ayıran ortamdan bağımsız olarak iki parçacık arasında daima var olan bir alan kuvvetidir. Kuvvet, parçacıklar arasındaki uzaklığın karesinin tersiyle orantılı bir şekilde değişir ve bu yüzden uzaklıkla arttıkça hızla azalır. Bir nokta kaynaktn çakan ışığın şiddetinin, Şekil 14.2 de gösterildiği gibi, yine aynı $1/r^2$ şeklinde azaldığına dikkat ederek, bu gerçeği durumun geometrisiyle bağdaştırabiliriz.

Eş. 14.3 le ilgili diğer bir önemli gerçek de şudur: **Sonlu büyüklükte ve küresel simetrik olarak dağılmış bir kütlenin küre dışındaki bir parçacığa uyguladığı çekim kuvveti, kürenin tüm kütlesi küre merkezinde toplandığı zaman uygulanacak olanla aynıdır.** Örneğin, Dünya (yer/arz küresi) yüzeyine yakın bu-

Ev Deneyi

Bir balonu tam küçük bir küre oluşturacak kadar şişiriniz. Çapını ölçünüz. Balonun yüzeyinde 1-cm karelik bir kısmını renkli kalemle boyayınız. Şimdi balonu, ilk çapının iki katı çapa sahip oluncaya kadar şişirmeye devam ediniz. Çizdiğiniz karenin büyüklüğünü ölçünüz. Aynı zamanda işaretli bölgenin renginin nasıl değiştiğine dikkat ediniz. Şekil 14.2 de gösterileni doğruladınız mı?



Şekil 14.2 Bir nokta kaynaktan çıkan ışık $1/r^2$ şeklinde azalır, bu ise kütle çekimi kuvvetinin uzaklığa bağlılığı ile uyum gösteren bir bağıntıdır. Işık kaynağına olan uzaklık iki kat artırılırsa dört misli daha geniş alana dağılmak zorunda kalır ve parlaklığı dörtte bire düşer.

[1] x ve y gibi iki büyüklük arasındaki ters bağıntı, k bir sabit olmak üzere $y=k/x$ şeklindedir. $y=kx$ olduğunda ise x'le y arasında bir doğru orantı vardır.

lunan m kütleli bir parçacığa Dünya'nın uyguladığı kuvvet

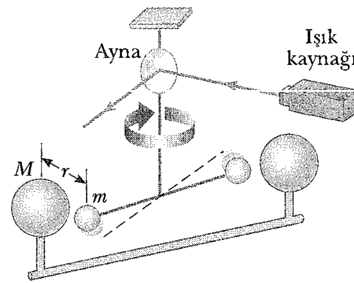
$$F_g = G\frac{M_y m}{R_y^2} \tag{14.4}$$

büyüklüğündedir, burada M_y dünyanın (yerin) kütlesi ve R_y Dünya'nın yarıçapıdır. Bu kuvvet Dünya'nın merkezine doğru yönelmiştir.

Bölüm 2 de tartışılan düşen cisimlere ait gözlemlerden, bir cismin üzerine etkiyen yer-çekimi kuvvetinin, bu cismin kütlesi ile doğru orantılı olduğuna dair delillerimiz vardır. Kütlesi ne olursa olsun bütün cisimler, yer yüzeyi yakınında, hava direnci yok iken, aynı g ivmesiyle düşerler. Newton'un ikinci yasasına göre, bu ivme, m düşen cismin kütlesi olmak üzere, $g=F_g/m$ ile verilir. Bu oranın düşen bütün cisimler için aynı olabilmesi için F_g, m ile doğru orantılı olmalı ve böylece oran alınınca kütle yok olmalıdır. İki gezegen gibi, kütlesi olan herhangi iki cisim arasındaki kütle-çekim kuvvetinin genel halini ele alırsak, bu akıl yürütmeyi kullanarak çekim kuvvetinin kütlelerden biri ile orantılı olduğunu gösterebiliriz. Bunu yaparken iki kütleden *birini seçebileceğimizden*, 14.3 Eşitliğinden de görüldüğü gibi, kütle-çekim kuvveti *her iki* kütle ile doğru orantılı olmalıdır.

14.2 KÜTLE ÇEKİM SABİTİNİN ÖLÇÜLMESİ

Kütle çekim sabiti, G, 1798 de Henry Cavendish (1731-1810) tarafından önemli bir deneyle ölçüldü. Cavendish aleti, her biri m kütleli iki küçük küreden oluşur. Küreler yatay, hafif bir çubuğun uçlarına tutturulmuştur ve çubuk, ince bir fiberle veya ince bir metal telle Şekil 14.3 deki gibi asılmış durumdadır. Her biri M kütleli iki büyük küre, daha sonra küçük kürelerin yakınına yerleştirildiğinde küçük kürelerle, büyük küreler arasındaki çekici kuvvet çubuğun dönmesine ve tel askının yeni bir denge konumuna kadar burulmasına neden olur. Asılı çubuğun döndüğü açı, düşey askıya yerleştirilmiş olan bir aynadan yansıtılan bir ışık demetinin sapmasıyla ölçülür. Saptırılan ışık demeti, hareketi daha iyi görmenin etkin bir tekniğidir. Deney, farklı uzaklıklardaki değişik kütlelerle dikkatli olarak tekrarlanır. G için birer değer elde edilmesinin yanı sıra, sonuçlar, kuvvetin çekici, mM ile orantılı ve r uzaklığının karesiyle ters orantılı olduğunu da gösterir.



Şekil 14.3 G'yi ölçmeye yarayan Cavendish düzeneğinin şematik gösterimi. m kütleli daha küçük küreler, M kütleli daha büyük kütlelere doğru çekilirler ve iki küçük küre arasındaki çubuk küçük bir açı ile döner. Dönen düzenek üzerindeki bir aynadan yansıtılan ışık demeti, dönme açısını ölçer. Kesikli çizgi çubuğun ilk konumunu temsil eder.

ÖRNEK 14.1 Bilardolar, Hangisi?

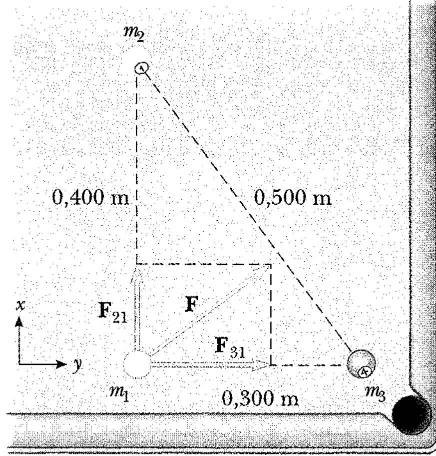
Üç adet 0,300 kg'lık bilardo topu Şekil 14.4 te gösterildiği gibi bir masanın üzerinde bir dik üçgenin köşelerine yerleştiriliyor. Istaka topu (m_1 ile gösterilen) üzerine diğer iki top tarafından uygulanan kütle-çekim kuvvetini hesaplayınız.

Çözüm İlk önce diğer topların ıstaka topu üzerine uyguladığı her bir kuvveti ayrı hesaplayalım ve daha sonra bileşke kuvveti bulmak üzere vektör toplamını yapalım. Grafik olarak bu kuvvetin yukarı ve sağa doğru yönelmesi ge-

rektiğini görebiliriz. Başlangıç noktasını ıstaka topu üzerinde alarak koordinat eksenlerimizi şekil 14.4'te gösterildiği gibi seçelim.

m_2 tarafından ıstaka topu üzerine uygulanan kuvvet yukarı doğrudur ve

$$\mathbf{F}_{21} = G\frac{m_2 m_1}{r_{21}^2}\mathbf{j}$$



Şekil 14.4 Istaka topu üzerine etkiyen bileşke kütle-çekim kuvveti $\mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{12}$ vektör toplamıdır.

$$= \left(6{,}67 \times 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)\frac{(0{,}3\text{ kg})(0{,}3\text{ kg})}{(0{,}4\text{ m})^2}\mathbf{j}$$

$$= 3{,}75 \times 10^{-11}\mathbf{j}\text{ N}$$

ile verilir. Bu sonuç, günlük yaşantımızda karşılaştığımız cisimler arasındaki kütle-çekim kuvvetlerinin büyüklüğünün son derece küçük olduğunu gösterir. m_3 tarafından ıstaka topu üzerine uygulanan kuvvet sağa doğrudur:

$$\mathbf{F}_{31} = G\frac{m_3 m_1}{r_{31}^2}\mathbf{i}$$

$$= \left(6{,}67 \times 10^{-11}\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2}\right)\frac{(0{,}3\text{ kg})(0{,}3\text{ kg})}{(0{,}3\text{ m})^2}\mathbf{i}$$

$$= 6{,}67 \times 10^{-11}\mathbf{i}\text{ N}$$

O halde, ıstaka topu üzerindeki birleşke kuvvet

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{21} + \mathbf{F}_{31} = (3{,}75\mathbf{j} + 6{,}67\mathbf{i}) \times 10^{-11}\text{ N}$$

dur ve bu kuvvetin büyüklüğü

$$F = \sqrt{F_{21}^2 + F_{31}^2} = \sqrt{(3{,}75)^2 + (6{,}67)^2} \times 10^{-11}$$

$$= 7{,}65 \times 10^{-11}\text{ N}$$

olur.

Alıştırma F nin doğrultusu bulunuz.

Cevap Pozitif x ekseninden itibaren saat ibresinin tersi yönünde 29,3°

14.3 SERBEST DÜŞME İVMESİ VE KÜTLE ÇEKİM KUVVETİ

5. Bölümde m kütleli bir cismin ağırlığını mg olarak tanımladık. Buradaki g, çekimden kaynaklanan ivmenin büyüklüğüdür. Şimdi, g'nin daha temel bir tanımını elde edebiliriz. Dünya (yer) yüzeyine yakın bir yerden serbestçe düşen m kütleli bir cismin üzerine etki eden kuvvet, 14.4 Eşitliği ile verildiği için, mg'yi bu ifadeye eşitleyerek

$$mg = G\frac{M_y m}{R_y^2}$$

$$g = G\frac{M_y}{R_y^2} \qquad \textbf{(14.5)}$$

Yer-yüzündeki serbest düşme ivmesi

elde ederiz. Şimdi düyanın yüzeyinden h uzaklığı kadar yukarıda veya $r = R_y + h$ olmak üzere, dünyanın merkezinden itibaren r uzaklığında bulunan m kütleli bir cisim alalım. Bu kütle üzerine etkiyen çekim kuvvetinin büyüklüğü

$$F_g = G\frac{M_y m}{r^2} = G\frac{M_y m}{(R_y + h)^2}$$

ile verilir. Serbest düşme ivmesinin h yüksekliğindeki değeri g' olmak üzere, bu yükseklikte cismin üzerine etki eden kütle-çekim kuvveti de $F_g = mg'$ ile ve-

rilir. Bu F_g ifadesi son eşitlikte yerine konulursa g'

g'nin yükseklikle değişimi

$$g' = \frac{GM_y}{r^2} = \frac{GM_y}{(R_y + h)^2} \qquad (14.6)$$

bulunur. O halde, g' *yükseklik arttıkça azaldığı* ortaya çıkar. Cismin gerçek ağırlığı mg' olduğundan, $r \rightarrow \infty$ için ağırlık sıfıra yaklaşır.

ÖRNEK 14.2 g'nin h Yüksekliği İle Değişimi

Yeryüzünden 350 km yükseklikte bir uluslararası uzay istasyonu kurulmak isteniyor. İstasyon tamamlandığında 4,22 × 10^6 N ağırlığı (yeryüzünde ölçülen) yörüngede iken ağırlığı ne olur?

Çözüm İstasyon dünya yüzeyinin yukarısında olacağından ağırlığının, yeryüzündeki 4,22 × 10^6N olan ağırlığından daha küçük olmasını bekleriz. 14.6 Eşitliği h = 350 km alınarak kullanılırsa,

$$g' = \frac{GM_y}{(R_y + h)^2}$$

$$= \frac{(6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2/kg^2})\,(5{,}98 \times 10^{24}\,\mathrm{kg})}{(6{,}37 \times 10^6\mathrm{m} + 0{,}350 \times 10^6\mathrm{m})^2}$$

$$= 8{,}83\mathrm{m/s^2}$$

bulunur. g'/g = 8,83/9,80 = 0,901 olduğundan, 350 km lik bir yükseklikte istasyonun ağırlığının yeryüzündeki değerinin %90,1 i kadar olduğu sonucuna varırız. İstasyonun yörüngedeki ağırlığı

$$(0{,}901)(4{,}22 \times 10^6\mathrm{N}) = 3{,}80 \times 10^6\ \mathrm{N}$$

Diğer yüksekliklerdeki g' değerleri Çizelge 14.1 de verilmiştir.

TABLO 14.1 Yeryüzünden değişik yüksekliklerde g' serbest düşme ivmesinin değerleri

Yükseklik h (km)	g'(m/s^2)
1 000	7,33
2 000	5,68
3 000	4,53
4 000	3,70
5 000	3,08
6 000	2,60
7 000	2,23
8 000	1,93
9 000	1,69
10 000	1,49
50 000	0,13
∞	0

web
Uluslararası Uzay İstasyonu için resmi web sitesi:
www.station.nasa.gov

ÖRNEK 14.3 Yer'in Yoğunluğu

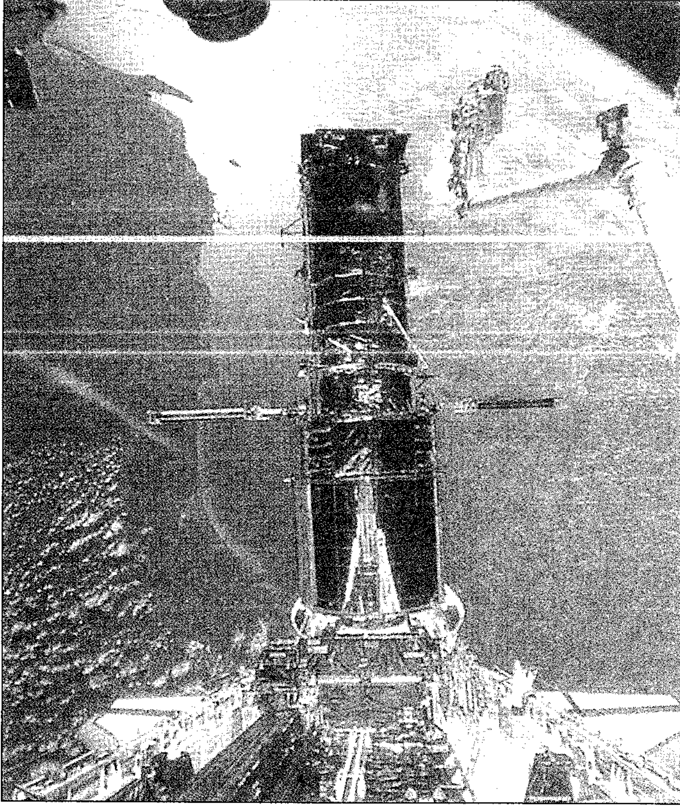
Yerin yüzeyinde g = 9,80 m/s^2 olduğu gerçeğini kullanarak Yer kürenin ortalama yoğunluğunu bulunuz.

Çözüm g = 9,80m/s^2 ve R_y = 6,37 × 10^6m yi kullanarak Eş. 14.5 ten M_y = 5,96 × 10^{24}kg buluruz. Bu sonuç ve Bölüm1 deki yoğunluğun tanımını kullanarak

$$\rho_y = \frac{M_y}{\frac{4}{3}\pi R_y^3} = \frac{5{,}96 \times 10^{24}\mathrm{kg}}{\frac{4}{3}\pi(6{,}37 \times 10^6\mathrm{m})^3}$$

$$= 5{,}50 \times 10^3\mathrm{kg/m^3}$$

elde ederiz. Bu değer, Dünya (yer) yüzeyindeki çoğu kayaların yoğunluğunun yaklaşık iki katı olduğu için, Dünya'nın iç çekirdeğinin çok daha yüksek bir yoğunluğa sahip olduğu sonucuna varırız. G'yi belirlemeye yarayan (ve bir masanın üzerinde yapılabilen) Cavendish deneyinin, g nin basit serbest düşme ölçmeleriyle birleştirilmesi sonucu, Dünya'nın çekirdeği hakkında bilgi vermesi çok şaşırtıcıdır.



Astronotlar F.Story Musgrave ve Jeffrey A. Hoffman, Hubble Uzay Teleskopu ve *Endeavor* uzay mekiği ile birlikte Dünyanın etrafında dolanmaktalar. *(NASA'nın izniyle)*

14.4 KEPLER YASALARI

Gezegenlerin, yıldızların, ve gökyüzündeki diğer cisimlerin hareketleri binlerce yıl insanlar tarafından gözlenmiştir. Tarihte ilk zamanlar bilim adamları, Dünya'yı Evren'in merkezi gibi saydılar. Yermerkezli model de denilen bu model, Yunan astronomu Claudius Ptolemy (MS 100-170 yılları) tarafından Milattan sonra ikinci yüzyılda biçimlendirilmişti ve takibeden 1400 yıl boyunca kabul gördü. 1543 yılında Polonyalı astronom Nicolaus Copernicus (1473-1543) Dünya'nın ve diğer gezegenlerin Güneş etrafında dairesel yörüngelerde dolandıklarını teklif etti (güneş merkezli hipotez).

Danimarkalı astronom Tycho Brahe (1546-1601), gökyüzünün nasıl kurulduğunu belirlemek istedi. Bu amaçla yıldızların ve gezegenlerin konumularını belirlemek için bir program geliştirdi. Gezegenler ve çıplak gözle görülebilen 777 yıldız üzerinde yapılan bu hassas gözlemlerin, (henüz teleskop icad edilmediğinden), büyük bir yükseklikölçer ve pusulayla yapıldığı dikkat çekicidir.

Brahe'nin asistanlığını yapan Alman astronom Johannes Kepler, hocasının astronomik verilerini kullanarak gezegenlerin hareketlerine ait bir matematiksel model çıkartmak için 16 yıl uğraştı. Dünya da Güneş'in etrafında hareket ettiği için bu tür verilerin düzenlenmesi zordur. Yorucu birçok hesaplamalardan sonra, Brahe'nin, Mars'ın güneş etrafındaki dönmesine ait bulduğu



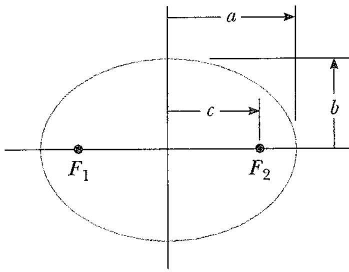
Johannes Kepler (1571-1630), Alman astronom, Alman astronom Johannes Kepler, Tycho Brahe'nin dikkatli gözlemlerine dayanan gezegen hareketine ait yasaları bulmasıyla tanınır. (*Art Resource*)

Johannes Kepler hakkında daha fazla bilgi için **www.saunderscollege.com/physics/** deki sitemize giriniz.

hassas verilerin cevabı sağladığını gördü. Kepler ilk önce, güneş etrafındaki dairesel yörüngeler fikrinin bırakılması gerektiğini gösterdi. Sonunda, Mars'ın yörüngesinin, bir doğru bir şekilde tarif edilebileceğini keşfetti. Şekil 14.5 bir elipsin geometrik tanımını vermektedir. En büyük boyutuna **büyük eksen** denir ve uzunluğu $2a$'dır. a'ya da **büyük yarı eksen** denir. En küçük boyutu küçük eksendir, $2b$ uzunluğunda olup b'ye de **küçük yarı eksen** denir. Ayrıca, elips merkezinden c uzaklığında odak noktası vardır. $a^2 = b^2 + c^2$ dir. Güneş, Mars yörüngesinin ordaklarından birine yerleşmiştir. Daha sonra bu fikri bütün gezegenlerin hareketlerini kapsayacak şekilde genelliştirdi. Bunlar, Kepler yasaları diye bilinen, üç ifadede özetlenir:

Kepler Yasası

1. Bütün gezegenler, odak noktalarından birinde güneş bulunan eliptik yörüngelerde dolanırlar.
2. Güneşten herhangi bir gezegene çizilen yarıçap vektörü, eşit zaman aralıklarında eşit alanlar süpürür.
3. Herhangi bir gezegenin yörünge periyodunun karesi, eliptik yörüngesinin büyük ekseninin yarısının kübüyle orantılıdır.

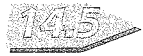


Şekil 14.5 Bir elipsin grafiği. Büyük yarı eksenin uzunluğu a küçük yarı-eksenin uzunluğu b'dir. Odak noktaları merkezden c uzaklıktadır. $a^2 = b^2 + c^2$ dir.

Gezegen yörüngelerinin çoğunun şekli daireye yakındır; örneğin, Mars'ın yörüngesinin büyük eksenin yarısı ile küçük eksenin yarısı yalnızca % 0,4 farklıdır. Merkür ve Plüton, dokuz gezegenden en eliptik yörüngeli olanlardır. Gezegenlere ilave olarak, Güneş'in etrafında dolanan ve Keppler yasalarına uyan daha bir çok küçük yıldızlar ve kuyruklu yıldızlar vardır. Halley kuyruklu yıldızı böyle bir cisimdir. Güneş'e yakın olduğunda her 76 senede bir kez görülebilir hale gelir. Yörüngesi çok eliptiktir ve küçük yarı-ekseni, büyük yarıekseninden % 76 daha küçüktür.

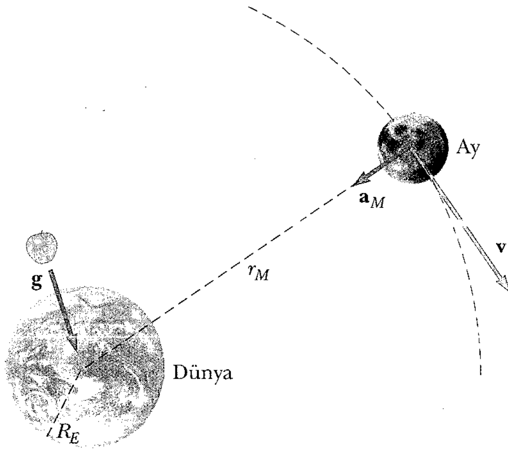
Her ne kadar burada ispat etmesede, Kepler'in birinci yasası, kütle-çekim kuvvetinin $1/r^2$ olarak değişmesinin doğrudan bir sonucudur. Yani, bir ters-kare kütle-çekim kuvveti altında, gezegenin yörüngesinin odak noktalarından birinde Güneş'in bulunduğu bir elips olacağı matematiksel olarak gösterilebilir.

Gerçekten Kepler'in bu yasaları bulmasından yarım asır sonra, Newton bu yasaların herhangi iki kütle arasında var olan kütle çekim kuvvetinin bir sonucu olduğunu gösterdi. Newton'un evrensel çekim yasası ve geliştirdiği hareket yasaları, gezegenlerin ve uyduların hareketinin tam bir matematiksel çözümünün temelini oluşturur.



14.5 EVRENSEL ÇEKİM YASASI VE GEZEGENLERİN HAREKETİ

Newton, kendi evrensel çekim yasasını formüle ederken çekim kuvvetinin, uzaklığın karesinin tersiyle orantılı olduğunu telkin eden şu akıl yürütmeyi kullandı. Ay'ın merkezcil ivmesini, Dünya'nın yüzeyine yakın bir yerden düşmekte olan hikayesi anlatılan elma gibi (Şek. 14.6), bir cismin ivmesiyle karşılaştıralım. Her iki ivmenin sebebinin aynı olduğunu, yani Dünya'nın kütle çekiminden kaynaklandığını kabul edelim. Ters-kare yasasından Newton, Ay'ın Dünya'ya doğru olan ivmesinin (merkezcil ivme) $1/{r_{Ay}}^2$ ile orantılı olması gerektiğini buldu, burada r_{Ay} Dünya ile Ay'ın merkezleri arasındaki uzaklıktır. Bundan başka, R_y Dünya'nın yarıçapı veya Dünya ile elmanın merkezleri arasındaki uzaklık olmak üzere, elmanın dünyaya doğru ivmesi $1/R_y^2$ ile orantılı olarak değişir. $r_{Ay} = 3{,}84 \times 10^8$ m ve $R_y = 6{,}37 \times 10^6$ m değerlerini kullanarak Ay'ın a_{Ay} ivmesinin, elmanın g ivmesine oranını



Şekil 14.6 Ay, Dünya etrafında dönerken, Dünya'ya doğru yönelmiş bir $\mathbf{a}_{Ay}$ nerkezcil ivmesinin etkisi altında kalır. Burada gösterilen elma gibi, Dünya'nın yüzeyi yakınındaki bir cisim de **g** ivmesinin etkisi altındadır. (Boyutlar ölçekli değildir.)

$$\frac{a_{Ay}}{g} = \frac{(1/r_{Ay})^2}{(1/R_y)^2} = \left(\frac{R_y}{r_{Ay}}\right)^2 = \left(\frac{6{,}37 \times 10^6 \text{m}}{3{,}84 \times 10^8 \text{ m}}\right)^2 = 2{,}75 \times 10^{-4}$$

olarak tahmin etti. O halde Ay'ın merkezcil ivmesi

$$a_{Ay} = (2{,}75 \times 10^{-4})(9{,}80 \text{ m/s}^2) = 2{,}70 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Ay'ın ivmesi

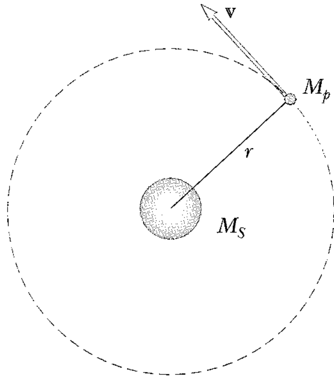
Newton aynı zamanda Ay'ın merkezcil ivmesini, yörüngesel periyodu T = 27,32 gün = $2{,}36 \times 10^6$ s ve Dünya'ya olan ortalama uzaklığını kullanarak kinematik olarak ta hesapladı. Bir T zamanı içinde Ay $2\pi r_{Ay}$ uzaklığı kadar yol alır, bu onun yörüngesinin çevresidir. Bu sebeple, ayın yörüngesel hızı $2\pi r_{Ay}/T$ ve merkezcil ivmesi

$$a_{Ay} = \frac{v^2}{r_{Ay}} = \frac{(2\pi r_{Ay}/T)^2}{r_{Ay}} = \frac{4\pi^2 r_{Ay}}{T^2} = \frac{4\pi^2(3{,}84 \times 10^8 \text{ m})}{(2{,}36 \times 10^6 \text{ s})^2}$$

$$= 2{,}72 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2 \approx \frac{9{,}80 \text{ m/s}^2}{60^2}$$

dir. Başka bir deyişle, Ay kabaca 60 Dünya yarıçapı kadar uzakta olduğundan bu uzaklıktaki kütle-çekim ivmesi, Dünya'nın yüzeyindekinin yaklaşık $1/60^2$ kadarı olmalıdır. Bu da tam olarak Ay'ın dünya çevresindeki dairesel hareketi için gerekli olan ivme kadardır. Bu değerle Newton'un g'yi kullanarak elde ettiği değer arasındaki mükemmele yakın bu uyuşma, ters-kare kuvvet yasasının doğruluğu hakkında kuvvetli delil sağlar.

Bu sonuçlar, Newton için çok teşvik edici idiyse de, çözümleme sırasında yaptığı bir kabulden dolayı derin rahatsızlık duyuyordu. Dünya yüzeyinde bulunan bir cismin ivmesini hesaplamak için, Dünya'yı sanki bütün kütlesi merkezinde toplanmış gibi işleme sokmuştu. Yani Newton, Dünya'yı, kendi dışında bulunan bir cismin üzerine etkisi bakımından noktasal bir kütle gibi kabul etmişti. Birkaç yıl sonra, 1687'de Newton bu kabulün geçerli olduğunu ve evrensel kütle çekimi yasasının doğal bir sonucu olduğunu, matematik analizin gelişmesine öncülük eden eserinde ispat etti.



Şekil 14.7 Güneş'in etrafında dairesel bir yörüngede hareket eden M_p kütleli bir gezegen. Merkür ve Plüton hariç tüm gezegenlerin yörüngeleri yaklaşık olarak daireseldir.

Kepler'in Üçüncü Yasası

Kepler'in üçüncü yasasının, dairesel yörüngelere ait ters-kare yasasından çıkarılabileceğini göstermek aydınlatıcıdır.[2] Kütlesi M_S olan güneşin etrafında dairesel bir yörüngede Şekil 14.7 deki gibi hareket eden M_p kütleli bir gezegen alalım. Gezegenin üzerine Güneş tarafından uygulanan kütle çekim kuvveti, gezegenin hareketini sağlayan yarıçap boyunca yönelmiş bir kuvvet olduğundan, gezegene Newton'un ikinci yasasını ($\sum F = ma$) uygulayabiliriz:

$$\frac{GM_sM_p}{r^2} = \frac{M_pv^2}{r}$$

yazılabilir. Fakat, T gezegenin dönme periyodu olmak üzere, gezegenin yörüngesel hızı basitce $2\pi r/T$ dir, bu yüzden yukarıdaki ifade

$$\frac{GM_s}{r^2} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r}$$

Kepler'in Üçüncü Kanunu

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_s}\right)r^3 = K_sr^3 \quad (14.7)$$

haline gelir, burada K_S bir sabittir ve

$$K_S = \frac{4\pi^2}{GM_s} = 2{,}97 \times 10^{-19}\ s^2/m^3$$

ile verilir.

14.7 Eşitliği, Kepler'in üçüncü yasasıdır. Eğer r'yi elipsin büyük-ekseninin yarısı olan a ile değişitirirsek, yasanın eliptik yörüngeler için de geçerli olduğu gösterilebilir. Orantı sabiti K_S, gezegenin kütlesinden bağımsızdır. Bu yüzden 14.7 Eşitliği *herhangi* bir gezegen için de geçerlidir.[3] Gezegenlere ait faydalı veriler Çizelge 14.2 de verilmiştir. Bu tablonun son sütunu $T2/r^3$ ün, bir sabit olduğunu doğrular. Bu sütündaki değerlerde görülen hafif oynamalar gezegenlere ait periyotların ve yarı büyük eksenlerin ölçülmesindeki belirsizlikleri yansıtmaktadır.

Dünya çevresindeki bir uydunun yörüngesini dikkate alırsak, örneğin Ay gibi, o zaman, Güneş'in kütlesi Dünya'nın kütlesiyle değiştirileceğinden, sabit, farklı bir değer alacak ve bu durumda orantı sabiti olacaktır.

ÖRNEK 14.4 Güneşin Kütlesi

Dünya'nın Güneş etrafında dönme periyodunun $3{,}156 \times 10^7$ s ve güneşten olan uzaklığının $1{,}496 \times 10^{11}$ m olduğu gerçeğini kullanarak Güneş'in kütlesini hesaplayınız.

Çözüm 14.7 Eşitliğini kullanarak

$$M_s = \frac{4\pi^2r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2(1{,}496 \times 10^{11}\ \text{m})^3}{(6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(3{,}156 \times 10^7\ \text{s})^2}$$

$$= 1{,}99 \times 10^{30}\ \text{kg}$$

elde ederiz. Örnek 14.3 te, kütle çekim kuvvetlerinin anlaşılması Dünya'nın çekirdeğinin yoğunluğuna dair bilgiler vermişti. Şimdi benzer yoldan giderek Güneş'in kütlesini hesaplama olanağı bulduk.

[2] Merkür ve Plüton hariç, tüm gezegenlerin yörüngeleri yaklaşık olarak daireseldir; bu kabulde hata büyük değildir. Örneğin, Dünya yörüngesi için küçük yarı-eksenin büyük yarı-eksenine oranı $b/a = 0{,}99986$ dır.

[3] 14.7 Eşitliği gerçekten doğru bir orantıdır, çünkü T^2 ve r^3 büyüklüklerinin oranı sabittir. Bu orandaki büyüklüklerin sadece 1. derece ile sınırlandırılmaları gerekmez

TABLO 14.2 Gezegenlere Ait Değerler

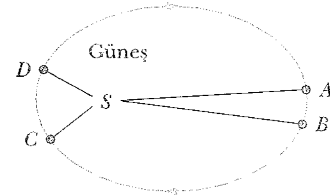
Cisim	Kütle(kg)	Ortalama Yarıçap (m)	Dolanım Periyodu (s)	Güneşten Olan Ortalama uzaklığı (m)	$\frac{T^2}{r^3}$ (s^2/m^3)
Merkür	$3,18 \times 10^{23}$	$2,43 \times 10^{6}$	$7,60 \times 10^{6}$	$5,79 \times 10^{10}$	$2,97 \times 10^{-19}$
Venüs	$4,88 \times 10^{24}$	$6,06 \times 10^{6}$	$1,94 \times 10^{7}$	$1,08 \times 10^{11}$	$2,99 \times 10^{-19}$
Dünya	$5,98 \times 10^{24}$	$6,37 \times 10^{6}$	$3,156 \times 10^{7}$	$1,496 \times 10^{11}$	$2,97 \times 10^{-19}$
Mars	$6,42 \times 10^{23}$	$3,37 \times 10^{6}$	$5,94 \times 10^{7}$	$2,28 \times 10^{11}$	$2,98 \times 10^{-19}$
Jüpiter	$1,90 \times 10^{27}$	$6,99 \times 10^{7}$	$3,74 \times 10^{8}$	$7,78 \times 10^{11}$	$2,97 \times 10^{-19}$
Satürün	$5,68 \times 10^{26}$	$5,85 \times 10^{7}$	$9,35 \times 10^{8}$	$1,43 \times 10^{12}$	$2,99 \times 10^{-19}$
Üranüs	$8,68 \times 10^{25}$	$2,33 \times 10^{7}$	$2,64 \times 10^{9}$	$2,87 \times 10^{12}$	$2,95 \times 10^{-19}$
Neptün	$1,03 \times 10^{26}$	$2,21 \times 10^{7}$	$5,22 \times 10^{9}$	$4,50 \times 10^{12}$	$2,99 \times 10^{-19}$
Pluton	$\approx 1,4 \times 10^{22}$	$\approx 1,5 \times 10^{6}$	$7,82 \times 10^{9}$	$5,91 \times 10^{12}$	$2,96 \times 10^{-19}$
Ay	$7,36 \times 10^{22}$	$1,74 \times 10^{6}$	—	—	—
Güneş	$1,991 \times 10^{30}$	$6,96 \times 10^{8}$	—	—	—

Kepler'in İkinci Yasası ve Açısal Momentumun Korunumu

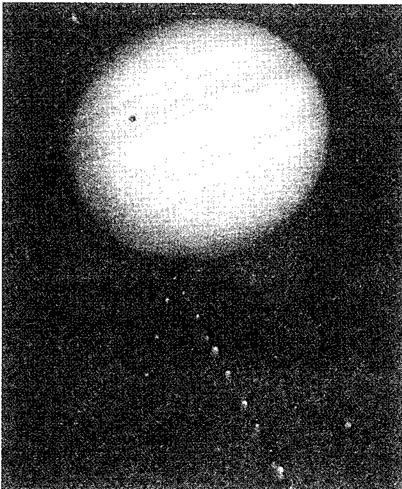
Güneşin çevresinde eliptik bir yörüngede hareket eden m kütleli bir gezegen alalım (Şek. 14.8). Gezegenin üzerine etki eden çekim kuvveti daima yarıçap vektörü boyuncadır ve güneşe doğru yönelmiştir (Şekil 14.9a). Sabit bir noktaya veya ondan uzağa doğru yönelmiş, sadece r'nin fonksiyonu olan bir kuvvet **merkezî kuvvet** adını alır. Bu merkezî kuvvetten dolayı gezegenin üzerine etkiyen döndürme momenti (tork), $\mathbf{F}$ kuvveti $\mathbf{r}$'ye paralel olduğundan açıkca sıfırdır. Yani

$$\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F} = \mathbf{r} \times F\hat{\mathbf{r}} = 0$$

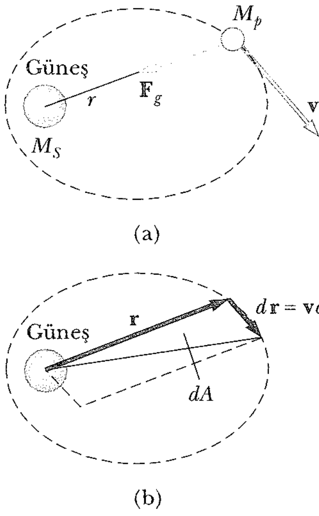
(Vertör çarpımıyla ilgili olarak hafızanızı tazelemek için Kesim 11.2 ye yeniden bakmak isteyebilirsiniz). Fakat, Eş 11.19 dan döndürme momenti, açısal momentumun zamanla değişme hızına eşittir. Yani $\tau = d\mathbf{L}/dt$ dir. **Bu nedenle, bir gezegenin üzerine Güneş tarafından uygulanan kütle-çekimi kuvveti, geze-**



Şekil 14.8 Keppler'in ikinci yasası eşit alanlar yasası olarak bilinir. Bir gezegen için A'dan B'ye gitme süresi C'den D'ye gitmek için gereken süreye eşitse, gezegenin yarıçap vektörü tarafından süpürülen iki alan birbirine eşittir. Bunun doğru olabilmesi için, gezegenin C ile D arasında daha hızlı hareket ediyor olması gerekir.



Jüpiter ve periyodik kuyruklu yıldız, Ayakkabıcı–Levi 9– her iki resim de Temmuz 1994 te Jüpiter'le kuyruklu yıldız çarpışmazdan iki ay önce Hubble Uzay Teleskopu ile alınmış ve bilgisayar kullanılarak bir araya konulmuştur. Bunların bağıl büyüklükleri ve uzaklıkları değiştirilmiştir. Jüpiter'in üzerindeki siyah nokta, ayı Io'ya ait gölgedir. *(NASA'nın izniyle)*



Şekil 14.9 (a) Bir gezegen üzerine etki eden çekim kuvveti Güneş'e doğru, yarıçap vektörü boyunca yönelmiştir. (b) Bir gezegen Güneş çevresinde dönerken yarıçap vektörünün bir dt zamanında süpürdüğü alan, $\mathbf{r}$ ve $d\mathbf{r} = \mathbf{v}\,dt$ vektörlerinin oluşturduğu paralelkenarın alanının yarısına eşittir.

gen üzerinde hiç bir döndürme momenti (Tork) oluşturmaz ve gezegenin L açısal momentumu sabittir:

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p} = \mathbf{r} \times M_p\mathbf{v} = M_p\mathbf{r} \times \mathbf{v} = \text{sabit} \qquad \textbf{(14.8)}$$

$\mathbf{L}$ bir hareket sabiti olduğu için, gezegenin herhangi bir andaki hareketi; $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{v}$ tarafından oluşturulan düzlem üzerindedir.

Bu sonucu şu geometrik düşünceyle anlatabiliriz. Şekil 14.9b deki $\mathbf{r}$ yarıçap vektörü, bir dt zamanında dA alanını süpürür. Bu alan $\mathbf{r}$ ve $d\mathbf{r}$ vektörlerinin oluşturduğu paralelkenarın $|\mathbf{r} \times d\mathbf{r}|$ alanının yarısına eşittir (Kesim 11.2'ye bakınız). Gezegenin bir dt zamanındaki yerdeğiştirmesi $d\mathbf{r} = \mathbf{v}\,dt$ ile verildiğinden,

$$dA = \tfrac{1}{2}|\mathbf{r} \times d\mathbf{r}| = \tfrac{1}{2}|\mathbf{r} \times \mathbf{v}\,dt| = \frac{L}{2M_p}\,dt$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{L}{2M_p} = \text{sabit} \qquad \textbf{(14.9)}$$

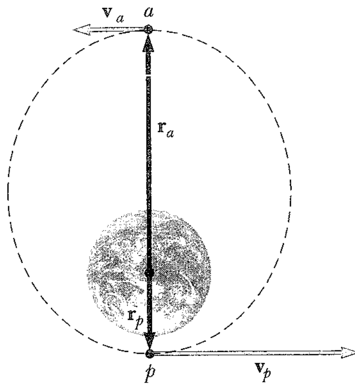
elde ederiz. Burada L ve M_p nin herikisi de sabittir. Böylece

Güneş'ten herhangi bir gezegene uzanan yarıçap vektörü, eşit zamanlarda eşit alanlar süpürür.

sonucuna varırız. Kepler'in ikinci yasası olan bu sonucun, çekim kuvvetinin bir merkezi kuvvet oluşundan kaynaklandığı ve onun da dolaylı olarak açısal momentumun korunumunu ifade ettiğini kavramak önemlidir. Bundan dolayı Kepler'in ikinci yasası, ister ters kare olsun isterse olmasın bir merkezi kuvvet ihtiva eden *herhangi* bir durum için geçerlidir.

ÖRNEK 14.5 Eliptik Bir Yörüngede Hareket

Kütlesi m olan bir uydu Dünya etrafında eliptik bir yörüngede hareket ediyor (Şek. 14.10). Uydunun Dünya'dan en küçük ve en büyük uzaklıkları sırasıyla *enberi* (Şek.14.10 da p ile gösterilen) ve *enöte* (a ile gösterilen) adını alırlar. Eğer gezegenin p deki hızı v_p ise, a daki hızı nedir?



Şekil 14.10 Bir uydu Dünya'nın etrafında eliptik bir yörüngede dönerken uydunun açısal momentumu sabittir. Bu yüzden, $mv_ar_a = mv_pr_p$ olup, burada a ve p sırasıyla enberiyi ve en öteyi temsil ederler.

Çözüm Uydu, enberi noktasından enöte noktasına doğru hareket ettikçe, Dünya'dan uzaklaşmaktadır. Böylece, dünya tarafından uydu üzerine uygulanan kütle çekim kuvvetinin bir bileşeni hız vektörü ile zıt yöndedir. Uydu üzerinde negatif bir iş yapılır ve iş-kinetik enerji teoremine göre bu onun yavaşlamasına neden olur. Sonuç olarak, enöte noktasında hızın, enberi noktasındaki hızdan daha düşük olmasını bekleriz.

Uydunun Dünya'ya göre açısal momentumu $\mathbf{r} \times m\mathbf{v} = m\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ dir. a ve p noktalarında $\mathbf{v}$, $\mathbf{r}$ ye diktir. O halde açısal momentumun bu noktalardaki büyüklüğü $L_a = mv_ar_a$ ve $L_p = mv_pr_p$ dir. Açısal momentum sabit olduğu için,

$$mv_ar_a = mv_pr_p$$

$$v_a = \frac{r_p}{r_a}v_p$$

olduğunu görürüz.

Sınama Sorusu 14.1

Satürn ve Jüpiter'in bir yıldan çok daha büyük periyotlara sahip olmasını nasıl açıklardınız?

14.6 KÜTLE-ÇEKİM ALANI

Newton, evrensel kütle-çekim teorisini yayınladığında, gezegenlerin hareketini doyurucu bir tarzda açıkladığından bu teori bir başarı olarak kabul edilmişti. 1687 den beri bu teori, kuyruklu yıldızların hareketleri, Cavendish terazisinin sapması, çift yıldızların yörüngeleri ve galaksilerin dönmesini açıklamakta kullanılmıştır. Bununla beraber, gerek Newton'un çağdaşları ve gerekse ondan sonra gelenler, Kesim 5.1 de bahsedildiği gibi, uzaktan etki eden bir kuvvet kavramını kabul etmekte zorlandılar. Birbiriyle temas halinde olmadan, iki cismin nasıl olup ta birbiri ile etkileştiğini soruyorlardı. Bu soruyu Newton kendisi açıklayamamıştı.

Temasta olmayan cisimler arasındaki etkileşmeyi açıklayan bir yaklaşım Newton'un ölümünden bir hayli zaman sonra geldi ve kütle-çekimi etkileşmesine farklı bir tarzda bakmamızı sağladı. Kesim 5.1 de anlatıldığı gibi, bu alternatif yaklaşım uzayda her noktada var olan bir **kütle-çekim alanı** fikrini kullanır. Kütlesi m olan bir parçacığa, alanın $\mathbf{g}$ olduğu bir noktaya konulduğu zaman $\mathbf{F} = m\mathbf{g}$ kuvveti etkir. Başka deyişle, alan parçacık üzerine bir kuvvet uygular. Buradan, çekim alanı $\mathbf{g}$,

$$\mathbf{g} \equiv \frac{\mathbf{F}_g}{m} \qquad (14.10)$$

Kütle-çekim alanı

olarak tanımlanır. Yani, uzayda herhangi bir noktadaki çekim alanı, o noktadaki bir *deneme kütlesinin* maruz kaldığı kuvvetin, o deneme kütlesiyle bölümüne eşittir. Alanın var olması için deneme parçacığının bulunmasının gerekli olmadığına dikkat ediniz. Çekim alanını Dünya oluşturmaktadır. Alanı oluşturan cisme *kaynak parçacık* deriz. (Her ne kadar dünya açıkça bir parçacık değilse de böyle bir ifadeyi kullanabiliriz; biraz sonra, oluşturduğu kütle-çekim alanını anlatırken Dünya'yı bir noktasal parçacık olarak alabileceğimizi tartışacağız). Alanın içine bir deneme parçacığı yerleştirerek ve onun üzerine etki eden kuvveti dikkate alarak alanın varlığını algılayabilir ve şiddetini ölçebiliriz.

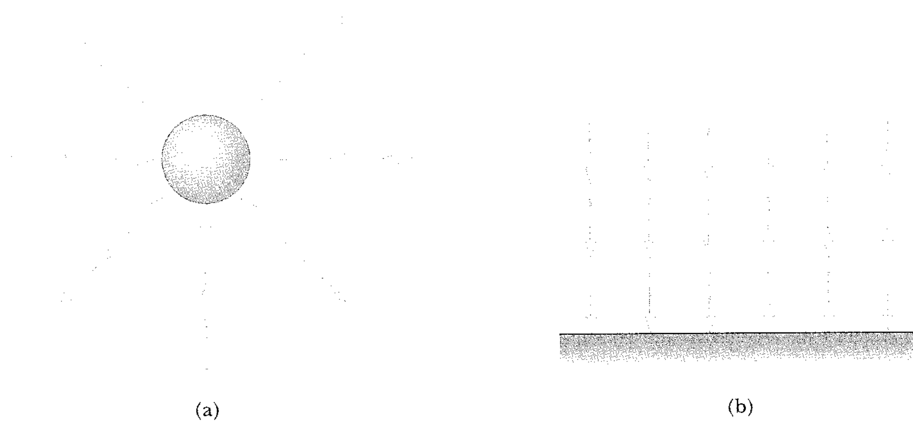
Her ne kadar kütle-çekim kuvveti anlam olarak iki cisim arasındaki bir etkileşme ise de, kütle-çekim alanı kavramı bize, cisimlerden birinin kütlesini ön "çarpan" olarak alma imkanını verir. Esas olarak, bir cismin (şimdiki halde, Dünya) etrafındaki boş uzay üzerine yaptığı etkiyi, ikinci bir cismin bu uzayda herhangi bir yerde bulunması halinde var olacak kuvvet cinsinden tasvir ediyoruz.[4]

Alan kavramının nasıl işlendiğine bir örnek olarak Dünya yüzeyinin yakınında bulunan m kütleli bir cismi düşününüz. Cisme etkiyen çekim kuvveti $GM_y m/r^2$ büyüklüğüne sahip olduğundan (bakınız Eş. 14.4), Dünya'nın merkezinden r uzaklığındaki bir noktada $\mathbf{g}$ alanı

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}_g}{m} = -\frac{GM_y}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (14.11)$$

ile verilir. Burada $\hat{\mathbf{r}}$ radyal (ışınsal) olarak Dünya'dan dışarıya doğu yönelmiş

[4]Bölüm 39 da Einstein'in kütle-çekim teorisini tartışırken, kütlenin kendi etrafındaki bu uzayı etkilemesi fikrine tekrar döneceğiz.



Şekil 14.11 (a) Dünya gibi, düzgün küresel bir cisim yakınındaki kütle-çekim alanı vektörleri hem doğrultu hem de büyüklük bakımından değişirler. Vektörler, alan içine konulan bir parcacığın sahip olacağı ivme yönündedir. Herhangi bir yerdeki alanın büyüklüğü, bu konudaki serbest düşme ivmesinin büyüklüğü kadardır. (b) Dünya yüzeyi yakınındaki küçük bir bölgede kütle-çekim alanı vektörleri, gerek yön gerekse büyüklük bakımından düzgündür.

bir birim vektördür ve eksi işareti alanın, Şekil 14.11a da gösterildiği gibi, Dünya'nın merkezine doğru yöneldiğini gösterir. Dünya'yı çevreleyen değişik noktalardaki alan vektörlerinin hem doğrultusu ve hem de büyüklük bakımından değiştiğine dikkat ediniz. Dünya yüzeyi yakınındaki küçük bir bölgede, aşağı doğru olan **g** alanı Şekil 14.11b de gösterildiği gibi yaklaşık olarak sabit ve düzgündür. Dünya'nın küresel olduğu kabul edilirse, Eş 14.11, Dünya'nın *dışındaki* bütün noktalarda geçerlidir. Dünya yüzeyinde $r = R_y$ dir ve **g** nin sahip olduğu büyüklük 9,80N/kg dır.



KÜTLE-ÇEKİM POTANSİYEL ENERJİSİ

8. Bölümde çekim potansiyel enerjisi kavramını, yani, parçacığın konumuna eşlik eden enerjiyi ortaya koyduk. Çekim potansiyel enerjisi $U = mgy$ 'nin yalnızca çekim kuvvetinin sabit olduğu durumda; parçacık, Dünya yüzeyinin yakınındayken geçerli olduğunu vurguladık. İki parçacık arasındaki kuvvet $1/r^2$ ile değiştiğinden, —Dünya yüzeyinin yakınında olma kısıtlaması olmaksızın geçerli olan— daha genel bir potansiyel enerji fonksiyonununun, $U= mgy$ den önemli ölçüde farklı olmasını bekleriz.

Potansiyel enerji fonksiyonunun bu genel biçimini hesaplamadan önce, *çekim kuvvetinin korunumlu olduğunu* doğrulayacağız. (Kesim 8.2 den, herhangi iki nokta arasında hareket eden bir cisim üzerine bir kuvvetin yaptığı işin, cismin takip ettiği yoldan bağımsız olması halinde bu kuvvetin korunumlu olduğunu hatırlayınız.) Çekim kuvvetinin korunumlu tabiatını tanıtmak için, onun bir merkezi kuvvet olduğunu hatırlayalım. Tanım olarak, bir merkezi kuvvet, sabit bir merkezden çıkan bir radyal doğru boyunca yönelmiş ve büyüklüğü yalnızca radyal koordinat r ye bağlı olan bir kuvvettir. Buradan, $\hat{\mathbf{r}}$ Şekil 14.12 de gösterildiği gibi başlangıçtan parçacığa yönelmiş bir birim vektör olmak üzere, bir merkezî kuvvet $F(r)\hat{\mathbf{r}}$ ile temsil edilebilir.

Şekil 14.12 deki P'den Q'ya olan genel bir yol boyunca hareket eden bir parçacığın üzerine etki eden bir merkezî kuvveti düşününüz. Pden Qya giden yol aşağıdaki tarzda bir seri ışınsal (radyal) ve dairesel parçalarla temsil edilebilir. Şekil 14.12 de, kesikli çizgilerle gösterildiği gibi, belirli sayıda ince kama

dilimleri çiziyoruz. Kamaların dış sınırları kısa radyal doğru parçalarıyla daire parçalarından (şekildeki gri kısımlar) meydana gelmiştir. Her bir kamanın radyal boyut uzunluğunu, kamanın geniş ucundaki kısa dairesel parçamız, parçacığın gerçek yörüngesini kesecek şekilde seçiyoruz. Bu taktirde, gerçek yörüngeyi, nöbetleşe olarak bir daire parçası ve radyal parça boyunca gidip gelen bir dizi zigzag hareketleriyle yaklaşık elde etmiş oluruz.

Tanımdan dolayı, bir merkezî kuvvet daima radyal parçalardan biri boyunca yönelmiştir; bu yüzden herhangi bir radyal parça boyunca **F** tarafından yapılan iş

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = F(r)\,dr$$

ile verilir. Tanımı gereği, yerdeğiştirmeye dik bir kuvvetin yaptığı işin sıfır olduğunu hatırlayınız. Buradan, herhangi bir dairesel parça boyunca yapılan iş sıfırdır, çünkü **F**, bu parçalar boyunca olan yerdeğiştirmeye diktir. O halde, **F** tarafından yapılan toplam iş ışınsal (radyal) parçalar boyunca yapılan işlerin toplamıdır:

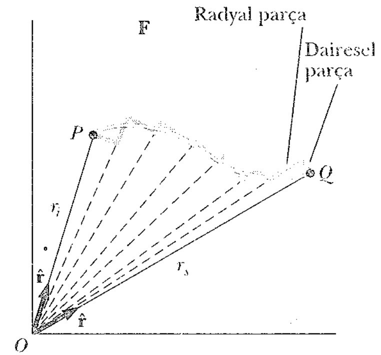
Merkezcil kuvvetin yaptığı iş

$$W = \int_{r_i}^{r_s} F(r)\,dr$$

burada *i* ve *s* alt indisleri başlangıç ve son konumu gösterir. İntegrand yalnız konumun bir fonksiyonu olduğu için, bu integralin sonucu sadece *r* nin başlangıç ve son değerlerine bağlıdır. Böylece, *P* den *Q* ya giden *her* yol boyunca yapılan iş aynıdır. Yapılan iş yoldan bağımsız olduğu ve yalnız uç noktalara bağlı bulunduğu için *her merkezî kuvvetin korunumlu* olduğu sonucuna varırız. Şimdi bir kez merkezi kuvvetin biçimi belirtildiğinde, potansiyel enerji fonksiyonunun elde edilebileceğinden emin bulunuyoruz.

Eş. 8.2 den verilen bir yerdeğiştirmeye karşılık kütle-çekim potansiyel enerjisindeki değişimin, bu yerdeğiştirme süresince çekim kuvvetinin yaptığı işin negatifi veya

$$\Delta U = U_s - U_i = -\int_{r_i}^{r_s} F(r)\,dr \qquad \textbf{(14.12)}$$

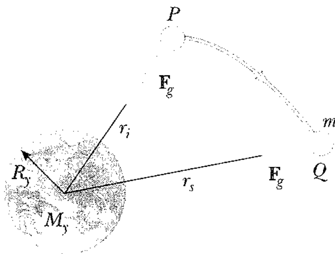


Şekil 14.12 Bir parçacık radyal doğrultuda olan bir **F** merkezi kuvvetinin etkisinde kalarak *P* 'den *Q* 'ya hareket ediyor. Yörünge bir dizi radyal ve dairesel parçalara bölünmüştür. Dairesel parça boyunca yapılan iş sıfır olduğundan, yapılan iş yoldan bağımsızdır ve yalnızca r_s ve r_i ye bağlıdır.

olarak tanımlandığını hatırlayız. Bu sonucu, çekim potansiyel enerjisi fonksiyonunu bulmakta kullanabiliriz. Yer yüzeyinin yukarısında *P* ve *Q* noktaları arasında hareket eden *m* kütleli bir parçacık alalım (Şek. 14.13). Parçacık, 14.1 Eşitliği ile verilen çekim kuvvetinin etkisi altındadır. *m* 'ye etki eden kuvveti aşağıdaki biçimde ifade edebiliriz:

$$F(r) = -\frac{GM_y m}{r^2}$$

burada eksi işareti kuvvetin çekici olduğunu gösterir. Bunu Eşitlik 14.12'de yerine koyarak kütle-çekimi potansiyel enerji fonksiyonundaki değişmeyi hesaplayabiliriz:



Şekil 14.13 *m* kütleli bir parçacık yer yüzeyinin yukarısında *P* 'den *Q* 'ya hareket ettikçe, potansiyel enerjisi Eş. 14.12 ye göre değişir.

$$U_s - U_i = GM_y m \int_{r_i}^{r_s} \frac{dr}{r^2} = GM_y m \left[-\frac{1}{r}\right]_{r_i}^{r_s}$$

Kütle-çekimi potansiyel enerjisindeki değişme

$$U_s - U_i = -GM_y m \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_i}\right) \quad (14.13)$$

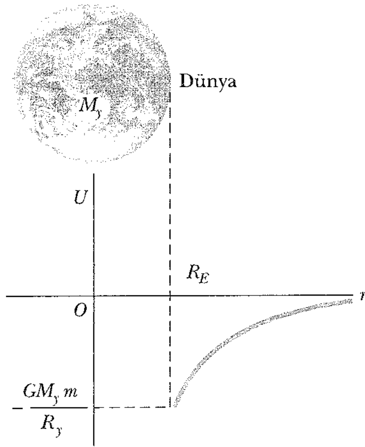
Her zaman olduğu gibi, potansiyel enerji için referans noktasının seçimi tamamen keyfidir. Referans noktasını, kuvvetin sıfır olduğu yerde seçmek adettir. $r_i = \infty$ da $U_i = 0$ alarak,

$r \geq R_y$ için Dünya-parçacık sisteminin çekim potansiyel enerjisi

$$U = -\frac{GM_y m}{r} \quad (14.14)$$

önemli sonucunu elde ederiz. $r \geq R_y$ olmak şartıyla, bu önemli sonuç r uzaklığı ile ayrılmış Dünya-parçacık sistemi için geçerlidir. Bu sonuç $r < R_y$ olan Dünya içindeki parçacıklar için geçerli değildir. ($r < R_y$ olan hali Kesim 14.10 da inceliyeceğiz.) U_i için yaptığımız seçimden dolayı, U fonksiyonu daima negatiftir (Şek. 14.14).

Her ne kadar 14.14 Eşitliği parçacık-Dünya sistemi için çıkartıldıysa da, herhangi iki parçacık için aynı şekilde geçerlidir. Yani, m_1 ve m_2 kütleli ve birbirinden r uzaklığıyla ayrılmış herhangi bir parçacık çiftine eşlik eden çekim potansiyel enerjisi :



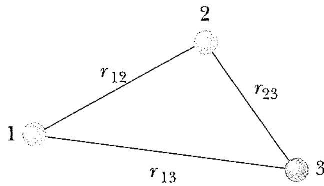
Şekil 14.14 Dünya yüzeyinin üstündeki bir parçacık için çekim potansiyel enerjisi U nun r ye göre grafiği r sonsuza yaklaştığında potansiyel enerji sıfıra gider.

$$U = -\frac{Gm_1 m_2}{r} \quad (14.15)$$

ile verilir. Bu ifade, herhangi bir parçacık çifti için çekim potansiyel enerjisinin $1/r$ şeklinde değiştiğini, öte yandan aralarındaki kuvvetin ise $1/r^2$ olarak değiştiğini gösterir. Bu eşitlikte, kuvvet çekici olduğu için potansiyel enerji *negatiftir* ve parçacıklar arası uzaklık sonsuz iken potansiyel enerji sıfır olarak alınmıştır. Parçacıklar arasındaki kuvvet çekici olduğundan, iki parçacık arasındaki uzaklığı arttırmak için bir dış etken pozitif iş yapmalıdır. İki parçacık ayrıldıkça dış etken tarafından yapılan iş potansiyel enerjide bir artış getirir. Yani, r arttıkça U daha az negatif olur.

İki parçacık durgun ve bir r uzaklığında bulunduğunda, bir dış etken parçacıkları sonsuz uzaklığa kadar ayırmak için en azından $+ Gm_1 m_2/r$ ye eşit bir enerjiyi vermek zorunda kalır. Bu sebeple potansiyel enerjinin mutlak değerini, sistemin *bağlanma enerjisi* olarak düşünmek uygundur. Eğer dış etken, bağlanma enerjisi $Gm_1 m_2/r$ den daha büyük bir enerji verirse, sisteme verilen fazla enerji, parçacıkların sonsuz uzaklıkta bulundukları zamanki kinetik enerjileri olacaktır.

Bu fikri üç veya daha fazla parçacığa genişletebiliriz. Bu durumda, sistemin toplam potansiyel enerjisi, bütün parçacık çiftleri üzerinden alınan toplamdır.[5] Her bir çift, 14.15 Eşitliği ile verilen biçimdeki bir terim kadar katkıda bulunur. Örneğin, sistem Şekil 14.15 deki gibi üç parçacık içerirse



Şekil 14.15 Etkileşen üç parçacık.

$$U_{\text{total}} = U_{12} + U_{13} + U_{23} = -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right) \quad (14.16)$$

buluruz. U_{toplam} ın mutlak değeri, parçacıkları sonsuz uzaklığa kadar ayırmak için gerekli olan işi temsil eder.

[5]Bütün parçacık çiftleri için potansiyel enerji terimlerinin toplanabilmesi, kütle çekim kuvvetlerinin üstüste binme ilkesine uyması deneysel gerçeğinden kaynaklanır.

ÖRNEK 14.6 Potansiyel Enerjideki Değişme

Kütlesi m olan bir parçacık, dünya yüzeyinin yakınında düşey olarak küçük bir Δy uzaklığı kadar yer değiştiriyor. 14.13 Eşitliğiyle verilen potansiyel enerji değişimi genel ifadesinin, bilinen bağıntı $\Delta U = mg\Delta y$ ye indirgendiğini gösteriniz.

Çözüm Eşitlik 14.13'ü

$$\Delta U = -GM_y m\left(\frac{1}{r_s}-\frac{1}{r_i}\right) = GM_y m\left(\frac{r_s - r_i}{r_i r_s}\right)$$

biçiminde ifade edebiliriz. Parçacığın ilk ve son konumu, dünyanın yüzeyine yakınsalar, o zaman $r_s - r_i = \Delta y$ ve $r_i r_s \approx R_y^2$ dir (r nin Dünya merkezinden itibaren ölçüldüğünü hatırlayınız). Bu yüzden potansiyel enerjideki değişme,

$$\Delta U \approx \frac{GM_y m}{R_y^2}\Delta y = mg\,\Delta y$$

haline gelir, burada $g = GM_y/R_y^2$ olduğu gerçeğini kullandık (Denklem 14.5). Referans noktasının keyfi olduğunu hatırlayınız, çünkü önemli olan şey potansiyel enerjideki *değişmedir.*

14.8 GEZEGEN VE UYDU HAREKETİNDE ENERJİ İNCELEMESİ

Kütlesi m olan bir cismin, M kütleli iri bir cismin yakınında v hızıyla hareket ettiğini düşünelim. Burada $M \gg m$ dir. Sistem Güneş etrafında hareket eden bir gezegen, Dünya etrafında bir yörüngede bulunan bir uydu veya bir zamanlar Güneş'in yakınından geçen bir kuyruklu yıldız olabilir. Eğer M nin, bir eylemsiz referens sisteminde durgun olduğunu kabul edersek, o zaman cisimler bir r uzaklığı kadar ayrıkken, iki-cisim sisteminin toplam enerjisi E, m nin kinetik enerjisiyle, sistemin 14.15 Eşitliği ile verilen potansiyel enerjisinin toplamıdır. [6]

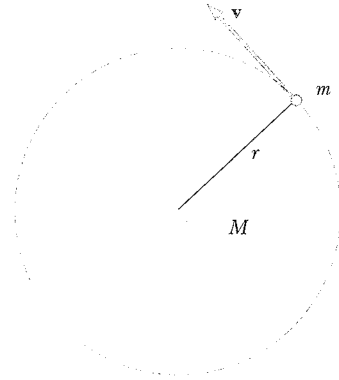
$$E = K + U$$

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \qquad \textbf{(14.17)}$$

Bu denklem v nin değerine bağlı olarak E nin pozitif, negatif veya sıfır olabileceğini gösterir. Bununla birlikte, Dünya-Güneş gibi bağlı bir sistem[7] için, seçmiş olduğumuz $r \to \infty$ da $U \to 0$ kuralı gereğince E zorunlu olarak *sıfırdan küçüktür.*

$M \gg m$ olmak üzere, M kütleli cisim etrafında dairesel yörüngede hareket eden m kütleli bir cisimden oluşan sistemde $E < 0$ olduğunu kolayca kanıtlayabiliriz (Şek. 14.16). Newton'un ikinci yasası m kütleli cisme uygulanırsa

$$\frac{GMm}{r^2} = ma = \frac{mv^2}{r}$$



Şekil 14.16 Kendisinden çok daha büyük M kütleli bir cismin etrafında dairesel bir yörüngede hareket eden m kütleli bir cisim.

[6] Çok büyük kütlenin ivmesini ve kinetik enerjisini ihmal ettiğimizi farketmişsinizdir. Bunun akla yatkın olduğunu görmek için, Dünya'ya doğru düşen m kütleli bir cisim düşününüz. Cisim-Dünya sisteminin kütle merkezi durgun olduğundan, $mv = M_y v_y$ yazılabilir. Böylece, Dünya

$$\tfrac{1}{2}M_y v_y^2 = \tfrac{1}{2}\frac{m^2}{M_y}v^2 = \frac{m}{M_y}K,$$

ya eşit olan bir kinetik enerji kazanır. Burada K cismin kinetik enerjisidir. $M_y \gg m$ olduğu için, Dünya'nın kinetik enerjisi ihmal edilebilir.

[7] Bu kesimin başında verilen üç örnekte, Güneşin etrafında hareket eden gezegen ile Dünya çevresindeki yörüngede bulunan uydu bağlı sistemlerdir–Dünya daima Güneş'in yakınında ve uydu da daima Dünyanın yakınında kalacaktır. Kuyruklu yıldızın bir defalık geçip gitme hareketi ise bağlı olmayan bir sistemi temsil eder– kuyruklu yıldız Güneş'le bir defa etkileşmeye girer fakat ona bağlı kalmaz. O halde teorik olarak kuyruklu yıldız Güneş'ten sonsuz uzaklığa kadar gidebilir.

olur. İki taraf r ile çarpılır ve 2 ile bölünürse

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GMm}{2r} \tag{14.18}$$

bulunur. Bunu 14.17 Eşitliğinde yerine koyarak

$$E = \frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r}$$

Dairesel yörünge için toplam enerji

$$E = -\frac{GMm}{2r} \tag{14.19}$$

elde ederiz. **Bu sonuç, dairesel yörüngeler için toplam mekanik enerjinin negatif olması gerektiğini açıkça göstermektedir. Kinetik enerjinin pozitif ve potansiyel enerjinin büyüklüğünün yarısına eşit olduğuna** dikkat ediniz. E'nin mutlak değeri de sistemin bağlanma enerjisine eşittir, çünkü iki kütleyi birbirinden sonsuz uzaklığa ayırmak için bu miktarda enerjinin sisteme verilmesi gerekir.

Eliptik yörüngeler hali için de toplam mekanik enerji negatiftir. Eliptik yörüngeler için E ifadesi 14.19 Eşitliği ile aynıdır, yalnız, r orada yarıbüyük eksen uzunluğu a ile yerdeğiştirmelidir. Dahası, sistemin yalıtılmış olduğunu kabul edersek toplam enerji sabittir. Bu nedenle m kütleli cisim, Şekil 14.13 deki P den Q ya hareket ederken toplam enerji sabit kalır ve 14.17 Eşitliğinden

$$E = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GMm}{r_i} = \frac{1}{2}mv_s^2 - \frac{GMm}{r_s} \tag{14.20}$$

bulunur. Enerji korunumunun bu ifadesini, daha evvel tartıştığımız açısal momentumun korunumuyla birleştirdiğimizde, kütle çekimiyle bağlı iki-cisim sisteminde **gerek toplam enerji, gerekse toplam açısal momentumun her ikisinin de birer hareket sabiti oldukları** sonucuna varırız.

ÖRNEK 14.7 Bir Uydunun Yörüngesinin Değiştirilmesi

Bir uzay mekiği Dünya'nın yüzeyinden 280 km yukarıdaki bir yörüngede bulunduğu sırada, 470 kg'lık bir haberleşme uydusunu serbest bırakıyor. Uydu, üzerindeki bir roket tarafından jeosenkron, yani uydunun dünya üzerinde tek bir konumda asılı durduğu, bir yörüngeye taşınıyor. Motoru ne kadar enerji sağlaması gerekir?

Çözüm İlk önce jeosenkron yörüngenin yarıçapını belirlemeliyiz. Daha sonra uyduyu bu yörüngeye taşımak için gereken enejiyi hesaplayabiliriz.

Yörüngenin periyodu T, bir gün (86 400 s) olmalıdır. Dünya kendi ekseni etrafında bir dönme yaptığında uydu da Dünya'nın etrafında bir defa dolanır. Periyodu bildiğimiz için, yarıçapı bulmada, K_s yi $K_y = 4\pi^2/GM_y = 9{,}89 \times 10^{-14}\ s^2/m^3$ ile yer değiştirerek, Kepler'in üçüncü yasasını (Eş.14.7) kullanabiliriz:

$$T^2 = K_y r^3$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{T^2}{K_y}} = \sqrt[3]{\frac{(86400 s)^2}{9{,}89 \times 10^{-14} s^2/m^3}} = 4{,}23 \times 10^7 m = R_s$$

Bu, Dünya'dan 26 000 mil'den biraz daha fazla bir yüksekliktir.

Ayrıca, uydunun uzay mekiğinin kargo bölümünde hareketsizkenki yörüngesinin ilk yarıçapını da (Dünya yüzeyinin üzerindeki yüksekliğini değil) belirlememiz gerekir. Bu basitçe

$$R_y + 280\ km = 6{,}65 \times 10^6\ m = R_i$$

dir. Şimdi, Eş. 14.19'u uyguladığımızda ilk ve son toplam enerjiler için

$$E_i = -\frac{GM_y m}{2R_i} \qquad E_s = -\frac{GM_y m}{2R_s}$$

elde ederiz. Uyduyu yerleştirmesi için motordan istenen enerji

$$E_{motor} = E_s - E_i = -\frac{GM_y m}{2}\left(\frac{1}{R_s} - \frac{1}{R_i}\right)$$

$$= -\frac{(6{,}67 \times 10^{-11} N\cdot m^2/kg^2)(5{,}98 \times 10^{24} kg)(470 kg)}{2}$$

$$\times \left(\frac{1}{4{,}23 \times 10^7 m} - \frac{1}{6{,}65 \times 10^6 m}\right)$$

$$= 1{,}19 \times 10^{10} J$$

Bu, 89 gal benzinin enerjisine eşdeğeridir. NASA mühendisleri, yanmış yakıt attıkça uzay aracının kütlesinin değişimini hesaba katmak zorundadırlar. Bu, bizim burada şimdiye kadar yapmadığımız bir şeydir. Bu kütle değişimini içeren hesabın, motordan istenen enerji miktarı için daha büyük bir değer mi yoksa daha küçük bir değer mi vermesini beklerdiniz?

Motorun ateşlenmesinden sonra enerjinin nasıl dağıtıldığını belirlemek istersek, Eş. 14.18 den kinetik enerjideki değişim için $\Delta K = (GK_y m/2)(1/R_s - 1/R_i) = -1{,}19 \times 10^{10}$J (bir azalma) ve potansiyel enerjide buna karşılık gelen değişim için ise $\Delta U = -GM_y m\,(1/R_s - 1/R_i) = 2{,}38 \times 10^{10}$ (bir artma) buluruz. Böylece, sistemin mekanik enerjisindeki değişme, $\Delta E = \Delta K + \Delta U = 1{,}19 \times 10^{10}$ J dür, bu ise daha evvel hesapladığımızın aynısıdır. Motorun ateşlenmesi, sistemin toplam mekanik enerjisinde bir artışa sebeb olur. Potansiyel enerjideki bir artış kinetik enerjideki bir azalmaya eşlik edeceğinden, yörüngede dolanan bir uydunun yüksekliği arttıkça hızında azalma meydana geleceği sonucuna varırız.

Kurtulma Hızı

m kütleli bir cismin Şekil 14.17 deki gibi Dünya'nın (Yer kürenin) yüzeyinden düşey olarak yukarıya doğru bir v_i başlangıç hızıyla atıldığını varsayalım. Cismin Yer'in çekim alanından kurtulması için gereken ilk hızın minimum değerinin bulunmasında enerji düşüncelerini kullanabiliriz. 14.17 Eşitliği, cismin herhangi bir noktadaki toplam enerjisini verir. Yer'in yüzeyinde $v_s = v_i$, $r = r_i = R_y$ dir. Cisim maksimum yüksekliğe çıktığında, $v = v_s = 0$ ve $r = r_s = r_{max}$ dır. Sistemin toplam enerjisi sabit olduğu için, bu şartların 14.20 Eşitliğinde yerine konulması halinde

$$\frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_y m}{R_y} = -\frac{GM_y m}{r_{maks}}$$

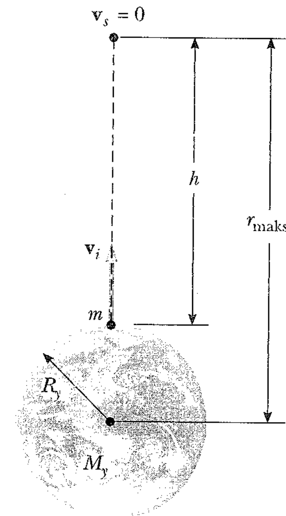
yazılabilir. v_i^2 çözülürse

$$v_i^2 = 2GM_y\left(\frac{1}{R_y} - \frac{1}{r_{maks}}\right) \tag{14.21}$$

bulunur. Bu yüzden, eğer ilk hız bilinirse,

$$h = r_{maks} - R_y$$

olduğunu bildiğimizden bu ifade maksimum yükseklik h 'yı hesaplamak için kullanılabilir.



Şekil 14.17 Yer kürenin yüzeyinden yukarıya doğru v_i ilk hızıyla atılan m kütleli bir cisim bir maksimum h yüksekliğine ulaşır.

Şimdi, Yer'in çekim alanının etkisinden kurtulması için cismin, dünya yüzeyinde iken sahip olması gereken en küçük hız olan *kurtulma hızını* hesaplayacak durumdayız. Bu minimum hızla harekete başlayan cisim, durmadan Yer'den daha uzaklara doğru gitmeye devam eder ve hızı asimtotik olarak sıfıra yaklaşır. 14.21 Eşitliğinde $r_{maks} = \infty$ koyarak ve $v_i = v_{kur}$ alarak,

$$v_{kur} = \sqrt{\frac{2GM_y}{R_y}} \tag{14.22}$$

Kurtulma hızı

buluruz. Bu v_{kur} ifadesinin cismin kütlesinden bağımsız olduğuna dikkat ediniz. Örneğin, bir uzay aracı bir molekülle aynı kurtulma hızına sahiptir. Dahası, sonuç, hızın doğrultusundan bağımsızdır ve hava direncini ihmal eder.

Eğer cisme v_{kur}'e eşit bir ilk hız verilirse, cismin toplam enerjisi sıfırdır. Bu, $r = \infty$ olduğu zaman cismin hem kinetik enerjisinin hem de potansiyel enerjisinin sıfır olduğuna dikkat edilerek görülebilir. v_i , v_{kur}'den büyükse, toplam enerji sıfırdan büyük olacağından cisim $r \to \infty$ da bir miktar fazla kinetik enerjiye sahip olacaktır.

ÖRNEK 14.8 Bir Roketin Kurtulma Hızı

5000 kg lık bir uzay aracı için, Dünya'dan kurtulma hızını hesaplayınız ve Dünya'nın (Yer kürenin) çekim alanından kurtulması için uzay aracının dünya yüzeyindeyken sahib olması gereken kinetik enerjiyi hesaplayınız.

Çözüm 14.22 Eşitliğini kullanılarak

$$v_{kur} = \sqrt{\frac{2GM_y}{R_y}}$$

$$= \sqrt{\frac{2(6{,}67\times 10^{-11}\,\mathrm{N\cdot m^2/kg^2})\,(5{,}98\times 10^{24}\,\mathrm{kg})}{6{,}37\times 10^{6}\,\mathrm{m}}}$$

$$= 1{,}12\times 10^{4}\,\mathrm{m/s}$$

elde edilir. Bu yaklaşık 25 000 mi/saat karşılığıdır.

Uzay aracının kinetik enerjisi

$$K = \tfrac{1}{2}mv_{kur}^2 = \tfrac{1}{2}(5\times 10^{3}\,\mathrm{kg})\,(1{,}12\times 10^{4}\,\mathrm{m/s})^2$$

$$= 3{,}14\times 10^{11}\,\mathrm{J}$$

ile verilir. Bu yaklaşık 2300 gal benzinin eşdeğeridir.

14.21 ve 14.22 Eşitlikleri, herhangi bir gezegenden düşey olarak fırlatılan cisimlere uygulanabilir. Yani genel olarak, M kütleli ve R yarıçaplı bir gezegenin yüzeyinden kurtulma hızı

$$v_{kur} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

ile verilir.

Gezegenler, Ay ve Güneş için kurtulma hızlarının bir listesi Çizelge 14.3 de verilmiştir. Bu değerlerin, Plüton için olan 1,1 km/s den Güneş için olan 618 km/s ye kadar değiştiğine dikkat ediniz. Gazların kinetik teorisinden elde edilen bazı fikirlerle (Bölüm 21) beraber bu sonuçlar, niçin bazı gezegenlerde atmosferin bulunduğunu ve diğerlerinde bulunmadığını açıklar. Daha sonra göreceğimiz gibi, bir gaz molekülü, gazın sıcaklığına bağlı olan bir ortalama kinetik enerjiye sahiptir. Buradan, hidrojen ve helyum gibi hafif olan moleküller, daha ağır türlere oranla aynı sıcaklıktayken daha yüksek bir ortalama hıza sahiptirler. Daha hafif olan moleküllerin ortalama hızları, kurtulma hızından çok daha az olmadığı zaman, moleküllerin önemli bir kesri gezegenden kurtulma şansına sahiptir.

Bu işleyiş aynı zamanda Dünya'nın atmosferinde niçin hidrojen molekülleri ve helyum ortamları bulunmadığını; öte yandan niçin oksijen ve azot gibi daha ağır moleküllerin bulunduğunu açıklar. Öte yandan, Jüpiter çok büyük bir kurtulma hızına sahiptir ve bu onun atmosferinin ana maddesi olan hidrojeni tutmasını sağlar.

TABLO 14.3 Gezegenler, Ay ve Güneş için Kurtulma Hızları

Gezegenler	v_{kur} (km/s)
Merkür	4,3
Venüs	10,3
Dünya	11,2
Ay	2,3
Mars	5,0
Jüpiter	60
Satürün	36
Uranüs	22
Neptün	24
Plüton	1,1
Güneş	618

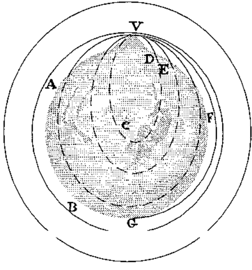
Sınama Sorusu 10.2

Bir uzay araştırmacısı olsaydınız ve küçük bir gezegende altın keşfetseydiniz, keşfiniz üzerine heyecandan ayağınızın üstünde zıplamanız belki de iyi bir fikir olmazdı. Niçin?



Sınama Sorusu 10.3

Şekil 14.18, Newton tarafından çizilmiştir ve bir dağın tepesinden fırlatılan taşın yörüngesini gösteriyor. Newton, taşın arka arkaya daha büyük hızlarda fırlatılması durumunda (D,E,F ve G noktalarında), git gide daha uzaklara düşüşünü ve en sonunda tamamen Dünya'nın çevresini dolaşacak tarzda fırlatılışını gösteriyor. Newton, niçin taşın bir yörüngeyi tamamlayacak kadar hızlı hareket etmesinden önce, B ve A'ya düşüşünü göstermemiştir?

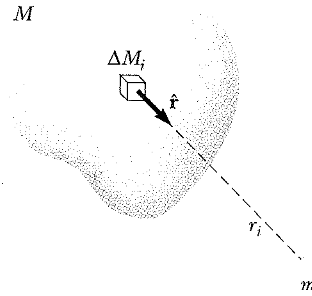


Şekil 14.18 "(Bir taş) ne kadar daha büyük bir hızla fırlatılırsa Dünya'nın üzerine düşmeden önce o kadar daha uzağa gider. O halde, hız o kadar artırılabilirki, Dünya'ya ulaşmazdan önce 1,2,5,10,100,1000 millik yaylar çizebilir ve en sonunda, Dünya'nın sınırlarını aşarak Dünya'ya dokunmadan uzaya geçmesi gerekir." Sir Isaac Newton, *Dünya Sistemi.*

Seçmeli Kesim

14.9 BÜYÜK BİR CİSİMLE BİR PARÇACIK ARASINDAKİ ÇEKİM KUVVETİ

14.3 Eşitliği ile verilen evrensel çekim yasasının, yalnızca etkileşen cisimlerin parçacıklar gibi düşünülmesi halinde geçerli olduğunu vurgulamıştık. Bunun ışığında, sonlu boyutlardaki bir cisimle, bir parçacık arasındaki kuvveti nasıl hesaplayabiliriz? Bu, büyük cismi parçacıkların bir toplamı gibi kabul edip, integral hesaptan faydalanarak hesaplanabilir. Önce, potansiyel enerji fonksiyonunu bulup daha sonra bu fonksiyondan kütle-çekim kuvvetini hesaplayacağız.



Şekil 14.19 Kütlesi M olan büyük bir cisimle etkileşen m kütleli bir parçacık. Büyük cismin tarafından parçacığa uygulanan çekim kuvveti, cismin ΔM_i kütlesinee sahip her bir parçasından dolayı etkiyen kuvvetlerin vektörel toplamı alarak elde edilebilir.

Noktasal bir m kütlesiyle, M kütleli büyük bir cisimden oluşan bir sistemin potansiyel enerjisi, cismi her biri ΔM_i kütleli çok sayıda parçalara ayırarak elde edilir (Şek. 14.19). Bu eleman ve m kütleli parçacıktan oluşan istemle ilgili potansiyel enerji $U = -Gm\Delta M_i/r_i$ olup, burada r_i parçacıktan, ΔM_i elemanına olan uzaklıktır. Tüm sistemin toplam potansiyel enerjisi, bütün parçalar üzerinden alınan toplamın $\Delta M_i \to 0$ için limiti olarak elde edilir. Bu limitte, Uyu,

$$U = -Gm \int \frac{dM}{r} \qquad \textbf{(14.23)}$$

integral formunda ifade edebiliriz. Bir kez U bulunduktan sonra, büyük cisim tarafından parçacık üzerine uygulanan kuvvet, bu skaler fonksiyonun negatif türevini alarak elde edilebilir (bak Kesim 8.6). Eğer büyük cisim küresel simetriye sahipse, Ufonksiyonu sadece r'ye bağlıdır ve kuvvet $-dU/dr$ ile verilir. Bu durumu Kesim 14.10 da gözden geçireceğiz. İlke olarak, belirli herhangi bir geometri için U bulunabilirse de integral uğraştırıcı olabilir.

Bir parçacıkla, büyük cisim arasındaki kütle çekimine ait kuvvetin hesaplanmasında, alternatif bir yaklaşım, cismin tüm parçaları için kuvvet vektörlerinin toplamını almaktır. U'yu bulmak için anlatılan işlemi ve evrensel çekim yasasının 14.3 Eşitliği ile verilen şeklini kullanarak parçacık üzerindeki toplam kuvveti

$$\mathbf{F}_g = -Gm \int \frac{dM}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad \textbf{(14.24)}$$

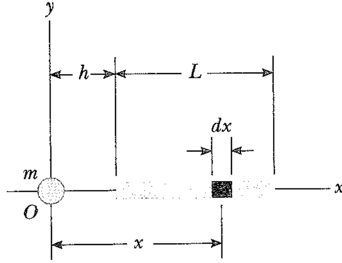
Büyük cisim tarafından bir parçacık üzerine etkiyen toplam kuvvet

olarak elde ederiz, burada $\hat{\mathbf{r}}$, dM elemanından parçacığa doğru yönelmiş bir birim vektördür (Şek. 14.19) ve eksi işareti, kuvvetin doğrultusunun $\hat{\mathbf{r}}$'ya ters olduğunu gösterir. Bu işlem her zaman tavsiye edilmez, çünkü bir vektör fonksiyonu ile çalışmak skaler potansiyel enerji fonksiyonu ile çalışmaktan daha zordur. Bununla birlikte, aşağıdaki örnekte olduğu gibi geometri basitse, **F**'nin bulunması çok basit olabilir.

ÖRNEK 14.9 Bir Parçacıkla Bir Çubuk Arasındaki Çekim Kuvveti

L uzunluğunda ve M kütlesinde homojen bir çubuğun sol ucu noktasal bir m kütlesinden h kadar uygulanan uzaklıktadır (Şek. 14.20). Parçacık üzerine çubuk tarafından uygulanan kuvveti hesaplayınız.

Çözüm Çubuğun dx uzunluğundaki bir parçası, bir dM kütlesine sahiptir. Birim uzunluktaki kütle sabit olduğundan, kütlelerin oranı dM/M, uzunlukların oranı dx/L



Şekil 14.20 m parçacığı üzerine çubuktan dolayı etkiyen kütle çekim kuvveti sağa doğrudur. Çubuğun, çubuk merkezinde yerleşmiş M kütleli bir parçacığa eşdeğer olmadığına dikkat ediniz.

ye eşit ve bu yüzden $dM = (M/L)\,dx$ dir. Eş. 14.24 deki r değişkeni, bizim örneğimizde Şekil 14.20 de gösterilen x uzaklığıdır $\hat{\mathbf{r}}$ birim vektörü $\hat{\mathbf{r}} = -\mathbf{i}$ dir ve parçacık üzerine etki eden ve kuvvet sağa doğrudur o yüzden

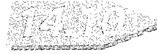
$$\mathbf{F}_g = -Gm\int_h^{h+L} \frac{Mdx}{L}\frac{1}{x^2}(-\mathbf{i}) = Gm\frac{M}{L}\int_h^{h+L}\frac{dx}{x^2}\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_g = \frac{GmM}{L}\left[-\frac{1}{x}\right]_h^{L+h}\mathbf{i} = \frac{GmM}{h(h+L)}\mathbf{i}$$

verir. Çekim kuvveti çekici olduğu için, beklendiği gibi m üzerindeki kuvvetin pozitif x yönünde olduğunu görüyoruz.

$L \to 0$ limitinde kuvvetin $1/h^2$ şeklinde değiştiğine dikkat ediniz, bu ise iki noktasal kütle arasındaki kuvvet için beklediğimiz bir sonuçtur. Bundan başka, eğer $h \gg L$ ise yine kuvvet $1/h^2$ şeklinde değişir. Bu, $\mathbf{F}_g$ ifadesinin paydasının $h^2(1 + L/h)$ biçiminde yazılabileceğine ve bununsa $h \gg L$ olduğuna, yaklaşık olarak h^2 ye eşit olduğuna dikkat ederek görülebilir. Böylece, cisimler kendi özgün boyutlarına göre aralarındaki uzaklık çok büyük olduğunda, parçacık gibi davranırlar.

Seçmeli Kesim



14.10 BİR PARÇACIKLA KÜRESEL BİR KÜTLE ARASINDAKİ ÇEKİM KUVVETİ

Daha önce, büyük bir kürenin kendi dışında bulunan bir parçacığı, sanki kürenin tüm kütlesi merkezinde toplanmış gibi çektiğini söylemiştik. Şimdi de büyük cismin küresel bir kabuk veya dolu bir küre olması halinde parçacık üzerine etkiyen kuvveti açıklayacağız ve sonra bulduklarımızı bazı ilgi çekici sistemlere uygulayacağız.

Küresel Kabuk

Durum 1. m kütleli bir parçacık, M kütleli bir küre kabuğunun dışına yerleştirilmişse, örneğin Şek. 14.21a daki P noktasına, küre kabuğu, parçacığı sanki kabuğun tüm kütlesi kendi merkezinde toplanmış gibi çeker. Bunu Newton'un yaptığı gibi integral hesabı ile gösterebiliriz. O halde kabuk dışında bulunan bir parçacığın üzerine etkiyen kütle-çekim kuvveti bakımından küresel bir kabuk, az önce gördüğümüz içi dolu küredeki kütle dağılımından farklı bir şekilde davranmaz.

Durum 2. Parçacık küre kabuğunun içine yerleştirilmişse (Şek. 14.21b deki P noktası) parçacığın üzerindeki kuvvet sıfırdır.

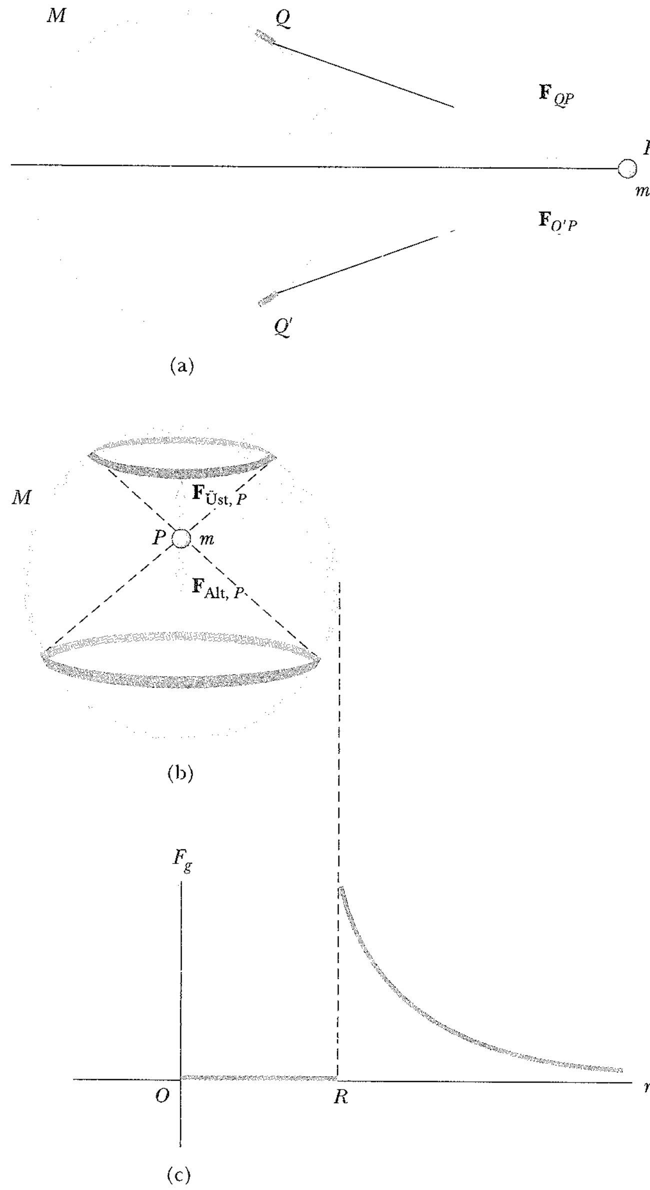
Bu iki önemli sonucu şu şekilde ifade edebiliriz:

Küresel kabuğun bir parçacığa uyguladığı kuvvet

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad r \geq R \text{ için} \qquad \textbf{(14.25a)}$$

$$\mathbf{F}_g = 0 \qquad r < R \text{ için} \qquad \textbf{(14.25b)}$$

r uzaklığının fonksiyonu olarak kuvvet Şekil 14.21c de çizilmiştir.



Şekil 14.21 (a) Kütlesi M olan küresel bir kabuk dışındaki bir P noktasına yerleştirilen m kütleli bir parçacığın üzerine etkiyen kütle-çekim kuvvetlerinin ışınsal (radyal) olmayan bileşenleri birbirini yok eder. (b) Küresel kabuk halkalara bölünebilir. P noktası üst halkaya alt halkadan daha yakın olduğu halde, alt halka daha büyüktür ve P noktasındaki parçacığa iki halka tarafından uygulanan kuvvetler birbirini götürür. Böylece, kabuk içindeki herhangi bir P noktasına konulan bir parçacık için, M kütleli kabuk hiçbir çekim kuvveti uygulamaz. (c) Kütle çekim kuvvetinin büyüklüğünün kabuk merkezinden olan r radyal uzaklığına göre çizimi,

Küresel kütle kabuğunun çekime karşı bir kalkan gibi davranmadığına dikkat ediniz. Parçacık, kabuk dışında bulunan başka kütlelerden kaynaklanan kuvvetlerin etkisi altında bulunabilir.

Dolu Küre

Durum 1. m kütleli bir parçacık, M kütleli homojen dolu bir kürenin dışındaysa (Şek. 14.22 deki P noktası), küre, parçacığı sanki kürenin kütlesi merkezin-

de toplanmış gibi çeker. Bu düşünceyi daha önce bu bölümde birkaç yerde kullandık ve bunun doğruluğu Eş. 14.25a dan anlaşılabilir. Dolu bir küre, ortak merkezli küre kabuklarının bir araya gelmesi şeklinde düşünülebileceğinden, kütle-çekim kuvveti merkezde bulunan M kütleli bir parçacığınki ile eşdeğerdedir.

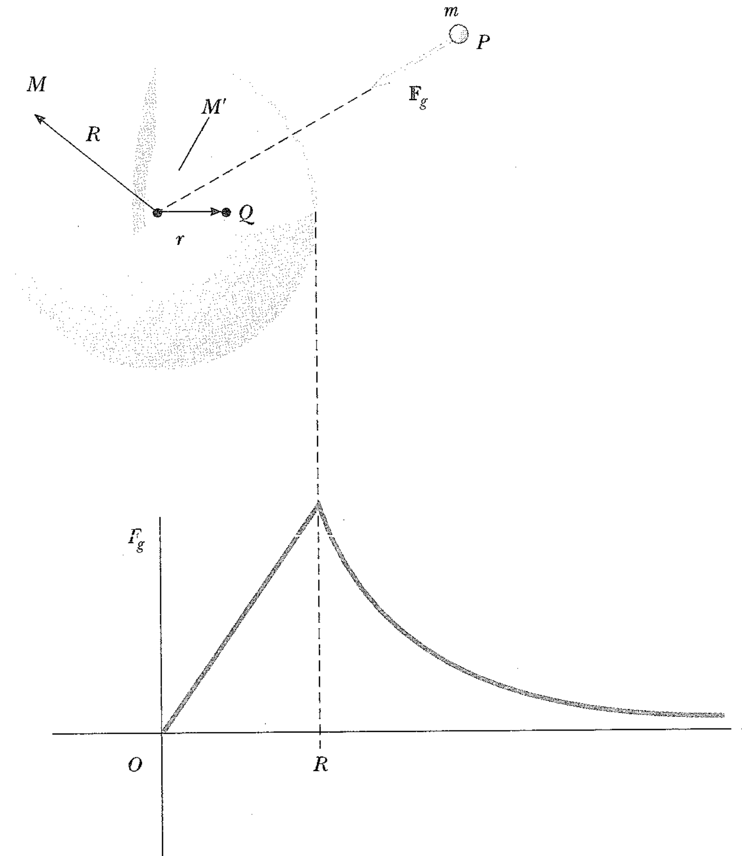
Durum 2. m kütleli bir parçacık, M kütleli homojen dolu bir kürenin içindeyse (Şek. 14.22 deki Q noktası), m üzerindeki kütle-çekim kuvveti yalnızca, şekil 14.22 de gösterilen ve yarıçapı $r < R$ olan küre içindeki M' kütlesinden kaynaklanır. Başka bir söyleyişle,

Dolu kürenin bir parçacığa uyguladığı kuvvet

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GMm}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad r \geq R \text{ için} \qquad \textbf{(14.26 a)}$$

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GM'm}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad r < R \text{ için} \qquad \textbf{(14.26 b)}$$

Küresel kabuk Durum 1'den bu sonuç elde edilebilir, çünkü kürenin Q dan



Şekil 14.22 Bir parçacık düzgün ve dolu bir kürenin dışında iken parçacığın üzerindeki kuvvet GMm/r^2 ile verilir ve merkeze doğru yönelmiştir. Parçacık böyle bir kürenin içinde olduğu zaman üzerine etkiyen kuvvet r ile orantılıdır ve merkezde sıfıra gider.

daha uzaktaki kısmı, parçacığı içlerinde bulunduran ve bundan dolayı onun üzerine net bir kuvvet uygulamayan bir dizi küresel kabuk gibi düşünülebilir. Kürenin düzgün bir yoğunluğa sahip olduğu kabul edildiğinden, kütlelerin M'/M oranı, hacimlerin V'/V oranına eşittir, burada V kürenin toplam hacmi, V' yalnızca r yarıçaplı küre içindeki hacimdir. Yani,

$$\frac{M'}{M} = \frac{V'}{V} = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{r^3}{R^3}$$

olur. Bu denklemi M' ye göre çözüp bulunan değeri 14.26b Eşitliğinde yerine koyarak

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GmM}{R^3} r\hat{\mathbf{r}} \qquad r < R \text{ için} \qquad \textbf{(14.27)}$$

elde ederiz. Yani, sezgisel olarak beklediğimiz gibi, bu denklem bize $r = 0$ olan, küre merkezinde kuvvetin sıfıra gittiğini söyler. r nin fonksiyonu olarak kuvvet Şekil 14.22 de çizilmiştir.

Durum 3. Bir parçacık, küresel simetrik olan fakat düzgün olmayan bir r yoğunluğuna sahip bir kürenin içinde blunuyorsa, o zaman 14.26b Eşitliğindeki M' kütlesi $M' = \int \rho dV$ biçimindeki bir integralle verilir, burada integral Şekil 14.22 deki r yarıçaplı küre içinde kalan hacim üzerinden alınır. Eğer r nin radyal değişimi verilirse bu integrali hesaplayabiliriz. Bu durumda, dV hacim elemanını r yarıçaplı ve dr kalınlıklı küresel bir kabuk olarak alırız, böylece $dV = 4\pi r^2\, dr$ dir. Örneğin, A bir sabit olmak üzere $\rho = Ar$ ise, $M' = \pi A r^4$ olduğunun gösterilmesi bir problem olarak bırakılmıştır (Problem 63). Buradan, F nin bu durumda r^2 ile orantılı olduğunu ve merkezde sıfır olduğunu 14.26b Eşitliğinden görüyoruz.

Sınama Sorusu 14.4

Bir parçacık küresel bir kabuk üzerindeki küçük bir delikten kabuğun içine fırlatılıyor. Kabuk içerisinde parçacığını hareketini açıklayınız.

ÖRNEK 14.10 Bedava Bir Gezinti, Teşekkürler Kütle Çekimi

m kütleli bir cisim, Dünya yüzeyindeki iki nokta arasında kazılmış düzgün, doğru bir tünelin içinde hareket ediyor (Şek. 14.23). Cismin basit harmonik hareketle hareket ettiğini gösteriniz ve hareketin periyodunu bulunuz. Dünya yoğunluğunun, düzgün olduğunu kabul ediniz.

Çözüm Cismin üzerindeki çekim kuvveti dünyanın merkezine doğru etki eder ve 14.27 Eşitliği ile verilir;

$$\mathbf{F}_g = -\frac{GmM}{R^3} r\hat{\mathbf{r}}$$

Bu kuvvet, ilk olarak Kesim 7.3'de gördüğümüz Hooke Yasası ile kıyaslanarak basit harmonik hareketle sonuçlanacağının ilk işaretini verir: Zira cisme uygulanan çekim kuvveti yerdeğiştirme ile doğru orantılıdır; cisim Hooke Yasası kuvvetine uyar.

Çekim kuvvetinin y bileşeni, tünel duvarının uyguladığı normal kuvvetle dengelenir ve kuvvetin x bileşeni

$$F_x = -\frac{Gm\,M_y}{R_y^3} r\cos\theta$$

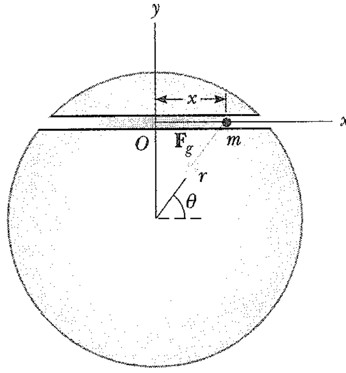
ile verilir. Cismin x koordinatı $x = r\cos\theta$ ile verildiğinden,

$$F_x = -\frac{Gm\,M_y}{R_y^3} x$$

yazabiliriz. Newton'un ikinci yasası x boyunca olan harekete uygulanırsa,

$$F_x = -\frac{Gm\,M_y}{R_y^3} x = ma_x$$

olur. a_x çözülürse,



Şekil 14.23 Bir parçacık dünyanın içinden geçerek kazılmış bir tünel boyunca hareket ediyor. Çekim kuvveti $\mathbf{F}_g$ nin x ekseni boyunca olan bileşeni hareketin sürücü kuvvetidir. Bu kuvvetin daima O başlangıcına doğru etki ettiğine dikkat ediniz.

$$a_x = -\frac{GM_y}{R_y^3}x$$

elde ederiz. x in katsayısı için ω^2 sembolünü kullanırsak $-GM_y/R_y^3 = \omega^2$ olarak alıp

(1) $\quad a_x = -\omega^2 x$

olduğunu görürüz. Bu ise basit harmonik hareket yapan bir parçacığın ivmesini veren 13.9 Eşitliği ile uyum halindedir. Tünel içinde hareket eden cismimiz için bulmuş olduğumuz (1)Eşitliği, ω açısal frekanslı harmonik hareketin ivme denklemidir. Ve burada

$$\omega = \sqrt{\frac{GM_y}{R_y^3}}$$

dir. Böylece tünel içindeki cisim bir yaya asılı bir kütle ile aynı biçimde hareket eder! Titreşimin periyodu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R_y^3}{GM_y}}$$

$$2\pi\sqrt{\frac{(6{,}37\times 10^6\text{m})^3}{(6{,}67\times 10^{-11}\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)\,(5{,}98\times 10^{24}\text{kg})}}$$

$$= 5{,}06\times 10^3\text{s} = 84{,}3\text{ dak}$$

dır. Bu periyot tam, dünya yüzeyinin üzerinde dairesel bir yörüngede bulunan bir uydununki ile aynıdır. Yolu üstündeki ağaçları, binaları ve başka nesneleri ihmal ediyoruz. Sonucun, tünelin *boyundan* bağımsız olduğuna dikkat ediniz.

Bu örnekteki ilkeyi kullanarak, herhangi iki şehir arasında bir kütle-geçiş sisteminin işletilmesi teklif edilmiştir. Böyle bir durumda sadece gidiş yaklaşık 42 dak. alırdı. Hareketin daha doğru bir hesabı, kabul ettiğimiz gibi değil, dünyanın yoğunluğunun düzgün olmadığı gerçeğini gözönünde bulundurarak yapılır. Daha önemlisi, düşünülmesi gereken çok sayıda pratik problem vardır. Örneğin, sürtünmesiz bir tünelin gerçekleştirilmesi olanaksız olurdu ve bu yüzden yardımcı güç kaynakları gerekli olurdu. Daha başka sorunlar düşünebilir misiniz?

ÖZET

Newton'un evrensel çekim yasası birbirinden r kadar uzaklıkta bulunan m_1 ve m_2 kütleli herhangi iki parçacık arasındaki kütle-çekim kuvveti

$$F_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad \textbf{(14.1)}$$

büyüklüğüne sahip olduğunu ifade eder, burada $G = 6{,}673\times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2$ evrensel çekim sabitidir. Bu denklem bize çok değişik koşullar altında kütleler arasındaki çekim kuvvetini hesaplama imkanı sağlar.

Dünya'nın yüzeyinden h kadar yukarıdaki bir cismin bu yükseklikten serbest düşme ivmesi

$$g' = \frac{GM_y}{r^2} = \frac{GM_y}{(R_y + h)^2} \qquad \textbf{(14.6)}$$

olmak üzere mg' büyüklüğünde bir kütle-çekimi kuvveti etkisinde kalır. Bu ifadede, M_y Dünya'nın kütlesi ve R_y yarıçapıdır. O halde Dünya'nın yüzeyinden uzaklaştıkça bir cismin ağırlığı azalır.

Kepler'in gezegenlere ait yasalarının ifadesi:

1. Bütün gezegenler odak noktalarından birinde güneş bulunan eliptik yörüngelerde hareket ederler.
2. Güneşten herhangi bir gezegene çizilen yarıçap vektörü, eşit zaman aralıklarında eşit alanlar süpürür.
3. Herhangi bir gezegenin yörünge periyodunun karesi, eliptik yörüngenin yarı-büyük ekseninin kübüyle orantılıdır.

Kepler'in üçüncü yasası,

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) r^3 \quad \textbf{(14.7)}$$

şeklinde ifade edilebilir; burada M_S Güneş'in kütlesi ve r yörünge yarıçapıdır. Eliptik yörüngeler için, r yarı-büyük eksen a ile değiştirilirse 14.7 Eşitliği geçerli olur. Çoğu gezegenler Güneş etrafında hemen hemen dairesel yörüngelere sahiptir.

Uzayda bir noktadaki **kütle-çekim alanı,** bu noktada bulunan herhangi bir deneme parçacığının üzerine etkiyen kütle-çekim kuvvetinin deneme parçacığının kütlesine bölümüdür:

$$\mathbf{g} = \frac{\mathbf{F}_g}{m} \quad \textbf{(14.10)}$$

Çekim kuvveti, korunumlu bir kuvvettir ve bu yüzden bir çekim potansiyel enerji fonksiyonu tanımlanabilir. Birbirinden r kadar uzakta olan iki parçacığın **kütle-çekim potansiyel enerjisi**

$$U = -\frac{Gm_1 m_2}{r} \quad \textbf{(14.15)}$$

ile verilir. Burada U, $r = \infty$ da sıfır olarak alınır. Bir parçacıklar sistemi için toplam potansiyel enerji, her bir çift, 14.15 Eşitliği ile verilen biçimdeki bir terimle temsil edilmek üzere, bütün parçacık çiftlerinin enerjilerinin toplamıdır.

Yalıtılmış bir sistem, M kütleli büyük bir cisimle, onun yakınında v hızıyla hareket eden m kütleli bir parçacıktan oluşmuşsa, sistemin toplam enerjisi kinetik ve potansiyel enerjilerin toplamdır:

$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} \quad \textbf{(14.17)}$$

Toplam enerji bir hareket sabitidir. $M \gg m$ olmak üzere, m, M etrafında r yarıçaplı dairesel bir yörüngede hareket ederse sistemin toplam enerjisi

$$E = -\frac{GMm}{2r} \quad \textbf{(14.19)}$$

dir. Herhangi bir bağlı sistemde, toplam enerji negatiftir.

Dünya'nın yüzeyinden fırlatılan bir cisim için **kurtulma hızı**

$$v_{kur} = \sqrt{\frac{2GM_y}{R_y}} \quad \textbf{(14.22)}$$

dir.

SORULAR

1. Dünya'nın, Aralık'ta güneşe en yakın olduğunda yörüngesinde, en uzak olduğu Haziran'dakinden daha hızlı hareket etmesi gerektiğine kendinizi inandırmak için Kepler'in ikinci yasasını kullanınız.
2. Güneş'in Ay'ın üzerine uyguladığı kütle çekim kuvveti yaklaşık olarak, Dünya'nın Ay üzerine uyguladığı çekim kuvvetinin iki katıdır. Güneş niçin bir tam güneş tutulması sırasında Ay'ı Dünya'dan koparıp götürmez?
3. Bir sistem beş farklı parçacıktan oluşmuşsa, toplam potansiyel enerji ifadesinde kaç tane terim gözükür? Sistemin N parçacıklı olması durumunda terim sayısı kaç tane olur?
4. Büyük bir cismin geometrisini veya kütle dağılımını bilmeksizin, bir parçacıkla bu büyük cisime ait potansiyel enerji fonksiyonunu hesaplamak mümkün müdür?
5. Bir roketin kurtulma hızı kütlesine bağlı mıdır? Açıklayınız.
6. 10^5 kg lık bir uzay aracının ve 10^3 kg lık bir uydunun Ay'a ulaşmaları için gerekli olan enerjileri karşılaştırınız.
7. Bir uzay aracının Dünya'dan Ay'a giderken niçin dönüş yolculuğundan daha fazla yakıt harcadığını açıklayınız. Fark için tahminde bulununuz.
8. 45 inci enlem dairesi çevresine niçin bir jeosenkron hava durumu uydusu koymuyoruz? Böyle bir uydu Amerika Birleşik Devletleri için ekvator çevresine konulan jeosenkron bir uydudan daha yararlı olmaz mıydı?
9. Dünya-Ay sistemine ait potansiyel enerjinin büyüklüğü, Ay'ın Dünya'ya göre olan kinetik enerjisinden büyük mü, küçük mü, yoksa ona eşit midir?
10. Bir gezegen, güneşin etrafında dairesel bir yörüngede hareket ederken, gezegene bir çekim kuvveti etkidiği halde, niçin gezegen üzerinde yapılan bir iş bulunmadığını açıklayınız. Gezegen, eliptik bir yörüngede güneşin etrafında hareket ederken, her bir dönme sırasında gezegen üzerinde yapılan net iş nedir?
11. Bir parçacığın üzerine, düzgün bir küreden dolayı etkiyen kuvvetin niçin küre merkezine doğru yönelmesi gerektiğini açıklayınız. Eğer, kürenin kütle dağılımı küresel simetrik olmasaydı durum bu şekilde olur muydu?
12. Dünya'nın yoğunluk değişimini ihmal ettiğimiz zaman, Dünya merkezinden geçecek şekilde Dünya yüzeyinde birbirine zıt iki nokta arasında kazılmış, düz bir deliğin içinde hareket eden bir parçacığın periyodu ne olurdu?
13. Eliptik yörüngenin hangi konumunda bir gezegenin hızı en büyüktür? Hangi konumda hız en küçüktür?
14. X gezegeninin kütlesi ve yarıçapı size verilseydi, bu gezegenin yüzeyindeki çekim ivmesini nasıl hesaplardınız?
15. Dünya'nın merkezine bir oyuk açılabilseydi, bir m kütlesi üzerindeki kuvvetin hâlâ Eşitlik 14.1'e uyacağına inanır mıydınız? Dünya'nın merkezinde m'ye etki eden kuvvetin ne olacağını düşünürdünüz?
16. 1798 yılındaki deneyle Cavendish'in "Dünya'yı tarttığı" söylenmişti. Bu ifadeyi açıklayınız.
17. *Voyager* uzay aracı, Jüpiter'in çekim kuvvetiyle, güneşten kurtulma hızına kadar ivmelendirilmişti. Bu nasıl mümkün olmuştur?
18. Ayın kütlesini nasıl bulurdunuz?
19. *Apollo* 13 uzay aracı, Ay'a olan yolun yaklaşık yarısında oksijen sisteminden dolayı arıza yaptı. Derhal geriye dönüp Dünya'ya gelmek yerine, niçin yolculuk Ay'ın etrafında devam etti ve daha sonra eve dönüldü?

PROBLEMLER

1, , = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

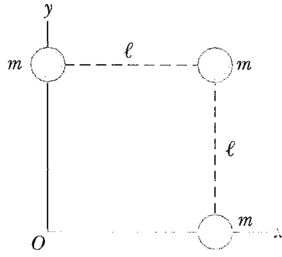
WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabiiir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 14.1 Newton'un Evrensel Çekim Yasası
Kesim 14.2 Kütle Çekimi Sabitinin Ölçülmesi
Kesim 14.2 Serbest Düşme İvmesi ve Kütle Çekim Kuvveti

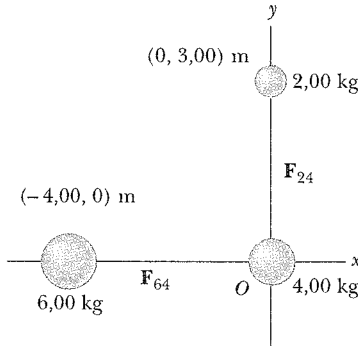
1. 2 m uzağınızda bulunan bir kişi üzerine uyguladığınız kütle çekim kuvvetinin büyüklüğünü bulunuz. Çözümünüzde, ölçtüğünüz veya tahmin ettiğiniz büyüklükleri ve değerlerini veriniz.
2. 200 kg'lık bir kütle ile 500 kg'lık bir kütle birbirinden 0,400 m uzaklıktadırlar. (a) Bu kütleler tarafından bunların orta noktasına yerleştirilen 50 kg'lık bir kütle üzerine uygulanan net kütle çekim kuvvetini bulunuz. (b) Hangi konumda (sonsuz uzak noktadan başka) 50 kg'lık kütle üzerine etkiyen net kuvvet sıfır olur?

Eşit üç kütle Şekil P14.3 te gösterildiği gibi kenar uzunluğu l olan bir karenin üç köşesine yerleştirilmiştir. Karenin dördüncü köşesinde bu kütlelerden dolayı oluşan kütle çekim alanı **g**'yi bulunuz.

4. İki cisim 20 cm aralıklı konulduklarında birbirini $1{,}00 \times 10^{-8}$ N büyüklüğünde bir kütle çekim kuvvetiyle çekmektedir. İki cismin toplam kütleleri 5 kg ise, her birinin kütlesi nedir?
5. Kütleleri 2 kg, 4 kg ve 6 kg olan düzgün üç küre bir dik üçgenin köşelerine Şekil P14.5 te gösterildiği gibi yerleşetirilmiştir. Kürelerin Evren'in geri ka-



Şekil P14.3



Şekil P14.5

lan kısmından yalıtılmış olduğunu varsayarak, 4,00 kg'lık kütle üzerindeki bileşke kütle-çekim kuvvetini hesaplayınız.

Ay'ın yüzeyindeki serbest düşme ivmesi, Dünya'nın yüzeyindekinin yaklaşık altıda biridir. Ay'ın yarıçapı yaklaşık 0,250 R_y ise, ortalama yoğunluklarının oranı $\rho_{Ay}/\rho_{Dünya}$ yı bulunuz.

7. Güneş tutulması sırasında Ay, Dünya ile Güneşin arasında olmak üzere Ay, Dünya ve Güneş hepsi aynı bir doğru üzerinde bulunurlar. (a) Ay'ın üzerine Güneş tarafından ne kadarlık kuvvet uygulanır? (b) Ay'ın üzerine Dünya tarafından hangi kuvvet uygulanır? (c) Dünya'nın üzerine Güneş tarafından ne kadar kuvvet uygulanır?

8. Dünya ile Ay arasındaki merkezden merkeze olan uzaklık 384 000 km dir. Ay bir yörüngesini 27,3 günde tamamlar. (a) Ay'ın yörüngesel hızını bulunuz. (b) Kütle-çekimi yok edilmiş olsaydı, Newton'ın birinci yasasında açıklandığı üzere Ay, yörüngesine teğet olan düz bir doğru boyunca hareket edecekti. Ay, gerçek yörüngesinde, 1 s içinde teğetin altında Dünya'ya doğru ne kadar alçalırdı?

WEB **9.** Düşmekte olan bir gök taşı, Dünya'nın yüzeyinden 3 Dünya yarıçapı kadar yukarıdayken, Dünya'nın kütle çekiminden dolayı göktaşının ivmesi ne olur?

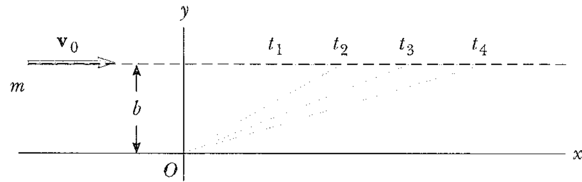
10. Her biri 40 000 ton kütleli iki okyanus transatlantiği 100 m aralıklı paralel iki rotada hareket ediyorlar. Karşılıklı kütle çekimlerinden dolayı vapurlardan birinin ivmesinin büyüklüğü nedir? (Vapurları nokta kütleler olarak ele alınız.)

Bir öğrenci, yüksek bir kilisenin tavanından iki küresel kütleyi asarak ve kabloların düşeyden olan sapmalarını ölçerek G kütle-çekim sabitini ölçmeyi düşünür. Kütlelerden birinin serbest-cisim diyagramını çiziniz. 45 m uzunluklu kabloların ucuna iki adet 100 kg kütle asılsaydı ve kablolar tavana 1 m aralıkla tutturulsalardı, kütlelerin aralıkları ne olurdu?

Ay'a giden yolda Apollo astronotları, Ay'ın kütle-çekiminin Dünya'nın kütle çekiminden daha kuvvetli hale geldiği bir noktaya ulaştılar. (a) Bu noktanın Dünya'nın merkezinden olan uzaklığını bulunuz. (b) Bu noktada, Dünya'nın kütle çekiminden kaynaklanan ivme nedir?

Kesim 14.4 Kepler Yasaları
Kesim 14.5 Evrensel Çekim Yasası ve Gezegenlerin Hareketi

Kütlesi m olan bir parçacık, x ekseninden b kadar uzakta x yönünde sabit hızla hareket etmektedir (Şekil P14.13). Şekildeki iki taralı üçgenin, $t_4 - t_3 = t_2 - t_1$ olduğunda, aynı alana sahip oldullarını göstererek Kepler'in ikinci yasasının sağlandığını gösteriniz.

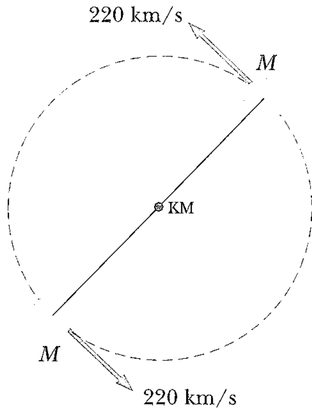


Şekil P14.13

14. Jeosenkron yörüngedeki bir haberleşme uydusu, Dünya'nın ekseni etrafında dönmesi sırasında Dünya'nın ekvatorunun yukarısında tek bir noktada durur. (a) Uydu yörüngesinin yarıçapını hesaplayınız. (b) Uydu kuzey kutbu yakınındaki bir vericiden gelen radyo sinyallerini yine kuzey kutbu yakınındaki, bir alıcıya yeniden yayar. Işık hızında giden radyo dalgalarının geçiş süreleri ne kadardır?

Plaskett'in ikili sistemi iki yıldızın ortasındaki bir kütle merkezi etrafında dairesel bir yörüngede dönen iki yıldızdan oluşur. Bu, iki yıldızın kütlelerinin eşit olduğu anlamına gelir (Şekil P14.15). Her bir yıldızın yörüngesel hızı 220 km/s ise ve her birinin yörüngesel periyodu 14,4 günse, her bir yıldızın M kütlesini bulunuz. (Karşılaştırmak maksadıyla, güneşimizin kütlesini $1{,}99 \times 10^{30}$ kg alınız.)

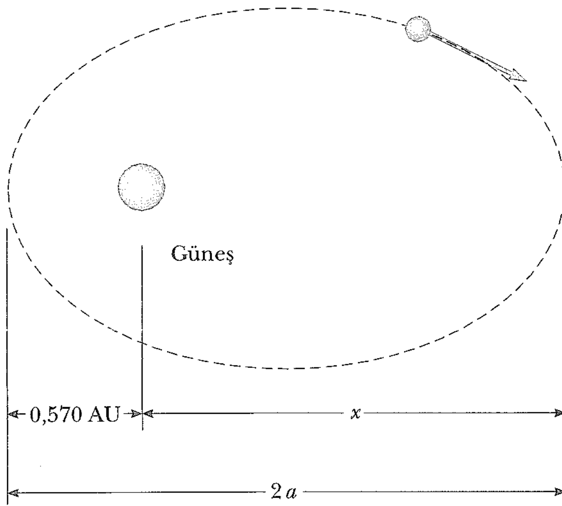
Plaskeft'in ikili sistemi, iki yıldızın ortasındaki bir kütle merkezi etrafında dairesel bir yörüngede dönen iki yıldızdan oluşur. Bu,iki yıldızın kütlelerinin eşit olduğu anlamına gelir (bakınız Şekil 14.15). Her bir yıldızın yörüngesel hızı v ve herbirinin yörünge periyodu T ise, her bir yıldızın M kütlesini hesaplayınız.



Şekil P14.15 Problem 15 ve 16

17. 3 Kasım 1960 da iyonosferi incelemek üzere yörüngeye yerleştirilen *Explorer* VIII uydusu, şu yörünge değişkenlerine sahiptir: enberi 459 km ve enöte 2289 km (heriki uzaklık dünya yüzeyinin üzerindendir); periyot 112,7 dak. Enberi ve enöte noktalarındaki hızlara ait v_p/v_a oranını bulunuz.

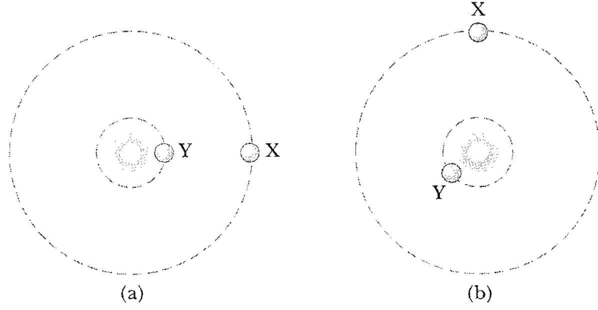
18. Halley kuyruklu yıldızı Şekil P14.18 Güneş'e 0,57 A.U kadar yaklaşıyor ve kuyruklu yıldızın yörüngesel periyodu 75,6 yıldır. (1 AU = $1{,}50 \times 10^{11}$ m ortalama Dünya-Güneş uzaklığı olmak üzere AU astronomik birinin sembolüdür). Geriye dönüş yolculuğuna başlamadan önce, Halley kuyruklu yıldızı güneşten ne kadar uzağa gidecektir? (Şekil 14.22)



Şekil P14.18

WEB **19.** Jüpiter'in bir uydusu olan Io 1,77 günlük bir yörüngesel periyoda ve $4{,}22 \times 10^5$ km lik bir yörünge yarıçapına sahiptir. Bu verilerden Jüpiter'in kütlesini belirleyiniz.

20. *x* ve *y* gezegenleri Şekil P14.20 de gösterildiği gibi bir yıldızın çevresinde saatin ters yönünde dairesel yörüngelerde hareket ediyorlar. Yörünge yarıçaplarının oranı 3:1 dir. Belirli bir zamanda Şekil P14.20a da gösterildiği gibi yıldızlar düz bir çizgi yapacak şekilde hizalanıyorlar. Bir sonraki beş yıl boyunca, gezegen *x* in açısal yer değiştirmesi Şekil P14.20b de gösterildiği gibi 90° dir? Bu sırada *y* gezegeni nerededir?



Şekil P14.20

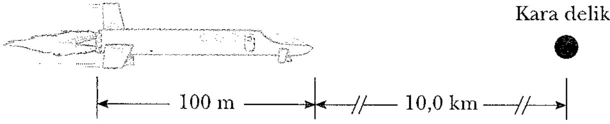
21. Bir gezegenin ekvatoru üzerinde daima aynı noktada duran eşzamanlı bir uydu, bilim adamlarının ünlü kırmızı lekeyi incelemesi için Jüpiter'in etrafında yörüngeye yerleştiriliyor. Jüpiter her 9,84 saatte bir defa dönüyor. Uydunun yüksekliğini bulmak için Çizelge 14.2 nin verilerini kullanınız.

22. Süpernova patlamalarının kalıntılarından oluşan nötron yıldızları son derece yoğun cisimlerdir. Çoğu çok hızlı dönerler. Küre şeklindeki belirli bir nötron yıldızının Güneş kütlesinin iki katında ve yarıçapının da 10 km olduğunu varsayalım. Kütleçekim kuvvetiyle ancak yörüngede tutulabilmesi için, ekvatoru üzerinde yüzeyde bulunan maddenin sahip olabileceği en büyük açısal hızı bulunuz.

23. Güneşe ait ve Güneş Merkezli Gözlem Evi (SOHO) uzay aracı Güneş'i görmesi hiç bir zaman tutulmaya uğramayacak şekilde seçilmiş özel bir yörüngeye sahiptir ve uzay aracı her zaman kolayca veri gönderebilecek kadar Dünya'ya yakındır. Güneş'in etrafında, Dünya'nın dairesel yörüngesinden daha küçük olan yaklaşık dairesel bir yörüngede hareket eder. Fakat periyodu tam 1 yıla eşittir. Daima dünya ile Güneşi birleştiren doğru üzerinde ve ikisi arasında bulunur. Her iki cisim de gözlem evi üzerine kütleçekim kuvveti uygularlar. Uzay aracının Dünyadan uzaklığının $1{,}47 \times 10^9$ m ile $1{,}48 \times 10^9$ m arasında olması gerektiğini gösteriniz. Joseph Louis Lagrange 1772 de bu yörüngeye izin veren özel yeri teorik olarak belirledi. SOHO uzay aracı bu konumu 14 Şubat 1996 da aldı. (İpucu: Dört basamağa kadar doğru verileri kullanınız. Dünya'nın kütlesi 5, 983 × 10^{24} kg dır.)

Kesim 14.6 Çekim Alanı

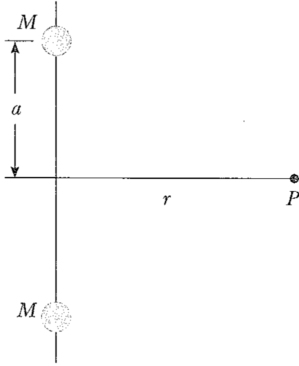
24. Uzun bir silindir şeklindeki bir uzay aracı 100 m uzunluktadır ve sakinleriyle beraber kütlesi 1000 kg dır. Uzay aracı Güneş'in 100 katı kütlesi ve 1,0 m



Şekil P14.24

yarıçapı olan bir kara deliğe tesadüfen çok yaklaşmıştır (Şekil P14.24). Uzay aracının burnu kara deliğin merkezi arasındaki uzaklık 10 km dir. (a) Uzay aracı üzerindeki toplam kuvveti bulunuz. (b) Uzay aracının burnundaki yolcularla ardındaki kara delikten en uzakta bulunan, yolcular üzerine etkiyen kütle çekim alanları arasındaki fark nedir?

25. Şekil P14.25 te gösterildiği gibi birbirinden 2a uzaklığıyla ayrılmış iki eşit kütlenin ortadikmesi üzerinde bulunan *P* noktasındaki çekim alanının büyüklüğünü ve doğrultusunu hesaplayınız.



Şekil P14.25

26. Kütlesi *M*, yarıçapı *a* olan ince bir halkanın ekseni boyunca alınan *r* kadar bir uzaklıktaki çekim alanını bulunuz.

Kesim 14.7 Kütle Çekimi Potansiyel Enerjisi

Not: $r = \infty$ da $U = 0$ *kabul ediniz.*

27. Dünya'nın bir uydusu 100 kg kütlelidir ve 2×10^6 m yükseklіktedir. (a) Uydu-Dünya sisteminin potansiyel enerjisi nedir? (b) Dünya tarafından uydu üzerine uygulanan kuvvetin büyüklüğü nedir? (c) Uydu Dünya üzerine hangi kuvveti uygular?

28. 1000-kg lık bir kütleyi Dünya'nın yüzeyinden, Dünya yarıçapının iki katına eşit bir yüksekliğe çıkarmak için ne kadar enerji gereklidir?

29. Nükleer yakıtını bitirdikten sonra, Güneş'imizin en son kaderi belki de *beyaz cüce* haline gelmektir. O zaman kütlesi yaklaşık olarak Güneş'inkinin aynı fakat yarıçapı Dünya yarıçapı kadar olacaktır. (a) Beyaz cücenin ortalama yoğunluğunu, (b) çekimden dolayı yüzeyindeki ivmeyi ve (c) yüzeyindeki 1-kg lık bir cismin potansiyel enerjisini hesaplayınız.

30. Bir mermi, Dünya'nın yüzeyinden yukarı doğru dik olarak 10 km/s lık bir hızla fırlatılıyor. mermi hangi yüksekliğe çıkar? Hava direncini ihmal ediniz.

31. Bir sistem, her biri 5 g olan, ve kenarları 30 cm olan bir eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiş bulunan üç parçacıktan oluşmuştur. (a) Sistemin potansiyel enerjisini hesaplayınız. (b) Parçacıklar eşzamanlı olarak serbest bırakılırlarsa nerede çarpışırlar?

32. Dış uzaydan 1000 kg lık bir gök taşının gelerek Ay'ın yüzeyine çarpması halinde, Ay'ın kütle çekimi alanı tarafından ne kadar iş yapılır?

Kesim 14.2 Gezegen ve Uydu Hareketinde Enerji

33. 500 kg kütleli bir uydu, dünya yüzeyinin üstünde 500 km yükseklikteki dairesel bir yörüngededir. Hava sürtünmesinden dolayı, uydu sonunda dünyanın yüzeyine 2 km/s lik bir hızla çarpar. Sürtünme yoluyla atmosfer tarafından ne kadar enerji soğurulmuştur?

34. (a) Dünya yörüngesinden başlıyarak, bir uzay aracının Güneş Sistemi'nden kurtulması için, Güneş'e göre, gerekli en küçük hızı nedir? (b) *Voyager* I'in, fotoğrafını çekmek için gittiği Jüpiter'e doğru olan yolculuğu sırasında kazandığı en büyük hız 125 000 km/saat dir. Güneş'ten itibaren hangi uzaklıktan sonra bu hız güneş sisteminden kurtulmaya yeterlidir?

35. Kütlesi 200 kg olan bir uydu, Dünya'nın yüzeyinden 200 km yükseklikte Dünya yörüngesine yerleştiriliyor. (a) Yörüngeyi dairesel farzederek, uydunun bir deviri tamamlaması ne kadar zaman alır? (b) Uydunun hızı nedir? (c) Bu uyduyu yörüngeye yerleştirmek için gerekli minimum enerji nedir (hava sürtünmesinin olmadığı kabul ediliyor)?

36. Kütlesi *m* olan bir uydu, Dünya'nın yüzeyinden *h* kadar yükseklikteki dünya yörüngesine yerleştiriliyor. (a) Yörüngeyi dairesel farzederek uydunun bir devirini tamamlaması ne kadar zaman alır? (b) Uydunun hızı nedir? (c) Bu uyduyu yörüngeye yerleştirmek için gerekli minimum enerji nedir (hava sürtünmesinin olmadığı varsayılıyor)?

WEB **37.** Bir uzay aracı Dünya'nın yüzeyinden 2×10^4 m/s lik bir ilk hızla ateşleniyor. Dünya'dan çok uzak olduğu zaman uzay aracının hızı ne olacaktır? (sürtünmeyi ihmal ediniz.)

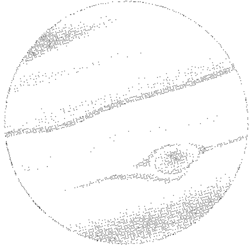
38. 1000-kg lık bir uydu, Dünya çevresinde 100 km sabit yükseklikteki bir yörüngede dolanmaktadır. Uydunun 200 km yükseklikte dairesel bir yörüngeye çıkarılması için sisteme ne kadar enerji verilmelidir?

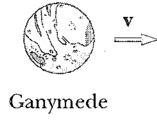
39. Bir uydu, bir gezegen yüzeyinin hemen üstünde dairesel bir yörüngede hareket etmektedir ve hava direncinin olmadığı kabul edilmektedir. Yörüngesel hız *v* ile, uydunun kurtulma hızının $v_{kur} = \sqrt{2}v$ ifadesiyle verileceğini gösteriniz.

40. Uranüs gezegeni yaklaşık olarak Dünya kütlesinin 14 katı bir kütleye sahiptir ve yarıçapı yaklaşık ola-

rak 3,7 Dünya yarıçapına eşittir. (a) Karşılık gelen Dünya değerleri ile oranlar oluşturarak, Uranüs'te bulutların üst seviyesindeki kütle-çekimi ivmesini bulunuz. (b) Gezegenin dönmesini ihmal ederek, Uranüs'ten minimum kurtulma hızını bulunuz.

Jüpiter'in aylarından en büyüğü olan Ganymede'nin uzak tarafındaki bir roket için kurtulma hızını bulunuz. Ganymede'nin yarıçapı $2{,}64 \times 10^6$ m ve kütlesi $1{,}495 \times 10^{23}$ kg dır. Jüpiter'in kütlesi $1{,}90 \times 10^{27}$ kg ve Jüpiter'le Ganymede arasındaki uzaklık $1{,}071 \times 10^9$ m dir. Jupiter'den gelen kütle-çekimi etkisini dahil etmeyi unutmayınız; fakat Jüpiter ve Ganymede'nin merkezleri etrafındaki hareketlerini ihmal edebilirsiniz (Şekil P14.41).





Şekil P14.41

Robert Heinlein'in Ay "Hırçın Bir Kadındır" adlı eserinde Ay'ın koloni halkı bağımsızlık (veya en azından temsilcilik-) verilmediği takdirde Dünya üzerine kaya fırlatmak tehdidinde bulunurlar. Bir mancınık kullanarak, ay sisteminden kurtulma hızının iki katı daha hızlı giden m kütleli bir taş fırlatabileceğini kabul ederek, taşın Dünya atmosferine girdiği andaki süratini hesaplayınız. (Ay sisteminden kurtulma hızı deyişiyle Evren'de tek başına durgun olan Ay'dan tamamen kaçmak için gerekli hızı kastediyoruz.).

Dünya'nın m kütleli bir uydusunu, 2 R_y yarıçaplı dairesel bir yörüngeden 3 R_y yarıçaplı bir yörüngeye getirmek için gereken iş için bir ifade türetiniz.

(Seçmeli)

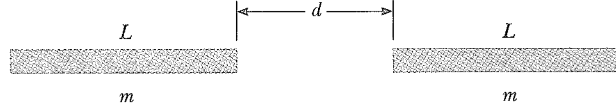
Kesim 14.9 Büyük Bir Cisimle Bir Parçacık Arasındaki Çekim Kuvveti

44. Aynı doğru üzerinde bulunan ve birbirlerine en yakın noktaları arasında uzaklığı d olan L uzunluğunda ve m kütleli düzgün özdeş iki çubuk düşününüz (Şekil P14.44). Bu iki çubuk arasındaki karşılıklı kütle-çekim kuvvetinin

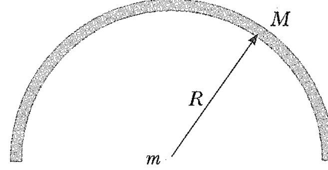
$$F = \frac{Gm^2}{L^2}\ln\left(\frac{(L+d)^2}{d(2L+d)}\right)$$

büyüklüğünde olduğunu gösteriniz.

☐ M kütleli düzgün bir çubuk, yarıçapı R olan bir yarımdaire şeklindedir (Şek. P14.45). Dairenin merkezine konmuş bulunan noktasal bir m kütlesi üzerindeki kuvveti hesaplayınız.



Şekil P14.44



Şekil P14.45

(Seçmeli)

Kesim 14.10 Bir parçacıkla Küresel Bir kütle Arasındaki Çekim Kuvveti

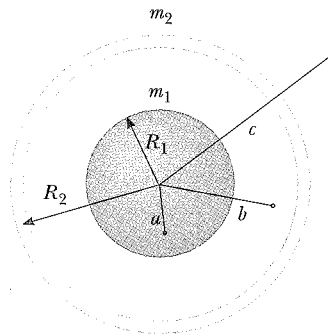
46. (a) Örnek 14.10 da hesaplanan periyodun

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R_y}{g}}$$

şeklinde yazılabileceğini gösteriniz. Burada g Dünya'nın yüzeyindeki serbest düşme ivmesidir. (b) Tüneller Ay'ın içinden kazılsaydı periyod ne olurdu? (c) Dünya'daki tünellerde gözüken hangi pratik problem bu tünellerin Ay'da kazılmış olması halinde ortadan kalkardı?

☐ Düzgün, dolu bir küre 0,4 m yarıçapında ve 500 kg kütlesindedir. 50 g kütleli bir parçacığın üzerine kürenin uyguladığı çekim kuvvetinin büyüklüğünü parçacık kürenin; (a) merkezinden 1,50 m uzağa yerleştirildiğinde, (b) yüzeyindeyken ve (c) merkezinden 0,200 m uzağa konduğunda bulunuz.

m_1 kütlesindeki ve R_1 yarıçaplı düzgün dolu bir küre, kütlesi m_2 ve yarıçapı R_2 olan bir küresel kabuğun içinde ve onunla eşmerkezlidir (Şek. P14.48). Kütlesi m olan bir parçacığın üzerine kürelerin uyguladığı çekim kuvvetini, parçacık (a) $r = a$ ya, (b) $r = b$ ye, (c) $r = c$ ye yerleştirildiğinde bulunuz. Burada r kürelerin merkezinden itibaren ölçülür.



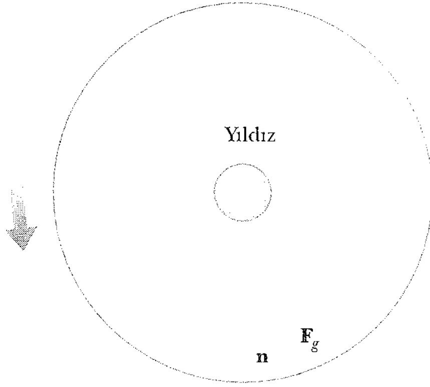
Şekil P14.48

EK PROBLEMLER

49. Dünya yüzeyinde Ay'a en yakın ve Ay'dan enuzak noktalarda Ay'ın meydana getirdiği kütle çekimi alanları arasındak fark Δg_M ile gösterilmiş olsun. Dünya'nın kütle çekimi alanı g olmak üzere $\Delta g_M / g$ kesrini bulunuz. (Bu fark yeryüzünde Ay'dan kaynaklanan *gelgit hareketlerinin* ortaya çıkmasının sebebidir.)

Karşılıklı olarak kütleleri M ve $2\ M$, yarıçapları R ve $3\ R$ olan iki küre, merkezleri arasındaki uzaklık $12\ R$ iken serbest bırakılıyorlar. Çarpıştıkları anda iki küre hangi hızlarla hareket ediyor olurlar? Kürelerin yalnızca birbiriyle etkileştiklerini varsayınız.

Larry Niven'in bilim kurgu romanı *Halka Dünya*'da, halka şeklindeki bir katı madde bir yıldızın etrafında döner (Şek. P14.51). Halkanın dönme hızı $1{,}25 \times 10^6$ m/s ve yarıçapı $1{,}53 \times 10^{11}$ m dir. (a) Halkada yaşayanların toplam merkezcil ivmesinin $10{,}2\ \text{m/s}^2$ olduğunu gösteriniz. (b) Bu halka Dünya'da yaşayanlar, normal bir temas kuvveti, **n** nin etkisinde kalırlar. Yalnız başına etkiseydi, bu normal kuvvet içeriye doğru $9{,}90\ \text{m/s}^2$ lik bir ivme sağlardı. Ayrıca, halkanın merkezindeki yıldız, halkaya ve onun üzerinde yaşayanlara ilâve bir kütle çekimi kuvveti uygulardı. Toplam ivmeyle normal kuvvet tarafından sağlanan ivme arasındaki fark, merkezî yıldızın kütle çekiminden kaynaklanır. Yıldızın kütlesinin yaklaşık olarak 10^{23} kg olduğunu gösteriniz.



Şekil P14.51

(a) Serbest düşme ivmesinin Dünya yüzeyinin yukarısında uzaklıkla değişim hızının

$$\frac{dg}{dr} = -\frac{2GM_y}{R_y^3}$$

olduğunu gösteriniz. Uzaklıkla olan değişim hızına gradiyent denir. (b) Dünya yarıçapı ile kıyaslandığında h küçükse, h kadarlık düşey uzaklıkla birbirinden ayrılan iki noktadaki serbest düşme ivmeleri arasındaki farkın

$$|\Delta g| = \frac{2GM_y h}{R_y^3}$$

olduğunu gösteriniz. (c) bu farkı, iki katlı bir bina için tipik bir değer olan $h = 6{,}00$ m için hesaplayınız.

m kütleli bir parçacık, yarıçapı R, kütlesi M olan düzgün, dolu bir kürenin *içinde* küre merkezinden bir r uzaklığında bulunuyor. (a) Sistemin çekim potansiyel enerjisinin $U = (GmM/2R^3)r^2 - 3GmM/2R$ ile verildiğini gösteriniz. (b) Parçacığı kürenin yüzeyinden merkezine getirmek için, çekim kuvveti tarafından yapılan işin miktarı için bir ifade yazınız.

54. *Voyager* 1 ve 2, Jüpiter'in ayı olan Io'yu araştırdı ve bu ayın yüzeyinin yukarısına 70 km lik yüksekliklere kadar sıvı sülfür püskürten aktif yanardağların fotoğrafını çekti. Sıvı sülfürün yanardağdan çıkış hızını bulunuz. Io'nun kütlesi $8{,}9 \times 10^{22}$ kg ve yarıçapı 1820 km'dir.

Bir astronot olarak küçük bir gezegenin küresel olduğunu gözlüyorsunuz. Gezegenin üzerine indikten sonra, dosdoğru ileri doğru yürüyerek yola çıkıyorsunuz ve 25 km lik bir tur tamamladıktan sonra zıt taraftan uzay aracına döndüğünüzü fark ediyorsunuz. 1,40 m yükseklikte bir çekiç ve bir doğan tüyü tutmakta iken, onları serbest bırakıyorsunuz ve ikisinin birlikte yere 29,2 s de düştüklerini gözlüyorsunuz. Gezegenin kütlesini bulunuz.

56. G.K O'Neill tarafından, 1974 te uzayda 6 km çapında ve 30 km uzunluğunda silindirik bir yerleşim yeri teklif edilmiştir. Böyle bir yerleşim yerinde, silindirin iç yüzeyinde şehirler, kara parçası ve göller bulunacak, hava ve bulutlar ise merkezde olacaktı. Bütün bunlar uzayda silindirin uzun ekseni etrafında dönmesiyle birarada tutulacaktı. Silindirin duvarlarında, Dünya'nın çekim alanını meydana getirmek için, silindir ne kadar hızla dönmesi gerekecektir?

WEB **57.** İlk fizik laboratuvarlarından birinde G kütle çekimi sabitini ölçmeye yarayan tipik bir Cavendish terazisinde, kütleleri 1,50 kg ve 15 kg olan ve merkezleri arasındaki uzaklık 4,50 cm olan kurşun küreler kullanılır. Kürelerin herbirini kendi merkezinde yer almış bir noktasal kütle gibi işleme sokarak, bu küreler arasındaki çekim kuvvetini hesaplayınız.

Newton'un evrensel kütle-çekimi yasası, muazzam geniş bir aralığı kapsayan uzaklıklar için geçerlidir. Fakat, uzayın kendisinin yapısının belirsiz olduğu çok küçük uzaklıklar için geçersiz olduğu düşünülmektedir. Bir atom çekirdeğinin çapından çok daha az olan geçiş uzaklığı Planck uzunluğu adını alır. Bu uzaklık, c ışığın boşluktaki hızı ve h açısal momentum birimleriyle ifade edilen Planck sabiti olmak üzere (kısaca bölüm 11 de tanımlanmış ve Bölüm 40 ta daha ayrıntılı bir şekilde tartışılmıştır.) G, c ve h sabitlerinin birleşimiyle belirlenir. (a) Bu üç evrensel sabitin uzunluk boyutuna sahip bir bileşimini bulmak için boyut çözümlemesini (analizini) kullanınız. (b) Planck uzunluğunun büyüklük mertebesini belirleyiniz. (*İpucu:* Sabitlerin tam sayı olmayan kuvvetlerini düşünmek zorundra kalacaksınız.)

Düzgün yoğunluklu bir gezegenin yüzeyinden kurtulma hızının gezegenin yarıçapıyla doğru orantılı olduğunu gösteriniz.

(a) Dünyanın (veya başka bir cismin), yarıçapla de-

ğişebilen fakat küresel simetrik olan $g(r)$ yoğunluğuna sahip olduğunu varsayınız. Dünyanın içinde herhangi bir r yarıçap değerindeki kütle yoğunluğunun dünya'nın r yarıçapı içinde kalan kısmının ortalama yoğunluğunun 2/3'ünü aşması halinde artabileceğini gösteriniz. (b) Yoğunluk yüzeyde okyanuslarda 1 g /cm^3 ve karada ise yaklayışk 3 g/cm^3 iken bir bütün olarak Dünya 5,5 g/cm^3 lük bir ortalama yoğunluğa sahiptir. Bundan ne çıkarabilirsiniz?

WEB 61. İki gezegenin sırasiyle kütleleri m_1 ve m_2 yarıçapları r_1 ve r_2 dir ve birbirlerinden sonsuz uzaklıkta oldukları zaman durgundurlar. Kütle çekimlerinden dolayı, çarpışmak için birbirlerine doğru yönelirler. (a) Merkezden-merkeze olan uzaklıkları d iken herbir gezegenin hızını ve bağıl hızlarını bulunuz. (b) Eğer $m_1 = 2 \times 10^{24}$ kg, $m_2 = 8 \times 10^{24}$ kg, $r_1 = 3 \times 10^6$ m ve $r_2 = 5 \times 10^6$ m ise çarpışmadan hemen önce herbir gezegenin kinetik enerjisini bulunuz. (*İpucu:* Enerji ve momentumun herikisinin korunduğuna dikkat ediniz.)

62. Dünya'dan Güneş'e olan maksimum uzaklık (en öte noktamızda) $1{,}521 \times 10^{11}$ m ve en - beri durumdaki uzaklık $1{,}471 \times 10^{11}$ m dir. En beri noktasında dünya'nın yörüngesel hızı 30,27 km/s ise (a) en öte noktasında Dünya'nın yörüngesel hızını, (b) en-beri noktasında kinetik ve potansiyel enerjileri ve (c) en-öte noktasında kinetik ve potansiyel enerjileri bulunuz. Toplam enerji sabit midir? (Ay'ın ve diğer gezegenlerin etkisini ihmal ediniz.)

63. Kütlesi M, yarıçapı R olan bir küre $0 \le r \le R$ için $\rho = Ar$ ifadesine göre r ile değişen düzgün olmayan bir yoğunluğa sahiptir. Burada r küre merkezinden olan uzaklıktır. (a) M ve R cinsinden A sabiti nedir? (b) Kürenin *dışına* konulan m kütleli bir parçacık üzerindeki kuvvet için bir ifade bulunuz. (c) Parçacık kürenin *içinde* olması halinde, üzerine uygulanan kuvvet için bir ifade bulunuz. (*İpucu:* Kesim 14.10'a bakınız.)

64. (a) 100 kg'lık bir yükü Dünya yüzeyinin yukarısında 1000 km lik bir yüksekliğe çıkarmak için yapılması gereken işi (joule olarak) hesaplayınız. (b) Yükü bu yükseklikte dairesel bir yörüngeye oturtmak için gerekli olan ilave iş miktarını hesaplayınız.

65. Büyük-yükseklikten yapılan roket uçuşları sırasında, uzaysal bir x-ışını kaynağı olan Cygnus X-1 den x-ışınları pulslarının geldiği kaydedilmiştir. Bu ışınlar, iyonlaşmış bir madde damlasının 5 ms lik bir periyotla bir kâra delik etrafında dönmesinden kaynaklandığı şeklinde yorumlanabilir. Damla, kütlesi, 20 M_y olan bir kara delik etrafında dairesel bir yörüngede olsaydı, yörüngenin yarıçapı ne olurdu?

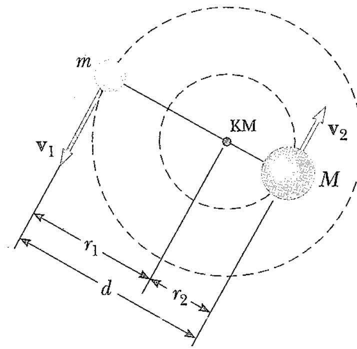
66. Güneş ile onun galaksisi –Samanyolu– arasındaki ilişki hakkında yapılan çalışmalar, Güneş'in merkezden yaklaşık 30 000 ışık yılı kadar uzakta, galaktik diskin dış kenarı yakınında yeraldığını açığa çıkarmıştır. Ayrıca, Güneş'in galaksi merkezi etrafında yaklaşık olarak 250 km/s lik bir yörüngesel hıza sahibolduğu bulunmuştur. (a) Güneş'in galaktik hareketinin periyodu nedir? (b) Samanyolu galaksisinin kütlesinin mertebesi nedir? Galaksinin çoğunlukla, tipik bir elemanı Güneş olan yıldızlardan meydana geldiğini varsayınız. Samanyolu'ndaki yıldızların sayısının mertebesi nedir?

67. Yörüngedeki en eski yapay uydu 3 Mart 1958 de fırlatılan *Vanguard I* dir. Kütlesi 1,60 kg dır. İlk orijinal yörüngesinde, Dünya'nın merkezinden olan minimum uzaklığı 7,02 Mm ve bu en-beri noktasındaki hızı da 8,23 km/s idi. (a) Uydunun toplam enerjisini bulunuz. (b) Açısal momentumunun büyüklüğünü bulunuz. (c) En-öte noktasındaki hızını ve Dünya'nın merkezinden olan maksimum uzaklığını bulunuz. (d) Yörüngesinin yarı-büyük eksenini bulunuz. (e) Periyodunu hesaplayınız.

68. Bir rokete, yarıçapı R ve yüzeyindeki serbest düşme ivmesi g olan Dünya'nın yüzeyinde düşey olarak yukarı doğru $v_i = 2\sqrt{Rg}$ ilk hızı veriliyor. Roket motorları çabucak kapatılıyor ve bundan sonra roket yalnızca kütle çekimi kuvvetlerinin etkisiyle hareketine devam ediyor. (Atmosfer sürtünmesini ve Dünya'nın dönmesini ihmal ediniz.) Daha sonraki v hızını, Dünyanın merkezinden olan uzaklığı g, R ve r cinsinden ifade ediniz.

69. Kütleleri M ve m olan iki yıldız birbirinden d kadar uzaktadır ve kütle merkezleri etrafında dairesel yörüngelerde dönmektedirler (Şek. P14.69). Yıldızlardan herbirinin

$$T^2 = \frac{4\pi^2 d^3}{G(M+m)}$$



Şekil P14.69

ile verilen bir periyoda sahibolduğunu gösteriniz. (*İpucu:* Her bir yıldıza Newton'un ikinci yasasını uygulayınız ve kütle merkezi şartının, $r_1 + r_2 = d$ olmak üzere $Mr_2 = mr_1$ i gerektirdiğine dikkat ediniz.)

70. (a) 5,00 kg'lık bir kütle, Dünya'nın merkezinden $1{,}20 \times 10^7$ m uzaklıktan serbest bırakılıyor. Kütle, dünya'ya göre hangi ivmeyle hareket eder? (b) 2,00 $\times 10^{24}$ kg'lık bir kütle Dünya'nın merkezinden itibaren $1{,}20 \times 10^7$ m uzaklıktan serbest bırakılıyor. Kütle dünya'ya göre hangi ivme ile hareket eder? Cisimlerin, evrenin geri kalan kısmından yalıtılmış olduğunu ve parçacık çifti gibi davrandıklarını kabul ediniz.

71. $\mathbf{r}$ Dünya'nın merkezinden cisme yönelen yer vektörü olmak üzere, Dünya'nın kütle-çekimi alanında hareket eden bir cismin ivmesi

$$\mathbf{a} = -\frac{GM_y}{r^3}\mathbf{r}$$

dir. Başlangıcı dünya'nın merkezinde seçerek ve küçük cismin xy düzleminde hareket ettiğini varsayarak cismin ivmesinin dik (kartezyen) bileşenlerinin

$$a_x = \frac{GM_y x}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \qquad a_y = \frac{GM_y y}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

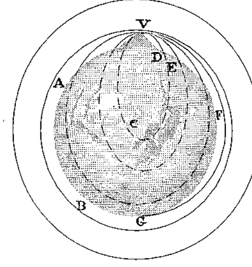
olduğunu buluruz. Cismin hareketinin gelişiminin Euler metoduna göre sayısal bir incelemesini düzenlemek ve yapmak için bir bilgisayar kullanınız. R_y Dünya'nın yarıçapı olmak üzere, cismin başlangıç konumunun $x = 0$ ve $y = 2R_y$ olduğunu kabul ediniz. Cisme x yönünde 5000 m/s lik bir ilk hız veriniz. Zaman artışı, pratik bakımdan olabildiğince küçük yapılmalıdır. 5 s'yi deneyiniz. İlerleyen zamanla cismin x ve y koordinatlarını çiziniz. Cisim Dünyaya çarpıyor mu? Dairesel bir yörünge buluncaya kadar ilk hızı değiştiriniz.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

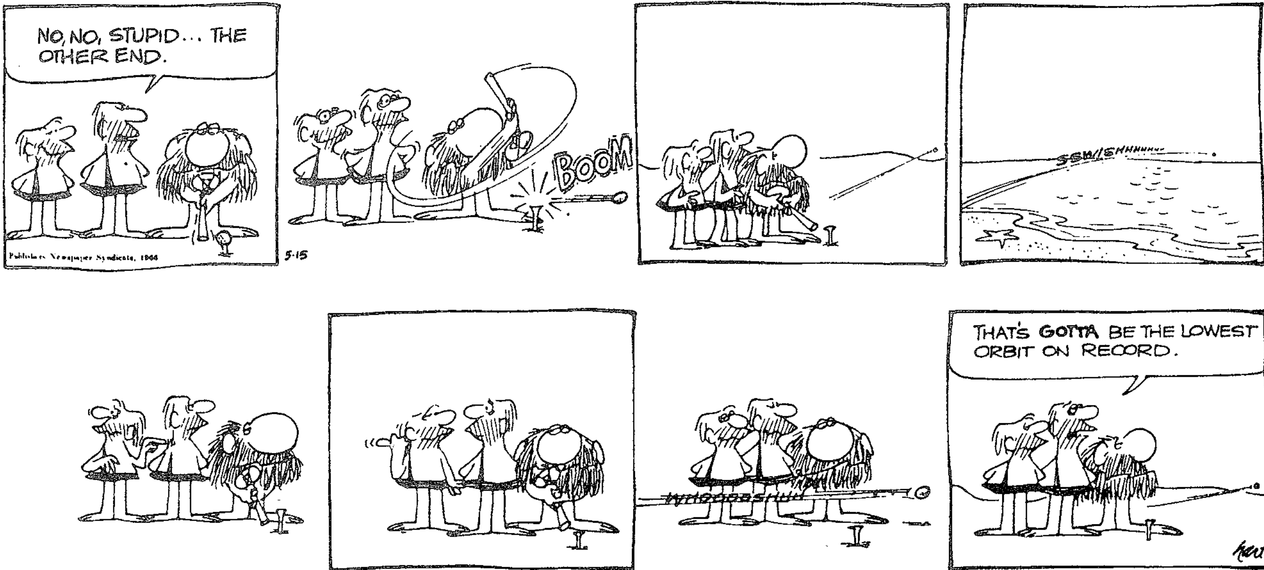
14.1 Bütün gezegenlere uygulanabilen Kepler'in üçüncü yasası (Eş.14.7), bize bir gezegenin periyodunun $r^{3/2}$ ile orantılı olduğunu söyler. Satürün ve Jüpiter Güneş'ten, Dünya'ya göre daha ötede olduklarından periyotları daha uzundur. Güneş'in Satürün ve Jüpiter'deki kütle çekimi alanı Dünya'daki alandan çok daha zayıftır. O halde, bu gezegenler, Dünya'nın gördüğünden çok daha az merkezcil ivme görürler ve bu yüzden daha uzun periyotlara sahiptirler.

14.2 Küçük gezegenin kütlesi, sadece bacak gücünüzle kurtulma hızını aşabileceğiniz kadar küçük olabilir. Yukarı zıplayabilirsiniz, fakat asla geri gelmeyebilirsiniz.

14.3 Kepler'in birinci yasası yalnızca Güneş etrafında dolanan gezegenlere uygulanmakla kalmaz,, aynı zamanda kütle çekiminin etkisiyle başka bir cismin etrafında dönen göreceli olarak daha küçük her hangi cisme de uygulanır. G noktasına ulaşmazdan önce Dünya'ya dokunmayan her eliptik yörünge, diğer taraftaki V noktasına kadar devam ederek tam bir yörünge çizecektir (bir sonraki sütünda bulunan şekle bakınız.)



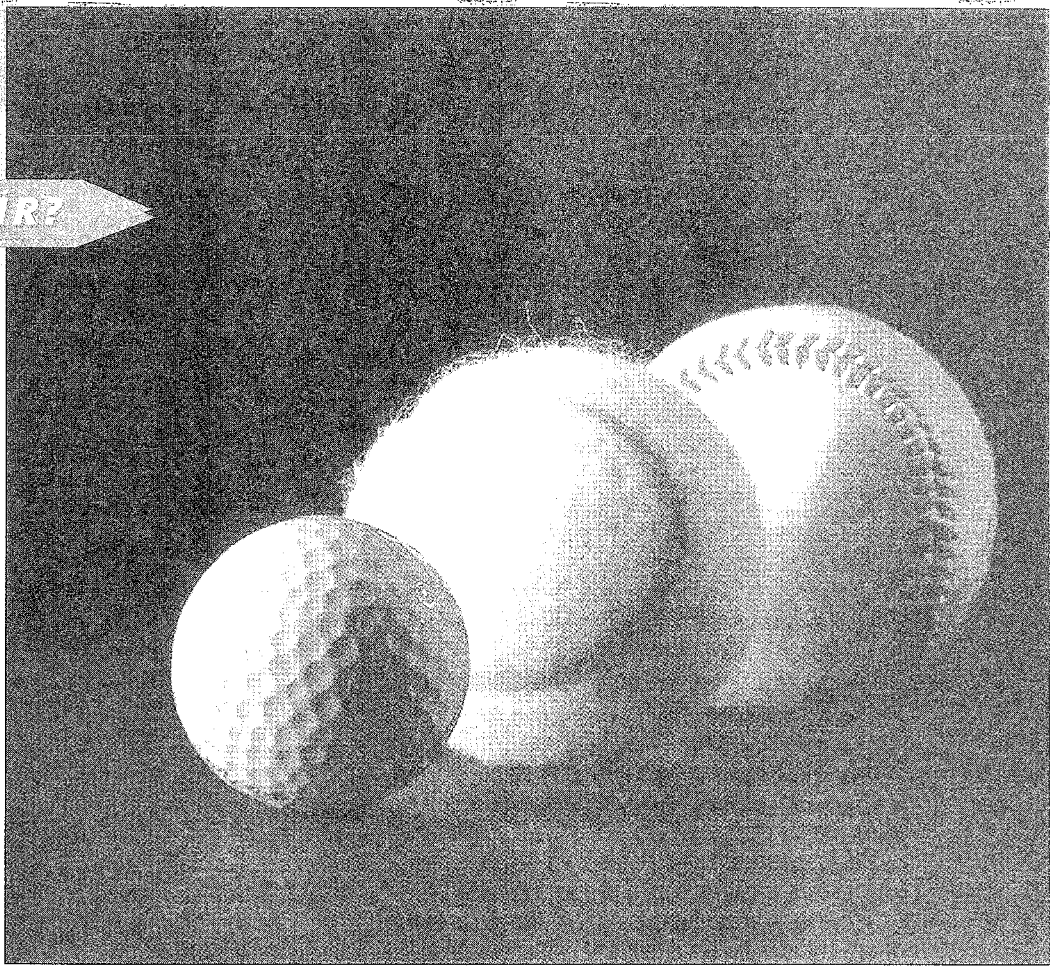
14.4 Kabuğun içinde kütle çekimi kuvveti sıfırdır (Eş. 14.25b). Parçacık üzerindeki kuvvet sıfır olduğu için, parçacık ilk hareketinin yönünde ve kabuğun dışına doğru, giriş deliğinin karşısındaki duvara çarpıncaya kadar sabit hızla hareket eder. Yolunun bundan sonraki kısmı çarpışmanın özelliğine ve parçacığın orijinal doğrultusuna bağlıdır.



John Hart ve Field İşletmecilik Şti.nin izniyle.

SIZCE NEDİR?

Niçin bir tenis topunun hafif tüylü ve bir golf topunun yüzeylerinde çukurlar olduğunu düşündünüz mü? Bir "atış topu" kuralsız atılan bir beysboldur, çünkü o atış, topun hem hafif tüylü tenis topu gibi hem de çukur yüzeyli golf topu gibi hareket etmesini sağlar. Bu üç spor topunun davranışı (ve de gökyüzünde uçakların hareketi) fiziğin hangi ilkelerine uyar? *(George Semple)*



b ö l ü m

15 Akışkanlar Mekaniği

Bölüm İçeriği

Madde; genelde katı, sıvı ya da gaz olmak üzere üç durumda sınıflandırılır. Günlük deneyimlerimizden, bir katının belli bir hacme ve biçime sahip olduğunu biliriz. Bir tuğla, her günkü bilinen şeklini ve büyüklüğünü korur. Bir sıvının belli bir hacmi olduğunu fakat belli bir şekli olmadığını da biliriz. Son olarak, kapatılmayan bir gaz, ne belli bir hacme ne de belli şekle sahip olabilir. Bu tanımlar, bize maddenin hallerini gösterir, fakat bu ayırım biraz yapaydır. Örneğin; asfalt ve plastikler normalde katı olarak düşünülür, fakat uzun süre sonra sıvılar gibi akışkan duruma dönüşürler. Benzer şekilde, sıcaklık ve basınca bağlı olarak pek çok madde, katı, sıvı ya da gaz (ya da bunların bileşimi) şeklinde olabilir. Genel olarak, bir dış kuvvetin etkisi sonucu, belirli bir maddenin biçimini değiştirmek için geçen süre, maddenin katı, sıvı ya da gaz olarak işlem yapıp yapmayacağımızı belirler.

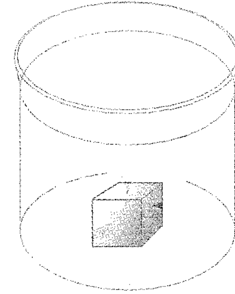
Bir **akışkan**; rastgele dizilen ve zayıf bağlanma kuvvetleri ve kabın kenarlarında ortaya çıkan kuvvetlerin etkisiyle bir arada tutulan molekül topluluğudur. Sıvı ve gazların her ikisi de akışkandırlar.

Akışkanlar mekaniğini işlerken, suya batan bir cisme ya da bir uçağın kanadına uygulanan kaldırma kuvvetleri gibi olayları açıklamak için herhangi bir yeni fiziksel ilkeyi öğrenmeye gerek olmadığını göreceğiz. Önce, durgun haldeki akışkanların mekaniğini inceleriz. Yani, durgun **akışkanları** ele alıyoruz. Akışkanın yoğunluğu ve derinliğinin bir fonksiyonu olarak ortaya çıkan basınç ifadesini türeteceğiz. Sonra hareketli akışkanların mekaniğini; yani, *akışkanların dinamiğini* ele alıyoruz. Akışkanın hareketini belli basit varsayımlar yapılabilen bir model kullanarak anlatacağız. Bu modeli, pratik ve önemi olan bazı durumları analiz etmek için kullanırız. *Bernoulli Denkleminin* analizi bizi, akışkanın herhangi bir noktasındaki yoğunluğu, basıncı ve hızı arasında var olan bir bağıntıya götürür.

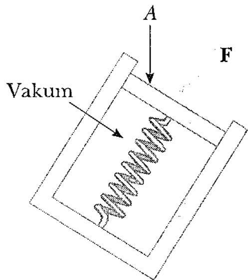
15.1 BASINÇ

Akışkanlar, makaslanma zorlarını ya da gerilme zorlarını durdurmaz; yani, bir sıvı içine daldırılan bir cisim üzerinde mevcut olan zor, cismi sıkıştırmaya çalışır. Başka bir ifadeyle cisim üzerine akışkan tarafından uygulanan kuvvet, Şekil 15.1'de görüldüğü gibi cismin yüzeylerine daima diktir.

Sıvı içindeki basınç, Şekil 15.2'de gösterilen düzenekle ölçülebilir. Düzenek, bir yaya bağlı hafif bir piston içeren havası boşaltılmış bir silindirden ibarettir. Düzenek akışkan içine daldırıldığında akışkan, piston üzerine aşağı doğru basınç uygular ve akışkanın içe doğru olan kuvvetiyle, yayın dışa doğru olan kuvveti dengeleninceye kadar yay sıkışır. Akışkanın basıncı, ölçeklendirilmiş bu yayla doğrudan ölçülebilir. Eğer piston üzerine uygulanan normal kuv-



Şekil 15.1 Sıvı içine daldırılan bir cismin herhangi bir noktasına etkiyen akışkan kuvveti, cismin yüzeyine diktir. Kabın duvarlarına etkiyen akışkan kuvveti, bütün noktalarda duvar yüzeyine diktir.



Şekil 15.2 Bir sıvının oluşturduğu basıncı ölçmek için kullanılan basit bir düzenek

vet F ve pistonun yüzölçümü A ise düzeneğin daldırıldığı seviyedeki akışkanın P **basıncı,** söz konusu kuvvetin yüzölçüme bölümü olarak tanımlanır; yani,

Basıncın tanımı

$$P \equiv \frac{F}{A} \qquad \textbf{(15.1)}$$

dır. Basıncın, pistona uygulanan kuvvetin büyüklüğü ile orantılı olan skaler bir nicelik olduğuna dikkat ediniz.

Belli bir noktadaki basıncı tanımlamak için, Şekil 15.2'deki düzeneğe etki eden bir akışkanı inceleyelim. Söz konusu noktadaki dA çok küçük yüzey elemanına akışkan tarafından uygulanan kuvvet dF ise, o noktadaki basınç

$$P \equiv \frac{dF}{dA} \qquad \textbf{(15.2)}$$

olur. Gelecek kesimde göreceğimiz gibi, akışkan içindeki basınç derinlikle değişir. Bu nedenle, bir kabın düz yüzeyleri üzerindeki toplam kuvveti bulmak için yüzey üzerinden (15.2) eşitliğinin integralini almamız gerekir.

Basınç, birim yüzölçüm başına düşen kuvvet olduğu için, SI birim sisteminde N/m^2 biriminde olur. Basıncın SI birimindeki öteki adı Paskal (Pascal/Pa) dır. Yani;

$$1 \text{ Pa} \equiv 1 \text{ N/m}^2 \qquad \textbf{(15.3)}$$

dir.

Kar ayakkabıları, yumuşak karın içine batmanızı önler; çünkü onlar, kar üzerinde sizin oluşturduğunuz aşağı yünlü kuvveti büyük bir yüzölçüm üzerine yayar ve kar yüzeyindeki basıncı azaltır. *(Earl Young/FPG)*

Sınama Sorusu 15.1

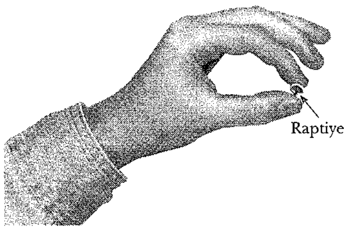
Arkasında durduğunuz birinin geriye doğru bir adım attığını ve istemeyerek ayakkabısının topuğu ile ayağınızın üzerine bastığını varsayalım. O kişinin hafif lastik ayakkabı giyen profesyonel bir basketbol oyuncusu mu, yoksa sivri topuklu ayakkabı giyen küçük bir bayan mı olması daha iyi olacaktı? Açıklayınız.

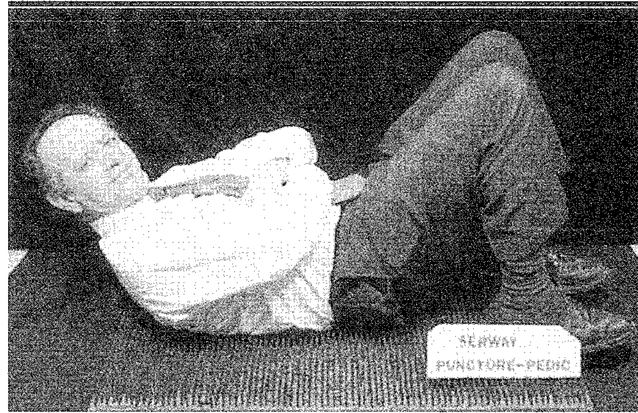
Sınama Sorusu 15.2

Uzun bir dersten sonra, Şekil 15.3'te görüldüğü gibi, cesur fizik profesörü kısa bir uyku için çivilerden oluşan bir yatak üzerine uzanmaktadır. Bu nasıl olabilir?

Ev Deneyi

Şekilde görüldüğü gibi, bir raptiyeyi baş parmağınız ile işaret parmağınız arasına yerleştiriniz. Şimdi yavaşça raptiyeyi sıkınız ve hissettiğiniz duyguyu not ediniz. Raytiyenin sivri ucunda bir acı, baş tarafında ise bu acıyı duymayacaksınız. Newton'un üçüncü (etki-tepki) yasasına göre, raptiyenin baş parmağnıza uyguladığı kuvvet,işaret parmağınıza uygulanan kuvvete büyüklükçe eşit fakat zıt yöndedir. Fakat raptiyenin sivri ucundaki basınç, baş tarafındaki basınçtan oldukça büyüktür. (Basıncın birim yüzeye düşen kuvvet olduğunu anımsayınız.)





Şekil 15.3 *(Jim Lehman)*

ÖRNEK 15.1 **Su Yatağı**

Bir su yatağı olarak kullanılan döşeğin uzunluğu 2m, genişliği 2m ve derinliği 30cm'dir. Döşekteki suyun ağırlığını bulunuz.

Çözüm Suyun yoğunluğu 1000 kg/m^3 olduğundan (Çizelge 15.1) suyun kütlesi;

$$M = \rho V = (10^3 \text{ kg/m}^3)\ (1.20 \text{ m}^3) = 1,20 \times 10^3 \text{ kg}$$

olur. Ağırlığı ise;

$$Mg = (1,2 \times 10^3 \text{ kg})\ (9,8 \text{ m/s}) = 1,18 \times 10^4 \text{N}$$

bulunur. Bu su yatağı oldukça büyüktür. (Pratikte kullanılan su yatağının ağırlığı yaklaşık 6470 N dur). Bu nedenle, bu tip su yataklarını, en iyisi bodrum katına ya da sağlam ve dayanıklı katlara yerleştirmektir. (b) Su yatağı normal konumda iken döşeme üzerine uygulanan basıncı bulunuz. Yatağın alt yüzeyinin katın zeminine iyice dokunduğunu varsayınız.

Çözüm Yatak normal konumda olduğu zaman dokunduğu yüzölçüm 4 m^2 olur. Böylece, (15.1) eşitliğinden basınç;

$$P = \frac{1,18 \times 10^4 \text{N}}{4\text{m}^2} = 2,95 \times 10^3 \text{Pa}$$

olarak bulunur.

TABLO 15.1 **Standart Sıcaklık (0°C) ve basınçta (1 atmosfer) Bazı maddelerin Yoğunlukları**

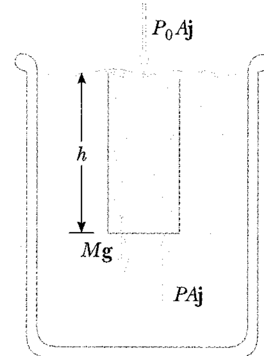
Madde	ρ(kg/m^3)	Madde	ρ(kg/m^3)
Hava	1.29	Buz	0,917 × 10^3
Aluminyum	2.70 × 10^3	Demir	7,86 × 10^3
Benzin	0,879 × 10^3	Kurşun	11,3 × 10^3
Bakır	8,92 × 10^3	Civa	13,6 × 10^3
Etil,Alkol	0,806 × 10^3	Meşe Ağacı	0,710 × 103
Tatlı Su	1,00 × 10^3	Oksijen gazı	1,43
Gliserin	1,26 × 10^3	Çam ağacı	0.373 × 10^3
Altın	19,3 × 10^3	Platin	21,4 × 10^3
Helyum gazı	1,79 × 10^{-1}	Deniz suyu	1,03 × 10^3
Hidrojen gazı	8,99 × 10^{-2}	Gümüş	10,5 × 10^3

15.2 BASINCIN DERİNLİKLE DEĞİŞİMİ

Dalgıçlar tarafından çok iyi bilindiği gibi, su basıncı derinlikle artar. Aynı şekilde, atmosfer basıncı yükseklik artışıyla azalır; bu nedenle, çok yüksekten uçan uçakların basınçlı kabinleri olmalıdır.

Şimdi bir sıvı içindeki basıncın derinlikle lineer olarak nasıl arttığını görelim. Eş. (1.1) in belirttiği gibi, bir maddenin *yoğunluğu,* birim hacminin kütlesi, yani $\rho \equiv m/V$ olarak tanımlanır. Çizelge 15.1, çeşitli maddelerin yoğunluklarını gösteriyor. Bu değerler sıcaklıkla biraz değişir, çünkü bir maddenin hacmi sıcaklığa bağlıdır, (bkz.Bölüm 19). Standart koşullar altında (0°C ve 1 atmosfer basınçta) gazların yoğunluğu, katılar ve sıvıların yoğunluklarının yaklaşık 1/1 000 i olduğuna dikkat ediniz. Normal koşullar altındaki bir gazın, moleküller arası ortalama uzaklığını ima eden bu fark, katı ve sıvıdakinden yaklaşık 10 kez daha büyüktür.

Şekil 15.4'de görüldüğü gibi, şimdi durgun haldeki yoğunluğu ρ ve üst yüzeyi atmosfere açık olan bir akışkanı ele alalım. ρ nun sabit olduğunu varsayalım. Bunun anlamı, sıvının sıkıştıralamaz olmasıdır. Yüzeyden h derinliğine uzanan ve A kesitli sanal bir silindirle sınırlandırılan bir sıvı örneğini seçelim.



Şekil 15.4 Basınç, sıvı içindeki derinlikle nasıl değişir? Koyu bölgedeki suyun hacmi üzerine etki eden bileşke kuvvet sıfır olmalıdır.

Silindirin taban yüzeyine dıştaki sıvı tarafından uygulanan basınç P ve üst yüzeyindeki basınç da atmosfer basıncı P_0'dır. Böylece, silindirin taban yüzeyine dıştaki sıvı tarafından yukarıya doğru uygulanan kuvvet PA ve üst yüzeyi-

Ev Deneyi

Kağıttan veya polistirenden yapılan bir bardağın yan tarafında iki delik açınız. Biri üst tarafa, diğeri tabana yakın olsun. Su ile bardağı doldurunuz ve deliklerden suyun akışını seyrediniz. Niçin tabana yakın olan delikten çıkan suyun hızı, üstteki delikteki suyun hızından daha büyük olur?

ne atmosfer tarafından aşağı doğru uygulanan kuvvet ise P_0A olur. Silindirdeki sıvının kütlesi $M = \rho V = \rho Ah$ olduğundan silindirdeki sıvının ağırlığı $Mg = \rho Ahg$ şeklinde yazılır. Silindir dengede olduğuna göre ona etki eden net kuvvet sıfır olmalıdır. Pozitif y yönünü yukarıya doğru seçelim. Bu durumda denge koşulu,

$$\sum F_y = PA - P_0 A - Mg = 0$$

ya da

$$PA - P_0A - \rho Ahg = 0$$

$$PA - P_0A = \rho Ahg$$

Basıncın derinlikle değişimi

$$P = P_0 + \rho gh \qquad \textbf{(15.4)}$$

olur. Yani, **üst yüzeyi atmosfere açık olan bir sıvının h derinliğindeki P basıncı, atmosfer basıncından basıncın derinlikle değişimi ρgh miktarı kadar büyüktür.** Hesaplamalarda ve bölüm sonundaki problemlerin çözümünde atmosfer basıncı,

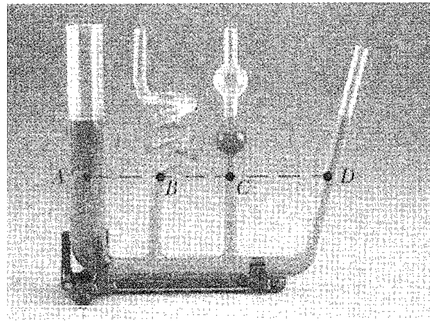
$$P_0 = 1 \text{ atm} = 1{,}013 \times 10^5 \text{ Pa}$$

olarak alınır. Eş. (15.4), aynı yükseklİğe sahip olan bütün noktalardaki basıncın aynı olduğunu ve kabın şeklinden etkilenmediğini ifade eder.

Sınama Sorusu 15.3

(15.4) eşitliğinin türetilmesinde, silindirin yan taraflarına etki eden sıvı basıncını niçin göz önüne almadık?

Sıvı içindeki basınç, yalnız sıvının derinliğine ve P_0 ın değerine bağlı olduğundan, sıvının yüzeyindeki basınca yapılan herhangi bir artış, sıvının diğer bütün noktalarına aynen iletilmelidir. Bu ilke, ilk kez Fransız bilgini Blaise Pascal (1623-1662) tarafından bulundu ve **Pascal Yasası** olarak adlandırıldı. **Bir akışkana uygulanan basınçtaki bir değişiklik akışkanın her noktasına ve kabın duvarlarına değişmeksizin aynen iletilir.**

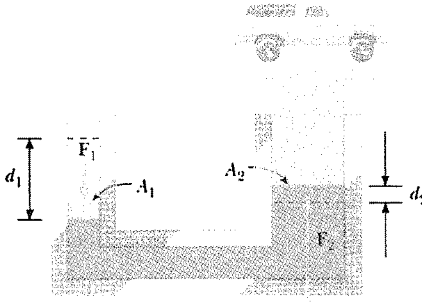


Birbiriyle birleştirilmiş tüplerden oluşan bu düzenek, sıvı içindeki basıncın aynı yükseklikteki noktalarda aynı olduğunu göstermektedir. Örneğin basınç *A, B, C* ve *D* noktalarında aynıdır. (*Central Scientific Company'nin izinleriyle*)

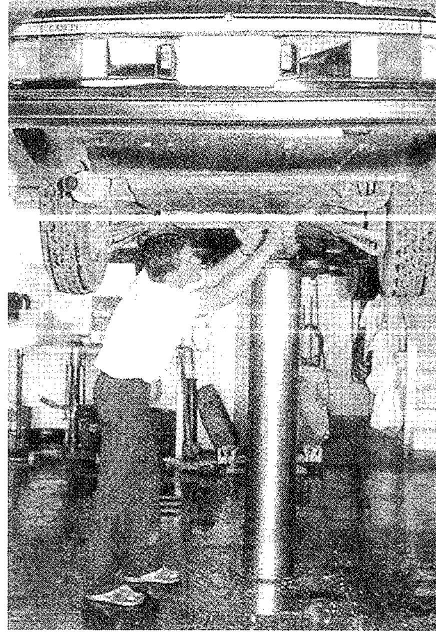
Pascal yasasının önemli bir uygulaması, Şekil 15.5a'da gösterilen su cenderesidir. Büyüklüğü F_1 olan bir kuvvet, yüzölçümü A_1 olan küçük bir pistona uygulanmaktadır. Basınç, akışkan tarafından yüzölçümü A_2 olan daha büyük bir pistona iletilmektedir. Her iki tarafta da basınç aynı olduğu için $P = F_1/A_1 = F_2/A_2$ yazılır. Böylece; F_2 kuvveti, F_1 kuvvetinden *kuvvet-çarpma faktörü* denilen A_2/A_1 çarpanı kadar daha büyüktür. Akışkana ekleme ve çıkarma yapılmadığından sol taraftaki pistonun d_1 kadar aşağı hareket etmesiyle aşağıya itilen akışkan hacminin, sağ taraftaki pistonun da d_2 kadar yukarı hareket etmesiyle yukarıya itilen akışkan hacmine eşit olmalıdır. Yani $A_1 d_1 = A_2 d_2$ yazılır. Buradan *kuvvet-çarpma faktörü* d_1/d_2 şeklinde de yazılabilir. $F_1 d_1 = F_2 d_2$ olduğuna da dikkat ediniz. Hidrolik frenler, araba asansörleri, hidrolik krikolar, çatallı kaldırıcılar gibi aygıtlar bu ilkeyi kullanır, (Şekil 15.5b).

Sınama Sorusu 15.4

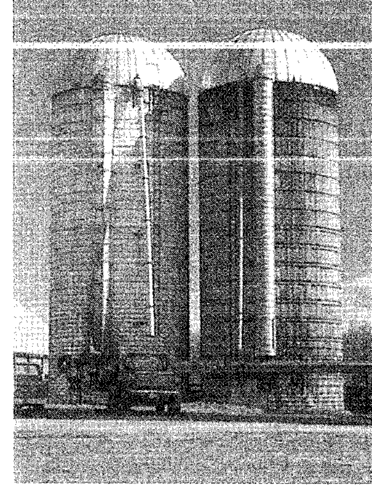
Bir tohum silosunun çevresine sarılmış pek çok bantlar vardır (Şekil 15.6). Fotoğrafda da görüldüğü gibi, ardışık bantlar arasındaki aralık, silo'nun alt kısmında niçin daha küçüktür?



(a)



(b)



Şekil 15.6 *(Henry Leap)*

Şekil 15.5 (a) Bir su cenderesinin basit çizimi. Basınçtaki artış, sol ve sağ taraflarda aynı olduğu için soldaki küçük bir $\mathbf{F}_1$ kuvveti, sağda büyük bir $\mathbf{F}_2$ kuvveti oluşturur. (b) Tamire gelen bir araba, garajdaki hidrolik bir kaldırıcıyla kaldırılmaktadır. *(David Frazier)*

ÖRNEK 15.2 Araba Asansörü

Servis istasyonlarında kullanılan araba kaldırıcılarında, sıkıştırılmış hava 5 cm yarıçaplı bir pistona kuvvet uygulamaktadır. Bu basınç 15 cm yarıçaplı ikinci bir pistona iletilmektedir. Sıkıştırılmış hava, 13300 N ağırlığındaki arabayı kaldırmak için ne kadar bir kuvvet uygular? Bu kuvvet ne kadar hava basıncı oluşturacaktır?

Çözüm Sıkıştırılmış havanın oluşturduğu basınç, sıvının her tarafında değişmeden iletildiği için kuvvet ifadesinden,

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2}\right) F_2 = \frac{\pi\,(5 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}{\pi\,(15 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}(1{,}33 \times 10^4\,\text{N})$$

$$= 1{,}48 \times 10^3\ \text{N}$$

elde edilir. Bu kuvvetin oluşturacağı hava basıncı,

$$P = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1{,}48 \times 10^3\ \text{N}}{\pi\,(5 \times 10^{-2}\ \text{m})^2} = 1{,}88 \times 10^5\,\text{Pa}$$

olur. Bu basınç, atmosfer basıncının yaklaşık iki katıdır.

Giren işin ($\mathbf{F}_1$ in yaptığı iş) çıkan işe ($\mathbf{F}_2$ nin yaptığı iş) eşit olduğuna dikkat ediniz. Böylece enerji korunmaktadır.

ÖRNEK 15.3 Kulaktaki Ağrı

5 m derinliğindeki bir havuzun dibinde yüzerken yukardaki suyun kulak zarında oluşturduğu kuvveti tahmin edin.

Çözüm Önce, kulak zarı üzerindeki dengelenmemiş basıncı bulmalıyız, ondan sonra, kulak zarının yüzölçümünü belirlemeliyiz, buradan kulak zarı üzerinde suyun oluşturduğu kuvveti hesaplayabiliriz.

Orta kulağın içindeki hava normalde P_0 atmosfer ba-

sıncındadır. O halde, kulak zarı üzerindeki net kuvveti bulmak için havuzun dibindeki toplam basınç ile atmosfer basıncı arasındaki farkı düşünmeliyiz. O halde,

$$P_{dip} - P_0 = \rho gh$$
$$= (1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3)\ (9{,}8 \text{ m/s}^2)\ (5 \text{ m})$$
$$= 4{,}9 \times 10^4 \text{ Pa}$$

elde edilir. Kulak zarının yüzey alanını yaklaşık $1\text{cm}^2 = 1 \times 10^{-4}\ \text{m}^2$ olarak alabiliriz. Zarın üzerine uygulanan kuvvet $F = (P_{dip} - P_0)\ A \approx 5$ N olur. Kulak zarı üzerindeki bu büyüklükteki bir kuvvet oldukça rahatsız edicidir ve yüzücüler su altında iken akciğerden orta kulak içine hava itilmesi sonucu "Kulakları çınlar". Bu teknik kullanılarak kulak zarının iki yüzündeki basınç dengelenir ve bu rahatsız edici durum ortadan kalkar.

ÖRNEK 15.4 Bir Baraj Duvarına Etkiyen Kuvvet

Yüksekliği H ve genişliği w olan bir baraj su ile dolmuştur (Şek. 15.7). Baraj duvarına etkiyen toplam kuvveti bulunuz.

Çözüm Basıncın derinlikle değişmesi sebebiyle kuvveti, basınç ile yüzölçümünü çarparak basitçe hesaplayamayız. Yüzeyden h derinliğindeki yatay ve dar bir şerit üzerine uygulanan dF kuvvetinin bulunmasıyla problemi çözebiliriz. Sonra toplam kuvveti bulmak için buluan ifadenin integralini alırız. Barajın dibinde $y = 0$ alarak düşey ekseni y ile ve renkli şeridin derinliğini h ile gösterelim.

Yüzeyden h derinliğindeki basıncı hesaplamlak için (15.4) eşitliğini kullanmalıyız. Baraj duvarının her iki yüzeyine de uygulandığı için atmosfer basıncı atılır. O halde, söz konusu basınç;

$$P = \rho gh = \rho g(H - y)$$

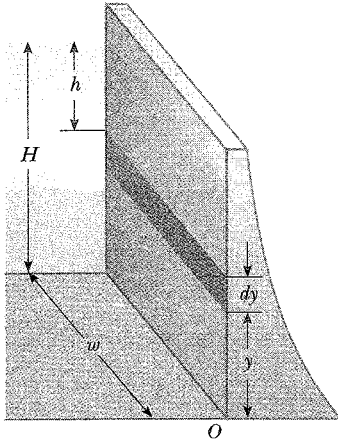
olur. 15.2 Eşitliğini kullanarak, renkli kuşağa etki eden kuvvetin ifadesi, $dA = w dy$ olduğundan,

$$dF = P dA = \rho g(H - y)\ w dy$$

şeklinde yazılır. Böylece toplam kuvvet,

$$F = \int P dA = \int_0^H \rho g(H - y) w dy = \tfrac{1}{2}\rho g w H^2$$

olur. Derinlikle basıncın arttığına dikkat edildiğinde, Şekil 15.7'de görüldüğü gibi, barajın derinliği ile birlikte kalınlığı da artacak şekilde tasarım yapılır.



Şekil 15.7 Bir barajın duvarına etki eden toplam kuvvet, $F = \int P\, dA$ ifadesinden bulunmalıdır. Burada dA, renkli kuşağın alanıdır.

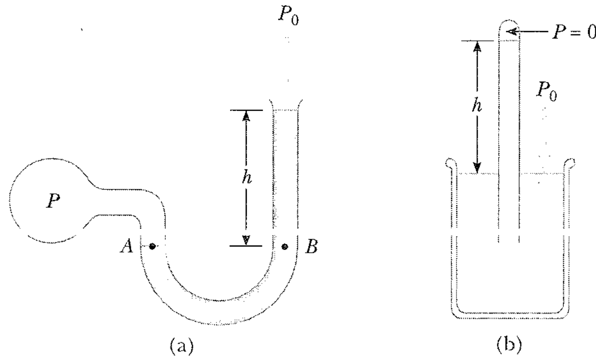
Alıştırma Barajdaki suyun oluşturduğu toplam kuvveti kullanarak barajdaki ortalama basınç için bir ifade bulunuz.

Cevap $\frac{1}{2}\rho gH$

15.3 BASINÇ ÖLÇÜMLERİ

Basınç ölçmek için basit bir düzenek, Şekil 15.8a da gösterilen açık kollu manometredir. Sıvı ile dolu U-şeklindeki borunun bir ucu atmosfere açılır ve diğer ucu bilinmeyen P basıncındaki sisteme bağlanır. ρ, sıvının yoğunluğu olmak üzere, B noktasındaki basınç $P_0 + \rho gh$ olur. B deki basınç, A daki basınca eşit olduğundan bu da bilinmeyen P basıncını verir. Böylece, bilinmiyen P basıncı; $P = P_0 + \rho gh$ olur. Burada, P ye **mutlak basınç** denirken $P - P_0$ ya **gösterge** basıncı denir. Sonuncusu normal olarak basınç ölçeğinde görülen değerdir. Örneğin; bisikletinizin lastiğinde ölçtüğünüz basınç gösterge basıncıdır.

Basınç ölçmek için kullanılan başka bir düzenek, E. Torricelli (1608-1647) tarafından keşfedilen cıvalı *barometre* dir. Bir ucu kapalı cam bir boru, cıva ile doldurulur ve cıva ile dolu bir kabın içinde ters çevrilir (Şek. 15.8b). Bo-



Şekil 15.8 Basınç ölçen iki düzenek (a) Açık kollu manometre. (b) Cıvalı barometre.

runun kapalı ucunda boşluk oluştuğundan, basıncı sıfır olarak alınır. Böylece; ρ, cıvanın yoğunluğu olmak üzere, basıncın değeri $P_0 = \rho g h$ olur ve h tüp içindeki cıvanın yüksekliğidir.

Bir atmosferlik basınç, yerçekim ivmesi $g = 9{,}80665\ \text{m/s}^2$ iken, 0°C da ve 0,76 m yüksekliğindeki cıva sütununun ağırlığına eşdeğer olan basınç olarak tanımlanır. Bu sıcaklıkta, cıvanın yoğunluğu $13{,}595 \times 10^3\ \text{kg/m}^3$ olduğuna göre atmosfer basıncı,

$$P_0 = \rho g h = (13{,}595 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)\ (9{,}80665\ \text{m/s}^2)\ (0{,}76\ \text{m})$$

$$= 1{,}013 \times 10^5\ \text{Pa} = 1\ \text{atm}$$

olur.

Sınama Sorusu 15.5

Açıkça bilinen donma olayını saymazsanız, bir barometrede civa yerine niçin su kullanamayız?

15.4 KALDIRMA KUVVETİ VE ARCHIMEDES PRENSİBİ

Bir plaj topunu suyun içine itmeyi hiç denediniz mi? Bunu yapmak çok güçtür, çünkü top üzerine su, yukarıya doğru büyük bir kuvvet uygular. İçindeki bir cisme su tarafından yukarıya doğru uygulanan kuvvete **kaldırma kuvveti** denir. Kaldırma kuvvetinin büyüklüğünü, biraz mantık ve Newton'un ikinci yasasını uygulayarak belirleyebiliriz. Plaj topunun hava yerine su ile doldurulduğunu düşününüz. Eğer siz karada ayakta iseniz su dolu topu kollarınızla tutmak oldukça güç olacaktı. Boğazınızın derinliğindeki bir havuzda ayakta iken su dolu topu tutarsanız, topu yukarda tutmak için gerekli kuvvet hemen hemen kaybolacaktır. Gerçekten, plaj topunun yapıldığı ince plastik tabakanın ağırlığını ihmal edersek, söz konusu kuvvet sıfır olacaktı. Çünkü su dolu top, suya daldırıldığında dengede olur, yukarıya doğru olan kaldırma kuvvetinin büyüklüğü ağırlığına eşit olmalıdır.

Suya daldırılan top, su değil de hava ile dolu ise, çevresindeki suyun oluşturduğu yukarıya doğru olan kaldırma kuvveti halâ mevcut olacaktı. Buna göre, şimdi suyun ağırlığı, o hacimdeki havanın çok küçük olan ağırlığı ile yer değiştirmektedir. Bu durumda net kuvvet yukarıya doğru ve çok büyüktür, sonuçta top suyun yüzeyine doğru itilir.

Archimedes ilkesi

Kaldırma kuvvetlerinin uygulandığı yerler Archimedes ilkesi ile özetlenir. Bu ilkelere göre, **kaldırma kuvvetinin büyüklüğü, cisimle yer değiştiren akışkanın ağırlığına eşittir** biçiminde ifade edilir. Kaldırma kuvveti, yer değiştiren akışkanın ağırlık merkezine uygulanır, düşey doğrultu da yukarı yönlüdür.

Archimedes ilkesinin, kaldırma kuvveti etkisindeki cismin bileşimine bağlı olmadığına dikkat ediniz. Cismin bileşimi, kaldırma kuvvetinde bir etmen değildir. Bunu aşağıdaki şekilde doğrulayabiliriz: Dikkatlerimizi, Şekil 15.9 daki kab içinde gösterilen kübik sıvı elemanı üzerinde yoğunlaştıralım. Bu kübik sıvı, üzerine etki eden iki kuvvetle dengededir. Bu kuvvetlerden biri kübik sıvı elemanının $\mathbf{F}_g$ ağırlığıdır. Aşağıya doğru olan bu kuvveti hangi kuvvet yok eder? Görünüşte kabtaki sıvının geri kalan kısmı, kübü kaldırır ve onu dengede tutar. Böylece, kubik sıvıya yukarıya doğru etki eden B kaldırma kuvvetinin büyüklüğü küpün içindeki sıvının ağırlığına eşittir, yani,

$$B = F_g$$

olarak yazılabilir.



Archimedes (MÖ 287-212)
Bir Yunan matematikçisi, fizikçisi ve mühendisi olan Archimedes, belkide çağının en büyük bilim adamıdır. İlk kez, bir dairenin çevresinin, çapına oranını tam olarak hesaplamış; küre, silindir ve diğer geometrik şekillerin alan ve hacimlerinin nasıl hesaplandığını göstermiştir. Batan cisimlere etki eden kaldırma kuvvetinin doğasını keşfi ile tanınır.

Archimedes çok yetenekli bir mucit idi. Hala bugün bile kullanılan pratik keşiflerinden biri Archimedes vidasıdır. Bu vida, eğimli olarak dönen halka boru şeklinde olup genellikle gemiden suyu çıkarmak için kullanılır. Ağırlıklar, makaralar ve kaldıraç sistemlerini bulmuştur. O'nun icatları, Romalıların iki yıllık kuşatmaları sırasında, doğduğu şehrin (syracuse) savunmasında askerler tarafından başarıyla kullanılmıştır.

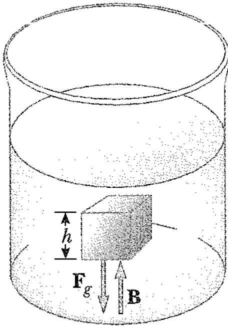
Şimdi, küp şeklindeki sıvı elemanının, aynı boyutta çelik bir küple yerdeğiştirdiğini düşünelim. Çeliğe etki eden kaldırma kuvveti nedir? Bir küpü çevreleyen sıvı, yüzdürülen cismin çelik ya da sıvı olmasına bakılmaksızın aynı şekilde davranacaktır. Böylece, **çeliğe etki eden kaldırma kuvveti, aynı boyuttaki kübik su elemanına etki eden kaldırma kuvveti ile aynıdır.** Başka bir ifade ile, kaldırma kuvvetinin büyüklüğü, çelik küpün değil, sıvı küpün ağırlığıyla aynıdır. Bu sonuç, herhangi bir şekil, boyut ve yoğunluktaki bütün cisimlere uygulanır.

Kaldırma kuvvetinin büyüklüğünü ve doğrultusunu açıklamamıza rağmen, hala onun orijinini bilmiyoruz. Niçin bir akışkan böyle bir kuvveti oluşturacak ve hemen yabancı bir cismi itmeye çalışacak? Bu neden ve niçinleri anlamak için Şekil 15.9'u yeniden gözönüne alalım. Şekil 15.9'daki küpün tabanındaki basınç, üst yüzeyindeki basınçtan ρgh kadar büyüktür. Burada, ρ suyun yoğunluğu ve h ise kübün yüksekliğidir. ΔP, basınç farkı, birim alana düşen kaldırma kuvvetine eşit olduğu, yani $\Delta P = B/A$ olduğu için $B = (\Delta P)\ A = (\rho gh)\ (A) = \rho gV$ elde edilir. Burada; V, kübün hacmidir. Küpteki sıvının kütlesi $M = \rho V$ olduğundan

$$B = F_g = \rho Vg = Mg \tag{15.5}$$

yazılır. Burada, Mg yer değiştiren sıvının ağırlığıdır. O halde kaldırma kuvveti, batan ya da kısmen batan cismin basınç farkının bir sonucudur.

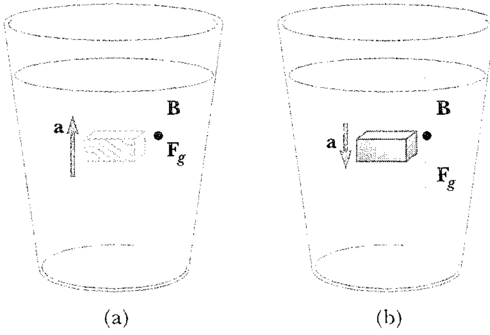
Birkaç örneği ele almadan önce, yüzen cisimler (kısmen batan) ile batan cisimlere etki eden kuvvetlerin karşılaştırılması öğretici olacaktır.



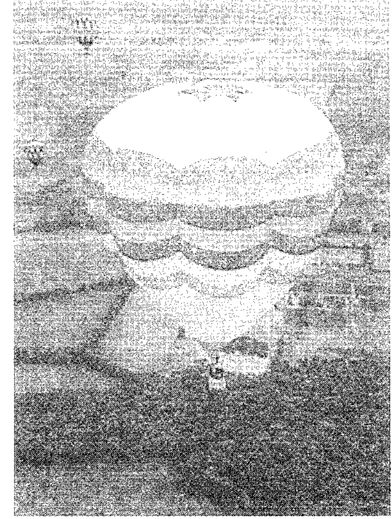
Şekil 15.9 Kübik sıvı elemanına etki eden dış kuvvetler. $\mathbf{F}_g$ kübün ağırlığı, **B** de kaldırma kuvvetidir. Denge durumunda $B = F_g$ olur.

1. Durum: Tamamen Batan Bir Cisim: Bir cisim, yoğunluğu ρ_s olan bir sıvı içine tamamen batırıldığı zaman, yukarı yönlü kaldırma kuvveti $B = \rho_s V_0 g$ olur. Burada, V_0, cismin hacmıdır. Cismin yoğunluğu ρ_0 ise ağırlığı $F_g = Mg = \rho_0 V_0 g$ olur. Cisme uygulanan bileşke kuvvet ise $B - F_g = (\rho_s - \rho_0)\, V_0 g$ şeklinde yazılır. Buradan, cismin yoğunluğu sıvının yoğunluğundan küçük ise (Şekil 15.10a) dengelenmeyen cisim yukarıya doğru ivmeli hareket yapacaktır. Şekil 15. 10b de görüldüğü gibi cismin yoğunluğu sıvının yoğunluğundan büyük ise dengelenmeyen cisim batacaktır.

2. Durum: Yüzen Bir Cisim: Şimdi sıvı üzerinde yüzen denge durumundaki bir V_0 cismi düşünelim. Yani bu, kısmen batan bir cisimdir. Bu durumda, yukarıya doğru olan kaldırma kuvveti, cismin aşağı doğru olan ağırlığı ile dengele-



Şekil 15.10 (a) Yoğunluğu, suyun yoğunluğundan daha az olan bir cisim, bütünü ile suya daldırıldığından oluşan net kaldırma kuvveti yukarı doğru olur. (b) Yoğunluğu, sıvının yoğunluğundan daha büyük olan bir cisim bütünü ile sıvıya daldırıldığında cisim batar.



Sıcak hava balonları. Sıcak hava, soğuk havadan daha az yoğun olduğundan, balonlara yukarıya doğru net bir kuvvet etki eder. (*Richard Megna/ Temel fotoğraflar*)

nir. Cisimle yerdeğiştiren sıvının hacmı V_s ise (Cismin sıvıya batan kısmının hacmi) kaldırma kuvvetinin büyüklüğü $B = r_s V_s g$ olarak verilir. Cismin ağırlığı $F_g = Mg = \rho_o V_o g$ ve $F_g = B$ olduğu için, $\rho_s V_s g = \rho_o V_o g$ veya buradan

$$\frac{\rho_o}{\rho_s} = \frac{V_s}{V_o} \qquad (15.6)$$

elde edilir.

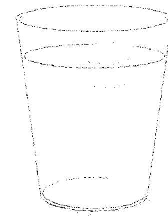
Normal şartlarda, bir balığın ortalama yoğunluğu suyun yoğunluğundan biraz büyüktür. Bu durumda yoğunluğunu ayarlayan bazı işleyimleri (mekanizmaları) yoksa bu balık suya batacaktır. Balık, yüzme torbalarının büyüklüğünü ayarlayarak bunu başarır ve çeşitli derinliklerde yüzerken denge durumlarını ayarlayabilir. Balığa benzemeyen bir dalgıç, su altında bir aygıtla hava aldığı için su üzerinde durabilmeyi, kaldırma kuvveti B nin büyüklüğünü ayarlayarak başaramaz (bu durumda kaldırma kuvveti tamamen ağırlığı dengeler). Bunun yerine dalgıç, elle kurşun ağırlıkları atarak F_g ağırlığını ayarlar.

Sınama Sorusu 15.6

Çelik sudan daha yoğundur. Bu gerçeğe rağmen çelik gemiler nasıl yüzer?

Sınama Sorusu 15.7

Su dolu bardakta yüzen bir buz küpü vardır. (Şekil 15.11) Buz eridiği zaman bardaktaki suyun seviyesi yükselir mi, alçalır mı, yoksa aynı mı kalır?



Şekil 15.11

Sınama Sorusu 15.8

Küçük bir havuzdaki kayıkta bulunan bir kişi, gemi çapayı kayıktan havuza attığı zaman, havuzdaki suyun seviyesi yükselir mi, alçalır mı, aynı mı kalır?

ÖRNEK 15.5 Buldum!

Kral'ın tacının saf altından yapılıp yapılmadığını belirlemek için Archimedes'e soruldu. Rivayete göre taç, Şekil 15.12'de görüldüğü gibi, önce havada ve sonra suda tartılarak problem çözüldü. Kantarın havada 7,84 N ve suda 6,86 N gösterdiğini varsayalım. Archimedes Kral'a ne söylemiş olabilir?

Çözüm Taç havada asılı duruyorken, kantar gerçek

ağırlık olan $T_1 = F_g$'yi gösterir, (havanın kaldırma kuvveti ihmal edilmektedir).Taç su içine daldırıldığında B kaldırma kuvveti yüzünden, ölçekte okunan $T_2 = F_g - B$ değerindeki görünen ağırlık okunur. Böylece taca uygulanan kaldırma kuvveti, havadaki ağırlığı ile sudaki ağırlığının farkına eşit olur. Yani;

$$B = F_g - T_2 = 7{,}84 \text{ N} - 6{,}86 \text{ N} = 0{,}98 \text{ N}$$

elde edilir. Bu kaldırma kuvvetinin büyüklüğü yer değiştiren suyun ağırlığına eşit olduğundan, $\rho_{su}\, g\, V_{su} = 0{,}98$ N yazılabilir. Burada V_{su}, yer değiştiren suyun hacmi ve ρ_{su} yoğunluğudur. Taç, tamamen suya battığı için V_t tacın hacmide yer değiştiren suyun hacmine eşit olur. Buna göre

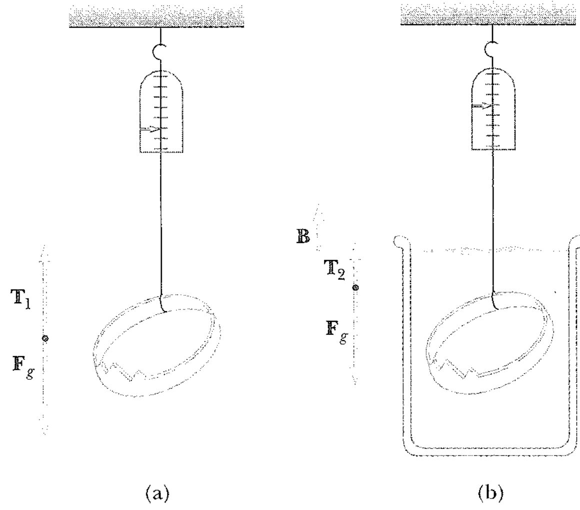
$$V_t = V_{su} = \frac{0{,}98 \text{ N}}{g\rho_{su}} = \frac{0{,}98 \text{ N}}{(9{,}8 \text{ m/s}^2)\ (1 \text{ kg/m}^3)}$$

sonuç olarak, tacın ağırlığı;

$$\rho_t = \frac{m_t}{V_t} = \frac{m_t\, g}{V_t\, g} = \frac{7{,}84 \text{N}}{(1 \times 10^{-4} \text{m}^3)\ (9{,}8 \text{m/s}^2)}$$

$$= 8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$$

bulunur. Çizelge 15.1'de altının yoğunluğu $19{,}3 \times 10^3$ kg/m^3 olarak verilmektedir. O halde Archimedes, Kral'a aldatıldığını söylemek zorundadır. Ya tacın içinde boşluk vardır, ya da saf altından yapılmamıştır.



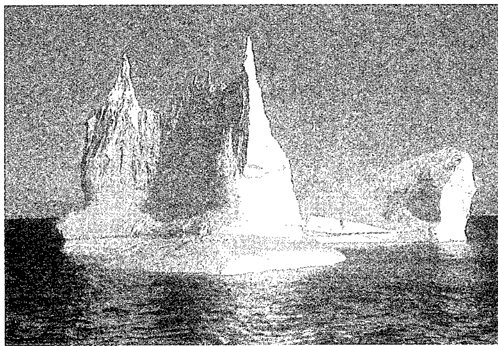
Şekil 15.12 (a) Taç havada asılı iken kantar gerçek ağırlık olan $T_1 = F_g$ yi gösterir, (havanın kaldırma kuvveti ihmal edilmektedir. (b) Taç suya daldırıldığında **B** kaldırma kuvveti, kantarda okunan değeri, $T_2 = F_g - B$ büyüklüğündeki görünen ağırlığa indirir.

ÖRNEK 15.6 Titanik Sürprizi

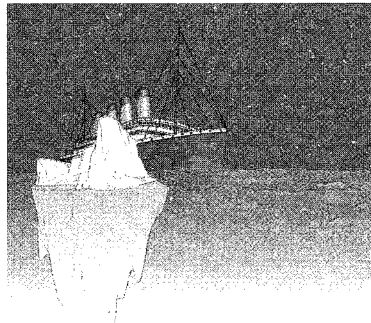
Şekil 15.13a'da görüldüğü gibi, denizde yüzen bir buzdağı (aysberg) oldukça tehlikelidir. Çünkü buzun büyük bir kısmı deniz yüzeyinin altındadır. Bu gizli buz parçası, uzakta olsa bile bir gemiye zarar verebilir. Buz dağının ne kadar parçası su seviyesinin altındadır?

Çözüm Bu problem 2. durumla ilgilidir. Buz dağının ağırlığı $F_{gb} = \rho_b V_{bg}$ olur. Burada $\rho_b = 917$ kg/m^3 ve V_b, bütün buz dağının hacmidir. Yukarı yönlü kaldırma kuvvetinin büyüklüğü, yer değiştiren suyun ağırlığına eşittir: $B = \rho_{su} V_{su} g$ olur. Burada V_{su}, yer değiştiren suyun hacmi, yani suyun içerisinde kalan buzun hacmine eşittir (Şek.15. 13b'deki gölgeli bölge) ve ρ_{su} ise deniz suyunun yoğunluğu olup $\rho_{su} = 1\,030$ kg/m^3 alınır. $\rho_b V_b g = \rho_{su} V_{su} g$ olduğu için su yüzeyinin altında kalan buz parçasının yüzdesi;

$$f = \frac{V_{su}}{V_b} = \frac{\rho_b}{\rho_{su}} = \frac{917 \text{ kg/m}^3}{1\,030 \text{ kg/m}^3} = 0{,}890 \quad \text{ya da} \quad \%\ 89{,}0 \quad \text{olur.}$$



(a)



(b)

Şekil 15.13 (a) Buz dağının hacminin çoğu suyun altındadır. (*Geraldine Prentice/Tony Stone Images*) (b) Bir gemi, görünen buzun yakınında olmasa bile zarar görebilir.

15.5 AKIŞKANLARIN DİNAMİĞİ

Şimdiye kadar, sıvılar üzerindeki çalışmamız durgun haldeki sıvılarla sınırlı kalmıştı. Şimdi, dikkatlerimizi hareket halindeki sıvılar üzerinde toplayacağız. Sıvının her parçacığının hareketini zamanın fonksiyonu olarak incelemek yerine, herbir noktasının özelliklerini zamanın fonsiyonu olarak tanımlayan daha genel bir yaklaşımı ele alacağız.

Akış Karakteristikleri

Hareket halindeki sıvılarda akış, iki temel tipten biri ile karakterize edilebilir. Sıvının her parçası düzgün bir çizgi boyunca akıyorsa akışın **kararlı** ya da **laminer** olduğu söylenir ve Şekil 15.14 de görüldüğü gibi, her parçacığın akış çizgisi diğer çizgileri kesmez. Böylece kararlı akış halinde, sıvının herhangi bir noktadaki akış hızı zamanla sabit kalır.

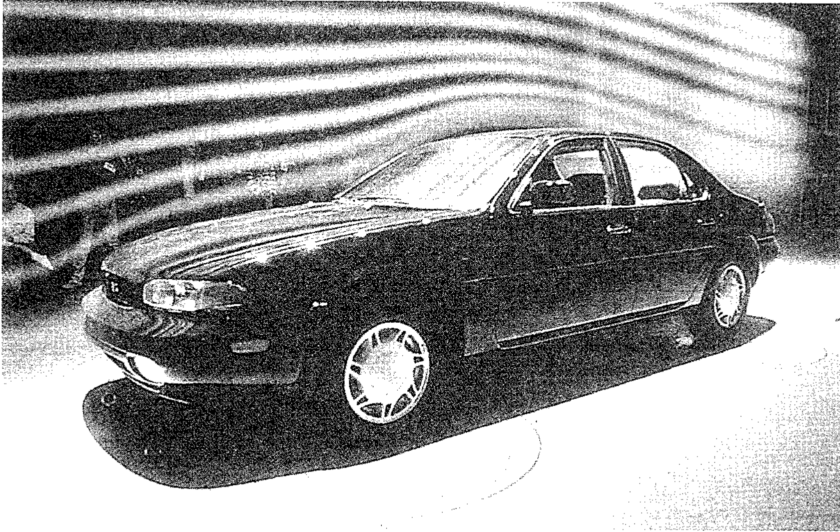
Belli bir kritik hızın üzerinde, sıvının akışı **girdaplı** olur. Girdaplı akış, Şekil 15.15 deki küçük bir çevrim bölgesiyle karakterize edilen düzensiz bir akıştır.

Vizkozluk terimi, sıvıdaki iç sürtünmenin büyüklüğünü karakterize etmek için sıvı akışında sıkca kullanılır. Bu iç sürtünme ya da *viskos kuvveti,* birbirine göre hareket eden iki komşu sıvı tabakasının karşılaştığı dirençle ortaya çıkar. Vizkozluk sebebiyle sıvının kinetik enerjisinin bir kısmı ısı enerjisine dönüşür. Bu, pürüzlü yatay bir yüzey üzerinde kayan bir cismin kinetik enerjisini kaybetme mekanizmasına benzer.

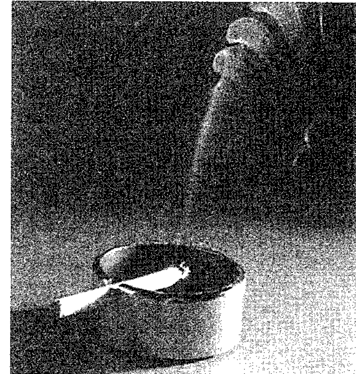
Gerçek bir sıvının hareketi çok karışık olduğu için henüz tam olarak anlaşılamamışdır, bu yüzden yaklaşımımızda bazı kabuller yapacağız. Göreceğimiz gibi, hareketli, gerçek sıvıların pek çok özelliği ideal bir sıvının davranışını inceliyerek anlaşılabilir. **İdeal akışkan** modelimizde aşağıdaki varsayımları yapabiliriz:

Bir ideal akışkanın özellikleri

1. **Vizkoz Olmayan Akışkan.** Vizkoz olmayan bir akışkanda iç sürtünme ihmal edilir. Böyle bir akışkan içinde hareket eden cisim, yavaşlatıcı vizkozluk kuvvetiyle karşılaşmayacaktır.
2. **Kararlı Akış.** Kararlı akışta, akışkanın her noktada hızının zamanla sabit kaldığını kabul ederiz.



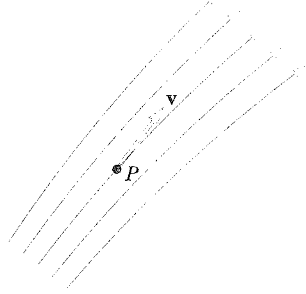
Şekil 15.14 Bir rüzgar tünelindeki otomobilin çevresindeki kararlı akış *(Andy Sacks / Tony Stone'nun resimlerinden)*



Şekil 15.15 Sigaradan çıkan sıcak gazlar, duman içindeki parçacıkları görünür duruma getirir. Duman ilk çıktığında kararlı akış halindedir. Sonra yukarda girdaplı akış oluşturur. *(Werner Wolff/Black Star)*

3. **Sıkıştırılamayan Akışkan.** Akışkanın yoğunluğunun zaman içinde sabit kaldığı kabul edilir.
4. **Girdapsız Akış.** Akışkanın, herhangi bir noktaya göre açısal momentumu yoksa, bu akışkan dönmez. Akışkanın herhangi bir yerine yerleştirilen küçük bir çark, kütle merkezi etrafında dönmüyorsa akışkan da dönmüyor demektir (Girdap varmış gibi çark dönüyor olsaydı, akış bir dönme gösterecekti).

AKIŞ ÇİZGİLERİ VE SÜREKLİLİK DENKLEMİ



Şekil 15.16 Kararlı akıştaki bir parçacık, akış çizgisini izler ve yol boyunca her noktada parçacığın hızı akış çizgisine teğettir.

Kararlı akış yapan sıvı içindeki akışkan parçacığının aldığı yola **akış çizgisi** adı verilir. Akışkan parçacığının hızı, Şek. 15.16 da görüldüğü gibi, o noktadaki akış çizgisine daima teğettir. Şekil 15.16 da görülen akış çizgisi demeti bir *akış borusu* oluşturur. Akış çizgileri birbirlerini kesmemeleri gerektiğinden, akışkan parçacıkları borunun kenarlarından içeri veya dışarı akamazlar.

Şekil 15.17 deki kesitleri farklı borudaki akışkanı göz önüne alalım. Kararlı akışda, akışkan içindeki parçacıklar akış çizgisi boyunda hareket ederler. Bütün noktalarda parçacık hızı, parçacığın hareketi boyunca olan akış çizgisine teğet olur. Küçük bir t zaman aralığı içinde, borunun alt ucundaki akışkan $\Delta x_1 = v_1 t$ kadar hareket eder. Bu bölgedeki kesitin alanı A_1 ise, Şekil 15.17 den taralı bölgedeki akışkanın kütlesi $m_1 = \rho A_1 \Delta x_1 = \rho A_1 v_1 t$ olur. ρ ideal bir akışkan için (değişmeyen) yoğunluktur. Benzer şekilde, t süresince borunun üst ucundan geçen akışkanın kütlesi $m_2 = \rho A_2 v_2 t$ şeklinde yazılır. Kütle korunduğu ve akış kararlı olduğu için, t süresi içinde A_1 kesitinden geçen kütle aynı süre içinde A_2 kesitinden geçen kütleye eşit olur. Böylece, $m_1 = m_2$ ya da; $\rho A_1 v_1 t = \rho A_2 v_2 t$ bulunur yani,

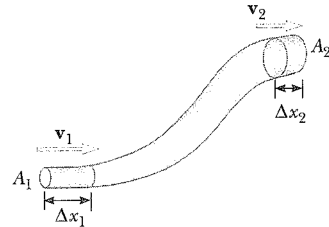
Süreklilik denklemi

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{sabit} \tag{15.7}$$

Bu ifadeye **süreklilik denklemi** denir ve

boru boyunca her noktada akışkanın akış hızı ile kesitinin çarpımı sıkıştırılamayan bir akışkan için sabittir.

Böylece, beklediğimiz gibi akışkanın hızı, borunun dar olduğu (küçük A) yerde büyük, geniş olduğu yerde (büyük A) küçüktür. Av çarpımının boyutu hacim/zaman olduğundan *hacim akısı* ya da *akış oranı* adını alır. Borudan akışkan kaçağı olmadığı düşünülürse, Av nin sabit olması belli bir zaman aralığında borunun bir ucuna giren akışkan miktarının, aynı zaman içinde boruyu terk eden akışkan miktarına eşit olması anlamına gelir.



Şekil 15.17 Kararlı akış halindeki sıkıştırılamayan akışkan, kesitleri değişen boru içinde akmaktadır. Bu durumda, t zaman aralığı içinde A_1 kesitinden geçen akışkanın hacmı, aynı süre içinde A_2 kesitinden geçen akışkanın hacmine eşit olur. Yani, $A_1 v_1 = A_2 v_2$ yazılır.



Şekil 15.18 (*George Semple*)

Sınama Sorusu 10.1

Şekil 15.18 de görüldüğü gibi, bir musluktan su akarken, suyun akışı, aşağı indikçe niçin incelir?

ÖRNEK 15.7 Niagara Çağlayanı

Her saniye 5525 m^3 su, Niagara Çağlayanının atnalı çağlayan kısmındaki 670 m genişliğinde olan sarp uçurum üzerinden akmaktadır. Su uçuruma geldiği zaman yaklaşık 2 m derinliğindedir. O andaki hızı nedir?

Çözüm Uçurumun kenarına geldiği zaman suyun kesiti, $A = (670\ m)(2\ m) = 1340\ m^2$ olur. 5525 m^3/s olan akış oranı Av olduğundan hız;

$$v = \frac{5\,525\,m^3/s}{A} = \frac{5\,525\ m^3/s}{1\,340\ m^2} = 4\ m/s$$

Sonucun bir anlamlı sayı ile verildiğine dikkat ediniz, çünkü derinlik bir anlamlı sayı ile verilmiştir.

Alıştırma Nehir boyunca yüzen bir fıçı, çağlayandan sonra suya dalmaktadır. Fıçı 49 m aşağıdaki suya, uçurumun kenarından ne kadar uzakta düşer?

Cevap 13 m ≈ 10 m

15.7 BERNOULLİ DENKLEMİ

Şekil 15.19'da görüldüğü gibi, bir bahçe hortumundaki suyun çıkış ucu başparmakla sıkıştırıldığı zaman, çıkış deliği daralır ve su yüksek hızla dışarıya çıkar. Su hortum içinde mi yoksa havada olduğu zaman mı daha büyük basınç altındadır? Bu soruya, başparmağınızla hortum içindeki suyu nasıl zorla sıkıştırdığınıza dikkat ederek, cevap verebilirsiniz. Hortumun içindeki basınç, kesinlikle atmosfer basıncından daha büyüktür.

1738 de; İsviçre'li fizikçi Daniel Bernoulli (1700 - 1782), ilk kez basıncı, akışkanın hızına ve yüksekliğine bağlayan ifadeyi türetti. Şekil 15.20 de gösterildiği gibi t süresinde değişik kesitli boru içindeki akışkanı ele alalım. Akışkanın alt ucundaki kuvvet P_1A_1 olur. Burada P_1, 1 konumundaki basınçtır. Bu kuvvetin t süresince yaptığı iş $W_1 = F_1\ \Delta x_1 = P_1A_1\Delta x_1 = P_1V$ olur. Burada; V, borunun alt kısmındaki bölgenin hacmidir. Benzer şekilde, t zamanında borunun üst ucundaki akışkanın aynı t süresince yapmış olduğu iş $W_2 = -P_2A_2\Delta x_2 = -P_2V$ olarak bulunur. (Aynı zaman aralığında 1 ve 2 konumlarından geçen sıvının hacmi aynı olur.) Akışkanın kuvveti yer değiştirmeye karşı olduğu için bu iş negatiftir. Bu kuvvetler tarafından t süresinde yapılan net iş,

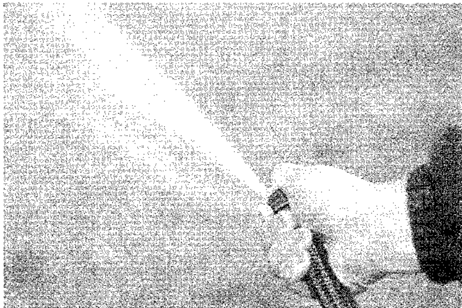
$$W = (P_1 - P_2)\ V$$



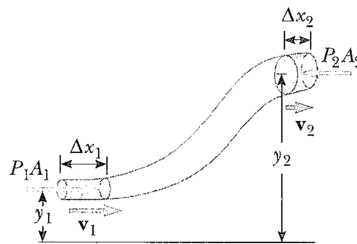
Daniel Bernoulli (1700-1782) Daniel Bernoulli İsviçreli bir fizikçi ve matematikçidir. Hidrodinamikte önemli keşifler yapmıştır. Matematikçi bir ailede doğmuştur. Ailede, fizikte başarılı olan yalnız o vardı.

Bernoulli'nin en meşhur çalışması olan *Hidrodinamik*,1738 de yayınlandı. Bu yayın, akışkanların hızı, basıncı ve dengesi üzerine hem teorik hem de pratik çalışmaları içerir. O, akışkanın hızı artarken basıncının düştüğünü gösterdi.

Bernoulli, *hidrodinamik* adlı yayınında basınç ve sıcaklık değişimiyle gazların davranışını ilk olarak açıklamaya çalışmıştı. Bu çalışma, gazların kinetik teorisinin başlangıcı oldu. Bu konuyu Bölüm 21 de araştıracağız (*Corbis-Bettmann*)



Şekil 15.19 Şekil 15.19 Bir hortumun çıkış ucundan püskürtülen suyun hızı, başparmakla deliğin genişliği azaltıldığı zaman artar. *(George Semple)*



Şekil 15.20 Sıkışamayan bir akışkanın değişik kesitli bir borudan kararlı akışı. Δx_1 uzunluğundaki sıvı Δx_2 uzunluğundaki bölgeye hareket eder. İki kesitteki akışkanın hacmi birbirine eşit olur.

Bir Deneyi

İki soda kutusunu bir masa üzerine yaklaşık 2 cm aralıklı olacak şekilde koyunuz. Ağzınızı masa seviyesine ve kutular arasındaki boşluğa ayarlayınız. Bu boşluğa yatay bir hava akımı üfleyiniz. Kutulara ne olur? Bunu bekliyor muydunuz? Bunu, yol kenarına çok yakın parkedilen bir arabanın yakınından büyük bir yük kamyonunun geçtiği anda arabaya etki eden kuvvetle karşılaştırınız. Bu sonucun Eş. 15.9 ile ilgisi nedir?

olur. Bu işin bir kısmı, akışkanın kinetik enerjisini değiştirir, bir kısmı da çekim potansiyel enerjisine harcanır. t süresinde bir ucdan girip diğer uçtan çıkan kütle m ise kinetik enerjideki değişme,

$$\Delta K = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2$$

şeklindedir. Potansiyel enerjideki değişme de

$$\Delta U = mgy_2 - mgy_1$$

olur. $W = \Delta K + \Delta U$ (Eş. 8.13) şeklindeki iş-enerji teoremini akışkanın bu hacmine uyguladığımızda,

$$(P_1 - P_2)\, V = \tfrac{1}{2} m v_2^2 - \tfrac{1}{2} m v_1^2 + mgy_2 - mgy_1$$

elde edilir. Her terimi V ile bölersek ve $\rho = m/\Delta V$ alırsak, yukardaki ifade

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 - \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_2 - \rho g y_1$$

şekline gelir. Terimleri yeniden düzenleyerek,

$$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \qquad \textbf{(15.8)}$$

elde edilir. Bu, kararlı durumdaki vizkoz olmayan ve sıkışmayan akışkana uygulanan **Bernoulli Denklemi**dir. Bu denklem genellikle,

Bernoulli denklemi

$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{sabit} \qquad \textbf{(15.9)}$$

şeklinde ifade edilir. Bernoulli denklemi, basınç (P), birim hacim başına kinetik enerji ($\tfrac{1}{2}\rho v^2$) ve birim hacim başına potansiyel enerji ($\rho g y$) nin toplamının akış çizgisi üzerindeki bütün noktalarda aynı değere sahip olduğunu ifade eder.

Akışkan durgun ise $v_1 = v_2 = 0$ olduğundan (15.8) Eşitliği

$$P_1 - P_2 = \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$$

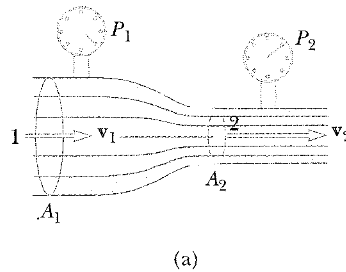
olur. Bu sonuç, (15.4) Eşitliği ile uyuşmaktadır. Aşağıdaki örnekler, Bernoulli denkleminin bazı ilginç uygulamalarını göstermektedir.

ÖRNEK 15.8 Venturi Tüpü

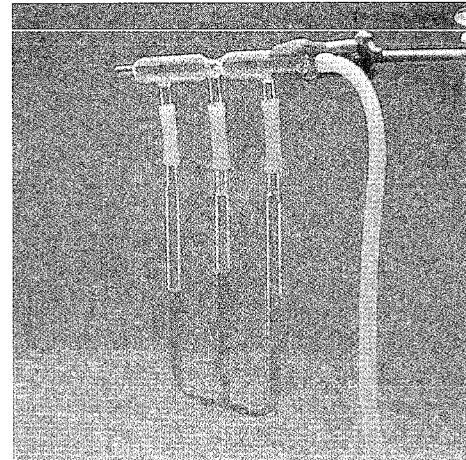
Şekil 15.21 de gösterilen yatay konulmuş tüp, Venturi tüpü adını alır ve bu, sıkıştırılamayan sıvıdaki akış hızlarını ölçmek için kullanılabilir. $P_1 - P_2$ basınç farkı biliniyorsa 2 noktasındaki akış hızını bulalım.

Çözüm Tüp yatay olduğu için $y_1 = y_2$ ve (15.8) Eşitliği 1 ve 2 noktalarına uygulanırsa;

(1) $$P_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$



(a)


(b)

Şekil 15.21 (a) $v_1 < v_2$ olduğundan P_1 basıncı, P_2 basıncından büyüktür. Bu düzenek, akış hızını ölçmek için kullanılabilir. (b) Venturi tüpünün fotoğrafıdır.

olur. Süreklilik denkleminden $A_1v_1 = A_2v_2$ ya da

(2) $$v_1 = \frac{A_2}{A_1}v_2$$

bulunur. Bu ifade önceki (1) Eşitliğinde yerine konursa;

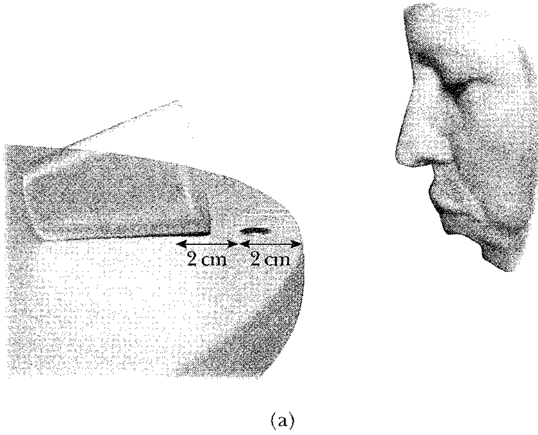
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 v_2^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$v_2 = A_1\sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho(A_1^2 - A_2^2)}}$$

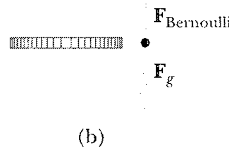
elde edilir. Bu sonucu ve süreklilik denklemini kullanarak v_1 için de bir ifade bulunabilir. $A_2 < A_1$ olduğu için (2) denklemine göre $v_2 > v_1$ olur ve sonuçta (1) denklemiyle beraber $P_1 > P_2$ olduğunu gösterir. Diğer bir ifadeyle, tüpün daraltılmasıyla basınç azalır. Bu sonuç, aşağıdaki duruma oldukça benzerdir. İnsanların birbiriyle sıkıştığı çok kalabalık bir odayı düşünelim. Kapının açılmasıyla insanlar dışarıya çıkmaya başlar, sıkışma (basınç) hareketin en büyük olduğu kapının yakınında en az olur.

ÖRNEK 15.9 Güzel bir Oyun

Masa üstündeki bir parayı masadaki bir bardak içine üflemek mümkündür. Parayı, masanın kenarından 2 cm uzağa yerleştiriniz. Şekil 15.22a'da görüldüğü gibi, bardağın ağzını paraya dönük olacak şekilde 2 cm uzağa koyunuz. Paranın üstüne ve yatay olarak dikkatlice üflerseniz, para yükselip hava akımıyla bardağın içine girebilir.



(a)



(b)

Şekil 15.22

Paranın kütlesi $m = 2{,}24$ g ve yüzey alanı $A = 2{,}50\text{x}10^{-4}$ m^2 dir. Paranın yükselip bardağın içine girmesi için ne kadar hızlı üflenmelidir?

Çözüm Şekil 15.22b, paraya yukarıya doğru etki eden ve hesaplamak istediğimiz kuvveti gösterir. Önce, para ile masa arasında ortaya çıkan ince ve durgun bir hava tabakasına dikkat ediniz. Paraya enine üflediğiniz zaman onun üst kısmına çarpan üflediğiniz hareketli havanın çoğu sapacak, böylece paranın üzerindeki hava alttakinden daha büyük hıza sahip olacaktır. Gerçekten, Bernoulli denklemine göre, paranın üstünden geçen hava, altındakinden daha düşük basınca sahip olur. Paranın küçük olan kalınlığını ihmal edersek, Denklem 5.8 uygulandığında;

$$P_{üst} + \frac{1}{2}\rho v_{üst}^2 = P_{alt} + \frac{1}{2}\rho v_{alt}^2$$

elde edilir. Paranın altındaki hava, yaklaşık durgun olduğu için bu ifadedeki son terimi ihmal edebiliriz ve basınç farkını;$P_{alt} - P_{üst} = \frac{1}{2}\rho v_{üst}^2$ biçiminde yazabiliriz. Bu basınç farkını paranın yüzey alanıyla çarparsak, paraya etki eden yukarıya doğru olan kuvveti elde ederiz. En azından bu kaldırma kuvveti, paranın ağırlığı ile dengelenmelidir, böylece çizelge 15.1'den havanın yoğunluğu kullanılarak üstteki havanın hızı;

$$F_g = mg = (P_{alt} - P_{üst})A = (\tfrac{1}{2}\rho v_{üst}^2)A$$

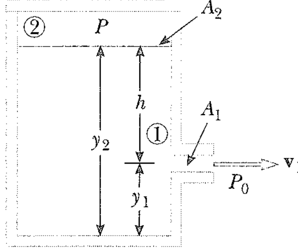
$$v_{üst} = \sqrt{\frac{2mg}{\rho A}} = \sqrt{\frac{2(2{,}24\times 10^{-3}\text{kg})\ (9{,}80\text{m/s}^2)}{(1{,}29\text{kg/m}^3)\ (2{,}50\times 10^{-4}\text{m}^2)}}$$

$$v_{üst} = 11{,}7 \text{ m/s}$$

Kaldırma kuvvetinin paranın ağırlığından büyük olması için havanın hızı bu değerden daha büyük olmalıdır. Bu oyunu birkaç kez deneyiniz ve sonra bütün arkadaşlarınızı etkileyiniz!

ÖRNEK 15.10 Torricelli Yasası

İçindeki sıvının yoğunluğu ρ olan kapalı bir tankın tabanından y_1 yüksekliğinde küçük bir delik vardır (Şek. 15.23). Sıvının üzerindeki havanın basıncı P dir. Delik atmosfere açıktır ve onun çapı tankın çapından çok küçüktür. Sıvının seviyesi delikten h kadar yüksekte olduğu zaman akışkanın hızı ne olur?



Şekil 15.23 P basıncı, P_0 atmosfer basıncından çok büyük olduğu zaman, sıvının kabın yan kenarındaki delikten geçerken hızı yaklaşık olarak $v_1 = \sqrt{2(P-P_0)/\rho}$ ile verilir.



Çözüm Deliğe göre tankın kesitinin çok büyük olduğunu düşünürsek ($A_2 >> A_1$) sıvı, 2 noktasındaki tepede yaklaşık olarak durgun olacaktır. 1 ve 2 noktalarına Bernoulli denlemi ugulandığında ve $P_1 = P_0$ olduğuna dikkat edilerek

$$P_0 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = P + \rho g y_2$$

yazılır. $y_2 - y_1 = h$ alındığında

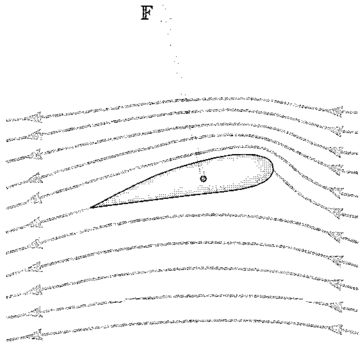
$$v_1 = \sqrt{\frac{2(P-P_0)}{\rho} + 2gh}$$

bulunur. Deliğin kesit alanı A_1 ise deliğin akış oranı $A_1 v_1$ olur. Atmosfer basıncına göre P çok büyük olduğu (ve $2gh$ terimi ihmal edildiği) zaman çıkış hızı yalnız Pnin bir fonksiyonu olur. Sonuçta, tank atmosfere açık olduğunda $P = P_0$ ve $v_1 = \sqrt{2gh}$ elde edilir. Diğer bir ifadeyle, açık tanktan çıkış hızı, h yüksekliğinden serbest düşen bir cismin kazandığı hıza eşit olur. Bu **Torricelli yasası** olarak bilinir.

Seçmeli Kesim

BERNOULLİ DENKLEMİNİN DİĞER UYGULAMALARI

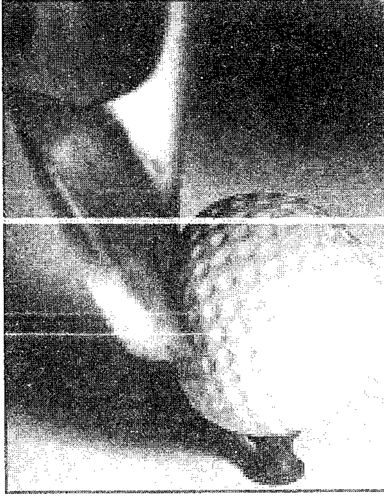
Uçak kanadına etki eden kaldırma kuvveti, kısmen, Bernoulli denklemiyle açıklanabilir. Uçakların kanatlarının tasarımı, kanat üzerindeki hava hızı, kanat altındaki hızdan daha büyük olacak şekilde yapılır. Sonuçta, kanat üstündeki basınç, kanat altındaki basınçtan daha küçük olur ve **kaldırıcı kuvveti** denilen yukarıya doğru net bir kuvvet ortaya çıkar.



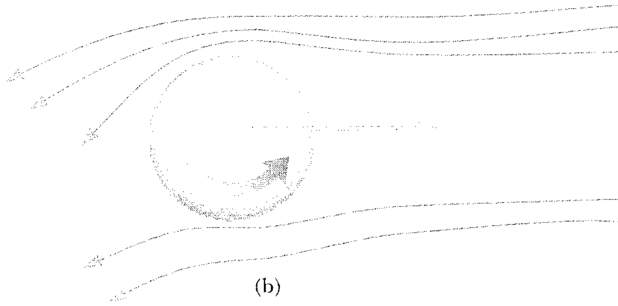
Şekil 15.24 Uçak kanadının yakınında akış çizgilerinin akışı. Yukarıdaki basınç, alttaki basınçtan daha azdır ve dinamik kaldırma kuvveti yukarıya doğrudur.

Kanat üzerindeki kaldırıcı kuvveti etkileyen başka bir etken Şekil 15.24'te görülmektedir. Uçak kanatlarının biçimleri, üst yüzeyinin eğrilik yarıçapı alt yüzeyinden daha küçük olacak şekilde dizayn edilir. Üst yüzeyden geçen hava akımı, alt yüzeyden geçen hava akımından daha eğrilmiş olarak akar. Azalan basıncın yönü eğrilik merkezine doğru olduğundan basınç üst yüzeyde daha azdır. Yaklaşan hava, bu alçak basınç bölgesine doğru ivmelenir; böylece, hava üst yüzeyde daha hızlı olarak geçer. Kanat üzerinde oluşan bu bileşke kuvvete dinamik kaldırma kuvveti adı verilir. Bu kuvvet, uçağın hızı, kanadın alanı, eğriliği, kanadın yatayla yaptığı açı ve eğimi gibi pek çok faktöre bağlıdır. Bu açı artarken, kanadın üzerindeki girdaplı akış, Bernoulli prensibiyle oluşan kaldırma kuvvetini azaltır. Pratikte kanatlar, genellikle yukarıya doğru eğimli olarak yapılır. Bu durumda, kanadın altındaki hava kütlesi, kanadın aşağıya sapmasını önler. Kanadın alt yüzeyine çarpan hava akımı kanatta yukarıya doğru ek bir kuvvetin oluşmasına neden olur (Newton'un üçüncü yasası).

Genellikle, akışkan içinde hareket eden bir cisim bir kaldırma (kaldırıcı) kuvvetinin etkisinde kalır. Bu kuvvet, akışkan cismi geçip giderken doğrultusunu değiştirmesi sonucu ortaya çıkar. Cismin biçimi, akışkanın akışına göre konumu, yaptığı spin hareketi ve cismin yüzeyinin yapısı gibi etkenler kaldırıcı kuvveti etkiler. Örneğin; bir sopa ile vurulan bir golf topu, Şekil 15.25a'da görüldüğü gibi, çok hızlı geriye doğru bir dönme hareketi yapar. Top üzerindeki çukurlu yüzeyler, havanın top yüzeyinin eğriliğini izlemesine yardım eder. Bu olay, hava akımıyla aynı yönde hareket eden top yüzeyinin üst yarı



(a)



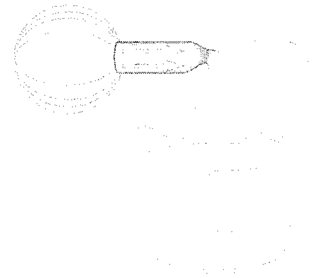
(b)

Şekil 15.25 (a) Bir golf topu, sopa ile vurulduğu zaman dönme (spin) hareketi yapar. *(Harold E. Edgerton/Palm PRess Inc.'ın izniyle).* (b) Spin hareketi yapan top kaldırıcı kuvvetin etkisinde kalır ve spin hareketi yapmayan topa göre daha çok uzağa gider.

Akışkanın doğrultusunu değiştirme etkisini, musluktan çıkan su akımına karşı bir kaşığın arkasını hafifçe tutarak kolayca gösterebilirsiniz. Akıntının kaşığın eğriliğine bizzat dokunduğunu ve onu yan tarafa saptırdığını göreceksiniz. Ayrıca, Newton'un (etki-tepki) üçüncü yasası gereği suyun kaşık üzerindeki etkisini de doğrulayacaksınız

kısmında daha çok görülür. Şekil 15.25b, topun çevresini saran ince hava tabakası ve sonuçta havanın aşağıya doğru sapmasını gösterir. Çünkü top, havayı aşağıya doğru ittiği için hava da topu yukarıya doğru itmelidir. Çukursuz yüzeylerde hava girişi iyi olmaz ve golf topu uzağa gidemez. Aynı nedenle, tüylü bir tenis topu, hızlı havayı yakalar ve dönme hareketine yardım eder ve onun sapmasını sağlar.

Pek çok düzenek, bir akışkanın hızındaki farktan ortaya çıkan basınç yardımıyla çalışmaktadır. Örneğin; Şekil 15.26'da görüldüğü gibi, bir ucu sıvıya daldırılan ve diğer açık ucu üzerinden hava akımı geçirildiğinde, tüpün üst ucundaki hava basıncı azalır. Basınçtaki bu azalma, sıvının hava akımının içine doğru yükselmesine neden olur. Böylece, sıvı ince damlalar halinde dışarıya fışkırır. Boya ve parfüm püskürtücüleri olarak kullanılan ve atomizer adı verilen düzenekleri hatırlarsınız. Aynı prensip, benzin motorlarının karbüratöründe de kullanılır. Bu durumda, karbüratördeki alçak basınç bölgesi, hava filtresi pistonu ile çekilen hava ile oluşturulur. Benzin, buharlaştırılır ve hava ile karıştırılır, sonra sıkıştırmak için motorun silindirine gönderilir.



Şekil 15.26 Şekilde görüldüğü gibi, sıvı içine daldırılan bir tüpün üzerinden hava akımı geçirilmesi, sıvının tüpte yükselmesine neden olacaktır.

Sınama Sorusu 15.10

Kasırga geleceği bildirilen bir binadaki insanlara, zararı en aza indirmek için ekseriya pencerelerini açmaları söylenir. Niçin?

ÖZET

Bir akışkandaki P **basıncı**, herhangi bir yüzeye akışkanın birim alan başına uyguladığı kuvvettir:

$$P \equiv \frac{F}{A} \tag{15.1}$$

SI sisteminde basınç birimi N/m^2 olup buna 1 pascal (Pa) adı verilir.

Bir akışkan içindeki basınç, h yüksekliği ile

$$P = P_0 + \rho g h \tag{15.4}$$

ifadesine göre değişir. Burada, P_0 atmosfer basıncı olup değeri (= $1{,}013 \times 10^5$ N/m^2) dir ve ρ, homojen kabul edilen akışkanın yoğunludur.

Pascal Yasası, kapalı bir akışkana basınç uygulandığında; basıncın, akışkanın her noktasına ve kabın duvarlarına hiç değişmeden iletileceğini ifade eder.

Bir cisim, kısmen ya da tamamıyla akışkana daldırıldığı zaman akışkan, **kaldırma kuvveti** adı verilen yukarıya doğru bir kuvvetle cismi iter. **Archimedes prensibine** göre **kaldırma kuvveti**, cismin yerdeğiştirdiği akışkanın ağırlığına eşittir. Bu ilkeyi; batan, yüzen ve yüzebilen cisimler gibi çok çeşitli durumlara güvenle uygulayabilirsiniz.

Akışkan dinamiğinin çeşitli yönleri, akışkanın vizkoz olmaması, sıkışmaması ve girdapsız kararlı akış halinde olduğu varsayılarak anlaşılabilir.

Bu varsayımları kullanarak; düzensiz boyutlu bir borunun içinden geçen akışkanın iki önemli özelliğe sahip olduğu ortaya çıkar:

1. Boru içindeki akış oranı bir sabittir. Bu söz şu anlama gelir: Herhangi bir noktadaki v hızı ile A kesitinin çarpımı bir sabittir,bu sonuç **süreklilik denklemi** olarak ifade edilir:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \text{sabit} \tag{15.7}$$

   Bu denklem bir akışkanın hızının dar veya daha geniş bir bölgede nasıl bulunacağını gösterir.

2. Birim hacimdeki kinetik enerji, birim hacimdeki potansiyel enerji ve basıncın toplamı, akış çizgileri boyunca bütün noktalarda aynı değere sahiptir. Yani;

$$P + \tfrac{1}{2}\rho v^2 + \rho g y = \text{sabit} \tag{15.9}$$

   dir. Bu, **Bernoulli denklemi** olarak bilinir ve akışkanlar dinamiğinin temelini oluşturur.

SORULAR

1. Aynı ağırlıkta, farklı şekilde ve kesitte olan iki su bardağı aynı düzeyde su ile doldurulmuştur. $P = P_0 + \rho g h$ ifadesine göre, bardakların tabanındaki basınçlar aynıdır. Buna göre, bardaklardan biri diğerinden niçin ağır sanılır?
2. Başınızın üst yüzeyinin alanı 100 cm^2 ise, başınızın üzerindeki havanın ağırlığı ne kadardır?
3. İnce bir boru ile bir sıvıyı içerken, ağzınızdaki hava basıncını azaltırsınız ve atmosfer basıncının sıvıyı hareket ettirmesine izin verirsiniz. Bunun nasıl çalıştığını açıklayınız. Ayda, aynı olayı gerçekleştirebilir misiniz?
4. Helyum gazı ile doldurulan bir balon, yoğunluğu havanın yoğunluğu ile aynı oluncaya kadar yükselir. Bir denizaltı batmaya başlarsa, okyanusun tabanına kadar mı batar? Yoksa yoğunluğu çevresindeki suyun yoğunluğuna eşit olunca duracak mı dır?
5. Bir kova su tartıldığı zaman; bir balık, kovanın taba-

nında durmaktadır. Balık, kovanın içinde yüzmeye başladığı zaman kovanın ağırlığı değişir mi?

6. Bir gemi, göl sularında mı yoksa okyanusta mı daha çok batar? Niçin?

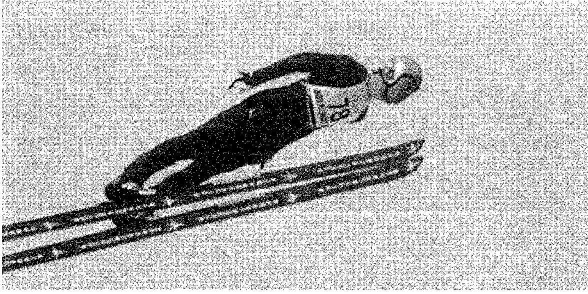
7. Kurşun, demirden daha yoğundur ve her iki metal de sudan daha yoğundur. Kurşun bir cisme etki eden kaldırma kuvveti, aynı hacimdeki demire etki eden kaldırma kuvvetinden büyük, küçük ya da eşit mi olur?

8. Bir şehrin su ihtiyacı, genellikle yüksek bir yere yapılmış depolardan sağlanır. Musluklarınızı açtığınız zaman su, borularla depodan evinize gelir. Niçin, apartmanın ilk katındaki musluktan, üst kattaki musluğa göre su daha hızlı akar?

9. Hafif bir rüzgar estiği zaman duman bacadan daha hızlı yükselir. Bu olayı, Bernouli prensibine göre açıklayınız.

10. Saç kurutma makinesi ile bir ping - pong topunun üst yüzeyine hava üflenirse, top asılı kalabilir. Topun, nasıl dengede kalabileceğini açıklayınız.

11. Kayakçılar havada uçarken (Şekil S15.11), niçin ellerini yan taraflarında tutarak vücutlarını öne doğru eğerler?



Şekil Q15.11 (*Galen Powell/Peter Arnold, Inc.*)

12. Sıvı ile kısmen dolu bir şişenin niçin yüzebildiğini açıklayınız?

13. Bir yüzücüye etki eden kaldırma kuvveti, nefes alırken mi yoksa verirken mi daha büyüktür?

14. Kısmen su ile doldurulmuş bir kabın içerisine ancak yüzebilen boyanmamış bir odun parçası konmuştur. Kap atmosfer basıncından daha büyük basınç uygulanarak kapatılırsa Odun parçası yüzer mi, batar mı yoksa aynı seviyede mi kalır? (*İpucu*: odun parçası gözeneklidir).

15. Düz bir levha, durgun bir sıvıya daldırılır. Levhanın hangi durumu için düz yüzeyindeki basınç homojen olacaktır?

16. Atmosfer basıncı 10^5 N/m^2 ve bir kişinin göğüsünün alanı 0,13 m^2 olduğundan, kişinin göğsü üzerine etki eden atmosfer kuvveti yaklaşık 13000 N olur. Bu çok büyük kuvvetin etkisi ile vücudumuz niçin çökmez?

17. Rasgele şekle sahip kayanın yoğunluğunu nasıl belirlersiniz?

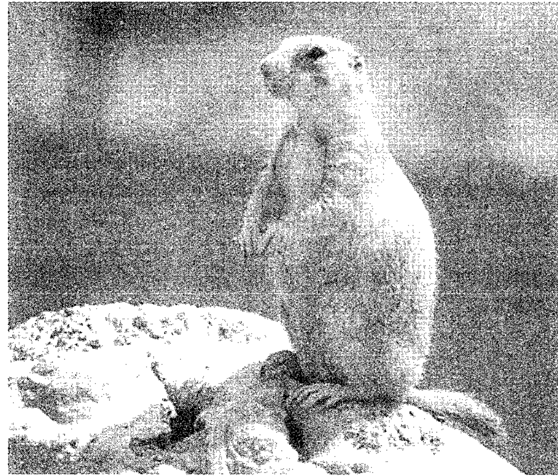
18. Uçak pilotları niçin rüzgarda kalkışı tercih eder?

19. Serbest düşen bir asansör içinde bir topu bırakırsanız, top yere düşmeden önünüzde sabit kalır. Çünkü top, siz ve asansör aynı *g* yerçekimi ivmesi ile karşılaşır. Helyumla doldurulan bir balon ile bu deneyi tekrar ederseniz ne olur? (Bunun hileli olduğuna dikkat edin).

20. Harekete başlayacak iki özdeş gemi düşününüz. Birisi köpüklü malzeme ile yüklü, diğeri boştur. Hangi gemi suya daha fazla batacaktır?

21. Küçük bir çelik parçası, bir odun parçasına bağlıdır. Odun blok, çelik parçasının üst yüzeyine konularak bir su fıçısına daldırıldığında yarısına kadar battığı gözlenmiştir. Çelik parçası su altında kalacak şekilde blok ters çevrilirse bloğun batan kısmı artar mı, azalır mı yoksa aynı mı kalır? Blok ters çevrildiğinde fıçıdaki su seviyesi ne olur?

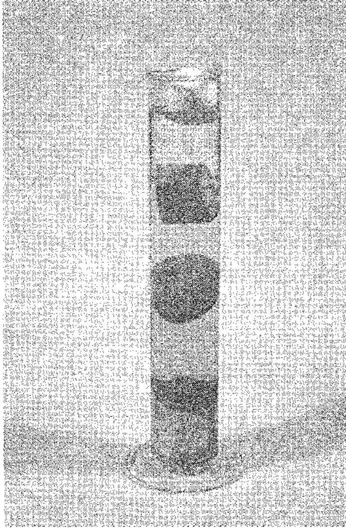
22. Prairie köpekleri (Şekil S15.22), hava akımına açık olan girişlerden biri üzerine bir tepecik oluşturarak inlerini havalandırırlar. Yer seviyesindeki ikinci girişi durgun havaya açıktır. Bu yapı, inlerde hava akımını nasıl sağlar?



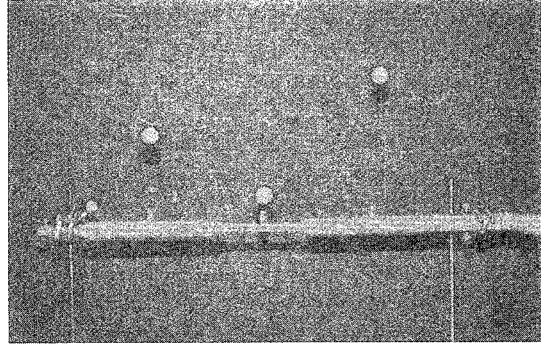
Şekil Q15.22 (*Pamela Zilly/ The Image Bank*)

23. Ağzı kapalı bir diyet kola tenekesi, bir su tankına konulduğunda yüzmektedir. Halbuki, aynı markalı normal kola kutusu aynı tank içinde batar. Bunu nasıl açıklarsınız?

24. Şekil S15.24'deki fotoğraf, farklı yoğunlukta dört sıvı ile dolu olan cam bir silindiri göstermektedir. Yukarıdan aşağıya doğru sıvılar; yağ (portakal rengi), su (sarı) tuzlu su (yeşil) ve cıva (gümüş renkli) dır. Ayrıca, silindir yukarıdan aşağıya doğru ping – pong topu, odun parçası, yumurta ve çelik bilye içermektedir. (a) Bu sıvılardan hangisi en az yoğunluğa, hangisi en fazla yoğunluğa sahiptir? (b) Silindirdeki cisimlerin yoğunluğu hakkında ne söylenebilir?



Şekil Q15.24 (*Henry Leap and Jim Lehman*)



Şekil Q15.25 (*Henry Leap and Jim Lehman*)

25. Şekil S15.25'teki fotoğrafta hava akımı, ortasından daraltılmış bir tüp içinde sağdan sola doğru geçmektedir. Üç ping – pong topu, hava akımının kaçtığı düşey sütun üzerinde dengede havada durmaktadır. (a) Niçin sağdaki top, ortadaki topa göre en yüksekte durmaktadır? (b) Niçin soldaki top, sağdaki topa göre bu noktalardaki yatay borunun kalınlığının aynı olmasına dağmen daha aşağıdadır?

26. Bir uzay gemisinde yolculuk yapıyorsunuz. Rahatlık için, gemi içindeki hava yeryüzündeki havanın aynıdır. Gemi uzayda hava boşluğu olan bir bölgeden geçiyor. Dışarıda iyi bir hava boşluğu vardır. Ansızın bir göktaşı, oturduğunuz yerin tam arkasında avuç içinden küçük bir delik açmaktadır? Ne olacaktır? Yapacağınız bir şey var mı? Ya da ne yapabilirsiniz?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 15.1 Basınç

1. Çapı 3 cm olan katı demir bir kürenin kütlesini hesaplayınız.

2. Bir atomun *çekirdeğinin* yoğunluğunun büyüklük merteberini tahmin edin. Bu sonuç maddenin yapısı hakkında ne fikir verir? (Protonun kütlesini 1,67 × 10^{-27} kg ve yarıçapını 10^{-15} m alınız).

3. 50 kg lık bir bayan, yüksek ökçeli ayakkabısının bir ökçesi üzerinde dengede durmaktadır. Topuk 0,5 cm yarıçaplı daire olduğuna göre, bayan, tabana ne kadarlık bir basınç uygular?

4. Bir otomobilin dört lastiği 200 kPa'lık ayarlı basınçta şişirilmektedir. Her lastiğin yere dokunan 0,0240 m^2'lik alanı vardır. Otomobilin ağırlığını bulunuz.

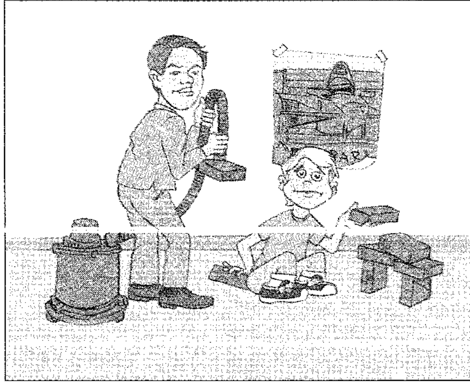
5. Dünya atmosferinin toplam kütlesi nedir? (Dünyanın yarıçapını 6,37 × 10^6 m, yüzeydeki atmosfer basıncını 1,013 × 10^5 N/m^2 alınız).

Kesim 15.2 Derinlikle Basıncın Değişimi

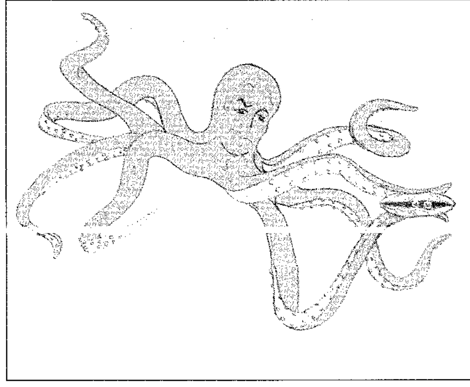
6. (a) Bir okyanusun 1000 m derinliğindeki mutlak basıncını hesaplayınız. Deniz suyunun yoğunluğunu 1024 kg/m^3 ve atmosfer basıncını 101,3 kPa olarak varsayınız. (b) Bu derinlikte, bir deniz altının 30 cm çaplı dairesel kamara penceresinin çerçevesine, suyun oluşturduğu kuvveti dengelemek için ne kadar kuvvet uygulanmalıdır?

7. Şekil 15.2'de görülen basınç ölçme aletinin yay sabiti 1000 N/m ve pistonun çapı 2 cm'dir. Aynı yayın suda 0,5 cm sıkıştığı gözlendiğine göre suyun derinliği nedir?

8. Su cenderesinin küçük pistonunun kesit alanı 3 cm^2 ve büyük pistonunun ise 200 cm^2 dir (Şek. 15.5a). 15 000 N luk bir yükü kaldırmak için küçük pistona ne kadar bir kuvvet uygulanmalıdır? (Servis istasyonunda bu, genellikle sıkıştırılmış hava ile yapılmaktadır.)



(a)



(b)

Şekil P15.10

WEB **9.** 80 kg lık bir öğrenci, havası tamamen boşaltılabilir bir vakum kupasıyla kaldırılmak isteniyor. Kupa ile tavan arasındaki temas alanı ne olmalıdır?

10. (a) Güçlü bir elektrik süpürgesinin hortumu 2,86 cm çapındadır. Hortumun ağızlığı yoktur. Elektrik süpürgesinin kaldırabileceği en ağır tuğlanın ağırlığı nedir (Şekil P15.10)? (b) Çok güçlü bir ahtapot, iki kabuğu ayırmak için uğraşırken kabuklardan biri üzerine 2,86 cm çaplı bir emici kullanır. Ahtapot'un 32,3 m derinlikteki tuzlu suda uygulayabileceği en büyük kuvveti bulunuz. (*Dikkat:* Deneysel doğrulama ilginç olabilir, yalnız tuğlayı ayağınızın üzerine düşürmeyiniz. Elektrik süpürgesinin motorunu aşırı ısıtmayınız. Ahtapotu öfkelendirmeyiniz.)

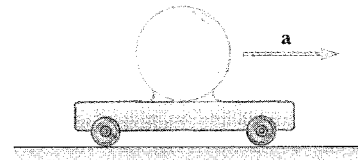
11. Yeni bir evin kileri için yere, düşey yan yüzeyleri 2,40 m olan bir çukur kazılır. Temel beton duvar, 9,60 m genişliğinde kazılmıştır. Bu temel duvar, kiler çukuru önünden 0,183 m uzaktadır. Yağmur fırtınası esnasında, cad-deye açılan drenaj beton duvarın önündeki boşluğa kadar dolar, fakat duvarın arkasındaki kiler dolmaz. Su killi toprağı ıslatmaz. Temel duvar üzerine etki eden su kuvvetini bulunuz. Karşılaştırmak için suyun ağırlığı;

$$2{,}40 \text{ m} \times 9{,}60 \text{ m} \times 0{,}183 \text{ m} \times 1000 \text{ kg/m}^3$$
$$\times\, 9{,}80 \text{ m/s}^2 = 41{,}3 \text{ kN}$$

olarak veriliyor.

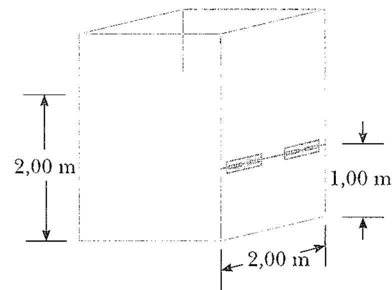
12. Düz tabanlı bir yüzme havuzunun boyutları 30 m × 10 m dir. Havuz, 2 m derinliğinde tatlı su ile doldurulduğu zaman tabana, her uca ve her yana suyun uyguladığı kuvvet nedir?

13. Şekil P15.13'te görüldüğü gibi, çapı d olan kapalı küresel bir kabuk, yatay olarak a ivmesiyle hareket eden bir el arabasına oturtulmuştur. Küre, yoğunluğu ρ olan bir sıvıyla doludur ve atmosfer basıncında bir hava kabarcığı içermektedir. Kürenin merkezindeki P basıncı için bir ifade bulunuz.



Şekil P15.13

14. Şekil P15.14'te görülen tank, derinliği 2 m olan su ile doludur. Yan duvarlarının birinin dibinde, yüksekliği 1 m, genişliği 2 m olan diktörtgen biçiminde bir kapısı vardır. (a) Kapıya etki eden suyun oluşturduğu kuvveti bulunuz. (b) Menteşelere etkiyen dönme momentini (torku) bulunuz.



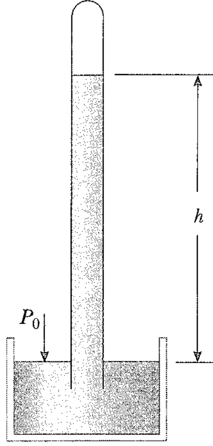
Şekil P15.14

15. **Tarama problemi.** Deniz seviyesinde çapı 3 m olan katı bakır bir top, 10 km derinliğindeki denizin dibine yerleştiriliyor. Deniz suyunun yoğunluğu 1030 kg/m^3 ise top denizin dibinde iken çapı yaklaşık ne kadar azalır? Bakırın hacim modülünü 14×10^{10} N/m^2 alınız.

Kesim 15.3 Basınç ölçümleri

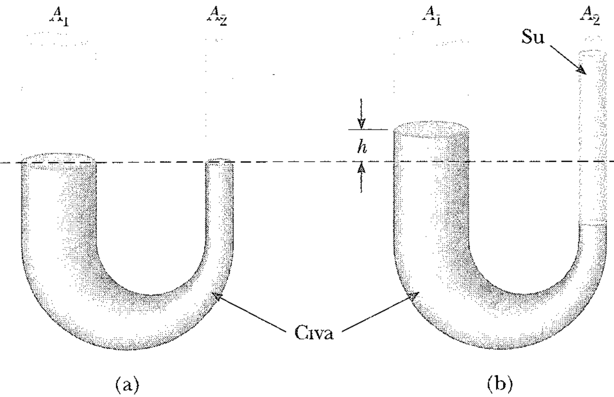
16. Normal atmorfer basıncı $1{,}013 \times 10^5$ Pa dır. Bir fırtına gelmesiyle barometredeki cıva yüksekliği 20 mm düşmüştür. Atmosfer basıncı nedir? (Cıvanın yoğunluğu 13,59 g/cm^3 tür.)

WEB **17.** Blaise Pascal (Fransız), kırmızı şarap kullanarak Torricelli barometresini tekrar yaptı. Kullandığı şarabın yoğunluğu 984 kg/m^3 idi. Normal atmosfer basıncı için şarabın h yüksekliği ne olmuştur? (Bkz Şek. 15.29 ve g = 9,80 m/s^2 alınız.) Cıvada olduğu gibi, borunun kapalı olan üst ucunda boşluk meydana gelecek mi?



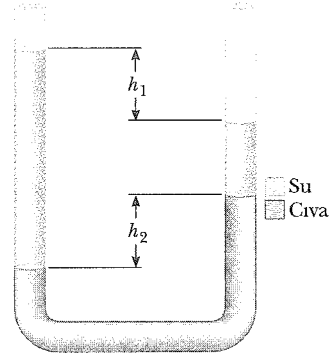
Şekil P15.17

18. Şekil P15.18a'da görüldüğü gibi, bir U-borusu içine cıva dökülüyor. Tüpün sol kolunun A_1 kesit alanı 10 cm^2 ve sağ kolunun A_2 kesit alanı 5 cm^2 dir. Şekil P15.18b'deki gibi, sağ kolu içine 100 gram su dökülüyor. (a) U tüpünün sağ kolundaki su sütununun uzunluğunu bulunuz. (b) Cıvanın yoğunluğu 13,6 g/cm^3 olduğuna göre, sol kolda yükselen cıvanın h yüksekliği nedir?



Şekil P15.18

19. Kesit alanı aynı ve atmosfer basıncına açık olan bir U-tüpü kısmen cıva ile doludur. Her iki koluna biraz su dökülüyor. Tüpün denge durumu Şekil P15.19'daki gibi olduğuna ve h_2 = 1 cm olarak ölçüldüğüne göre h_1'in değerini bulunuz.



Şekil P15.19

Kesim 15.4 Kaldırma Kuvvetleri ve Archimedes İlkesi

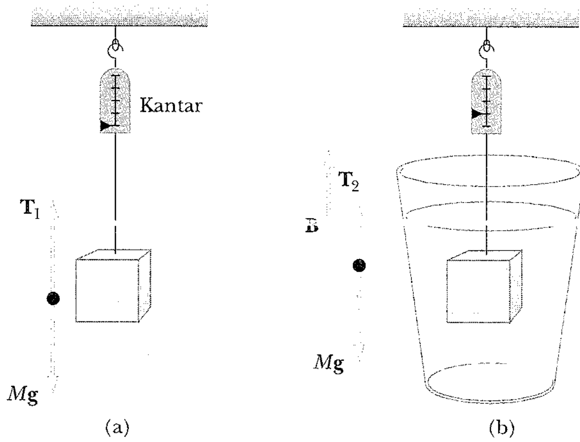
20. (a) Hafif bir balon 400 m^3 helyum ile doldurulur. 0°C'da, balonun kaldırabileceği yükün kütlesi nedir? (b) Çizelge 15.1'e göre, hidrojenin yoğunluğu, helyumun yoğunluğunun yaklaşık yarısı olduğuna dikkat ediniz. Eğer balon hidrojen ile doldurulursa ne kadar yük kaldırabilir?

21. Katı köpükten bir tabakanın kalınlığı 10 cm ve yoğunluğu 300 kg/m^3 tür. Üzerine, 75 kg'lık yüzücü bindiği zaman tam su seviyesinde yüzdüğüne göre tabakanın alanı nedir?

22. Katı köpükten bir tabakanın kalınlığı h ve yoğunluğu ρ_s dir. Kütlesi m olan bir yüzücü köpüğün üzerine oturduğu zaman, köpük tatlı su seviyesinde yüzdüğüne göre, köpük tabakasının alanı nedir?

23. Yoğunluğu 2700 kg/m^3 ve kütlesi 1 kg olan alüminyum parçası, bir ipe asılıyor ve sonra bir kap içindeki suya tamamiyle daldırılıyor (Şekil P15.23). İpteki gerilme kuvvetini, (a) metal batmadan önce, (b) battıktan sonra hesaplayınız.

24. Hacmi 12 cm × 10 cm × 10 cm olarak ölçülen 10 kg'lık metal bir blok, bir kantara asılarak Şekil P15.23b'deki gibi su içine daldırılmıştır. Bloğun 12 cm'lik kenarı düşey konumda olup üst yüzeyi su seviyesinden 5 cm aşağıdadır. (a) Bloğun üst ve alt yüzeylerine etki eden kuvvet nedir? (b) Kantarda okunan ağırlık nedir? (c) Bloğun üst ve alt yüzeylerine etki eden kuvvetlerin bileşkesinin kaldırma kuvvetine eşit olduğunu gösteriniz.



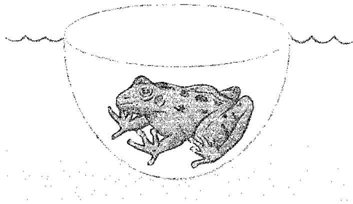
Şekil P15.23 Problem 23 ve 24

WEB **25.** Bir kenarı 20 cm olan küp şeklindeki bir odun suda yüzmektedir. Odunun yoğunluğu 650 kg/m^3 tür. (a) Küpün üst yüzeyinden su seviyesine olan uzaklığı ne olur? (b) Küpün su seviyesine kadar batması için üzerine ne kadar kurşun konulmalıdır?

26. Büyüklük mertebesine bağlı olmakla beraber, sizi kaldırmak için helyumla dolu kaç tane oyuncak balon gerekli olacaktır? Helyum çok kıymetli bir madde olduğu için cevabınızı deneysel değil de teorik olarak veriniz. Çözümünüzde hangi fiziksel nicelikleri veri olarak aldığınızı, ölçtüğünüz ya da belirlediğiniz değerleri ifade ediniz.

27. Plastik bir küre, hacminin yarısı suya batacak şekilde yüzmektedir. Aynı küre, gliserin içinde hacminin 0,40'ı batacak şekilde yüzmektedir. Gliserin ve kürenin yoğunluklarını bulunuz.

28. Yarım–küre kabuğu içindeki bir kurbağa, mavi– yeşil bir göle (yoğunluğu 1,35 g/cm^3) batmayacak şekilde yüzmektedir. Küre kabuğunun yarıçapı 6 cm ve ağırlığı önemsiz ise kurbağanın kütlesi nedir? (Bkz. Şek. P15.28).



Şekil P15.28

29. Yükü ile 400 kg olan bir balonu 800 m yüksekliğe çıkarmak için kaç m^3 helyuma ihtiyaç vardır? (ρ_{He} = 0,18 kg/m^3 alınız). Balonun sabit hacimde kaldığını ve havanın yoğunluğunun yükseklikle $\rho_h = \rho_o e^{-z/8000}$ (z = metre olarak yükseklik ve ρ_o = 1,25 kg/m^3 deniz seviyesinde suyun yoğunluğudur) ifadesine göre azaldığını kabul ediniz.

30. **Tarama Problemi.** r yarıçaplı uzun bir silindirik tüp, bir ucu üzerinde duracak şekide yoğunluğu ρ olan bir akışkan içinde yüzüyor. Tüp, denge konumuna x uzaklığından aşağı doğru itilip ve sonra serbest bırakılıyor. Suyun direnç kuvveti ihmal edilirse, tüpün basit harmonik hareket yaptığını gösteriniz ve salınımın periyodunu bulunuz.

31. Derin-deniz araştırmaları için kullanılan küresel dalgıç aletinin yarıçapı 1,5 m ve kütlesi 1,2 × 10^4 kg'dır. Dalmak için denizaltı gemileri, bu aletlerin deniz suyu ile doldururlar. Gemiye etki eden yukarıya doğru direnç kuvveti 1100 N ve gemi 1,2 m/s 'lik sabit hızla alçalırken alabileceği kütle miktarını bulunuz. Deniz suyunun yoğunluğunu 1,03 × 10^3 kg/m^3 alınız.

32. Amerika, uçak taşıyan *Nimitz* sınıfı gibi, dünyadaki en büyük sekiz savaş gemisine sahiptir ve bir tane daha yapmaktadır. Gemilerden birinin, g = 9,78 m/s^2 olan bir yerde 50 uçak kalktığı zaman, sudan 11 cm yüksekte aşağı-yukarı yüzdüğünü varsayın. Uçaklar ortalama 29 000 kg'dır. Geminin su seviyesinden itibaren kapladığı yatay alanı bulunuz. (Karşılaştırmak için uçuş güvertesinin alanını 18 000 m^2 alınız.)

Kesim 15.5 Akışkan Dinamiği
Kesim 15.6 Akış çizgileri ve süreklilik Denklemi
Kesim 15.7 Bernoulli Denklemi

33. (a) Çapı 2 cm olan bir su hortumu, 20 litrelik (L) bir kovayı doldurmak için kullanılmaktadır. 1 dakikada kova doluyorsa hortumdan geçen suyun v hızı nedir? (*Not:* 1 L = 1000 cm^3) (b) Hortumun 1 cm çapında bir ağızlığı varsa, ağızlıktan geçen suyun hızını bulunuz.

34. Çapı 10 cm olan yatay bir boru, düzgün olarak çapı 5 cm'ye düşmektedir. Büyük borudaki su basıncı 8 × 10^4 Pa ve küçük borudaki basınç ise 6 × 10^4 Pa ise borulardaki suyun akış hızı nedir?

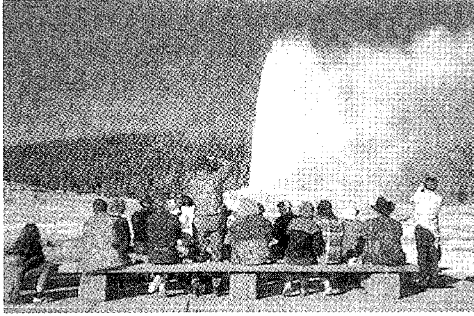
35. Su ile dolu bir büyük tankın yan tarafına su seviyesinden 16 m aşağıya küçük bir delik açılmıştır. Delikten suyun akış hızı 2,5 × 10^{-3} m^3/dk ise; (a) deliği terkeden suyun hızını (b) deliğin çapını bulunuz.

36. 15 cm çaplı bir boru ile Colorado'daki nehirden bir vadi kenarına kurulan Büyük Vadi Köyüne su pompalanmaktadır. Nehrin yüksekliği 564 m ve köyün rakımı 2096 m. dir. (a) Suyu köye taşımak için su hangi minimum basınçta pompalanmalıdır? (b) Günde 4500 m^3 su pompalanırsa, borudaki suyun hızı nedir? (c) bu akışı devam ettirmek için gerekli

ek basınç nedir? (*Note:* Yer çekimi ivmesinin ve hava yoğunluğunun bu yükseklikte sabit olduğunu varsayabilirsiniz.

37. Su, çapı 6,35 cm ve akış oranı 0,012 m^3/s olan bir yangın hortumundan akmaktadır. Yangın hortumu, iç çapı 2,2 cm olan hortum başında son bulmaktadır. Suyun çıkış hızı nedir?

38. Yellowstone Parktaki eski bir sıcak su kaynağı yaklaşık olarak bir saat aralıklarla fışkırmakta ve su, kaynaktan 40 m yükseğe çıkmaktadır (Şekil P15.38). (a) Yükselen akıntının bir seri damlalardan oluştuğunu düşününüz. Suyun zemini terkettiği andaki hızı belirlemek için bu damlaların birinin serbest düşme hareketini analiz ediniz. (b) Zemini terkeden suyun hızını belirlemek için Bernoulli denklemini kullanınız ve yükselen akıntıyı akış çizgilerindeki bir sıvı olarak alınız. (c) Yer altında 175 m. derinliğindeki ısıtılan odanın basıncı (atmosfer basıncı üzerinde) nedir? Bu adanın sıcak su kaynağının çıkışından daha geniş olduğunu varsayınız.



Şekil P15.38 (*Stan Osolinski/Dembinsky Photo Associates*)

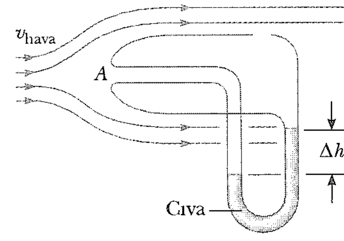
(*Seçmeli*)

Kesim 15.8 Bernoulli Denkleminin Uygulamaları

39. Bir uçağın kütlesi 16 000 kg ve kanadı 40 m^2 dir. Ufkî uçuş esnasında, kanadın alt yüzeyindeki basınç 7×10^4 Pa dır. Kanadın üst yüzeyindeki basıncı hesaplayınız.

40. Bir Venturi tüpü, sıvı akış ölçeri olarak kullanılabilir (Şekil 15.21). Basınç farkı $P_1 - P_2 = 21000$ Pa ise m^3/s olarak sıvı **akış oranını** bulunuz. Çıkış borusunun yarıçapını 1 cm, giriş borusunun yarı çapını 2 cm alınız ve sıvıyı benzin ($\rho = 700$ kg/m^3) kabul ediniz.

41. Bir pitot tüpü, toplam basınçla statik basınç arasındaki farkı ölçerek hava akımının hızını bulmak için kullanılabilir (Şek. P15.41). Tüp içindeki sıvının yoğunluğu $\rho_{cıva} = 13600$ kg/m^3 olan cıva ve $\Delta h = 5$ cm ise hava akışının hızını bulunuz. (Havanın A

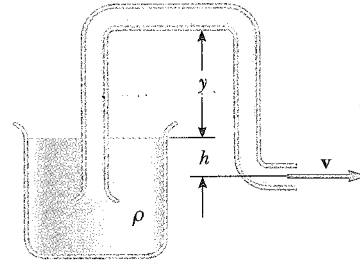


Şekil P15.41

noktasında durgun ve yoğunluğunun $\rho_{hava} = 1,25$ kg/m^3 olduğunu varsayınız).

42. Bir uçak 10 km yükseklikte uçmaktadır. Uçağın dışındaki basınç 0,287 atmosfer ve yolcuların bulunduğu kısımda ise basınç 1 atmosfer ve sıcaklık 20°C'tır. Yolcuların bulunduğu bölümdeki pencerelerden birinde küçük-bir sızıntı vardır. Havayı, ideal bir akışkan kabul ederek, hava kaçağı deliğinden çıkan hava akımının hızını bulunuz.

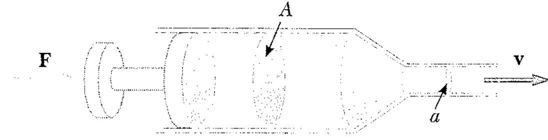
43. Şekil P15.43'te gösterildiği gibi, bir tanktan su çekmek için bir sifon kullanılır. Sifon sabit çapa sahiptir. Sürtünmesiz ve sürekli bir akış olduğunu varsayınız. (a) $h = 1$ m ise sifonun ucundaki çıkış hızını bulunuz. (b) Su yüzeyinin üst tarafındaki sifonon yüksekliğini ne sınırlar? (Sıvının sürekli akışa sahip olması için basınç, sıvının buhar basıncının altına düşmemelidir.)



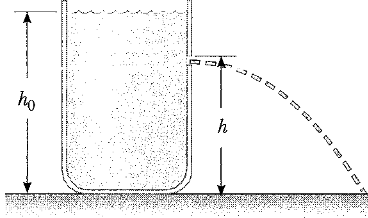
Şekil P15.43

44. Bir deri altı şırıngası, su yoğunluğunda ilaç içermektedir, (Şekil P15.44). Şırınganın gövdesinin kesit alanı $A = 2,5 \times 10^{-5}$ m^2 ve iğnesinin kesit alanı $a = 1 \times 10^{-8}$ m^2 dir. Pistona uygulanan bir kuvvet yokken, her taraftaki basınç 1 atmosferdir. Yatay olarak iğneden ilaç fışkırtmak için piston üzerine 2 N büyüklüğünde bir kuvvet uygulanmaktadır. İlaç, iğnenin ucunu terkettiği anda hızı ne olur?

WEB 45. Depo olarak kullanılan bir tank h_0 yüksekliğine kadar doludur. Tank taban yüzeyinden h yüksekliğinde delinirse (Şek. P15.45) çıkan su tankın taban yüzeyinden ne kadar uzağa düşer?



Şekil P15.44



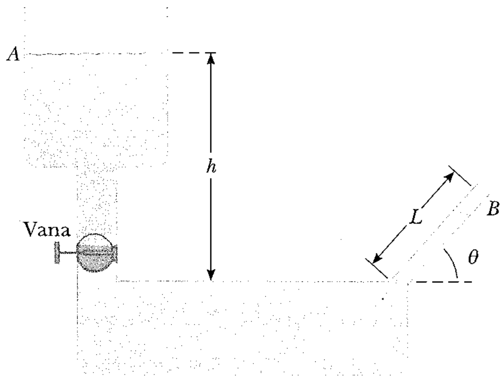
Şekil P15.45 Problem 45 ve 46

h_0 yüksekliğindeki bir kabın yan tarafına h yüksekliğinde bir delik açılmıştır. Şekil P15.45'te görüldğü gibi, kap sulu ile doludur. Suyun yatay olarak en uzağa fırlatılması istenirse, (a) delik kabın ne kadar yükseğine açılmalıdır? (b) Sürtünme kayıpları ihmal edilirse su (ilk olarak), kabın kenarından ne kadar uzağa düşecektir?

EK PROBLEMLER

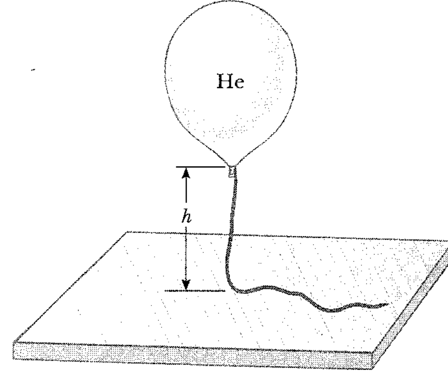
47. Bir Ping-Pong topunun çapı 3,80 cm ve ortalama yoğunluğu 0,084 g/cm^3 tür. Topu tamamiyle su altında tutmak için gerekli kuvveti hesaplayınız.

Şekil P15.48, dibinde bir vana bulunan bir su tankını göstermektedir. Vana açık iken, su akıntısıyla tankın sağ tarafında ortaya çıkan suyun maksimum yüksekliği nedir? h = 10 m, L = 2 m ve θ = 30° alınız ve A noktasındaki kesit alanının, B'dekinden çok büyük olduğunu varsayınız.



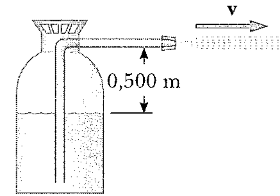
Şekil P15.48

Helyum dolu bir balon, 2 m uzunluğunda ve 0,050 kg kütleli düzgün bir iple bağlıdır. Balon, küresel olup yarıçapı 0,40 m'dir. Serbest bırakıldığı zaman balon, Şekil P15.49'da görüldüğü gibi ipi h yüksekliğine kaldırmakta ve denge durumunu almaktadır. h değerini hesaplayınız. Boş balonun kütlesini, 0,250 kg olarak alınız.



Şekil P15.49

Şekil P15.50 de görüldüğü gibi, su, bir yangın söndürücüden dışarıya hava basıncıyla atılır. Su seviyesi çıkış ucundan 0,5 m aşağıda olduğu zaman, suyun çıkış hızı 30 m/s ise, ölçülen hava basıncı (atmosfer basıncı üzerinde) ne kadardır?



Şekil P15.50

Bir cismin gerçek ağırlığı, kaldırma kuvvetinin olmadığı boşlukta ölçüldüğü zaman elde edilir. V hacimli bir cisim, ρ yoğunluklu ağırlıklar kullanılarak terazi ile havada tartılıyor. Havanın yoğunluğu ρ_h ve terazinin okuduğu değer F'_g ise cismin gerçek ağırlığı F_g nin;

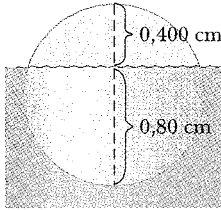
$$F_g = F'_g + \left(V - \frac{F'_g}{\rho g}\right)\rho_h g$$

şeklinde verildiğini gösteriniz.

Torricelli ilk kez, bir hava denizinin dibinde yaşadığımızın farkına vardı. O, atmosfer basıncının, havanın ağırlığı nedeni ile ortaya çıktığını doğru olarak tahmin etti. Yer yüzünde 0°C'ta havanın yoğunluğu 1,29 kg/m^3'tür. Yoğunluk, havanın kalınlığı azalır-

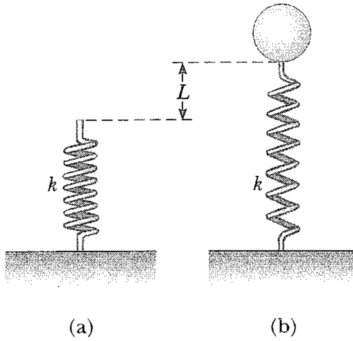
ken yani yükseklik artarken azalmaktadır. Yoğunluğun h yüksekliğine kadar sabit (1,29 kg/m^3) kaldığını ve bunun üzerinde sıfır olduğunu kabul ediniz. Bu h yüksekliği, hava denizinin derinliğini ya da atmosferimizin kalınlığını gösterecektir. Yer yüzeyinde 1 atmosferlik basınç veren h yüksekliğinin değerini bulunuz. Everest tepesi, böyle bir atmosfer ortamının üzerine çıkacak mıdır?

53. Ağaçtan yapılmış bir takozun çapı 1,2 cm dir. Su üzerinde çapının 0,4 cm'si kalacak şekilde suda yüzüyor (Şek. P15.53). Takozun yoğunluğunu bulunuz.



Şekil P15.53

54. Yay sabiti k = 90 N/m olan hafif bir yay, düşey olarak bir masa üzerinde durmaktadır. (Şek.P15.54a). 2 g kütleli bir balon, helyum ile (yoğunluğu = 0,180 kg/m^3) hacmi 5 m^3'e kadar doldurulmuş ve şekil P15.54b'de görüldüğü gibi, yayı gerecek şekilde yaya bağlanmıştır. Balon denge durumunda iken, yayın L gerilme miktarını bulunuz.

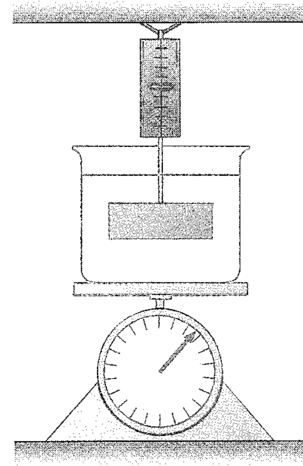


Şekil P15.54

55. 2 kg yağ (yoğunluğu = 916 kg/m^3) içeren 1 kg'lık bir beher, bir terazi üzerinde durmaktadır. Şekil P15.55'te görüldüğü gibi 2 kg'lık demir blok, bir yaylı kantara asılıyor ve tamamıyla yağın içine daldırılıyor. Denge durumunda iken her iki terazinin gösterdiği değerleri bulunuz.

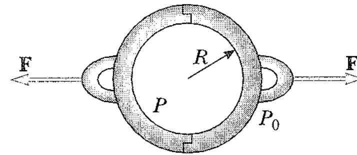
56. m_0 kütleli yağ (yoğunluğu = ρ_0) içeren m_b kütleli bir beher, bir terazi üzerinde durmaktadır. Şekil P15.55'te görüldüğü gibi, kütlesi m_{Fe} olan demir bir blok, bir yaylı kantara asılıyor ve tamamen yağın içine daldırılıyor. Denge durumunda iken her iki terazinin gösterdiği değerleri bulunuz.

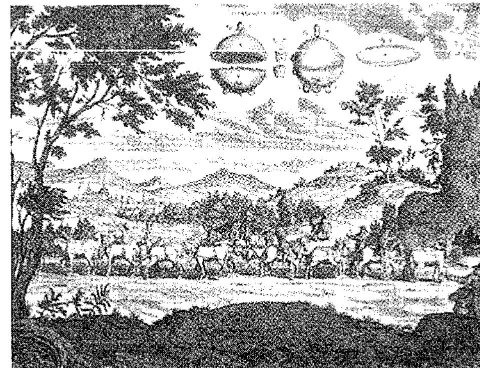
WEB 57. **Tarama Problemi.** Şekil 15.7'i göz önüne alarak barajın arkasındaki suyun oluşturduğu dönme momentinin (torkun) O dan geçen bir eksene göre $\frac{1}{6}$ $\rho g w H^3$ olduğunu gösteriniz. Suyun ortaya çıkardığı toplam kuvvetin etki çizgisinin O ekseni üzerinde $\frac{1}{3}$ H yüksekliğinde olduğunu gösteriniz.



Şekil P15.55 Problem 55 ve 56

58. Hava pompasını keşfeden Otto von Guericke, 1657 de alaşımdan yapılmış iki yarımkürenin havasını boşalttı. Her biri sekiz attan oluşan iki takım at, bu yarım küreleri güçlükle birbirinden ayırabildi (Şek. P15.58). (a) Havası boşaltılan yarı-küreleri birbirin-





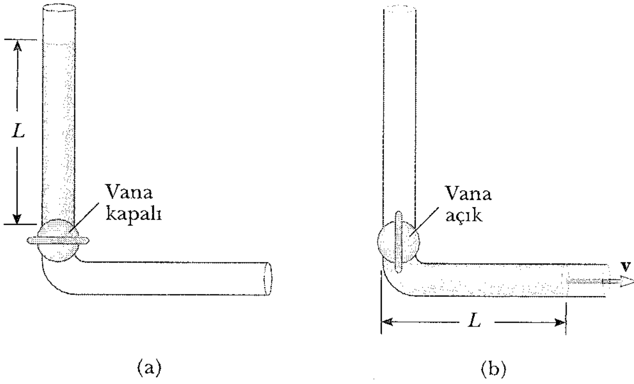
Şekil P15.58 1972 tarihli renkli oyma resim, Otto von Guerick'ün 1657'de imparator Ferdinand III'ten önce yaptığı hava basıncı nedeniyle ortaya çıkan kuvvet gösterisini açıklamaktadır. *(The Granger Kolleksiyonundan)*

den ayırmak için gerekli F kuvvetinin $\pi R^2 (P_0 - P)$ olduğunu gösteriniz. Burada, R yarımkürelerin yarıçapı, P de yarımküre içindeki basınçtır. P, P_0 dan çok küçüktür. (b) $P = 0,1\ P_0$ ve $R = 0,3$ m ise kuvveti bulunuz.

59. 1983'te, Amerika madeni paralarını bakır yerine, bakır kaplanmış çinkodan yapmaya başladı. Eski bakır paranın kütlesi 3,083 g, yeni paranın kütlesi 2,517 g ise yeni paradaki çinkonun yüzdesini (hacim olarak) hesaplayınız. Bakırın yoğunluğu 8,960 g/cm^3 ve çinkonun yoğunluğu 7,133 g/cm^3 tür. Yeni ve eski paralar aynı hacime sahiptir.

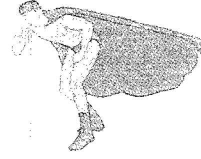
60. Kütlesi 4 kg ve çapı 0,2 m olan ince küresel bir kabuk, helyum ile (yoğunluğu = 0,180 kg/m^3) doludur. Balon, 4 m derinliğindeki bir su havuzunun dibinden serbest bırakılıyor. (a) Sürtünme etkileri ihmal edildiğinde, kabuğun sabit bir ivme ile yükseldiğini gösteriniz ve ivmenin değerini bulunuz. (b) Küre kabuğu suyun üst yüzeyine ne kadar sürede çıkar?

61. Şekil P15.61a'da gösterilen tüpün düşey kısmında, sıkışamayan ve viskoz olmayan sıvı durgun haldedir. Burada $L = 2$ m'dir. Vana açıldığı zaman, sıvı tüpün yatay kısmına akmaktadır. Şekil P15.61b'deki gibi, sıvının hepsi yatay kısımda olduğu zaman sıvının hızı nedir? Bütün tüpün kesit alanının aynı olduğunu varsayınız.



Şekil P15.61

62. **Tarama Problemi.** Kütlesi 10 kg ve yarıçapı 0,250 m olan düzgün bir disk, düşük sürtünmeli bir eksen etrafında 300 devir/dakika ile dönmektedir. Disk, eksenden ortalama 0,220 m uzaktaki disk ile kontak yapılan bir fren yastığı ile 1 dakika içinde durdurulmak isteniyor. Fren yastığı ile disk arasındaki sürtünme katsayısı 0,50'dir. 5 cm çapında olan silindir içindeki bir piston, diske doğru fren yastığını itiyor. Silindir içindeki fren akışkanının (yağının) sahip olduğu basıncı bulunuz.



Şekil P15.63

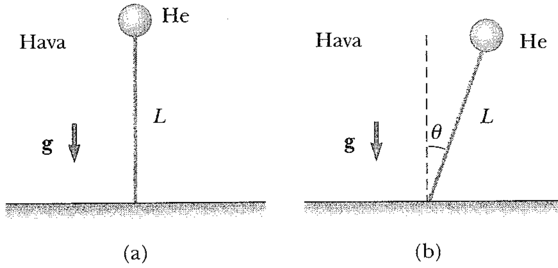
63. Şekil P15.63, bir süperman'ın çok uzun bir pipetle su içme çabasını göstermektedir.Süpermen, büyük kuvveti sayesinde maksimum olası emişi başarır. Pipetin yuvarlak borusu çökmemektedir. (a) Süperman'ın suyu kaldırabildiği maksimum yüksekliği bulunuz. (b) Hala susamış ise, bir çelik-adam bu teşebbüsü atmosferi olmayan Ay üzerinde yinelesin. Pipetin dışındaki ve içindeki su seviyeleri arasındaki farkı bulunuz.

64. Atmosfer basıncının yükseklikle değişiminin $P = P_0 e^{-\alpha h}$ ile verildiğini gösteriniz. Burada, $\alpha = \rho_0 g/P_0$; P_0 belli bir düzeye örneğin $y = 0$'a göre atmosfer basıncı, ρ_0 aynı düzeydeki atmosferin yoğunluğudur. Yüksekliğin artmasıyla atmosfer basıncındaki düşmenin (15.4) Eşitliği ile verildiğini böylece, $dP/dy = -\rho g$ alınabileceğini ve havanın yoğunluğunun basınçla orantılı olduğunu kabul ediniz.

65. Kenarı 20 mm olan kübik bir buz, yüzeylerinden biri bir bardak içindeki buzlu suyun yüzeyine paralel olacak şekilde suda yüzmektedir. (a) Su yüzeyi, bloğun tabanından ne kadar uzaklıktadır? (b) Buzlu etil alkol, su üstünde 5 mm kalınlığında bir tabaka oluşturacak şekilde suya dikkatlice dökülüyor. Tekrar, kübik buz hidrostatik dengeye eriştiği zaman *suyun* üst yüzeyinin bloğun taban yüzeyine

olan uzaklığı ne olacaktır? (c) Etil alkolün üst yüzeyi, kübik buzun üst yüzeyine gelinceye kadar suya soğuk etil alkol dökülmektedir (hidrostatik denge oluşur). Etil alkol tabakasının kalınlığı nedir?

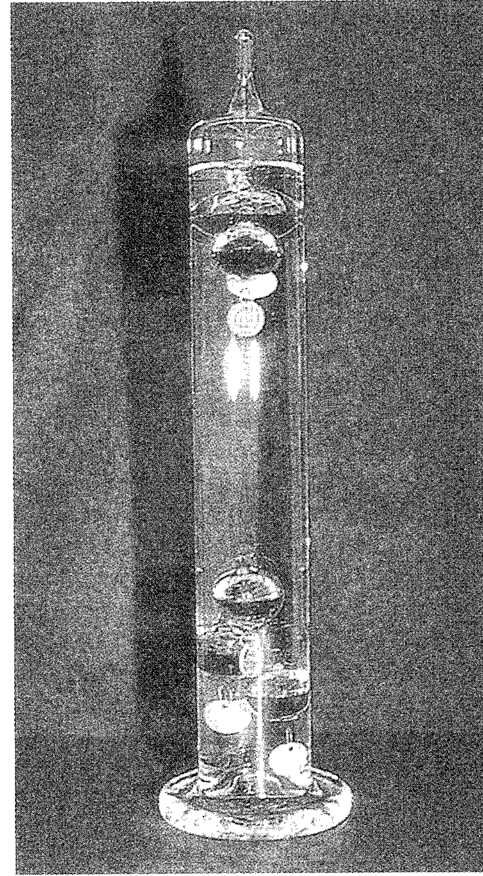
66. **Tarama Problemi.** Yoğunluğu 0,180 kg/m^3 olan helyum ile doldurulmuş hafif bir balon, uzunluğu L = 3 m'lik hafif bir ipe bağlıdır. İp, Şekil P15.66a'da görüldüğü gibi, basit bir sarkaca dönüşecek biçimde zemine bağlıdır. Şekil P15.66b'de görüldüğü gibi, balon denge konumundan hafifçe yer değiştirirse, (a) Oluşan hareketin basit harmonik olduğunu gösteriniz, (b) Hareketin periyodunu bulunuz. Havanın yoğunluğunu 1,29 kg/m^3 alınız ve sürtünmeyi ihmal ediniz.



Şekil P15.66

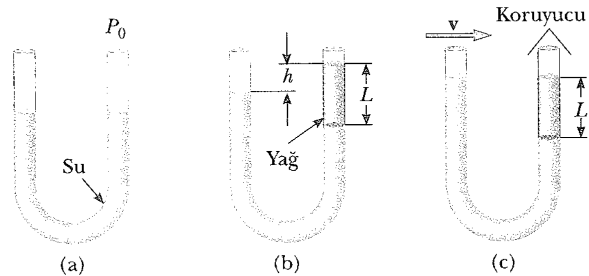
67. Bir binanın su borusu, 6 cm çapındaki ana su borusundan beslenmektedir. Ana borudan 2 m yüksekte yerleştirilen 2 cm çaplı bir musluğun 25 litrelik bir kabı 30 s içinde doldurduğu gözleniyor. (a) Musluktan çıkan suyun hızı nedir? (b) 6 cm'lik ana borudaki basınç nedir? (Binada yalnız musluğun açık olduğunu farzedin.)

68. *İspirtolu cam termometre,* 1654 yılında İtalya'nın Floransa şehrinde keşfedildi. Bu aygıt, ispirto içine batmış biraz farklı kütleler içeren sıvı (ispirto) tüpünden ibarettir (Şek.P15.68). Oldukça düşük sıcaklıkta, bütün küreler yüzer, yalnız sıcaklık yükselirken küreler birer birer batar. Aygıt kaba olmakla beraber, sıcaklık ölçmek için ilginçtir. 20°C'ta yoğunluğu 0,78945 g/cm^3 olan etil alkol ile tüpün doldurulduğunu ve 30°C'ta yoğunluğun 0,78097 g/cm^3'e düştüğünü varsayın. (a) Kürelerden birinin yarıçapı 1 cm ve 20°C'ta tüpün yarısında dengede ise, kütlesini hesaplayınız. (b) Sıcaklık 30°C'ta çıktığı zaman,aynı yarıçaptaki ikinci kürede tüpün yarısında dengede ise kütlesi ne olmalıdır? (c) 30°C'ta ilk küre tüpün dibine düşmektedir. Tüpün dibinde bu küreye etki eden tüpün yukarıya doğru olan kuvvet nedir?



Şekil P15.68

İki ucu da açık olan bir U-borusu kısmen su ile doldurulmuştur, (Şekil P15.69a). Yoğunluğu 750 kg/m^3 olan gaz yağı, tüpün sağ koluna L = 5 cm yüksekliğine kadar ilave ediliyor (Şekil P15.69b). (a) İki sıvı yüzeyi arasındaki h yükseklik farkını hesaplayınız. (b) Sol kolun üst kısmından iki sıvı yüzeyi aynı yüksekliğe gelinceye kadar hava üflenirken sağ kol,hava akımından korunmaktadır (Şekil P15.69c). Sol kol üzerinden üflenen havanın hızını bulunuz. (Havanın yoğunluğunu 1,29 kg/m^3 olarak alınız.)



Şekil P15.69

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

15.1 Basketbol oyuncusu olsanız sizin için iyi olacaktı. Çünkü ağırlığın büyük yüzey alanı üzerine dağılmasıyla beraber, hafif lastik ayakkabının alanı, toplam yüzey alanının yarısına eşit olduğu için sporcunun uyguladığı (F/A) basıncı oldukca küçüktür. Kadının hafif ağırlığı, ayakkabı topuğunun çok küçük kesit alanı olan sivri ucu üzerine dağıldığı için basınç çok büyük olur. Bazı müzelerde, yüksek ökçeli ayakkabı giyen bayanların terlik ya da özel ökçeli ayakkabı giymeleri ve böylece tahta zemine zarar vermemeleri istenir.

15.2 Profesör, tek bir çivinin bütün ağırlığını desteklemesine çalışsa idi, derisi üzerine etki eden basınç kuvveti, ağırlığının tek bir çivinin çok küçük alanına bölünmesine eşit olacaktı. Bu oldukça büyük basınç, çivinin derisini delmesine sebep olacaktı. Bu nedenle, fotoğrafta görüldüğü gibi, Profesör ağırlığını yüzlerce çivi üzerine dağıtmaktadır, böylece, derisi üzerinde ortaya çıkan basınç oldukça azalır. Çünkü ağırlığını destekleyen yüzey alanı, bütün çivilerin toplam yüzey alanıdır. (Çividen yatak üzerine uzanmak, normal yatak üzerine oturmaktan çok daha rahattır ve ayakkabısız yatak üzerinde durmak kesinlikle salık verilmez. Nasıl güven içinde olacağınıza emin olmadıkça çividen yatak üzerine uzanmayınız.)

15.3 Çünkü silindirin bir elemanı üzerine dıştaki sıvının oluşturduğu yatay kuvvet, çap üzerinde bu elemana zıt olan diğeri üzerinde sıvının oluşturduğu yatay kuvvete eşit ve zıttır. Böylece, yatay yönde silindire etkiyen net kuvvet sıfır olur.

15.4 Bir akışkan olarak siloda saklanan tohumları düşünürsek, duvarları üzerine etkiyen basınç, derinlikle artar. Bantlar arasındaki aralık, alt kısımlarda daha küçüktür, böylece duvarlara etkiyen dışarıya doğru olan büyük kuvvetler dengelenebilir. Sağdaki silo, aynı durumun başarılmasının diğer bir yöntemini gösterir. Silonun alt kısmına çifte bantlar konmuştur.

15.5 Çünkü suyun yoğunluğu cıvadan çok az olduğu için barometredeki suyun yüksekliği $h = P_0/\rho g =$ 10,3 m olacaktır. Bu da uygun olmayan bir yükseklıktir.

15.6 Bir geminin bütün teknesi havayla doludur ve havanın yoğunluğu suyun yoğunluğunun yaklaşık binde biridir. Bu nedenle, geminin toplam ağırlığı, geminin deniz içindeki kısmının yer değiştirdiği suyun hacminin ağırlığına eşit olur.

15.7 Aynı kalır. Gerçekten, buz su içinde "boşluk" oluşturur, boşluklarla yer değiştiren suyun ağırlığı, küpün bütün ağırlığıyla aynıdır. Küp buzdan suya dönüştğü zaman, su boşluğu doldurur.

15.8 Alçalır, çünkü gemi demiri kayıkta bulunduğu zaman havuzda olduğu durumdakinden daha fazla suyu yer değiştirir. O kayıkta iken, yüzen cisim olarak düşünülebilir ve bütün ağırlığıyla suyu yer değiştirir. Gemi demiri kayıktan suya atıldığı zaman batar ve kendi hacmi kadar suyun hacmini yer değiştirir.Çünkü gemi demirinin yoğunluğu, suyun yoğunluğundan çok büyüktür. Gemi demiriyle aynı ağırlıktaki suyun hacmi, gemi demirinin hacminden daha büyüktür.

15.9 Su düşerken hızı artar. Çünkü bütün kesitlerde (Eş.15.7) Av akış oranı sabit kalmalıdır. O halde, akış çizgileri hız artarken daralır.

15.10 Bir kasırganın karakteri, hızlı hareket eden hava olduğu için atmosfer basıncının altında bir basınçta olur. Bina içindeki durgun hava atmosfer basıncında kalır. Basınç farkı, duvar ve çatıda dışarıya doğru bir kuvvet oluşturur ve bu kuvvet, binadan çatıları sökecek kadar büyük olabilir. Pencerelerin açılması, içteki ve dıştaki basınçları dengelemeye yardım eder.



(CALVIN AND HOBBES ©1992 Watterson, Üniversite Basın Sendikasının izniyle yeniden basıldı. Her hakkı saklıdır.)



k ı s ı m 2

Mekanik Dalgalar

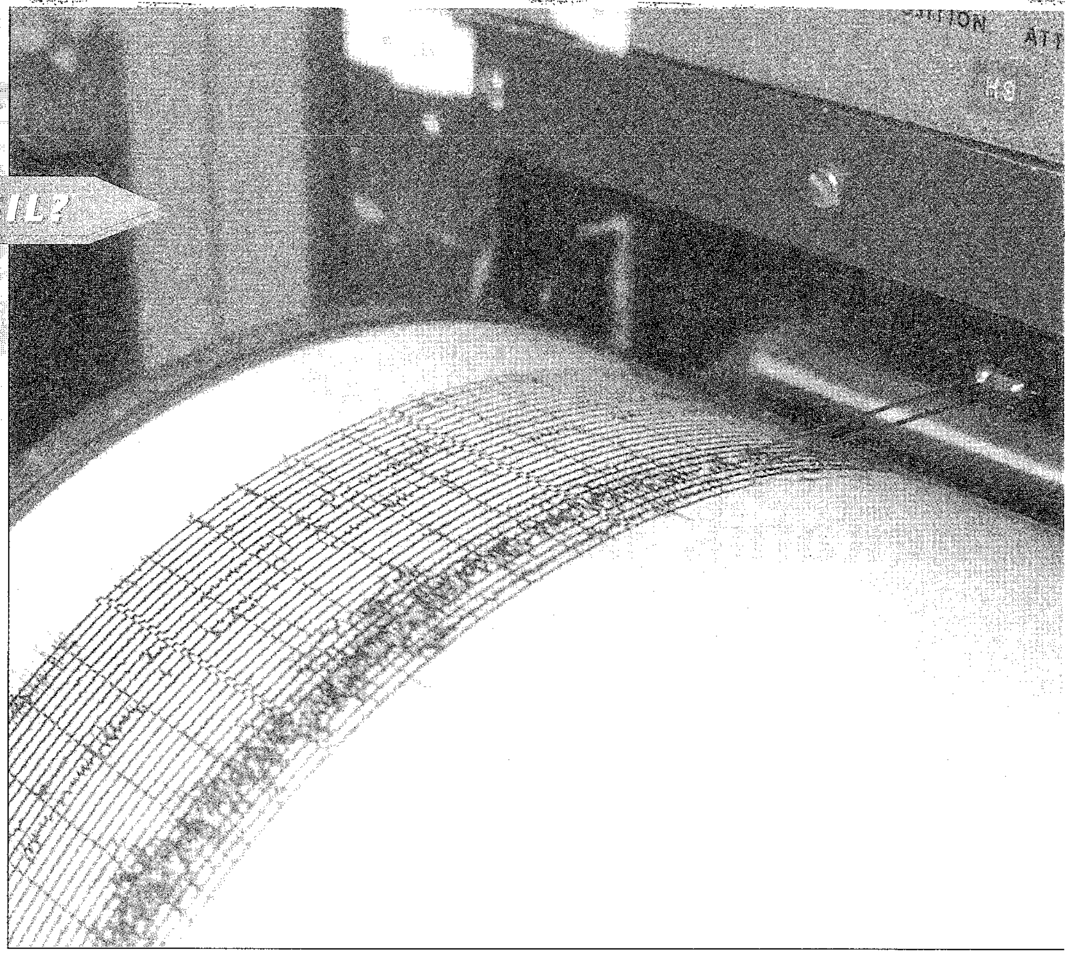
13. Bölümde öğrendiğimiz gibi, pek çok esnek cisimlere bir kuvvet uygulanıp kesildiğinde titreşim hareketi yapar. Yani, bu cisimlerin şekilleri bir kez bozulduğu zaman, denge konumuna gelmeye çalışır. Hatta bir katı içindeki atomlar, komşu atomlara bir yayla bağlıymış gibi bir denge konumuna göre titreşir.

Dalga hareketi (şimdi inceleyeceğimiz konu) titreşim (salınım) olayı ile yakından ilgilidir. Ses dalgaları, deprem dalgaları, gerilmiş yaylardaki dalgalar ve su dalgaları gibi bütün dalgalar, titreşim kaynakları tarafından oluşturulur. Bir ses dalgası, hava gibi bir ortam içinde ilerlerken ortamın molekülleri ileri – geri titreşir. Su dalgaları da bir havuzda yayılırken, su molekülleri aşağı ve yukarıya doğru titreşir. Dalgalar bir ortamdan geçerken ortamın parçacıkları periyodik olarak hareket eder. Böylece; parçacıkların hareketi, salınan bir sarkacın ya da yaya bağlı bir kütlenin hareketine çok benzer.

Doğada daha pek çok olaylar vardır ki bu olayların açıklanması, dalga ve titreşim kavramlarının öncelikle anlaşılmasına bağlıdır. Örneğin; gökdelenler, köprüler gibi çok büyük yapılar, katı olmasına rağmen, onlar da titreşir. Bu gerçek, onların tasarımlarını ve inşasını yapan mühendis ve mimarlar tarafından göz önüne alınmalıdır. Radyo ve televizyonun nasıl çalıştığını anlamak için, elektromanyetik dalgaların doğası ve kaynağı ile onların boşlukta nasıl yayıldığını öğrenmeliyiz. Son olarak, bilim adamlarının atomik yapılar hakkında öğrendiklerinin çoğu, bilgileri taşıyan dalgalardan elde edilir. Bu yüzden, atom fiziğinin teori ve kavramlarını anlamak için önce dalgaları ve titreşimleri öğrenmeliyiz.

SİZCE NASIL?

Basit bir sismograf, yaya asılmış bir kalemle oluşturulabilir. Bu kalem, hafifçe sarlmış çizgili bir kağıt üzerine bir çizgi çizer. Kağıt, zemine bağlı bir yapı üzerine konulmuştur. Yer sarsıntısı esnasında, kalemin altındaki kağıt sarsılırken, kalem oldukça durgun kalır. Bir parça kağıt üzerindeki birkaç zikzaklı çizgi, sismoloji istasyonundaki bilim adamlarına, bir deprem kaynağına olan uzaklığı belirlemelerini nasıl sağlar? *(Ken M.Jones/Fotoğraf Araştırma Şirketinin izniyle)*



b ö l ü m

16 Dalga Hareketi

Bölüm İçeriği

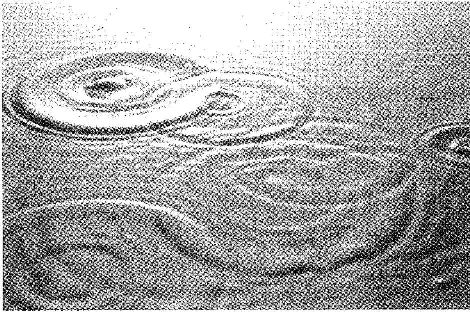
Çoğumuz çocukken, bir çakıltaşını bir havuza düşürdüğümüzde, dalgaların oluştuğunu görmüşüzdür. Çakıl taşının oluşturduğu sarsıntı küçük su dalgaları meydana getirir. Bu dalgalar dışarıya doğru hareket ederek havuzun kenarında son bulur. Eğer, sarsıntının yakınında yüzen bir yaprağın hareketini dikkatlice incelerseniz, onun ilk konumu etrafında aşağı–yukarı hareket ettiğini, fakat sarsıntı kaynağından asla uzaklaşmadığını veya ona yaklaşmadığını görürsünüz. Yani, su dalgaları (ya da sarsıntı) bir yerden başka bir yere hareket eder, fakat su onunla birlikte sürüklenmez.

Einstein ve Infeld'in bir kitabından alınan aşağıdaki okuma parçası dalga olayı ile ilgili ilginç fikirler verir[1].

> Washington'da başlayan küçük bir dedikodu çabucak New York'a ulaşır. Gerçi, bu iki şehir arasında dedikodunun yayılmasında tek bir kişinin rol almadığı görülür. Burada, farklı iki hareket vardır. Birisi, Washington'dan New York'a giden söylenti, diğeri bu söylentileri yayan kişilerdir. Bir ekin tarlasından geçen rüzgar, tarlanın bir ucundan diğer ucuna yayılan bir dalga oluşturur. Burada, yine küçük salınım yapan ayrı bitkilerin hareketi ile dalganın hareketini ayırt etmeliyiz. . . . Ortamı oluşturan parçacıklar yalnız küçük titreşimler yaparken, bütün hareket ilerleyen bir dalgadır. Burada gerçekten yeni olay şey, maddesel olmayan bazı şeylerin hareket ettiğini yani madde içinde yayılanın enerji olduğunu ilk kez düşünmemizdir.

Dünyada pek çok dalga vardır. Bunlar, *mekanik* ve *elektromanyetik* dalgalar olmak üzere başlıca iki tiptir. Mekanik dalgalarla ilgili örneklerden zaten bahsettik: Bunlar; ses dalgaları,su dalgaları ve "tanecik dalgaları"dır. Bu dalgaların her biri için bozulabilen fiziksel bir ortam olmalıdır. Özellikle bu üç örnekte; hava molekülleri, su molekülleri ve tanecikler titreşmelidir. Elektromanyetik dalgalar yayılmak için bir ortama gereksinim duymaz, elektromanyetik dalgalara örnekler görünür ışık, radyo dalgaları, televizyon sinyalleri ve x-ışınları sayılabilir. Kitabın bu kısmında, yalnızca mekanik dalgaları inceleyeceğiz.

Dalga kavramı oldukça soyuttur. Bir su yüzeyine bakarken, su dalgası olarak adlandırıp gördüğümüz olay, su yüzeyinin yeni bir düzene geçme halidir. Su olmasa dalga da olmayacaktır. Sarmal yay olmasa, üzerinde ilerleyen bir dalga da mevcut olmayacaktır. Ses dalgaları, hava molekülleri olmasa, hava içinde ilerleyemeyecekti. Mekanik dalgaları, bir ortam içinden geçerken oluşturduğu sarsıntının yayılmasına karşılık geldiği şeklinde yorumlarız.



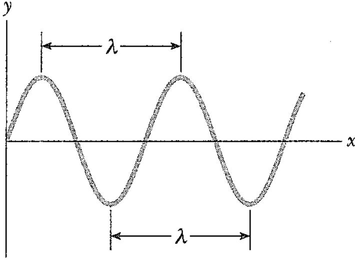
Bir su havuzu içine düşen sıvı damlalarından elde edilen ve dışarıya doğru yayılan dalgaların oluşturduğu girişim desenleri. (*Martin Dohrn/Bilim Fotoğraf Laboratuvarı/Fotoğraf Araştırma Şirketi*)

[1] Albert Einstein ve Leopold İnfeld, Fiziğin Evrimi, New York, Simon ve Schuster, 1961. Dalga nedir? İsimli pasajı.

Bu bölümde tartışılan mekanik dalgalar; (1) sarsıntı kaynağına (2) sarsıntı oluşturulabilen bir ortama ve (3) ortamın komşu kısımlarından geçerek birbirini etkiliyebilen bir takım fiziksel ilintiye ya da mekanizmaya ihtiyaç gösterir. Bütün dalgaların enerji taşıdığını göreceğiz. Bir ortamdan geçen enerji miktarı ve enerjiyi iletmekten sorumlu olan mekanizma bazı farklılıklar gösterecektir. Örneğin, bir fırtına esnasında okyanus dalgalarının gücü, bir insan sesinin ürettiği ses dalgalarının gücünden çok büyüktür.



DALGA HAREKETİNİN TEMEL DEĞİŞKENLERİ



Şekil 16.1 Bir dalganın λ dalga boyu, komşu iki tepe ya da iki çukur arasındaki uzaklıktır. Veya herhangi karşılaştırılabilir komşu özdeş noktalar arasındaki uzaklıktır.

Büyük bir göldeki bir sal içinde yüzdüğünüzü düşünün. Dalgalar sizin yanınızdan geçerken, siz de hafifçe aşağıya yukarı hareket edersiniz. Göl üzerine baktığınızda, bireysel dalgaların size yaklaştığını görebilirsiniz. Suyun normal seviyesinden itibaren yer değiştirdiği en yüksek noktaya **dalgatepesi** denir. Bir tepe ile komşu tepe arasındaki uzaklığa **λ dalgaboyu** adı verilir. Daha genel olarak dalga boyu, Şekil 16.1'de görüldüğü gibi, **bitişik dalga üzerindeki herhangi iki özdeş nokta (dalga tepesi gibi) arasındaki minimum uzaklıktır.**

Ardışık iki dalganın gelişleri arasındaki süreyi saniye olarak sayarsanız, dalganın T **periyodunu** ölçersiniz. Genel olarak periyot, **bir noktadan geçen ardışık dalgaların özdeş iki noktası için (dalga tepeleri gibi) gerekli olan süredir.**

Aynı bilgi, çoğu zaman periyodun tersi olan nicelikle verilir. Bu niceliğe f **frekansı** denir. Genel olarak, periyodik bir dalganın frekansı, **birim zamanda verilen bir noktadan geçen tepelerin (ya da çukurların, yahut dalga üzerindeki herhangi bir noktanın) sayısıdır.** Ortamın bir parçacığının maksimum yer değiştirmesine dalganın **genliği** denir. Su dalgalarının genliği, dalgalar ilerlerken suyun durgun yüzeyi ile titreşen yüzeyi üzerindeki su moleküllerinin en yüksek yer değiştirmesidir.

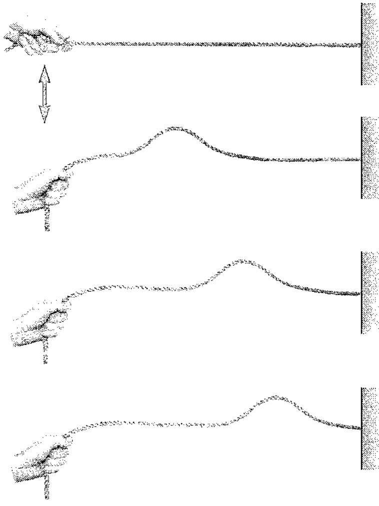
Dalgalar, oluşturuldukları ortamın özelliklerine bağlı olan özel bir hızla ilerler ya da yayılır. Örneğin, ses dalgaları havada oda sıcaklığında 343 m/s (781 mil/saat) hızla yayılır, halbuki katıların çoğunda 343 m/s den daha büyük hızla yayılmaktadır.



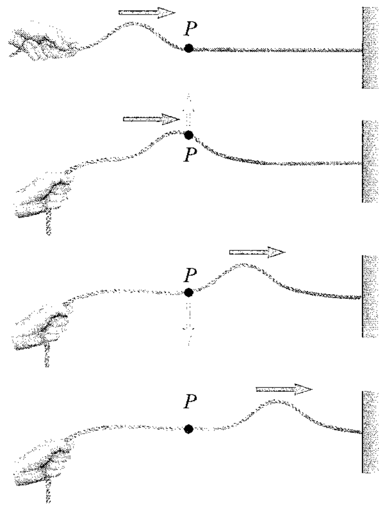
PARÇACIĞIN YER DEĞİŞTİRME DOĞRULTUSU

Dalga hareketini göstermenin bir yolu, Şek. 16.2'de görüldüğü gibi; gerilmiş ve bir ucu bir yere tespit edilmiş uzun bir ipin (sicimin) diğer ucunu anî olarak hareket ettirmektir. Bu durumda, tek bir dalga atması (pulsu) meydana gelir ve belli bir hızla (Şek. 16.2'de sağa doğru) hareket eder. Bu tip sarsıntıya **ilerleyen dalga** denir. Şek. 16.2, ilerleyen dalganın ardışık dört "atma"sını göstermektedir. Böyle bir tek atma için, bir atma treninin aksine; frekans, periyot ve dalga boyu olmaz. Bununla beraber, atma belli bir genliğe ve hıza sahiptir. Daha sonra göreceğimiz gibi, dalganın hızını tayin eden ortamın özellikleri ipteki gerilim ve onun birim uzunluk kütlesidir. Dalga atmasının şekli, ip üzerinde yayılırken çok az değişir.[2]

[2] Doğru söylemek gerekirse atma, şeklini değiştirecek hareket esnasında kademeli olarak zayıflayacaktır. Bu etkiye dağınım (dispersion) denir ve elektromanyetik dalgalarda olduğu gibi pek çok mekanik dalgalarda görülür. Bu bölümde, dağınımı ele almayacağız.



Şekil 16.2 Bir atmanın gerilmiş bir ip üzerinde ilerlemesi. Atmanın şekli, ip üzerinde ilerlerken hemen hemen değişmemektedir.



Şekil 16.3 Gerilmiş bir ip üzerinde ilerleyen atma bir enine dalgadır. Yani, ip üzerindeki herhangi bir *P* parçasının hareket yönü (mavi ok), dalga hareketine (kırmızı ok) dik doğrultuda hareket eder.

Dalga atması ip boyunca ilerlerken, sarsılan ipin her parçası dalga hareketine dik doğrultuda hareket eder. Şekil 16.3 de *P* ile gösterilen özel bir parça, böyle bir durumu gösterir. İpte dalga doğrultusunda bir hareket görülmüyor.

Sarsılan ortamın parçacıkları, dalga hızına dik olarak hareket ettiğinde, bu tip ilerleyen bir dalgaya **enine dalga** deriz.

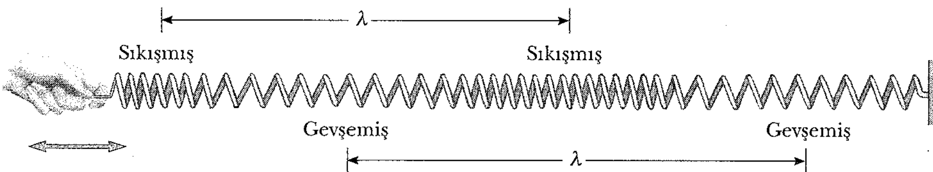
Enine dalga

Şekil 16.4'de görüldüğü gibi, bu dalgayı gerilmiş bir yay boyunca ilerleyen hareketin oluşturduğu başka bir tip dalgayla karşılaştırınız. Yayın sol ucu hafifçe sağa itilir ve sonra sola doğru çekilir. Bu hareket,yayın bu bölgesinde ani bir sıkışma oluşturur. Sıkışma bölgesi yay boyunca (Şekil 16.4'te sağa doğru) ilerler. Sıkışma bölgesi, yayın gevşediği bir bölgeyi takip eder. Yay halkalarının yerdeğiştirme doğrultusunun sıkışan bölgenin yayılma doğrultusuna parelel olduğuna dikkat ediniz. O halde,

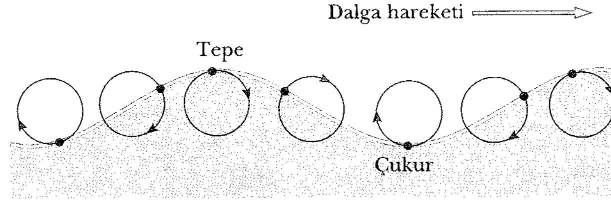
Ortamın parçacıklarının, dalganın hareket doğrultusuna paralel hareket etmesiyle oluşan ilerleyen dalgaya **boyuna dalga** denir.

Boyuna dalga

17. Bölümde tartışıcağımız ses dalgaları, ortamın sartısıntıları sonunda ortaya çıkan boyuna dalgalardır. Herhangi bir maddî ortam ya da hava içinde belli bir hızla ilerleyen sarsıntı, ortamda bir dizi yüksek ve düşük basınç bölgeleri meydana getirir.



Şekil 16.4 Gerilmiş bir yay boyunca boyuna dalga. Sarmal yayın yer değiştirmesi dalganın hareket yönündedir. Her sıkışmış bölge, bir gevşemiş bölgeyi takip eder.



Şekil 16.5 Su yüzeyindeki dalga hareketi. Su yüzeyindeki parçacıklar, dairesel harekete benzer şekilde hareket ederler. Her parçacık, denge konumundan düşey ve yatay doğrultularda çemberlerle gösterilen yerdeğiştirmeleri yaparlar.

Ev Deneyi

Kağıttan yapılmış iki bardağın dibine küçük delik açarak bir "telefon"yapınız. Deliklerden bir ip geçiriniz ve ipin iki ucunu düğümleyiniz. İp gergin tutulurken bir bardağın ipine konuşursanız arkadaşınız diğer bardak içinde sesinizi duyabilir. İpte ne çeşit bir dalga oluşmaktadır?

Doğadaki bazı dalgalar, enine ve boyuna yerdeğiştirmelerin bileşimidirler. Bunlara su yüzeyindeki dalgalar iyi bir örnektir. Derin bir suyun yüzeyindeki su dalgaları ilerlerken, yüzeydeki su molekülleri, Şekil 16.5'te görüldüğü gibi yaklaşık olarak dairesel yollar boyunca hareket ederler. Bir sarsıntının, enine ve boyuna bileşenlere sahip olduğuna dikkat ediniz. Su moleküllerinin düşey konumundaki değişmeler gibi, enine yerdeğiştirme de Şekil 16.5'te gösterilmiştir. Boyuna yerdeğiştirme şöyle açıklanabilir: Dalga, suyun yüzeyinden geçerken tepelerdeki su molekülleri, dalganın yayılma yönünde hareket ederler; fakat çukurlardaki moleküller, yayılma doğrultusuna ters yönde ilerlerler. Şekil 16.5'te, işaretli tepedeki molekül yarım periyot sonra çukurda olacağından, bunun, dalganın yayılma yönündeki hareketi, ters yöndeki hareketi tarafından yok edilir. Bu durum, dalga tarafından sarsılan öteki tüm moleküller için de geçerlidir. O halde, bir tam periyotluk sürede, herhangi bir su molekülü yerdeğiştirme yapmaz. *Moleküller,* net bir yerdeğiştirme yapmamasına karşın, *dalga,* su yüzeyi boyunca yayılır.



Bir depremin olduğu yeryüzeyinin altındaki noktadan ilerleyen üç-boyutlu dalgalar, hem enine hem de boyuna olmak üzere iki tiptir. Boyuna dalgalar,ikincisinden hızlıdır ve yüzey yakınında 7 ve 8 km/s hızla ilerler. Bu dalgalara **P dalgaları** denir. **P** *birincil* (primer) anlamındadır çünkü bu dalgalar enine dalgalardan hızlı ilerler ve sismografa önce varırlar. Yavaş olan enine dalgalara **S dalgaları** denir. **S** *ikincil* (sekonder) anlamındadır ve yüzeye yakın yerlerde 4 ve 5 km/s hızla Yerküre içinde ilerler. Bu iki tip dalganın gelme süreleri arasındaki zaman aralığı sismograf ile kaydedilerek dalgaların oluştuğu noktanın sismografa uzaklığı hesaplanabilir. Böyle bir tek ölçüm, sismograf merkezli sanal küreyi belirler ve sonra kürenin yarıçapı, **P** ve **S** dalgalarının geliş süreleri arasındaki farktan bulunur. Dalgaların kaynağı kürenin içinde bir yerdedir. Birbirinden çok uzakta bulunan üç ya da daha çok deneme istasyonundan elde edilen sanal küreler, Yer'in bir bölgesinde kesişir ve bu bölge depremin olduğu yerdir.

Sınama Sorusu 16.1

(a) insanlar bilet satın almak için bir kuyrukta beklerken, ilk şahıs terkeder ve boşluğu doldurmak için insanlar bir adım ilerlediğinde bir hareket pulsu ortaya çıkar. Her şahıs bir adım ilerlediğinde aralık çizgi boyunca ilerler. Bu aralığın yayılması enine mi yoksa boyuna mıdır? (b) Bir beyzbol oyunundaki dalgayı düşününüz: Dalga bulundukları yere geldiğinde insanlar ayağa kalkıp bağırırlar ve oluşan dalga, stadyumun çevresinde hareket eder. Bu dalga enine mi yoksa boyuna mıdır?

16.3 BİR–BOYUTTA İLERLEYEN DALGALAR

Şekil 16.6'da görüldüğü gibi, gerilmiş bir sicim üzerinde sabit v hızı ile sağa doğru ilerleyen bir dalgayı tekrar göz önüne alalım. Atma, x ekseni boyunca (sicim ekseni) hareket eder ve sicimin enine yerdeğiştirmesi y koordinatı ile ölçülür. Şekil 16.6a, $t = 0$ anında atmanın konum ve şeklini gösteriyor. Bu anda, atmanın şekli ne olursa olsun $y = f(x)$ ifadesi ile temsil edilebilir. Yani y, ip üzerinde herhangi bir noktanın ordinatı x'in tanımlı bir fonksiyonudur. x, ve t'ye bağlı y yer değiştirmesine bazen *dalga fonksiyonu* denir. Bu nedenle, çoğu zaman y (x, t) olarak yazılır ve "y x ve t'nin fonksiyonu şeklinde okunur. İp üzerindeki belirli bir P noktasının koordinatı x olsun. Dalga P noktasından geçerken, bu noktanın y koordinatı önce artarak, maksimuma ulaşır, sonra sıfıra düşer. O halde, **y dalga fonksiyonu, herhangi bir t anında ortamın herhangi bir P noktasının y koordinatını temsil eder.**

Dalga atmasının hızı v olduğundan; t zamanında sağa doğru vt uzunluğunda bir yol alır (Şek. 16.6b). Dalga atmasının şekli zamanla değişmezse, y dalga fonksiyonunu, $t = 0$dan sonraki bütün süreler için gösterebiliriz. Orijini O da olan durgun bir referans sisteminde ölçülen yerdeğiştirme, bütün zamanlar için y ile temsil edilir. Yani;

$$y = f\ (x - vt) \tag{16.1}$$

Sağa ilerleyen dalga

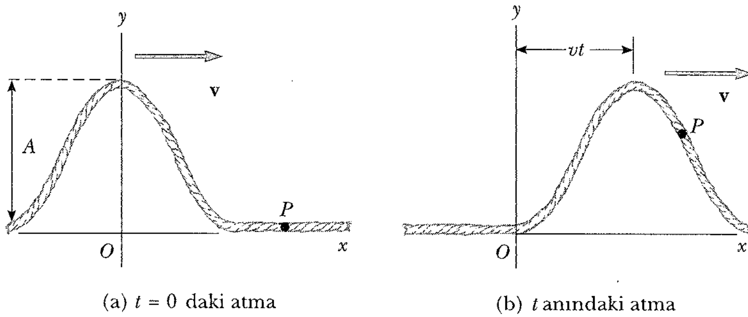
olur. Benzer şekilde, dalga atması sola doğru ilerlerse, yerdeğiştirme,

$$y = f\ (x + vt) \tag{16.2}$$

Sola ilerleyen dalga

şeklinde yazılır.

Verilen herhangi bir t zamanı için x in fonksiyonu olan y dalga fonksiyonu, bu zamandaki atmanın biçimini gösteren bir eğiriyi tanımlar. Bu eğri, o andaki dalganın bir anlık şeklidir. Şeklini değiştirmeksizin hareket eden bir dalga atmasının hızı, tepe noktası gibi herhangi bir noktasının yayılma yönündeki hızı ile aynı olur. Şekil 16.6'da görülen dalga tepesi gibi, atmanın hızını bulmak için, kısa bir zamanda dalga tepesinin başlangıçtan ne kadar uzaklaştığını hesaplamalıyız ve sonra bu uzaklığı zaman aralığına bölmeliyiz. Pulsun tepe noktası, y nin maksimum olduğu noktaya karşılık gelir. Dalga tepesinin hareketini takip etmek için, x_0 gibi özel bir değeri $x - vt$ yerine koymalıyız. (x_0 değerine y fonksiyonunun argümanı denir). x ve t nin bağımsız olarak nasıl değiştiğine bakılmaksızın, dalga tepesinin oluşması şartını $x_0 = x - vt$ olarak yazabiliriz. Böylece, bu ifade, dalga tepesinin hareket denklemini gösterir. $t = 0$ da dalga tepesi $x = x_0$ dadır, bir dt süresi kadar sonra ise $x = x_0 + v\ dt$ de bulunur. Buradan, dt süresi içinde dalga tepesi $dx = (x_0 + vdt) - x_0 = vdt$ yolunu alır.



Şekil 16.6 Bir boyutta dalga atmasının sağa doğru v hızı ile ilerlemesi. (a) $t = 0$ da atmanın ifadesi $y = f(x)$ ile verilir. (b) t süresi sonra, şekil değişmez ve ortamın herhangi bir P noktasının düşey yerdeğiştirmesi $y = f\ (x - vt)$ ile verilir.

Buradan dalga hızı

$$v = \frac{dx}{dt} \tag{16.3}$$

ile verilir.

ÖRNEK 16.1 Sağa Hareket Eden Atma

x ekseni boyunca sağa doğru hareket eden bir atmanın dalga denklemi aşağıda verilmiştir:

$$y(x, t) = \frac{2}{(x-3t)^2+1}$$

Burada x ve y cm, t de saniyedir. $t = 0$, $t = 1$ ve $t = 2$s için dalganın şeklini çiziniz.

Çözüm Önce, bu fonksiyonun $y = f(x - vt)$ şeklinde olduğuna dikkat ediniz. Araştırıldığında, dalganın hızının $v = 3$ m/s olduğu görülür. Ayrıca, dalganın genliği (y nin maksimum değeri) $A = 2$ cm olarak bulunur. $t = 0$ ve $t = 1$s ve $t = 2$s anlarında dalga fonksiyonunun ifadeleri

$$y(x, 0) = \frac{2}{x^2+1} \qquad (t = 0 \text{ da})$$

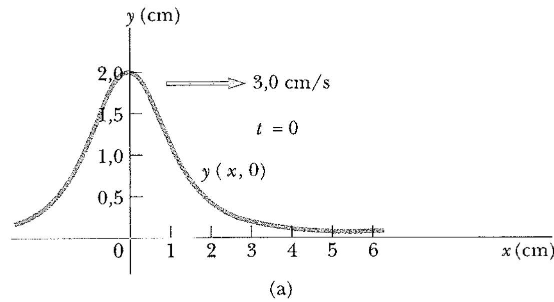
$$y(x, 1) = \frac{2}{(x-3)^2+1} \qquad t = 1 \text{ de}$$

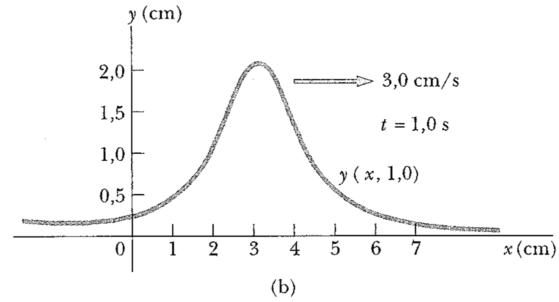
$$y(x, 2) = \frac{2}{(x-6)^2+1} \qquad t = 2 \text{ de}$$

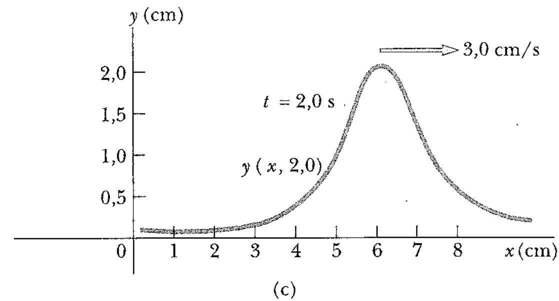
olarak bulunur. Bu anlardaki dalga fonksiyonunun x e göre grafiklerini çizmek için bu ifadeleri kullanabiliriz. Örneğin, $x = 0,5$ cm için $y(x, 0)$ dan y değerini bulalım.

$$y(0,5;0) = \frac{2}{(0,5)^2+1} = 1,6 \text{ cm}$$

Benzer şekilde, $y(1) = 1$ cm, $y(2) = 0,4$ cm vb. elde edilir. x in diğer değerleri için bu işleme devam edilirse, Şek 16.7a da görülen dalga şekli bulunur. Benzer şekilde sırasıyla Şekil 16.7b ve 16.7c de görülen $y(x, 1)$ ve $y(x, 2)$ nin grafikleri elde edilir. Bu atmalar, dalga pulsunun şeklini değiştirmeden 3 m/s lik sabit hızla sağa doğru hareket ettiğini gösterir.







Şekil 16.7 $y(x, t) = 2/[(x-3t)^2+1]$ fonksiyonunun (a) $t = 0$, (b) $t = 1$s ve (c) $t = 2$s için grafikleri

16.4 DALGALARIN ÜST-ÜSTE BİNMESİ VE GİRİŞİMİ

Doğadaki pek çok ilginç dalga olayı, hareketli tek bir atma ile açıklanamaz. Bunun yerine, pek çok ilerleyen dalganın bir araya geldiği bileşke dalga şekillerini analiz etmeliyiz. Böylece oluşan bileşke dalgayı analiz etmek için **üst – üste gelme ilkesini** kullanabiliriz:

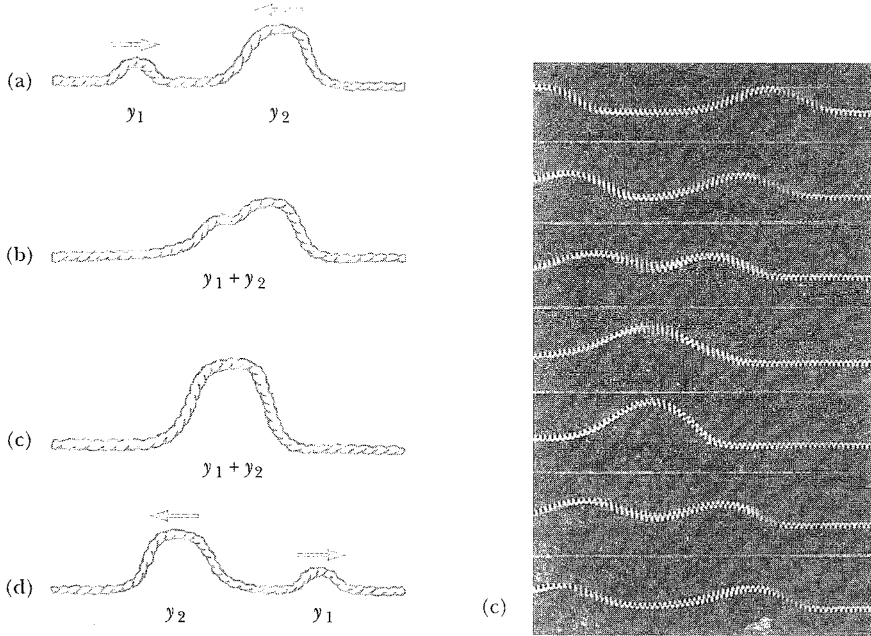
İki ya da daha fazla ilerleyen dalga bir ortam içinde hareket ediyorsa, herhangi bir noktadaki bileşke dalga, bireysel dalga fonksiyonlarının cebirsel toplamıdır.

Lineer dalgalar üst-üste binme ilkesine uyarlar

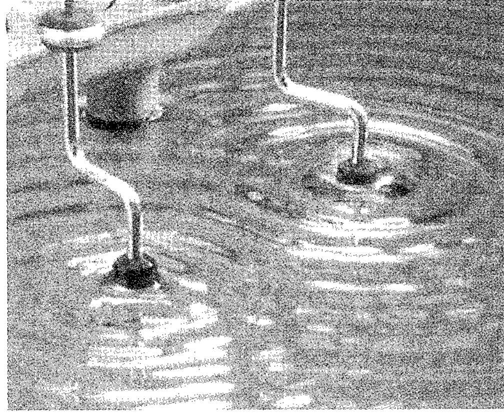
Bu oldukça çarpıcı özellik, doğadaki pek çok dalgada görülür. Bu ilkeye uyan dalgalara *lineer dalgalar* denir ve bunlar, genellikle küçük dalga genlikleriyle karekterize edilirler. Üst-üste gelme prensibine uymayan dagalara *lineer olmayan dalgalar* denir ve onlar da genellikle büyük genliklerle karekterize edilirler. Bu kitapta, yalnız lineer dalgaları ele alacağız.

Üst-üste binme (veya süperpozisyon) ilkesinin bir gözlem sonucu şudur: **iki ilerleyen dalga, birbirini değiştirmeden ya da bozmadan, birbiri içinden geçebilir**. Örneğin; iki çakıltaşı bir havuzun içine atıldığı zaman, su yüzeyindeki genişleyen dairesel dalgalar birbirini bozmazlar. Gerçekte, dalgalar birbiri içinden geçerler. Gözlenen karışık desen, genişleyen dairelerin bağımsız iki takımı olarak görülebilir. Benzer şekilde, iki kaynaktan çıkan ses dalgaları hava içinde hareket ederken, onlar birbiri içinden de geçebilir. Herhangi bir noktada işitilen bileşke ses, her iki sarsıntının bileşimi sonucunda oluşmuştur.

Üst-üste binme ilkesinin gösterimi, Şekil 16.8'de görüldüğü gibi, bir gerilmiş sarmal yay üzerinde zıt yönlerde ilerleyen iki dalga vasıtasıyla sağlanabilir.

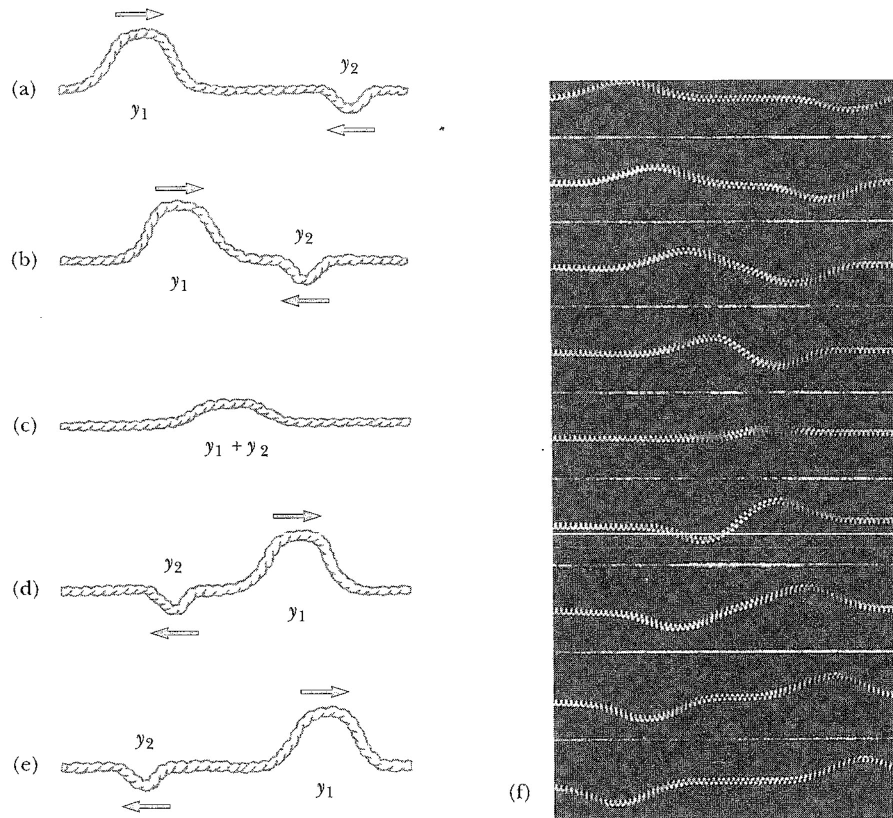


Şekil 16.8 (a-d) Gerilmiş bir sarmal yay üzerinde birbirlerine göre zıt yönde hareket eden ve birbirini geçen iki dalga atması. (b) ve (c) de olduğu gibi, atmalar üst-üste geldiği zaman, yayın net yer değiştirmesi, atmaların yer değiştirmelerinin toplamına eşit olur. Her iki atma, pozitif yer değiştirmeye sahip olduğu için onların üst- üste gelmesine yapıcı gişim adı verilir. (e) sarmal yay üzerinde zıt yönlerde ilerleyen eşit ve simetrik iki atmanın üst üste binmesinin fotoğrafı görülmektedir. (*Fotoğraf, Eğitim Geliştirme Merkezi, Newton, Mass*).



Bir dalga leğeninde oluşturulan su dalgalarının girişimi. Dalga kaynakları, su tankının yüzeyine dik olarak titreştiren iki cisimdir. (*Merkez Bilimsel Şirket'in izniyle*)

Sağa doğru hareket eden dalganın dalga fonksiyonu y_1, sola doğru hareket eden dalganınki y_2 olsun. Atmalar aynı hıza sahip fakat şekilleri farklıdır. Atmaların simetrik olduğunu varsayalım (bu şart gerekli değildir) ve her atmanın yerdeğiştirmelerini pozitif alalım. Dalgalar üst-üste gelmeye başladığı za-



Şekil 16.9 (a-e) Birbirine eşit fakat zıt yönde yer değiştirmelere sahip ve zıt yönde ilerleyen iki dalga atması. Atmalar üst üste geldiği zaman, yerdeğiştirme ikisinin farkı kadardır. (c) durumunda bütün x değerleri için yer değiştirmeler birbirin yok eder. (f), Biri diğerinin tersi olan ve zıt yönlerde ilerleyen iki simetrik atmanın üst- üste binmesinin fotoğrafı. (*Eğitim Geliştirme Merkezi, Newton, Mass*).

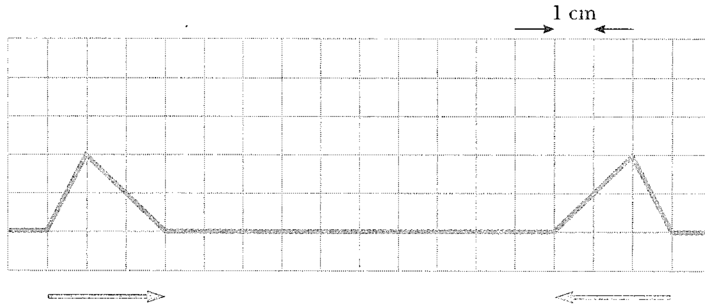
man (Şek. 16.8b), oluşan bileşke dalga şekli $y_1 + y_2$ olarak verilir. Atmaların tepeleri tam üst üste geldiği zaman (Şek. 16.8c), $y_1 + y_2$ olan bileşke dalga simetrik olur. Sonra iki atma ayrılır ve eski yönlerinde hareketlerine devam ederler (Şek. 16.8d). İki atma asla birbirine karışmamış gibi son dalga şekillerinin değişmediğine dikkat ediniz.

Uzayın aynı bölgesinde, bir bileşke dalga oluşturmak üzere, farklı dalgaların birleşmesine **girişim** adı verilir. Şekil 16.8'de görülen iki atma için, bireysel atmaların yer değiştirmeleri aynı yöndedir ve oluşan dalga şekli (atmalar üst üste geldiği zaman) bileşen atmaların ayrı ayrı yer değiştirmelerinden daha büyük bir yer değiştirme oluşturur. Bu olaya **yapıcı girişim** adı verilir.

Şimdi, sonsuz uzun gerilmiş bir ip üzerinde zıt yönlerde ilerleyen iki özdeş olmayan atmayı düşünelim. Şekil 16.9'da görüldüğü gibi atmalardan biri diğerine göre tersdir. Bu durumda, atmalar üst üste geldiği zaman oluşan bileşke dalga, iki ayrı yer değiştirme büyüklükğünün farkıdır. Öncekinde görüldüğü gibi, iki atma birbirini *yok etmez.* (Yukarı doğru pozitif y_1 yerdeğiştirmesi, ters çevrilmiş olan y_2'ye eşit değildir). Atmalar birbiri içinden geçer. Zıt yönde olan bu iki atmanın üst üste gelmesine **yıkıcı girişim** denir.

Sınama Sorusu 16.2

Şekil 16.10'da görüldüğü gibi, iki atma uzun bir sicim üzerinde 10 cm/s hızla birbirine doğru ilerlemektedir. $t = 0{,}6$ s anında, sicimin alacağı şekli çiziniz.



Şekil 16.10 Sicim üzerindeki atmalar 10 cm/s hızla ilerlemektedir.

16.5 TELLERDEKİ DALGA HIZI

Bu kesimde dikkatlerimizi, gerilmiş bir sicim ya da tel üzerinde ilerleyen enine bir dalganın hızının belirlenmesi üzerinde yoğunlaştıracağız. Önce, hızı belirleyen parametreleri kavramsal olarak tartışalım. Gerilmiş bir tel yan tarafa çekilip sonra serbest bırakıldığında gerilme, telin bazı parçalarını denge konumundan ileri ve geri ivmelendirmeye zorlar. Newton'un ikinci yasasına göre, parçaların ivmelenmesi gerilmeyi artırır. Eğer bir parça, artan ivme nedeniyle denge konumuna çok hızlı geri dönerse, dalga hızının büyük olacağını sezebiliriz. Böylece, gerilme arttıkça dalga hızının artmasını bekleriz..

Benzer şekilde, telin birim uzunluk başına kütlesi artarsa, dalga hızının azaldığını tartışabiliriz. Çünkü, telin yoğun kütleli parçasını ivmelendirmek, hafif kütleli parçasından daha zor olduğu için dalga hızının azalmasını bekleriz. Teldeki gerilmeyi T (periyot için kullanılan sembolle karıştırmayınız) ve



Bir piyanonun telleri, hem gerilme, hem de birim uzunluk başına kütle ile değiştirilir. Gerilimdeki bu farklar ve tellerin farklı uzunluklarının birleştirilmesindeki yoğunluk,aygıtın geniş bir aralıkta ses oluşturmasına izin verir.*(Charles D.Winters)*

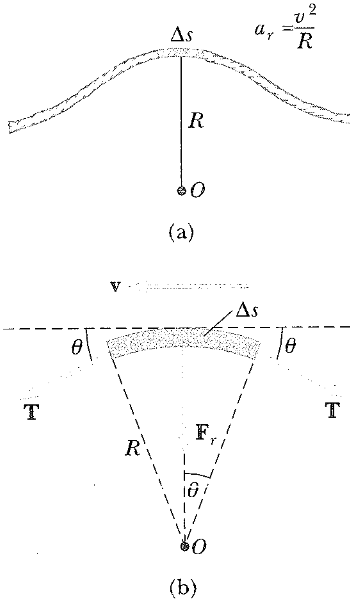
birim uzunluk başına kütleyi μ ile gösterirsek, daha sonra türetileceği gibi, dalga hızı; aşağıdaki bağıntı ile verilir:

Gerilmiş telde dalga hızı

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad (16.4)$$

Önce, bu ifadenin boyutunun doğruluğunu gösterelim. T'nin boyutu MLT^{-2} ve μ nün boyutu ML^{-1}'dir. Buradan T/μ'nün boyutu L^2/T^2 olur; böylece $\sqrt{T/\mu}$ 'nün boyutu, hız boyutu olan L/T olur. T ve μ'nün diğer bileşimlerinin boyutu doğru olmaz. Duruma uygun değişkenler olarak sadece bunları kabul ediyoruz.

Şimdi, gerilmiş bir sicim üzerinde ilerleyen bir atmanın hızı için (16.4) eşitliğinin türetilmesini mekanik analiz yoluyla yapalım. Bir atmanın, durgun referans sistemine göre düzgün bir v hızı ile sağa doğru hareket ettiğini düşünelim. Atma ile aynı hızda hareket eden referans sisteminin seçilmesi oldukça uygundur. Böylece, Şekil 16.11a daki gibi, atma bu referans sisteminde durgun görünür. Bu, durgun ya da sabit hızla hareket eden refarans sistemlerinde Newton kanunun geçerli olduğu olgusuna izin verir. Yeni referans sistemimizde, başlangıçta, atmanın (pulsun) sağında bulunan bir tel parçası sola doğru hareket ederek yükselir ve atmanın şeklini takip eder, daha sonra da sola doğru hareketine devam eder.



Şekil 16.11 (a) Gerilmiş bir sicim üzerindeki bir dalganın v hızını elde etmek için referans sistemi ile hareket eden sicimin küçük bir parçasının göz önüne alınması uygundur. (b) Referans sistemi ile hareket eden Δs parçası v hızı ile sola doğru hareket eder. Δs uzunluğundaki parçaya etkiyen net kuvvet radyal doğrultudadır. Yatay bileşenler birbirini yok eder.

Şekil 16.11a da görüldüğü gibi, Δs uzunluğundaki sicimin ***küçük*** bir parçası R yarıçaplı yayın uzunluğunu oluşturur. Bu, şek. 16,11b'de büyütülerek yeniden çizilmiştir. Atma referans sisteminde, taralı parça v hızı ile sola doğru hareket eder. Bu küçük sicim parçası, **T** gerilme kuvvetinin uygulanmasıyla oluşan v^2/Rye eşit merkezcil ivmeye sahip olur. Şekil 16.11b'deki gibi, **T** kuvveti parçanın her iki tarafına ve sicime teğet olarak etki eder. **T**'nin yatay bileşenleri birbirini yok eder ve kuvvetlerin her bir düşey bileşeni $T\sin\theta$ olup yayın merkezine doğru etki eder. Böylece, toplam radyal kuvvet $2T\sin\theta$ olur. Parça küçük olduğu için θ küçük olur ve küçük açı yaklaşımı olan $\sin\theta \approx \theta$ kullanabiliriz. Buradan, toplam radyal kuvvet;

$$\sum F_r = 2T\sin\theta \approx 2T\theta$$

şeklinde yazılabilir.

Küçük parçanın kütlesi $m = \mu\Delta s$ olur. Burada, μ sicimin birim uzunluğu başına kütledir. Parçalar, bir dairesel kısım oluşturacağından ve bu kısım merkezden 2θ açısı ile görüldüğünden $\Delta s = R(2\theta)$ olur. Buradan,

$$m = \mu\Delta s = 2\mu R\theta$$

bulunur. Bu parçaya Newton'un ikinci yasası, uygulanırsa, hareketin radyal bileşeni,

$$\sum F_r = ma = \frac{mv^2}{R}$$

$$2T\theta = \frac{2\mu R\theta v^2}{R}$$

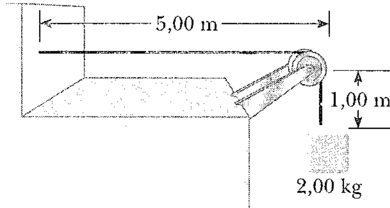
olur. Bu denklemin çözümü, 16.4 Eşitliğini verir.

Bu türetmenin, atma yüksekliğinin, sicimin uzunluğuna göre küçük olduğu varsayımına dayandırıldığına dikkat edin. Bu varsayımı kullanarak, sin $\theta \approx \theta$ yaklaşımını yapabildik. Hatta bu modelle, atmanın varlığı ile T gerilme kuvvetinin etkilenmediği kabul edilir, yani T kuvveti yay üzerindeki bütün noktalarda aynıdır. Son olarak, bu ispatta atmanın özel bir şeklinin olduğu düşünülmemiştir. Bununla beraber, herhangi bir şekle sahip olan bir atmanın, şeklini değiştirmeden sicim üzerinde $v = \sqrt{T/\mu}$ hızı ile ilerleyeceği sonucunu çıkarırız.

ÖRNEK 16.2 Sicim Üzerindeki Bir Atmanın Hızı

Homojen bir sicimin kütlesi 0,3 kg ve uzunluğu 6 cm dir. Bir ucuna asılan 2 kg kütle ile sicim gergin tutulmaktadır, (Şek. 16.12). Sicim üzerindeki bir atmanın hızını bulunuz.

Çözüm Sicim üzerindeki T gerilimi, asılan 2–kg'lık kütlenin ağırlığına eşittir:



Şekil 16.12 Sicim üzerindeki T gerilimi, ucuna asılan bir kütleyle sağlanmaktadır. Dalga hızı, $v = \sqrt{T/m}$ ifadesi kullanılarak hesaplanır.

$$T = mg = (2\text{ kg})\ (9{,}8\text{ m/s}^2) = 19{,}6\text{ N}$$

(Gerilmenin hesaplanmasında sicimin küçük kütlesi ihmal edilir. Gerçekte, sicim tam yatay olamaz ve bu yüzden homojen değildir.) μ, birim uzunluk başına kütle olmak üzere;

$$\mu = \frac{m}{\ell} = \frac{0{,}3\ kg}{6\text{m}} = 0{,}05\text{ kg/m}$$

olur. Buradan dalga hızı,

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{19{,}6\text{N}}{0{,}05\ \text{kg/m}}} = 19{,}8\ \text{m/s}$$

elde edilir.

Alıştırma Atmanın duvardan makaraya gitmesi için geçen süreyi bulunuz.

Cevap 0,253s.

Sınama Sorusu 16.3

Gergin bir sicimin serbest ucunu aşağı ve yukarı elinizle ani hareket yaptırarak bir atma oluşturduğunuzu varsayalım. Sicimin öteki ucu, sabit bir duvara bağlanmıştır. Atmanın duvara varma zamanı t dir. Aşağıdaki eylemlerden hangileri atmanın duvara erişme süresini azaltır? Birden fazla seçenek doğru olabilir.

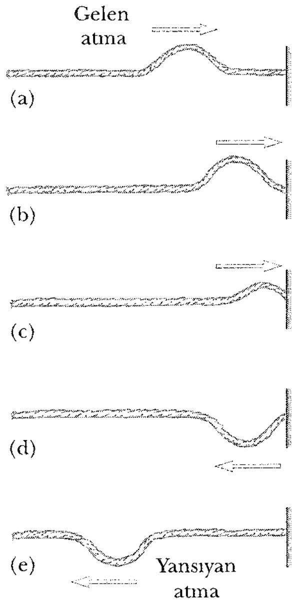
(a) Aynı miktarda aşağı ve yukarı olmak üzere elinizi daha hızlı hareket ettirmek
(b) Aynı miktarda aşağı ve yukarı olmak üzere elinizi daha yavaş hareket ettirmek
(c) Elinizi, aynı sürede aşağı ve yukarı daha büyük genlikle hareket ettirmek
(d) Elinizi, aynı sürede aşağı ve yukarı daha küçük genlikle hareket ettirmek
(e) Aynı gerilme kuvveti altında ve aynı uzunlukta daha ağır sicim kullanmak
(f) Aynı gerilme kuvveti altında ve aynı uzunlukta daha hafif sicim kullanmak
(g) Azaltılmış gerilim kuvveti altında ve aynı çizgisel kütle yoğunluklu bir sicim kullanmak
(h) Artırılmış gerilim kuvveti altında ve aynı çizgisel kütle yoğunluklu bir sicim kullanmak



YANSIMA VE GEÇME

İlerleyen dalgaların homojen bir ortam içinde hareketini inceledik. Şimdi, ilerleyen bir dalganın ortam değişikliği ile karşılaştığı zaman nasıl etkileneceğini inceleyelim (Şekil 16.13). Örneğin; bir pulsun, sicimin bağlı olan sabit ucuna doğru ilerlediğini düşününüz. Atma, sabit uca geldiği zaman **yansıyacaktır**. Sicimin duvara bağlı olduğu destek noktası katı olduğundan, Atmanın titreşimleri duvarın içine geçemez ve sicim boyunca ters yönde hareket eder.

Yansıyan atmanın ters döndüğüne dikkat ediniz. Bu, aşağıdaki gibi açıklanabilir: Atma, sicimin sabit ucuna geldiği zaman, sicim, destek noktasına yukarıya doğru bir kuvvet uygular. Newton'un üçüncü kanununa göre destek noktası, sicime eşit ve zıt (aşağıya) tepki kuvveti oluşturur. Bu aşağıya doğru olan kuvvet, atma yansırken ters çevrilmesine sebeb olur.

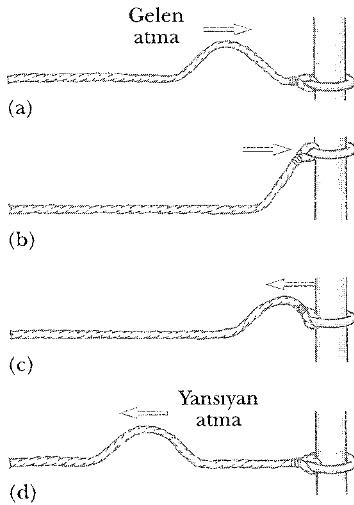


Şekil 16.13 İlerleyen bir dalganın, gerilmiş bir sicimin sabit ucundan yansıması. Yansıyan dalganın ters döndüğüne fakat şeklinin değişmediğine dikkat ediniz.

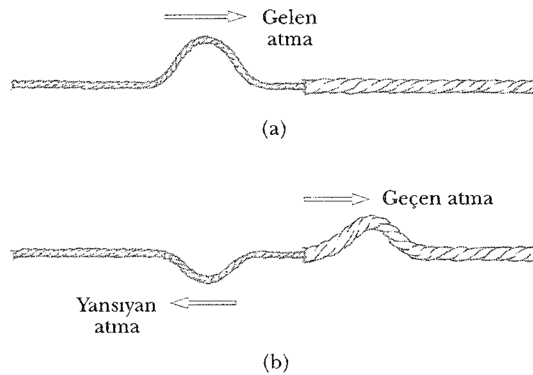
Şimdi, atmanın ilerlediği sicimin ucunda, Şekil 16.14'te görüldüğü gibi, düşey olarak serbestçe hareket edebilen bir halkanın bulunduğu başka bir durumu göz önününe alalım. Serbest uçtaki gerilme, düzgün bir direk üzerinde serbestçe düşey olarak kayabilen kütlesi ihmal edilen bir halkayla sağlanır. Atma yine yansıyacaktır, fakat bu kez yer değiştermesi ters dönmeyecektir. Atma, direğe geldiği zaman, serbest uca bir kuvvet uygular ve halka bu kuvvetin etkisiyle yukarıya doğru ivmelenir. Bu olayda halka, gelen pulsun yüksekliğinden daha yükseğe fırlatılır ve sonra gerilmenin aşağı yönlü bileşeniyle ilk konumuna geri döner. Bu, ters dönmeyen, yansıyan atmayı oluşturur. Atmanın genliği geleninki ile aynı olur.

Son olarak, bu iki hal arasında sınırın bir ortam olduğu durumlar olabilir. Bu halde gelen pulsun bir kısmı yansır ve bir kısmı da sınırı geçer. Örneğin Şekil 16.5 de gösterildiği gibi hafif bir ipin ucuna daha ağır bir ip bağlanmış olsun. Hafif ip üzerinde ilerleyen bir atma ikisi arasındaki sınıra vardığında bir kısmı ters çevirilerek yansır ve bir kısmı ise daha ağır ipe geçer önceden açıklandığı gibi ucu sabit desteğe bağlanmış iplerdekine benzer sebebten dolayı yansıyan atma ters çevrilir.

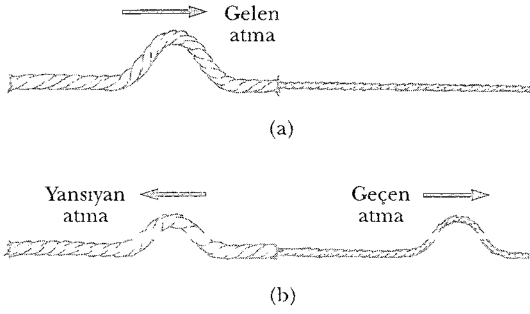
Şekil 16.15 den görüleceği gibi yansıyan atma, gelen atmadan daha küçük bir genliğe sahiptir. Kesim 16.8 de dalga tarafından taşınan enerjinin genlik ile ilgili olduğunu öğreneceğiz. Atma sınırda yansıyan atma ve geçen atma olarak ayrıldığında, enerjinin korunumu prensibine göre bu iki atmanın enerjileri toplamı gelen atmanın enerjisine eşittir. Yansıyan atma, gelen atmanın enerjisini sadece bir kısmını alacağından genliği daha küçüktür.



Şekil 16.14 İlerleyen bir dalganın gergin bir sicimin serbest ucunda yansıması. Bu durumda yansıyan atma ters dönmez.



Şekil 16.15 (a) Ağır sicime bağlı hafif bir sicim üzerinde sağa doğru ilerleyen bir atma. (b) Gelen atmanın bir kısmı yansır (ve ters döner) ve bir kısmı ağır sicime geçer.



Şekil 16.16 (a) Bir atma, hafif bir sicime bağlı olan ağır bir sicim üzerinde sağa doğru ilerlemektedir. (b) İlerleyen atma, kısmen yansır, kısmen de geçer. Bu durumda, yansıyan atma ters dönmez.

Şekil 16.16 da görüldüğü gibi bir atma ağır ip üzerinde ilerlediğinde ağır ip ile hafif ip arasındaki sınırda yine kısmen yansıma, kısmen geçme olur. Bu durumda yansımış atma ters çevrilmez.

Her iki halde, yansıyan ve geçen atmaların yükseklikleri, iplerin yoğunluklarına bağlıdır. Eğer iki ip özdeş ise, sınırda süreksizlik yoktur dolayısıyla yansıma olmaz.

(16.4) eşitliğine göre, sicimin yoğunluğu azalırken sicim üzerindeki ilerliyen dalganın hızının arttığını bulmuştuk. Gerilmeleri aynı olan iki sicimden, ağır olanı üzerindeki bir atma, hafif sicimdeki atmadan daha yavaş ilerler. Yansıyan dalgalara aşağıdaki genel kurallar uygulanır: **Eğer bir atma, A ortamından B ortamına $v_A > v_B$ olacak şekilde (yani B, A dan daha yoğun) ilerlerse, atma, yansıdığında ters döner. Eğer atma, A ortamından B ortamına $v_A < v_B$ (Yani A, B den yoğundur) olacak şekilde ilerlerse, atma yansıdığında ters dönmez.** Benzer kurallar, aşağıdaki kesimde açıklanacak olan harmonik dalgalar gibi diğer dalga biçimlerine de uygulanır.

16.7 SİNÜSSEL DALGALAR

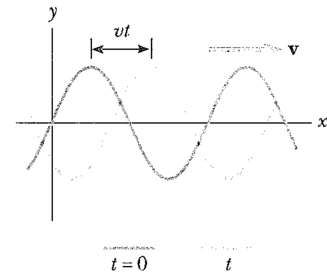
Bu kesimde, biçimi şekil 16.17'de görülen önemli bir dalga fonksiyonunu ele alacağız. Bu eğriyle temsil edilen dalga, **sinüssel dalga** adını alır. Çünkü eğri, sin θ fonksiyonunun θ'ya göre çizimine benzer. Sinüssel dalga, periyodik ve sürekli dalganın basit bir örneğini oluşturur ve Kesim 18.8'de görüleceği gibi, daha karışık dalgaların oluşturulmasında kullanılabilir. Kırmızı eğri, ilerleyen dalganın $t = 0$ anındaki durumunu, mavi eğri ise t süre sonraki durumunu gösterir. Sinüssel dalganın içinden geçtiği ortamın parçacığın $t = 0$ da, konumunu belirleyen fonksiyon aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \qquad \textbf{(16.5)}$$

şeklinde yazılır. Burada A sabitine dalganın genliği denir ve maksimum yerdeğiştermeyi gösterir. λ sabiti, dalgaboyu adını alır ve iki ardışık maksimum, yani dalga tepeleri arasındaki ya da aynı fazdaki iki komşu nokta arasındaki uzaklığa eşittir. O halde, x, λ nın tam katları olacak şekilde artarsa, yerdeğiştirmenin kendisini tekrar ettiğini görürüz. Dalga, v hızı ile sağa doğru hareket ederse, t süre sonra dalga fonksiyonu,

$$y = A \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)\right] \qquad \textbf{(16.6)}$$

şeklinde olur. Yani; Şekil 16.17'de görüldüğü gibi, sinüssel dalga t süresi içinde vt uzaklığı kadar sağa hareket eder. Dalga fonksiyonunun $f(x - vt)$ biçimin-



Şekil 16.17 Sağa doğru v hızı ile ilerleyen bir–boyutlu sinüssel dalga. Kırmızı eğri; dalganın $t = 0$ anındaki durumunu, mavi eğri ise t zaman sonraki durumunu gösterir.

de olduğuna ve sağa doğru ilerleyen bir dalgayı gösterdiğine dikkat ediniz. (16.1) ve (16.2) eşitliklerini elde ederken öğrendiğimiz gibi, dalga sola doğru ilerlerse, $x - vt$ yerine $x + vt$ niceliği gelecektir.

Dalganın, bir dalgaboyu kadar bir mesafeyi alması için geçen süreye T periyodu denir. Bu nedenle; dalga hızı, dalgaboyu ve periyod arasında,

$$v = \frac{\lambda}{T} \qquad \textbf{(16.7)}$$

bağıntısı vardır. Bu, (16.6) Eşitliğinde yerine konursa;

$$y = A \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \qquad \textbf{(16.8)}$$

bulunur. Dalga fonksiyonunun bu biçimi açıkça, y nin periyodik olduğunu gösterir. Yani, verilen herhangi bir t anında (dalganın bir andaki durumu) x, $x + \lambda$, $x + 2\lambda$ vb. konumlarında, y aynı değerde olur. Dahası, verilen herhangi bir x konumunda y nin değeri t, $t + T$, $t + 2T$ vb. zamanlarda da aynı olur.

Sinüssel dalga fonksiyonunu, başka iki nicelik tanımlayarak daha uygun bir biçimde ifade edebiliriz. Bu nicelikler, k **açısal dalga sayısı** ve ω **açısal frekansıdır**:

Açısal dalga sayısı

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \textbf{(16.9)}$$

Açısal frekans

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} \qquad \textbf{(16.10)}$$

Bu tanımlar kullanılarak (16.8) Eşitliği daha basit bir biçimde yeniden şöyle yazılabilir:

Sinüssel bir dalga için dalga fonksiyonu

$$y = A \sin(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16.11)}$$

olur. Bu ifadeyi daha sık kullanacağız.

Bir sinüssel dalganın frekansı, saniyede, sabit bir noktadan geçen bir dalga tepesinin (ya da dalganın herhangi bir noktasının) sayısına eşittir. Frekans, periyoda aşağıdaki bağıntı ile bağlıdır:

Frekans

$$f = \frac{1}{T} \qquad \textbf{(16.12)}$$

13. Bölümde öğrendiğimiz gibi, f nin çok kullanılan birimi s^{-1} ya da hertz (Hz) dir. T nin birimi ise saniye (s) dir.

(16.9), (16.10) ve (16.12) Eşitliklerini kullanarak, 16.7 de verilen v dalga hızını aşağıdaki gibi değişik biçimlerde ifade edebiliriz:

Sinüssel dalga hızı

$$v = \frac{\omega}{k} \qquad \textbf{(16.13)}$$

$$v = \lambda f \qquad \textbf{(16.14)}$$

(16.11) Eşitliği ile verilen dalga fonksiyonu, $x = 0$ ve $t = 0$ da y yerdeğiştirmesinin sıfır olduğunu ifade eder. Bunun her zaman böyle olması gerekmez. $x = 0$ ve $t = 0$ da enine yerdeğiştirme sıfır değilse, genellikle dalga fonksiyonunu aşağıdaki biçimde ifade ederiz:

Sinüssel dalganın genel formülü

$$y = A \sin(kx - \omega t + \phi) \qquad \textbf{(16.15)}$$

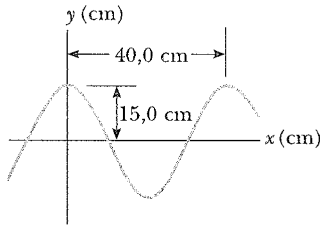
Buradaki ϕ'ye Bölüm 13'te periyodik hareketi incelerken öğrendiğimiz gibi, **faz sabiti** denir. Bu sabit, başlangıç şartlarından bulunabilir.

ÖRNEK 16.3 İlerleyen Sinüssel Bir Dalga

Pozitif x yönünde ilerleyen sinüssel bir dalganın genliği 15 cm, dalgaboyu 40 cm ve frekansı 8 Hz dir. $x = 0$ ve $t = 0$ anında dalganın yer değiştirmesi, Şekil 16.18 da görüldüğü gibi, 15 cm dir. (a) Dalganın k dalga sayısını, T periyodunu ω açısal frekansını, v hızını bulunuz.

Çözüm 16.9, 16.10, 16.12 ve 16.14 Eşitliklerini kullanarak;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\,\text{rad}}{40\text{ cm}} = 0{,}157\text{ rad/cm}$$



Şekil 16.18 Bir sinüsel dalganın dalga boyu λ = 40cm ve genliği A = 15cm dir. Dalga fonksiyonu, $y = A\cos(kx - \omega t)$ biçiminde yazılabilir.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\,(8\text{ s}^{-1}) = 50{,}3\text{ rad/s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8\text{s}^{-1}} = 0{,}125\text{s}$$

$$v = f\lambda = (8\text{ s}^{-1})\,(40\text{ cm}) = 320\text{ cm /s}$$

bulunur.

(b) ϕ faz sabitini bularak, dalga fonksiyonunun genel ifadesini yazınız.

Çözüm Genlik A = 15 cm ve $x = 0$, $t = 0$ da y = 15 cm kullanılırsa;

$$15 = (15)\sin\phi \qquad \text{ya da} \qquad \sin\phi = 1$$

olur. $\phi = \pi/2$ rad (ya da 90°) bulunur. Böylece, dalga fonksiyonunun biçimi

$$y = A\sin\left(kx - \omega t + \frac{\pi}{2}\right) = A\cos(kx - \omega t)$$

olur. Bu, kosinüsün argümanının, sinüs fonksiyonundan 90° farklı olduğuna dikkat edilerek görülebilir. A, k, ve ω nın değerleri bu ifadede yerine konursa,

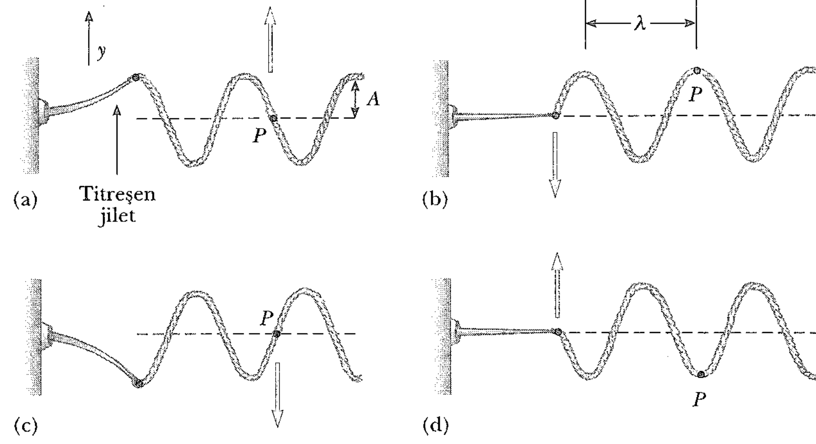
$$y = (15\text{ cm})\cos(0{,}157x - 50{,}3t)$$

elde edilir.

Sicim Üzerindeki Sinüssel Dalgalar

Şekil 16.2'de, gergin bir sicimi aşağı ve yukarı ani hareket ettirerek nasıl bir puls oluşturulduğunu gösterdik. Genellikle, dalga treni ya da düzlem dalga denilen böyle bir puls (atma) treni oluşturmak için elimizin bulunduğu yere titreşen bir jilet yerleştiririz. Eğer dalga özdeş periyotlu bir trenden oluşmuşsa, biçimi ne olursa olsun; hız, frekans ve periyod arasında $f = 1/T$ ve $v = f\lambda$ bağıntıları vardır. Dalga kaynağı basit harmonik titreşim yaparsa, dalga fonksiyonu hakkında daha belirgin ifadeler verebiliriz. Şekil 16.19, bir çeyrek periyottaki, $T/4$, dalganın ani durumunu gösterir. **Şekildeki P noktası gibi, sicimin her parçacığının, y doğrultusunda düşey olarak basit harmonik hareketle salınım hareketi yapacağına dikkat edilmelidir.** Bu, gerçekten öyle olur. Çünkü her bir parçacık, çubuğun basit harmonik hareketini izler. Bu yüzden; sicimin her parçası, sicimin hareketini başlatan jiletin titreşim frekansına eşit bir frekansla titreşen, basit harmonik osilatör olarak kabul edilebilir.[3] Her parça y doğrultusunda salınmasına rağmen, dalganın v hızı ile x yönünde ilerlediğine dikkat edin. Şüphesiz bu, enine dalganın tanımıdır. Bu durumda, enine dalgayla taşınan enerji, titreşen jilet tarafından sağlanır. (Gerçekte, hava direnci ve sicimdeki iç sürtünme nedeniyle salınımların genliği zamanla azalacaktır).

[3] Bu düzenlemede, P gibi küçük ip parçasının daima düşey doğrultuda salındığını kabul ediyoruz. Kütlenin yan tarafa hareketine izin verilirse, ipteki gerilme değişecektir. Böyle bir hareket araştırmamızı çok zorlaştırır.



Şekil 16.19 Uzun bir sicim üzerinde, harmonik dalgaları oluşturmak için bir metod. Sicimin sol ucu, titreşen bir jilete bağlıdır. Sicimin P gibi her parçası, düşey doğrultuda basit harmonik hareket yapmaktadır.

$t = 0$ anındaki dalganın biçimi Şekil 16.19b'de açıklandığı gibi ise, dalga fonksiyonu;

$$y = A \sin(kx - \omega t)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifade, sicimin üzerindeki herhangi bir noktanın hareketini açıklamak için kullanılabilir. P noktası (ya da sicim üzerindeki herhangi bir nokta) düşey olarak hareket eder ve böylece onun x koordinatı sabit kalır. Bu nedenle, v_y **enine hız** (v dalga hızıyla karıştırılmamalıdır) ve a_y **enine ivme,**

$$v_y = \left.\frac{dy}{dt}\right]_{x\,=\,\text{sabit}} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16.16)}$$

$$a_y = \left.\frac{dv_y}{dt}\right]_{x\,=\,\text{sabit}} = \frac{\partial v_y}{\partial t} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16.17)}$$

bağıntılarıyla verilir. Bu formüllerde y, t ve x'e bağlı olduğundan kısmi türev (Kesim 8.6 ya bakınız) alınır. Örneğin $\delta y/\delta t$ gösteriminde x'i sabit tutarak t'ye göre türev alınmaktadır. Enine hız ve enine ivmenin maksimum değerleri, basitce kosinüs ve sinüs fonksiyonlarının kat sayılarıdır:

$$v_{y\,\text{maks}} = \omega A \qquad \textbf{(16.18)}$$

$$a_{y\,\text{maks}} = \omega^2 A \qquad \textbf{(16.19)}$$

Enine hız ve ivmenin aynı anda maksimum değerlerine erişmeyeceklerine kendinizi inandırın. Gerçekten, yerdeğiştirme $y = 0$ olduğu zaman enine hız, maksimum (ωA) değerine erişir. Halbuki; enine ivme, $y = -A$ olduğu zaman maksimum değerine ($\omega^2 A$) erişmektedir. Son olarak, 16.18 ve 16.19 Eşitliklerinin, basit harmonik hareketin ilgili 13.10 ve 13.11 denklemlerine özdeş olduğunu görmekteyiz.

Sınama Sorusu 16.4

Sinüssel bir dalga, bir sicim üzerinde hareket etmektedir.Dalganın f frekansını artırırsanız, enine hız, dalga hızı ve dalga boyu nasıl değişir?

ÖRNEK 16.4 **Sinüssel Olarak Titreşen Bir Sicim**

Şekil 16.19 da görülen sicim, bir ucundan 5 Hz'lik frekansla sinüssel olarak titreştirilmektedir. Hareketin genliği 12 cm ve dalga hızı 20 m/s dir. Dalganın k dalga sayısını ve ω açısal frekansını bulunuz ve dalga fonksiyonu için bir ifade yazınız.

Çözüm Eşit. 16.10, 16.12 ve 16.13 ü kullanarak;

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = 2\pi(5\text{Hz}) = 31{,}4\,\text{rad/s}$$

$$k = \frac{w}{v} = \frac{31{,}4\ \text{rad/s}}{20\ \text{m/s}} = 1{,}57\ \text{rad/m}$$

bulunur.

$A = 12$ cm $= 0{,}12$ m olduğundan

$$y = A\sin(kx - \omega t) = (0{,}12\ \text{m})\ \sin(1{,}57\,x - 31{,}4t)$$

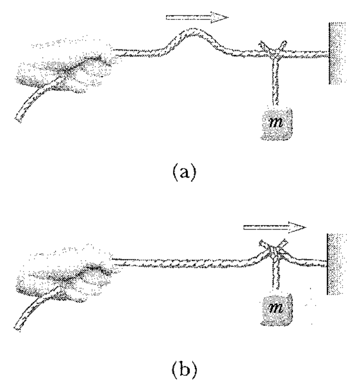
elde edilir.

Alıştırma Sicim üzerindeki herhangi bir noktanın enine hızı ve ivmesinin maksimum değerlerini hesaplayınız.

Cevap 3,77 m/s; 118 m/s^2.

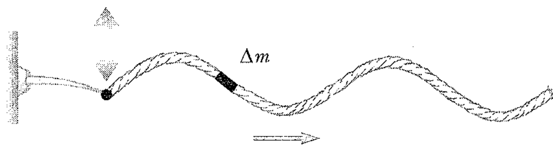
16.9 SİNÜSSEL DALGALARLA SİCİMDE TAŞINAN GÜÇ

Dalgalar, bir ortam içinden geçerken enerji taşırlar. Bu olay, şekil 16.20'de gösterildiği gibi, üzerinde bir kütle asılmış gergin sicimin bir ucundan bir atma gönderilerek kolaylıkla gösterilir. Atma, asılı kütleye geldiği zaman, Şekil 16.20b'deki gibi, kütle ani olarak yer değiştirecektir. Bu olayda, kütlenin hareket etmesiyle iş yapıldığından, enerji kütleye aktarılmaktadır. Bu kesimde, enerjinin sicimde iletilme hızını açıklıyacağız. Bir boyutlu dalga ile iletilen gücü hesaplarken, dalganın sinüssel olduğunu kabul edeceğiz.



Şekil 16.20 (a) Üzerinde bir kütle asılmış gergin bir sicimde sağa doğru ilerleyen bir atma (b) Atma asılı kütleye eriştiği zaman ona enerji aktarır.

Bir sicim üzerinde ilerleyen sinüssel bir dalgayı düşününüz (Şek. 16.21). Dalga tarafından taşınacak enerjinin kaynağı, sicimin sol ucundaki dış etkendir ve bu, salınımla iş yapmaktadır. Dış etken ipi aşağı yukarı doğru hareket ettirirken ip üzerinde iş yapar, sisteme giren bu enerji ip boyunca ilerler. Uzunluğu Δx ve kütlesi Δm olan sicim parçasını göz önüne alalım. Benzer parçaların her biri düşey olarak basit harmonik hareket yapar. Bundan başka, her parça aynı ω açısal frekansa ve aynı A genliğine sahiptir. Bölüm 13 de bulduğumuz gibi, basit harmonik hareket yapan bir parçacığın oluşturduğu U esneklik potansiyel enerjisi $U = \frac{1}{2}ky^2$ 'dir. Burada basit harmonik hareket y doğ-



Şekil 16.21 Gerilmiş bir sicimde, x ekseni boyunca ilerleyen bir sinüssel dalga. Sicimin her parçası düşey olarak hareket eder ve her bir parça aynı toplam enerjiye sahiptir.

rultusundadır. $\omega^2 = k/m$ bağıntısı, (13.16) ve (13.17) eşitliklerinde kullanılarak $U = \frac{1}{2} m\omega^2 y^2$ biçiminde yazılabilir. Bu bağıntıyı, Δm kütleli parçaya uygularsak, bu parçanın potansiyel enerjisi,

$$\Delta U = \frac{1}{2}(\Delta m)\omega^2 y^2$$

olur. Sicimin birim uzunluk başına kütlesi, $\mu = \Delta m/\Delta x$ olduğu için bu parçanın potansiyel enerjisi

$$\Delta U = \frac{1}{2}(\mu\Delta x)\omega^2 y^2$$

şeklinde olur. Parçanın uzunluğu sıfıra çok yakın alınırsa ($\Delta x \rightarrow dx$) bu ifade diferansiyel bağıntı şekline gelir. Yani,

$$dU = \frac{1}{2}(\mu dx)\omega^2 y^2$$

olur. Sinüssel dalga fonksiyonu için parçanın y yerdeğiştirmesini bu ifadede kullanırsak,

$$dU = \frac{1}{2}\mu\omega^2[A \sin(kx - \omega t)]^2 \, dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \sin^2(kx - \omega t) \, dx$$

elde edilir. $t = o$ anını alırsak, verilen parçanın potansiyel enerjisi;

$$dU = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \sin^2 kx \, dx$$

bulunur. Bir dalga boyundaki toplam potansiyel enerjiyi elde etmek için bu ifadenin bir dalga boyundaki bütün sicim parçaları üzerinden integralini alırız. O halde;

$$U_\lambda = \int dU = \int_0^\lambda \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \sin^2 kx \, dx = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 \int_0^\lambda \sin^2 kx \, dx$$

$$= \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\left[\frac{1}{2}x - \frac{1}{4k}\sin 2kx\right]_0^\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\left(\frac{1}{2}\lambda\right) = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2\lambda$$

elde edilir. Hareketli olduğu için sicimin her parçası kinetik enerjiye de sahiptir. Bu işlem, sicim üzerinde bir dalga boyundaki toplam kinetik enerjiyi bulmak için kullandığınız zaman,

$$K_\lambda = \int dK = \frac{1}{4}\mu\omega^2 A^2\lambda$$

sonucunu buluruz. Dalganın bir dalga boyundaki toplam enerjisi, kinetik ve potansiyel enerjilerinin toplamı olduğundan,

$$E_\lambda = U_\lambda + K_\lambda = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\lambda \qquad \textbf{(16.20)}$$

elde edilir. Dalga sicim üzerinde hareket ederken, bu enerji miktarı, bir periyotluk titreşim esnasında, sicim üzerindeki verilen bir noktadan geçer. Böylece, dalganın oluşturduğu güç, ya da enerji aktarma hızı;

$$\mathcal{P} = \frac{E_\lambda}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\lambda}{T} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2\left(\frac{\lambda}{T}\right)$$

Bir dalganın gücü

$$\mathcal{P} = \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v \qquad \textbf{(16.21)}$$

olur. Bu ifade, bir sicim üzerinde harmonik bir dalgayla iletilen gücün, (a) dalganın hızı (b) frekansın karesi (c) genliğin karesi ile orantılı olduğunu gösterir. Gerçekten, bütün harmonik dalgalar aşağıdaki genel özelliğe sahiptir: **Herhangi bir harmonik dalgayla iletilen güç, frekans ve genliğin kareleri ile orantılıdır.**

ÖRNEK 16.5 Titreştirilen Bir İpe Aktarılan Güç

Birim uzunluk başına kütlesi $\mu = 5 \times 10^{-2}$ kg/m olan gerilmiş bir ip, 80 N luk gerilme kuvveti altındadır. 60 Hz frekansında ve 6 cm genliğinde harmonik dalgalar üretmek için ipe ne kadar bir güç uygulamalıdır?

Çözüm Gerilen ipteki dalga hızı,

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{80\text{ N}}{5 \times 10^{-2}\text{ kg/m}}} = 40\text{ m/s}$$

olur. $\phi = 60$ Hz olduğundan ip üzerindeki harmonik dalgaların ω açısal hızı,

$$\omega = 2\pi f = 2\pi\ (60\text{ Hz}) = 377\text{ s}^{-1}$$

bulunur. Güç için, 6.21 Eşitliğinde bu değerler ve $A = 6 \times 10^{-2}$ m olan genlik kullanılarak,

$$\begin{aligned}\mathscr{P} &= \tfrac{1}{2}\,\mu\,\omega^2 A^2 v \\ &= \tfrac{1}{2}\,(5 \times 10^{-2}\text{ kg/m})\,(377\text{s}^{-1})^2 \\ &\quad \times (6 \times 10^{-2}\text{ m})^2\,(40\text{ m/s}) \\ &= 512\text{ W}\end{aligned}$$

elde edilir.

Seçmeli Kesim

16.9 LİNEER DALGA DENKLEMİ

Kesim 16.3'te, bir sicim üzerinde ilerleyen dalgayı göstermek için dalga fonksiyonu kavramını tanıttık. $y(x, t)$ olan bütün dalga fonksiyonları, *lineer dalga denklemi* denilen bir denklemin çözümleridir. Bu denklem tam olarak dalga hareketini tasvir eder ve ondan dalga hızı için bir ifade türetilebilir. Üstelik, lineer dalga denklemi, çeşitli biçimdeki dalga hareketlerinin temelidir. Bu kesimde, dalga denklemlerini, sicim üzerindeki dalgaları göz önüne alarak çıkaracağız.

Gerilme kuvveti T olan bir sicimin Δx uzunluğundaki küçük bir parçasını ele alalım. İlerleyen dalga bu sicim üzerinde yayılıyor olsun (Şek. 16.22). Parçanın uçlarının x ekseni ile θ_A ve θ_B gibi küçük açılar yaptığını varsayalım. Parçaya düşey doğrultuda etkiyen net kuvvet,

$$\sum F_y = T\sin\theta_B - T\sin\theta_A = T(\sin\theta_B - \sin\theta_A)$$

olur. Açıların küçük olduğunu kabul ettiğimiz için, $\sin\theta \approx \tan\theta$ olan küçük açı yaklaşımını kullanabiliriz ve buradan net kuvvetin ifadesini

$$\sum F_y \approx T(\tan\theta_B - \tan\theta_A)$$

olarak yazarız. Ayrıca, A ve B noktalarındaki açıların tanjantları, eğrinin bu noktalardaki eğimleri olarak tanımlanır. Bir eğrinin eğimi $\partial y/\partial x$ ile verildiğinden, söz konusu ifade

$$\sum F_y \approx T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_A\right] \qquad \textbf{(16.22)}$$

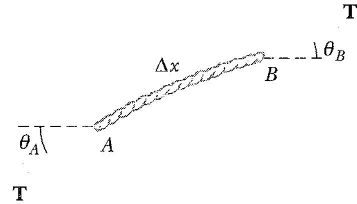
şeklinde yazılır. Şimdi, kütlesi $m = \mu\Delta x$ olan parçaya $\sum F_y = ma_y$ olan Newton'un ikinci kanununu uygularsak

$$\sum F_y = m\,a_y = \mu\Delta x\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \qquad \textbf{(16.23)}$$

elde ederiz. Burada, $a_y = \partial^2 y/\partial t^2$ ifadesini kullandık. 16.23 Denklemini, 16.22 Denklemi ile eşitlersek,

$$\mu\Delta x\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = T\left[\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_B - \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_A\right]$$

$$\frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{(\partial y/\partial x)_B - (\partial y/\partial x)_A}{\Delta x} \qquad \textbf{(16.24)}$$



Şekil 16.22 T gerilmesi altındaki sicimin bir parçası. A ve B noktalarındaki eğimler sırasıyla θ_A ve θ_B ile verilmiştir.

bulunur. 16.24 Eşitliğinin sağ tarafı, aşağıda verilen herhangi bir fonksiyonun türev tanımı kullanılarak farklı biçimde ifade edilebilir:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Eğer, f $(\partial y / \partial x)_B$ 'yi f $(x+\Delta x)$ ile, $f(x)$ i $(\partial y / \partial x)_A$ ile gösterirsek $\Delta x \to 0$ durumunda 16.24 Eşitliğinin

Lineer (doğrusal) dalga denklemi

$$\frac{\mu}{T}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \qquad (16.25)$$

şeklinde yazılabileceğini görürüz.

Bu, sicim üzerindeki dalgalara uygulanan lineer (doğrusal) dalga denklemidir.

Şimdi, sinüssel dalga fonksiyonlarının (Eş. 16.11), bu dalga denkleminin bir çözümü olduğunu göstereceğiz. Sinüssel dalga fonksiyonunun $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ şeklinde olduğunu kabul ederek ilgili türevlerini aldığımızda,

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A \sin(kx - \omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A \sin(kx - \omega t)$$

buluruz. Bu ifadeleri 16.25 Eşitliğinde yerine koyarsak,

$$-\frac{\mu\omega^2}{T}\sin(kx - \omega t) = -k^2 \sin(kx - \omega t)$$

elde ederiz. Bu denklem, dalga denkleminin bir çözümü olan sinüssel dalga fonksiyonundaki x ve t değişkenlerinin bütün değerleri için doğrudur. Denklemin her iki tarafı, sin $(kx, \omega t)$ olan aynı fonksiyondaki x ve t 'ye bağlıdır. Bu fonksiyona bölünürse,

$$k^2 = \frac{\mu\omega^2}{T}$$

özdeşliğini elde ederiz. Yukardaki ifadede $v = \omega / k$ bağıntısını kullanarak,

$$v^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{T}{\mu}$$

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

olur. Bu ifade, gerilmiş bir sicim üzerindeki (16.4) Eşitiliği ile verilen dalga hızı ifadesinin başka bir yolla doğrulanmasını gösterir.

16.25 Eşitliği ile verilen lineer dalga denklemi, çoğu kez aşağıdaki biçimde yazılır:

Genel lineer dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad (16.26)$$

Bu ifade, genellikle dağıtıcı olmayan (nondispersive) ortamlarda yayılan çeşitli dalga tiplerine uygulanır. Sicim üzerindeki dalgalar için y, düşey yerdeğiştirmeleri gösterir. Ses dalgaları için y, basınç ya da gazın yoğunluk değişimlerine karşılık gelir. Elektromanyetik dalgalarda ise y, elektrik ya da manyetik alan bileşenlerini gösterir.

Sinüsel dalga fonksiyonu, (Eş. 16.11) lineer dalga eşitliğinin (Eş. 16.26) bir çözümü olduğunu gösterdik. Burada ispat edilmemesine rağmen, lineer dalga denklemi $y = f(x \pm vt)$, şeklindeki bütün dalga fonksiyonları tarafından

sağlanır. Bundan başka, dalga denkleminin, sicimin bir parçasına uygulanan Newton'un ikinci kanununun direk sonucu olduğunu gördük.

ÖZET

Enine dalga, ortamın parçacıklarının, dalganın hızına *dik* doğrultuda hareket etmesiyle oluşan bir dalgadır. Örnek olarak gerilmiş bir sicim üzerindeki dalga verilebilir. Ortamın parçacıklarının, dalga hızına *paralel* doğrultuda hareket etmesiyle oluşan dalgalara **boyuna dalgalar** denir. Ses dalgaları boyuna dalgalardır. İki tip dalga örneklerini ayırabilmelisiniz.

v hızı ile x doğrultusunda hareket eden bir-boyutlu bir dalga

$$y = f(x \pm vt) \qquad \textbf{(16.1, 16.2)}$$

ile temsil edilir; pozitif işareti negatif x yönünde, negatif işareti pozitif x yönünde ilerleyen dalgaya aittir. Her hangi bir andaki dalganın şekli (dalganın bir anlık durumu) t sabit tutularak bulunur.

Üst– üste binme prensibi; iki ya da daha fazla dalgalar, bir ortam içinde hareket ettiği zaman, bileşke dalga fonksiyonunun, bireysel dalgaların cebirsel toplamına eşit olduğunu ifade eder. Bu prensibe uyan dalgaların *lineer* olduğu söylenir. İki dalga, uzayda biraraya geldiği zaman, bileşke dalga oluşturmak üzere girişirler. Girişim, yapıcı (yerdeğiştirmeler aynı yönde olduğu zaman) ya da **yıkıcı** (yerdeğiştirmeler zıt yönde olduğu zaman) olabilir.

Birim uzunluk başına kütlesi μ ve gerilme kuvveti T olan gerilmiş bir sicim üzerinde ilerleyen dalganın **hızı**

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \textbf{(16.4)}$$

ile verilir.

Bir dalga, içinde ilerleyebileceği bir ortama ulaştığında tamamen veya kısmen yansır veya bir sınıra ulaştığında onun hızı değişir. Bir sicim üzerinde ilerleyen bir dalga sabit uca geldiği zaman, atma yansır ve ters-döner. Atma, serbest bir uca gelirse yansır fakat ters-dönmez.

Sağa doğru ilerleyen bir–boyutlu harmonik dalganın **dalga fonksiyonu,**

$$y = A \sin\left[(2\pi/\lambda)(x - vt)\right] = A \sin(kx - \omega t) \qquad \textbf{(16.6, 16.11)}$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada; A **genlik,** λ **dalga boyu,** k **dalga sayısı ve** ω **açısal frekanstır.** T **periyot** (dalganın bir dalgaboyu uzunluğunu alması için geçen süre) ve f **frekans ise**, o zaman k ve ω arasında,

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \qquad \textbf{(16.7, 16.14)}$$

$$k \equiv \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \textbf{(16.9)}$$

$$\omega \equiv \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad \textbf{(16.10, 16.12)}$$

bağıntıları yazılabilir.

Gerilmiş bir sicimde harmonik dalga ile taşınan **güç,**

$$\mathcal{P} \equiv \frac{1}{2}\mu\omega^2 A^2 v \qquad \textbf{(16.21)}$$

ile verilir.

SORULAR

1. Bir sicim üzerinde ilerleyen bir dalga atması, niçin enine bir dalga olarak düşünülür?
2. Gerilmiş bir yayda, boyuna bir dalgayı nasıl oluşturursunuz? Bir yayda, enine bir dalgayı da oluşturmak mümkün müdür?
3. Dalga hızını iki kat artırmak için, sicimdeki gerilme kuvvetini kaç kat artırmalıyız?
4. Bir dalga atması, gerilmiş sicimde ilerlerken, yansıdığında daima ters mi döner? Açıklayınız.
5. Aynı sicim üzerinde zıt yönlerde ilerleyen iki atma, birbirinden yansıyabilir mi? Açıklayınız.
6. Gerilmiş bir sicimdeki bir parçanın enine hızı, dalga hızına bağlı mıdır?
7. Gerilmiş bir ipin bir ucunu, saniyede üç kez periyodik olarak sarstığınız zaman, ipte oluşan periyodik sinüssel dalganın periyodu ne olacaktır?
8. Bir kaynağın titreşimiyle, sabit gerilme altındaki bir sicimde sinüssel dalgalar üretilmektedir. Eğer, sicimle taşınan güç iki kat artarsa, genlikteki değişme kaç kat artmalıdır? Bu şartlar altında dalga hızı değişir mi?
9. Gerilmiş bir ip üzerinde ilerleyen bir dalgayı düşününüz. Dalga hızı ile ipin küçük bir parçasının hızı arasında ne fark vardır?
10. Uzun bir ip, tavana asılarak dalgalar en alt uçtan yukarı doğru gönderilirse, dalgalar sabit hızla yükselmez. Açıklayınız.
11. Frekansı iki kat artarsa, sicim üzerindeki bir dalganın dalga boyu ne olur? Sicimdeki gerilmenin aynı kaldığını kabul ediniz.
12. Frekansı iki kat artarsa, sicim üzerindeki bir dalganın hızı ne olur? Sicimdeki gerilmenin aynı kaldığını kabul ediniz.
13. Enine dalgaların boyuna dalgalardan farkı nedir?
14. Bir gitarın tellerinin hepsi aynı gerilme kuvveti ile gerilirse daha yoğun bir tel boyunca ilerleyen bir dalganın hızı, hafif bir tel üzerinde ilerleyen bir dalganın hızından daha hızlı mı yoksa daha yavaş mı olacaktır?
15. Lastik bir hortumu gererek ona müzik aleti teline vurur gibi vurursak, hortum üzerinde aşağı ve yukarıya doğru ilerleyen atma gözleyebilirsiniz. Eğer, hortumu daha fazla gererseniz, atmanın hızı ne olur? Eğer, hortumu su ile doldurursanız ne olur?
16. Bir yayda boyuna dalga elde etmek için halkalar, dalganın ilerleme yönünde ileriye ve geriye doğru hareket ettirilir. Dalganın hızı, her halkanın maksimum hızına bağlı mıdır?
17. İki dalga giriştiği zaman bileşke dalga, ilk iki dalganın her birinden daha büyük olabilir mi? Hangi şart altında bu durum olabilir?
18. Bir katı, enine dalga olduğu kadar boyuna dalga da iletebilir, fakat bir sıvı yalnız boyuna dalga iletir. Niçin?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

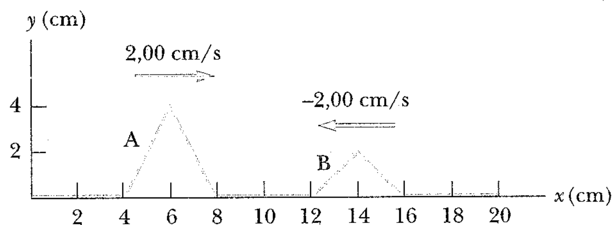
Kesim 16.1 Dalga Hareketinin Temel Değişkenleri
Kesim 16.2 Parçacığın Yerdeğiştirme Doğrultusu
Kesim 16.3 Bir-Boyutta İlerleyen Dalgalar

1. $t = 0$ da, bir teldeki enine dalga atması aşağıdaki fonksiyonla verilmektedir.

$$y = \frac{6}{x^2 + 3}$$

Burada x ve y nin birimi metredir. Eğer, dalga pozitif x yönünde 4,5 m/s hızla ilerlerse, bu dalgayı betimleyen $y\ (x,\ t)$ fonksiyonunu yazınız.

2. A ve B gibi iki dalga atması, gerilmiş bir sicim boyunca 2 m/s'lik bir hızla *zıt yönlerde* hareket ediyorlar. A nın genliği, B nin genliğinin iki katıdır. Atmalar, Şekil P16.2 de $t = 0$ anında görülmektedir. Sicimin biçimlerini $t = 1$; 1,5; 2; 2,5 ve 3s anlarında çiziniz.



Şekil P16.2

3. x- ekseni boyunca hareket eden bir dalga;

$$y\,(x,\ t) = 5e^{-(x+5t)^2}$$

denklemiyle veriliyor. Burada x metre ve t saniyedir: (a) dalga hareketinin doğrultusunu, (b) dalganın hızını tayin ediniz.

4. Tepeden tepeye olan uzaklığı 10 m olan okyanus dalgaları aşağıdaki şekilde belirtilebilmektedir: $y(x, t) = (0{,}8\ \text{m})\sin[0{,}628\,(x - vt)]$ burada $v = 1{,}2$ m/s (a) $t = 0$ da $y(x, t)$ yi çiziniz. Bu, $t = 0$ da dalganın ani durumuna karşılık gelir. (b) $t = 2$ s de $y(x, t)$ yi çiziniz. Bu zaman içinde tam dalga biçiminin pozitif x yönünde nasıl 2,4 m yer değiştirdiğine dikkat ediniz.

5. Yer yüzeyi üzerindeki A ve B noktaları aynı enlemde olup boylamları 60° ayrıdır. A noktasındaki bir depremin, B noktasına iki dalga gönderdiğini varsayın. Enine bir dalga, yeryüzeyi boyunca 4,50 km/s hızla ve boyuna bir dalga, yer içinde 7,80 km/s hızla ilerlemektedir. (a) Hangi dalga B noktasına önce varır? (b) B noktasına gelen iki dalga arasındaki zaman farkı nedir? Yerkürenin yarıçapını 6370 km alınız.

6. Bir sismograf istasyonu, bir depremden S ve P dalgalarını 17,3 s aralıkla alır. Dalgalar, sırayla 4,50 km/s ve 7,80 km/s hızlarla aynı yolda ilerlemektedir. Sismometrenin deprem merkezine göre uzaklığını bulunuz.

Kesim 16.4 Dalgaların üst-üste gelmesi ve girişimi

WEB **7.** Bir sicim üzerindeki iki sinüssel dalga, aşağıda verilen fonksiyonlarla tanımlanmıştır:

$$y_1 = (2\ \text{cm})\sin(20x - 32t)$$

ve

$$y_2 = (2\ \text{cm})\sin(25x - 40t)$$

Burada x ve y cm ve t, s dir. (a) $x = 5$ cm ve $t = 2$s deki noktada bu dalgalar arasındaki faz farkı nedir? (b) $t = 2$s de ve faz farkı $\pm\pi$ olduğu zaman, orijine yakın noktadaki pozitif x değeri nedir? (Bu nokta, iki dalganın toplamının sıfır olacağı yerdir).

8. Bir sicim üzerindeki iki dalga aşağıdaki bağıntılarla tanımlanmaktadır.

$$y_1 = 3\cos(4x - 1{,}6t)$$

ve

$$y_2 = 4\sin(5x - 2t)$$

x ve y cm ve t s olmak üzere aşağıdaki noktalarda dalgaların üst – üste gelmesini ($y_1 + y_2$) bulunuz. (a) $x = 1$, $t = 1$, (b) $x = 1$, $t = 0{,}5$, (c) $x = 0{,}5$; $t = 0$ (Trigonometrik fonksiyonların argümanlarının radyan olduğunu hatırlayın).

9. Bir sicim üzerindeki dalga atması aşağıdaki denklemle verilmektedir:

$$y_1 = \frac{5}{(3x - 4t)^2 + 2}$$

Aynı sicim üzerindeki ikinci dalga atması ise,

$$y_2 = \frac{-5}{(3x + 4t - 6)^2 + 2}$$

şeklindedir. (a) Her atma hangi yönde ilerlemektedir? (b) Ne zaman iki dalga birbirini yok edecektir? (c) Hangi noktada, iki atma birbirini her zaman yok eder?

Kesim 16.5 Sicimlerdeki Dalgaların Hızı

10. Bir telefon kablosu 4m uzunluğundadır. Kablonun kütlesi 0,20 kg'dır. Enine bir dalga, gerilmiş kordonun bir ucunu hızla sarsmak suretiyle oluşturulmaktadır. Puls, kablo boyunca ileri ve geriye 0,8s içinde dört sefer yapmaktadır. Kordondaki gerilme kuvveti nedir?

11. Hızı 50 m/s olan enine dalgalar, gerilmiş bir sicimde oluşturulmuştur. Sicimin 5 m uzunluğunun toplam kütlesi 0,06 kg dır. Sicimdeki gerilme kuvveti nedir?

12. Birim uzunluk başına kütlesi 0,005 kg/m olan bir piyono teline 1350 N'luk bir gerilme kuvveti uygulanmıştır. Bu tel üzerinde bir dalganın ilerleme hızını bulunuz.

13. Ay üzerindeki bir astronot, ucuna büyük bir kütle asılan bir tel üzerinde aşağıya doğru ilerleyen atma (puls) sürelerini kullanarak g'nin yerel değerini ölçmek ister. Telin kütlesini 4 g, boyunu 1.60 m ve asılan kütleyi 3 kg kabul ediniz. Puls, telin uzunluğunu 36.1 ms de geçmektedir. Bu verileri kullanarak g_{Ay} çekim ivmesini hesaplayınız. (Teldeki gerilme kuvvetini hesaplarken telin kütlesini ihmal edebilirsiniz).

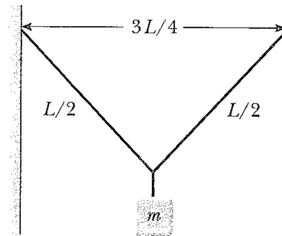
14. Çapı 1,5 mm olan gerilmiş bir bakır tel üzerinde 200 m/s lik bir hızla enine dalgalar ilerlemektedir. Teldeki gerilme kuvveti nedir? (Bakırın yoğunluğu 8,92g/cm^3 verilmiştir.)

15. Enine dalgalar, 6 N'luk gerilme kuvveti olan bir sicim üzerinde 20 m/s hızla ilerlemektedir. Aynı ipte, 30 m/s'lik bir dalga için gerilme kuvveti ne olmalıdır?

16. Kütlesi m ve boyu L olan homojen bir ipin ucuna M kütleli ($m \ll M$) bir top asılarak basit bir sarkaç yapılmıştır. Sarkacın salınım periyodu T ise, sarkaç durgun halde asılı iken, ipteki enine dalgaların hızını hesaplayınız.

17. Bir parça çelik telin esneklik sınırı $2{,}7 \times 10^9$Pa dır. Bu zor sınırını geçmeden tel üzerinde yayılabilen enine dalgaların maksimum hızı nedir? (Çeliğin yoğunluğu 7,86 g/cm^3 tür.)

18. **Tarama Problemi.** Birim uzunluk başına kütlesi 8 g/m olan hafif bir sicim iki duvara bağlanmıştır. Duvarlar arasındaki uzaklık, sicimin uzunluğunun 3/4 üne eşittir (bkz Şek. P16.18). Sicimde gerilme-

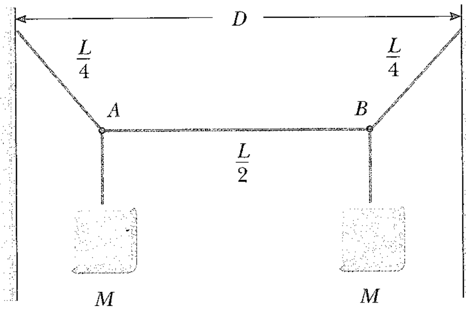


Şekil P16.18

yi sağlayan m kütlesi, sicimin ortasına asılmıştır. (a) Asılan kütlenin fonksiyonu olarak sicimdeki enine dalganın hızı için bir ifade bulunuz. (b) Dalganın hızı 60 m/s olması için sicime ne kadar bir kütle asılmalıdır?

19. **Tarama Problemi.** Kütlesi 10 g ve uzunuluğu 3 m olan hafif bir ip, $D = 2$ m aralıklı iki duvara uçlarından bağlanmıştır. Şekil P16.19'da görüldüğü gibi, her biri $M = 2$ kg olan iki cisim ipe asılmıştır. Bir atma A noktasından gönderilirse, B noktasına ne kadar sürede gelir?

20. **Tarama Problemi.** Kütlesi m ve boyu L olan hafif bir ip, D aralıklı iki duvara uçlarından bağlıdır. Şekil P16.19'daki gibi, her birinin kütlesi M olan iki cisim sicime asılmıştır. A noktasından bir atma gönderilirse B noktasına ne kadar sürede ulaşır?



Şekil P16.19 Problem 19 ve 20

WEB 21. 30 m lik bir çelik tel ile 20 m lik bir bakır tel uç – uça eklenmiştir. Her iki telin çapı 1 mm ve teller 150 N luk bir kuvvetle gerilmiştir. Enine bir dalga, iki telin bütün uzunluğunu ne kadar bir sürede geçecektir?

Kesim 16.6 Yansıma ve Geçme

22. Her birinin genliği 0,150 m olan bir puls serisi bir ucu bir direğe bağlı ipten aşağıya doğru gönderilmektedir. Pulslar direkte yansımaktadır ve genlik kaybı olmaksızın ip boyunca geriye gelmektedir. İp üzerinde iki pulsun karşılığı bir noktada yer değiştirme, (a) ip direğe sıkıca bağlı ise, (b) yansımanın olduğu uçta serbestçe aşağı ve yukarı kayıyorsa ne olur?

Kesim 16.7 Sinessel Dalgalar

23. (a) $y = (15 \text{ cm}) \cos(0{,}157x - 50{,}3t)$ biçimindeki sinüssel bir dalganın $x = 0$ da t ye göre grafiğini çiziniz Burada x ve y cm ve t, s olarak verilmiştir. (b) Çizilen eğriden titreşimin periyodunu bulunuz ve sonucunuzu, Örnek 16.3 de bulunan değerle karşılaştırın.

24. Belli bir enine dalga için ardışık iki maksimum arası 1,2 m olarak gözlenmiştir. Ayrıca, sekiz dalga tepesi ya da maksimum, her 12 s de hareket yönünündeki bir noktadan geçmektedir. Dalga hızını hesaplayınız.

25. Bir sinüssel dalga bir ip üzerinde ilerlemektedir. Dalga üreten bir osilatörün (titreşkenin) 30s de 40 titreşim yaptığı gözlenmiştir. Ayrıca, bir maksimum, ip üzerinde 10s de 425 cm ilerlemektedir. Dalga boyu nedir?

26. Örnek 16.3'teki sinüssel dalga fonksiyonunun;

$$y = (15 \text{ cm}) \cos(0{,}157x - 50{,}3\,t)$$

olduğunu düşününüz. Belli bir anda, A noktası orijinde ve B noktası, dalganın A noktası ile 60°'lik faz farkı olduğu x ekseni üzerinde ilk nokta olsun. B noktasının koordinatı nedir?

27. Özel bir tel, 4 Hz lik Frekansla titreştiği zaman 60 cm dalgaboyunda enine bir dalga üretmektedir. Telin üzerindeki dalga atmalarının hızını bulunuz.

28. $-x$ yönünde ilerleyen (sola doğru) sinüssel bir dalganın genliği 20 cm, dalgaboyu 35 cm ve frekansı 12 Hz'dir $t = 0$ ve $x = 0$ da dalganın yer değiştirmesi $y = -3$ cm'dir. Bu noktada ortamdaki bir parçacık pozitif hıza sahiptir. (a) $t = 0$ anında dalgayı çiziniz, (b) dalganın dalga hızını, açısal frekansını, dalga sayısını ve periyodunu bulunuz. (c) $y(x,t)$ dalga fonksiyonu için bir ifade yazınız.

29. Harmonik bir dalga katarı aşağıda verilmiştir:

$$y = (0{,}25 \text{ m}) \sin(0{,}3\,x - 40t)$$

Burada x ve y m t, s dir. Bu dalganın (a) genliğini, (b) açısal frekansını, (c) dalga sayısını, (d) dalgaboyunu, (e) dalga hızını ve (f) hareketin yönünü bulunuz.

30. Bir sicimdeki enine bir dalga,

$$y = (0{,}12 \text{ m}) \sin(\pi x/8 + 4\pi t)$$

şeklinde verilmiştir. (a) $x = 1{,}6$ m deki bir nokta için $t = 0{,}20$s deki enine hız ve ivmeyi bulunuz. (b) Bu dalganın yayılma hızı, periyodu ve dalgaboyu nedir?

WEB 31. (a) Bir ip üzerinde, negatif x yönünde ilerleyen bir dalga aşağıdaki özelliklere sahiptir. y yi, x ve t nin fonksiyonu olarak yazınız: $A = 8$cm, $\lambda = 80$cm, $f = 3$Hz ve $t = 0$ da $y(0,t) = 0$ dır. (b) $x = 10$ cm de $y(x, 0) = 0$ olduğunu kabul ederek, dalganın x'in fonksiyonu olarak ifadesini yazınız.

32. Periyodu $T = 25$ ms olan enine harmonik bir dalga, 30 m/s lik bir hızla negatif x-yönünde ilerler. $t = 0$ da, sicimin $x = 0$ noktasındaki bir parçacık, 2 cm'lik

yerdeğiştirmeye ve aşağı doğru $v = 2$ m/s lik bir hıza sahiptir. (a) Dalganın genliği nedir? (b) Başlangıç faz açısının değeri nedir? (c) Enine hızın maksimum büyüklüğü nedir? (d) Dalga için dalga fonksiyonunu yazınız.

33. Genliği 0,1 m ve dalga boyu 2 m olan sinüssel ber dalga, bir sicim üzerinde 1 m/s hızla sağa doğru ilerlemektedir. Başlangıçta, sicimin sol ucu orijindedir. (a) Frekansını ve açısal frekansını, (b) açısal dalga sayısını, (c) dalganın dalga fonksiyonunu bulunuz. (d) Sicimin sol ucunda, (e) sol ucundan sağdaki $x = 1.50$ m deki sicimin bir noktasında hareket denklemini yazınız.

34. Bir sicim üzerindeki sinüssel bir dalga,

$$y = (0{,}51\text{cm}) \sin (kx - \omega t),$$

şeklindedir. $k = 3{,}1$ rad/cm ve $\omega = 9{,}3$ rad /s dir. Bir dalga tepesi 10 s de ne kadar uzağa gider? Dalga tepesi pozitif x-yönünde mi yoksa negaif x-yönünde mi hareket eder?

35. Bir dalga şekli, $y = (2{,}0 \text{ cm}) \sin (kx - \omega t)$ $k = 2{,}11$ rad/m $\omega = 3{,}62$ rad/s olarak verilmektedir. Burada x, m cinsinden dalganın konumu, t ise saniye olarak zamandır. Dalganın genliğini, dalga sayısını, dalgaboyunu, açısal frekansını ve hızını bulunuz.

Gerilmiş bir tel üzerinde ilerleyen enine bir dalganın genliği 0,2 mm, frekansı 500 Hz ve ilerleme hızı 196 m/s dir. (a) Bu dalga için, SI birim sisteminde $y = A \sin (kx - \omega t)$ şeklinde bir denklem yazınız. (b) Telin birim uzunluk başına kütlesi 4,10 g/m oldğuna göre teldeki gerilme kuvvetini bulunuz.

37. Bir sicimdeki dalga,

$$y = (0{,}10 \text{ m}) \sin (0{,}5x - 20t)$$

şeklinde verilmiştir. (a) Sicim üzerinde $x = 2$ m deki bir parçacığın harmonik hareket yaptığını gösteriniz. (b) Bu noktadaki başlangıç faz açısını ve salınım frekansını bulunuz.

Kesim 16.8 Sinüssel Dalgalarla Sicimde Taşınan Güç

38. Gerilmiş bir ipin kütlesi 0,18 kg ve uzunluğu 3,6 m dir. Genliği 0,1 m, dalga boyu 0,5 m ve ilerleme hızı 30 m/s olan harmonik dalgaları üretmek için ne kadar bir güç verilmelidir?

İki boyutlu su dalgaları, dairesel dalga cephelerinde yayılmaktadır. İlk sarsıntıdan r uzaklığındaki A genliğinin $1/\sqrt{r}$ ile orantılı olduğunu gösteriniz. (*İpucu:* Enerjinin dışarıya doğru hareket eden dalgalarla taşındığını düşününüz.)

40. Enine dalgalar, sabit gerilme kuvveti altında bir ipte üretilmektedir. Aşağıdaki durumlarda gücün artırılması ya da azaltılması ne oranda olacaktır? (a) İpin uzunluğu iki kat ve açısal frekans sabit olduğunda. (b) Genlik iki kat artırıldığında ve açısal frekans yarıya düşürüldüğünde. (c) Hem dalga boyu hem de genlik iki kat artırıldığında (d) İpin uzunluğu ve dalga boyu yarıya düşürüldüğünde.

WEB **41.** Genliği 5 cm olan harmonik dalgalar, çizgisel yoğunluğu 4×10^{-2} kg/m olan bir sicim üzerinde ilerlemektedir. Kaynağın verdiği maksumum güç 300 W ve sicimin gerilme kuvveti 100 N ise kaynağın çalıştığı en yüksek titreşim frekansı nedir?

Uzun bir sicimin 6 m'lik parçasının 4 tam dalga içerdiği ve kütlesinin 180 g olduğu bulunmuştur. Sicim, 50 Hz'lik bir frekansla sinüssel olarak titreşmekte ve tepeden tepeye uzaklığı 15 cm dir. (Tepeden tepeye uzunluk, maksimum ve minimum arasındaki yatay uzunluk anlamındadır.) (a) Pozitif x-yönünde ilerleyen bu dalganın fonksiyonunu yazınız. (b) Sicime uygulanan gücü bulunuz.

43. Sicimdeki bir harmonik dalga,

$$y = (0{,}15 \text{ m}) \sin (0{,}8x - 50t)$$

şeklindedir. Burada y ve x cm ve t s dir. Sicimin birim uzunluğu başına kütlesi 12 g/m ise; (a) Dalganın hızını, (b) dalgaboyunu, (c) frekansını, (d) dalgaya verilen gücü bulunuz.

Genliği A ve açısal frekans ω olan bir dalga, yatay bir tel üzerinde ilerlerken maksimum bir $\mathcal{P}$ gücü (kesilmeksizin) gönderebilir. Bu maksimum gücü artırmak için bir öğrenci, teli ikiye katlar ve gönderici olarak çift tel kullanır. Gerilme kuvvetinin sabit olduğunu varsayarak, çift tel boyunca gönderilebilen maksimum gücü hesaplayınız.

(Seçmeli)

Kesim 16.9 Lineer Dalga Denklemi

45. (a) $(7 + 3)4 = A$ skaler eşitliğindeki A değerini hesaplayınız. (b) $7\mathbf{i} + 3\mathbf{k} = A\mathbf{i} + B\mathbf{j} + C\mathbf{k}$ vektörel eşitliğindeki A, B ve C değerlerini hesaplayınız. Cevabınızı nasıl bulduğunuzu açıklayınız. (c) $A + B \cos(Cx + Dt + E) = (7\text{mm}) \cos(3x + 4t + 2)$ fonksiyonlu eşitliği ya da özdeşliği, x ve t değişkenlerinin bütün değeri için doğrudur. Burada x ve t sırayla metre ve saniye cinsinden ölçülmüştür. A, B, C, D ve E sabitlerini hesaplayınız. Nasıl hesapladığınızı açıklayınız.

46. $y = e^{b(x-vt)}$ olan dalga fonksiyonunun, 16.26 dalga denkleminin bir çözümü olduğunu gösteriniz. Burada, b bir sabittir.

47. $y = \ln [b(x - vt)]$ olan dalga fonksiyonunun, 16.26 Eşitliğinin çözümü olduğunu gösteriniz. Burada, b bir sabittir.

48. (a) $y(x, t) = x^2 + v^2t^2$ fonksiyonunun bir dalga denkleminin çözümü olduğunu gösteriniz. (b) yukardaki fonksiyonun $f(x + vt) + g(x - vt)$ şeklinde yazılabileceğini gösteriniz ve f ve g'nin fonksiyon olarak biçimini belirleyiniz. (c), (a) ve (b) şıklarını $y(x, t) = \sin(x)\cos(vt)$ fonksiyonu için yeniden yapınız.

EK PROBLEMLER

49. Dalga, dalga atmalarının özel bir tipidir. Bu dalga atmalarını bazen, bir futbolu, ya da Amerikan futbol maçını (Şek.P16.49) seyretmek için toplanan seyircilerin oluşturduğu büyük kalabalık arasında yayıldığını görebiliriz. Ortamın parçacıkları seyircilerdir. Otururken sıfır yer değiştirmeyi, ayağa kalktıkları zaman maksimum yer değiştirmeyi temsil ederler. Seyircilerin büyük bir kısmı, dalga hareketine katıldıkları zaman, bazen kararlı bir atma biçimi ortaya çıkar. Dalga hızı, insanların tepki zamanına bağlı olup yaklaşık 0,1 mertebesindedir. Böyle bir atmanın , bir spor stadyumunun çevresinde bir devir yapmak için gerekli olan sürenin büyüklük mertebesini dakika cinsinden bulunuz. Ölçtüğünüz ya da tahmin ettiğiniz nicelikleri ve onların değerlerini ifade ediniz.



Şekil P16.49

50. İlerleyen bir dalga, y = (4cm) sin $(2x - 3t)$ ifadesine göre yayılmaktadır. Burada, x cm ve t s dir. Dalganın (a) genliğini, (b) dalga boyunu, (c) frekansını, (d) periyodunu ve dalganın ilerleme yönünü bulunuz.

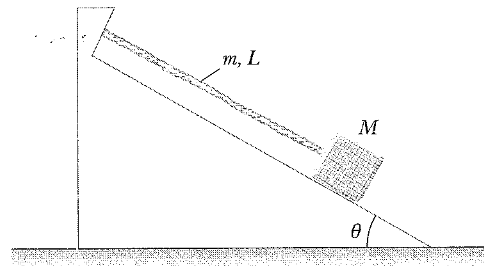
WEB **51.** Gergin bir sicim üzerindeki *lineer* olarak kutuplanmış (lineer polarize) bir dalga için dalga fonksiyonu (SI birim sisteminde),

$$y\,(x,\,t) \;=\; (0{,}35 \text{ m}) \sin\,(10\pi t - 3\pi x + \pi/4)$$

şeklindedir. (a) Dalganın hızı nedir? (Büyüklüğünü ve yönünü bulunuz. (b) $t = 0$ ve $x = 0{,}1$ m de yerdeğiştirme nedir? (c) Dalga boyu ve frekansı nedir? (d) Sicimin enine hızının maksimum büyüklüğü nedir?

52. Sinema filmi, saniyede 24 resim göstermektedir. Her resmin boyu 19 mm'dir. Projektörden her film, hangi sabit hızda geçmelidir?

53. **Tarama Problemi.** Bir ipe bağlı kütlesi M olan bir blok, yatayla θ açısı yapan bir eğik düzlem üzerinde durmaktadır. (Şekil P16.53). İpin uzunluğu L ve kütlesi m dir ($m \ll M$). İpin bir ucundan diğer ucuna enine bir dalganın ne kadar bir sürede gideceğini veren bir ifade bulunuz.



Şekil P16.53

54. Uzunluğu 2 m ve kütlesi 5 g olan bir sicim 80 N luk kuvvetle gerilmiştir. (a) Sicim üzerindeki enine dalgaların hızını bulunuz. (b) Dalgaboyu 16 cm ve genliği 4 cm ise bu dalgaları üretmek için gerekli gücü hesaplayınız.

55. **Tarama Problemi.** 2 kg'lık bir blok, lastik bir kordona asılmıştır. Blok, kordonu germeyecek şekilde tutulmaktadır. Kordonun gerili olmayan uzunluğu 0,5 m ve kütlesi 5 g'dır. Kordonun yay sabiti 100/N/m dir. Blok serbest bırakılmıştır ve en aşağı noktada durmuştur. (a) Blok en aşağı noktada iken kordondaki gerilme kuvvetini bulunuz. (b) Gerilmiş konumdaki kordonun uzunluğu nedir? (c) Blok, bu en aşağı konumda tutulursa, kordondaki enine dalganın hızını bulunuz.

56. **Tarama Problemi.** M kütleli bir blok, lastik kordona asılmıştır. Blok, kordonu germeyecek şekilde tutulmaktadır. Kordonun gerili olmayan uzunluğu L_0 ve kütlesi m dir. ($m \ll M$). Kordonun yay sabiti k'dır. Blok serbest bırakılmıştır ve en aşağı noktada durmuştur. (a) Blok en aşağı noktada iken kordondaki gerilme kuvvetini bulunuz. (b) Gerilmiş konumdaki kordonun uzunluğu nedir? (c) Blok, en aşağı konumda tutulursa, kordondaki enine dalganın hızını bulunuz.

57. Bir ipteki harmonik dalga, $y = (0{,}2 \text{ m}) \sin[\pi\ (0{,}75x - 18t)]$ şeklindedir. Burada x ve y m, t ise saniyedir. Bu dalgalar, çizgisel kütle yoğunluğu 0,25 kg/m olan bir ip üzerinde ilerlemektedir. İpteki gerilme Şekil 16.12 de açıklanan bir düzenekle sağlanıyorsa, asılı kütlenin değeri nedir?

Bir telin ρ yoğunluğu azalırken, kesiti aşağıdaki bağıntıya gore x ile değişmektedir.

$$A = (10^{-3}x + 0{,}01) \text{ cm}^2$$

(a) Eğer tele T gerilme kuvveti uygulanıyorsa, konumun fonksiyonu olarak dalga hızını veren bir bağıntı türetiniz. (b) Tel, aluminyum ve 24 N luk bir gerilme kuvvetinin etkisi altında ise, dalga hızını orijinde ve $x = 10$ m de bulunuz.

Toplam kütlesi m ve uzunluğu L olan bir ip, düşey olarak asılmıştır. Enine bir dalganın ip boyunu $t = 2\sqrt{L/g}$ süresinde geçebileceğini gösteriniz. (*İpucu:* Önce, ipin alt ucundan, x uzaklığındaki noktadaki hızı için bir ifade bulun. İpteki gerilmenin, söz konusu noktanın altındaki parçanın ağırlığından ortaya çıktığını düşününüz.)

M kütlesi, problem 59'daki ipin alt ucuna asılmıştır. (a) Enine bir dalga için ipin uzunluğu geçme süresinin;

$$t = 2\sqrt{\frac{L}{mg}}\left[\sqrt{(M+m)} - \sqrt{M}\right]$$

ifadesiyle verildiğini gösteriniz. (b) $M = 0$ olduğu zaman bu ifadenin problem 59'daki sonuca indirgendiğini gösteriniz. (c) $m \ll M$ için (a) daki ifadenin;

$$t = \sqrt{\frac{mL}{Mg}}$$

biçimine indirgendiğini gösteriniz.

Problem 59 da, bir atmanın, uzunluğu L olan bir ipin alt ucundan üst-ucuna $t = 2\sqrt{L/g}$ süresinde gittiği belirtildi. Aşağıdaki sorulara cevap vermek için bu sonucu kullanınız. (Yeni bir integral oluşturmanıza gerek yoktur). (a) Bir dalga atmasının, L uzunluğundaki ipin yukarı doğru yarı uzunluğunu alması için ne kadar bir süre geçer? (Cevabınızı $t = 2\sqrt{L/g}$ niceliğinin bir kesri olarak verin). (b) Bir atma, ipte yukarıya doğru harekete başlamıştır. $2\sqrt{L/g}$ lik süre sonunda atma ne kadar yol alacaktır?

62. Aşağıdaki sinüsel dalgaların herbirinin yayılma yönü ve hızını hesaplayınız. Burada, x i m ve t yi s olarak kabul edin.

(a) $y = 0{,}6 \cos(3x - 15t + 2)$
(b) $y = 0{,}4 \cos(3x + 15t - 2)$
(c) $y = 1{,}2 \sin(15t + 2x)$
(d) $y = 0{,}2 \sin(12t - x/2 + \pi)$

Tarama Problemi. Aluminyum bir tel, sıfır gerilmede ve oda sıcaklığında (22 °C) iki ucundan tutturulmuştur. Teldeki gerilme, sıcaklığın azaltılmasıyla artmaktadır. Çünkü sıcaklığın azalması telin denge uzunluğunu azaltacaktır? Zorlanma $(\Delta L/L)$, 100 m/s lik enine dalga hızında ne olacaktır. Telin kesit alanını 5×10^{-6} m^2 alınız. Bundan başka, aluminyumun aşağıdaki özelliklerini kullanınız. Yoğunluğu, $r = 2{,}7 \times 10^3$ kg/m^3 ve Young modülü $Y = 7{,}0 \times 10^{10}$ N/m^2 alınız.

(a) Kuvvet sabiti k olan bir yay boyunca, boyuna dalgaların hızının $v = \sqrt{kL/\mu}$ ile verildiğini gösteriniz. Burada, L yayın gerilmemiş uzunluğudur ve μ ise birim uzunluk başına kütledir. (b) Yayın kütlesi 0,4 kg ve gerilmemiş uzunluğu 2 m ve kuvvet sabiti 100 N/m dir. (a) daki sonucu kullanarak bu yay üzerindeki boyuna dalgaların hızını bulunuz.

L uzunluğundaki bir sicim, iki farklı kısımdan oluşmaktadır. Sol yarısının kütle yoğunluğu $\mu = \mu_0/2$, sağ yarısının kütle yoğunluğu $\mu' = 3\mu = 3\mu_0/2$ dir. Sicimdeki gerilme T_0 dır. Bu sicimin, L uzunluğunda homojen bir sicimle aynı toplam kütleye sahip olduğuna ve μ_0 ın birim uzunluk başına kütle olduğuna dikkat ediniz. (a) Sicimin iki kısmında ilerleyen enine dalgaların v ve v' hızlarını bulunuz. Hızları; T_0 ve μ_0 cinsinden ve $v_0 = (T_0/\mu_0)^{1/2}$ hızının çarpanı olarak ifade ediniz. (b) Bir ucundan diğer ucuna ilerleyen bir dalga için gerekli süreyi bulunuz. Sonucunuzu $t_0 = L/v_0$ ın çarpanı olarak veriniz.

Çizgisel kütle yoğunluğu μ olan bir sicim üzerinde ilerleyen bir dalga atması

$$y = [A_0\, e^{-bx}] \sin(kx - \omega t)$$

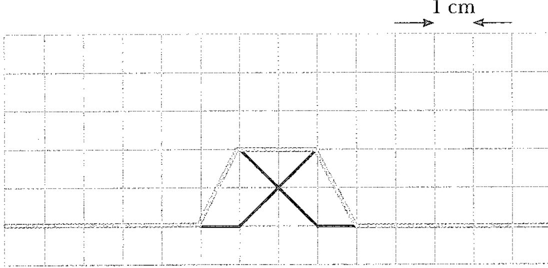
bağıntısı ile verilir. Burada, sinüsün önündeki parantez içindeki çarpan genlik adını alır. (a) x noktasında, bu dalgayla taşınan $\mathcal{P}(x)$ gücü nedir? (b) Orijinde bu dalgayla taşınan güç nedir? (c) $\mathcal{P}(x)/\mathcal{P}(0)$ oranını hesaplayınız.

67. Alaska Körfezindeki okyanus dibinde olan bir deprem, "deprem dalgaları" (*tsunami*) oluşturmaktadır. Bu dalgalar, 4450 km uzaktaki Hilo, Hawaii'ye 9 saat 30 dakikada erişmektedir. Deprem dalgaları, oldukça uzun dalga boyuna (100–200 km) sahip olup d, suyun ortalama derinliği olmak üzere $v \approx \sqrt{gd}$ dalga hızıyla yayılmaktadır. Verilen bilgileri kullanarak dalganın ortalama hızını, Alaska ve Hawaii arasındaki ortalama okyanusun derinliğini bulunuz. (Bu yöntem, sondajla doğrudan ölçü yapılmasından çok önce, 1856 yılında Pasifik Okyanusun ortalama derinliğini belirlemek için kullanıldı.)

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

16.1 (a) Boyunadır, çünkü sarsıntı (konumun yerdeğiştirmesi) dalganın ilerlediği doğrultuya paraleldir. (b) Eninedir, çünkü insanlar oturup kalkarken düşey doğrultuda hareket eder, Halbuki dalga, ya sola ya da sağa hareket eder, yani hareketin yönü sarsıntıya dik olur.

16.2



16.3 Yalnız (f) ve (h) seçenekleri doğrudur. (a) ve (b) sicimdeki parçacığın enine hızına etki eder, yalnız sicim boyunca olan dalga hızına etki etmez. (c) ve (d) genliği değiştirir. (e) ve (g), dalga hızının azalmasıyla zaman artar.

16.4 Enine hız artar, çünkü $v_{y,\,\text{maks}} = \omega A = 2\pi f A$ dır. Dalga hızı değişmez çünkü o, yalnız gerilme kuvvetine ve sicimin birim uzunluk başına düşen kütlesine bağlıdır, bunlardan hiç biri değişmemektedir. Dalga boyu azalmalıdır, çünkü dalga hızı $v = \lambda f$ sabit kalır.



Sizce Nasıl?

Gök gürlemesi sesini dikkatlice dinleyerek yaklaşmakta olan bir fırtınanın uzaklığını kestirebilirsiniz. Bu nasıl yapılır? Niçin bir şimşek çakmasından sonra bazen kısa, bazen uzun süreli bir gök gürlemesi olur? *(Fotoğraf: Richard Kaylin/Tony Stone görüntüleri)*

bölüm 17

Ses Dalgaları

Bölüm İçeriği

Ses dalgaları, en önemli boyuna dalga örnekleridir. Bu dalgalar, herhangi bir ortamda ortamın özelliklerine bağlı olan bir hızla yayılırlar. Ses dalgaları ortamda yayılırken; ortamın parçacıkları, dalganın hareket doğrultusu boyunca yoğunluk ve hacim değişiklikleri üreterek titreşirler. Bu değişiklikler yüksek ve alçak basınç bölgelerinin oluşumuna yol açar. Ses dalgalarının kaynağı sinüssel olarak titreşirse, basınç değişimleri de sinüssel olur. Harmonik ses dalgalarının matematiksel tanımının, önceki bölümde tartışılan teldeki harmonik dalgaya özdeş olduğunu bulacağız.

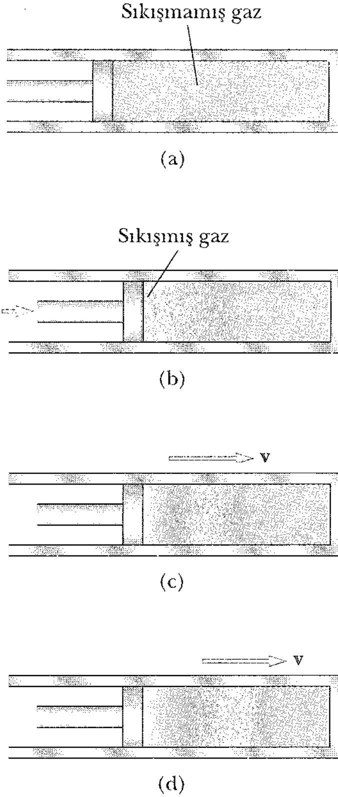
Ses dalgaları frekanslarına göre, üç gruba ayrılır: (1) *İşitilebilir dalgalar,* insan kulağının duyarlık sınırları içinde olan dalgalardır. Bu sesler, değişik yollarla yaratılabilir: Müzik aletleriyle, boğazdaki ses telleriyle ve hoparlör ile. (2) *Ses altı (infrasonic) dalgalar,* işitilebilir mertebenin altındaki frekansta olan boyuna dalgalardır. Deprem dalgaları bu dalgalara örnektir. Filler, birbirinden kilometrelerce uzakta oldukları zaman bile, sesaltı dalgaları haberleşmek için kullanabilirler. (3) *Sesüstü (ultrasonik) dalgalar,* işitilebilir mertebenin üstünde frekansları olan boyuna dalgalardır.Siz köpeğinizi çağırmak için "sessiz" bir düdük kullanabilirsiniz. Böyle bir düdüğün yaydığı ses, insanlar tarafından hiç duyulmamasına karşın, köpekler tarafından kolayca duyulur. Sesüstü dalgalar, aynı zamanda tıbbi görüntülemede kullanılır.

Bu bölüme, ses dalgalarının hızını ve de dalga genliğinin fonksiyonu olan dalga şiddetini tartışarak başlıyoruz. Sonra, kulak duyarlığından daha alt aralıktaki geniş şiddet aralığına giren su dalgalarının bir başka şiddet tanımını ortaya koyacağız. En son olarak, kaynakların ve/veya alıcıların (dinleyicilerin) hareketinin etkilerinden söz edeceğiz.

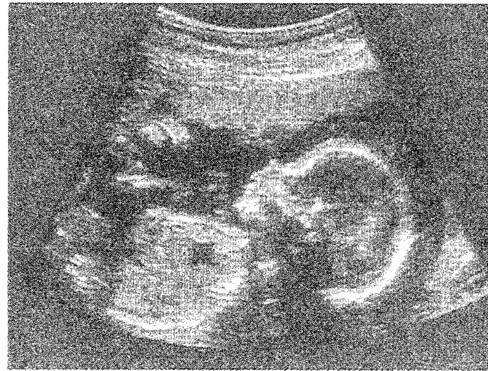


SES DALGALARININ HIZI

Sıkışabilen bir gazla dolu uzun bir tüb boyunca tek boyutlu boyuna bir atmanın (pulse) hareketini şekilsel olarak anlatalım (Şekil 17.1). Soldaki bir piston gazı sıkıştımak üzere sağa doğru hareket ederek bir atma yaratabilir. Piston hareket etmeden önce, Şekil 171a da düzgün koyuluktaki renkle gösterildiği gibi, gaz bozulmamış ve düzgün yoğunluktadır. Piston aniden sağa itildiği zaman (Şekil 17.1b), pistonun önündeki gaz sıkıştırılır (daha koyu renkle gösterilmiş olan bölge); bu bölgedeki basınç ve yoğunluk, piston hareket etmeden önceki durumdakinden daha yüksektir. Piston durduğu zaman (Şekil 17.1c) , gazın sıkışmış bölgesi, sağa doğru hareketinin, tüb boyunca v hızı ile ilerleyen



Şekil 17.1 Şıkışabilir bir gaz içinde boyuna atmanın hareketi. Sıkışma (koyu bölge) hareketli piston tarafından üretilir.



Resimde görülen baş, gövde, kol ve bacaklar 20 haftalık gelişmeden sonra rahimdeki insan ceninin sesüstü dalgalarla (ultrasound) elde edilen görüntüsü.
(U.H.B.Trust/Tony Stone Image)

boyuna atma olarak sürdürür. Pistonun hızının v'ye eşit *olmadığına* dikkat ediniz. Ayrıca sıkışmış bölge, piston dursa bile hareketine devam eder; çünkü, dalganın hızı pistonun hızından daha büyük olabilir.

Ses dalgalarının hızı, ortamın sıkışabilirliği ve eylemsizliğine bağlıdır. Sıkışabilir ortamın hacim sabiti (bulk modülü) B (Kesim 12.4'e bakınız) ve yoğunluğu ρ olmak üzere bu ortamda sesin hızı

Sesin hızı

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad (17.1)$$

bağıntısı ile verilir. Önceki bölümlerde tartışılan bir tel üzerindeki enine dalga hızı olan $v = \sqrt{T/\mu}$ ifadesi ile 16.4 Eşitliğini karşılaştırmak ilginç olur. Her iki durumda da dalga hızı, ortamın esneklik özelliğine -hacim modülü B veya telin gerilmesi T- ve eylemsizlik özelliğine (ρ ve μ) bağlı olur. Gerçekte, tüm mekanik dalgaların hızı

$$v = \sqrt{\frac{\text{esneklik özelliği}}{\text{eylemsizlik özelliği}}}$$

genel bağıntısından çıkar.

Sesin hızı aynı zamanda ortamın sıcaklığına da bağlıdır. Havada yayılan bir dalga için, hız ve ortamın sıcaklığı arasındaki bağıntı

$$v = (331 m/s)\sqrt{1 + \frac{T_C}{273°C}}$$

eşitliği ile verilir. Burada 331 m/s, 0°C de ses hızıdır ve T_C Celsius ölçeğinde sıcaklıktır. Bu eşitlik kullanılarak, havadaki ses hızı yaklaşık olarak 343 m/s bulunur.

Bu bilgi, Ev Deneyinde gösterildiği gibi, gökgürültüsünün uzaklığını tahmin etmek için uygun bir yöntem verir. Yıldırım çakması esnasında, uzun bir hava kanalının sıcaklığı, içinden yıldırım geçerken aniden yükselir. Bu sıcaklık artışı, ani olarak kanaldaki havanın genleşmesine yol açar ve bu genleşme ses dalgası yaratır. Kanal, aynı anda uzunluğu boyunca ses üretir. Kanalın yönelimi öyle olur ki onun tüm parçaları yaklaşık olarak sizden, aynı zamanda size ulaşan farklı kısımlardan gelen seslerden aynı uzaklıktadır. Siz kısa, şiddetli gökgürültüsü işitirsiniz. Böylece, kulağınız ve kanalın farklı kısımları arasındaki uzaklıklar değişirse, farklı kısımlardan sesler, kulağınıza farklı zamanlarda gelir. Kanal, düz bir hat ise, ortaya çıkan ses kararlı gürleme olur; ancak, yolun kırık (zigzag) şekilleri olması gürültüde değişikliklere yol açar.

Ev Deneyi

Sağanak yağışın başlayacağı bir zaman, yıldırım (size kısa zamanda ulaşır) ve gök gürültüsü arasındaki saniyeleri ölçün. Yaklaşık olarak sağanağın başladığı yere olan uzaklığı kilometre olarak bulmak için, bu sayıyı 3'e bölün/veya mil olarak bulmak için 5'e bölün).

Şimşek hakkında daha fazla bilgi edinmek için E. Williams'ın "The Electrification of Thunderstorms" Sci.*Am.*259 (5) : 88-89,1998 makalesini okuyun.

Sınama Sorusu 17.1

Havada sesin hızı, (a) dalgaboyu, (b) frekans, (c) sıcaklık, (d) genliğin bir fonksiyonudur.

Sınama Sorusu 17.2

Uzaktaki bir patlamanın sonunda; bir gözlemci, önce yerde bir sarsıntı, sonra patlama sisini işitir. Açıklayın.

ÖRNEK 17.1 Bir Katıdaki Ses Hızı

Bir katı çubuğa çekiçle bir ucundan vurulursa, boyuna bir atma $v = \sqrt{Y/\rho}$ hızıyla çubuk boyunca yayılır. Burada Y, maddenin Young modülüdür. (Kesim 12.4 e bakınız. Bir alüminyum çubukta ses hızını bulun.

Çözüm Alüminyum için Tablo 12.1 den gerekli olan $Y = 7 \times 10^{10}$ N/m^2 Tablo 1.5 'tende $\rho = 2{,}7 \times 10^3$ kg/m^3 verileri alınarak v_{Al} hızını,

$$v_{Al_1} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} = \sqrt{\frac{7 \times 10^{10} \text{ N/m}^2}{2{,}7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} \approx 5{,}1 \text{ km/s}$$

olarak buluruz. Bu, katılarda tipik bir ses hızı değeridir. Bu sonuç, Tablo 17.1 de görüldüğü gibi gazlardaki ses hızından çok daha büyüktür. Bu, bir katının moleküllerinin (gaz molekülleri ile karşılaştırıldığında) birbirine yakın olmasından ileri gelir ve bundan dolayı bir etkiye çok çabuk cevap verirler.

ÖRNEK 17.2 Bir Sıvıda Ses Hızı

(a) Hacim modülü $2{,}1 \times 10^9$ N/m^2 ve yoğunluğu 10^3 kg/m^3 olan su içinde sesin hızını bulun.

Çözüm 17.1 Eşitliğini kullanarak v_{su} hızının

$$v_{su} = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{2{,}1 \times 10^9 \text{ N/m}^2}{1 \times 10^3 \text{ kg/m}^3}} = 1{,}4 \text{ km/s}$$

olduğunu buluruz. Sıvılar, katılardan daha fazla sıkışabilir olduğundan, genellikle ses dalgaları sıvılarda, katılardakinden daha yavaş hareket eder.

(b) Yunus balıkları, yiyeceklerin yerini saptamak için ses dalgalarını kullanır. Deneyler, bir yunus balığının bulanık suda bile 7,5 cm bir hedefi 110 m uzaktan sezebileceğini göstermektedir. Bu uzaklıktaki bir yiyecek için, yunus balığının yaydığı ses ile sesin yiyecekten yansıyan yankısını duyması arasında ne kadar zaman geçer? Buna göre hedefi bulma süresi ne olur?

Çözüm Yunus balığından hedefe giden ve hedeften balığa gelen ses dalgasının aldığı toplam uzunluk $2 \times 110\ m = 220$ m dir. Eşitlik 2.2 den

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x} = \frac{220\text{m}}{1400\text{m/s}} = 0{,}16 \text{ s}$$

buluruz.



Şişe burunlu yunus balığı. (*Stuart Westmoreland/Tony Stone Images*)

17.2 PERİYODİK SES DALGALARI

Bu kesim, ses dalgalarının doğasını daha iyi anlamamıza yardım edecektir. Basınç değişimlerinin işittiklerimizi kontrol etmesini- kulaklarımızın nasıl çalıştığını anlamamızı öğreneceksiniz.

Şekil 17.2'de görüldüğü gibi, içinde gaz bulunan uzun ve dar bir tüpün bir ucundaki titreşen piston vasıtasıyle bir boyutlu periyodik ses dalgaları üretilebilir. Bu şekilde, daha koyu bölgeler gazın sıkıştığı yerleri gösterir ve bu böl-

gelerde yoğunluk ve basınç, denge değerlerinden daha yüksektir. Piston tüp içine itildiği zaman, sıkışmış bir bölge oluşur. **Sıkışma** bölgesi olarak adlandırılan yoğunluğun arttığı yer, tüpte bir atma şeklinde önündeki bölgeleri sıkıştırarak ilerler. Piston tüpte geri çekildiği zaman, piston önündeki gaz genleşir ve bu bölgedeki basınç ve yoğunluk denge değerinin altına düşer (Şekil 17.2 de bu bölgeler daha açık olarak temsil edilmiştir). **Gevşeme** olarak adlandırılan bu düşük basınç bölgeleri, sıkışmayı takiben tüp boyunca ilerlerler. Her iki bölge, ortamdaki ses hızına eşıt bır hızla hareket eder.

Piston sinüssel olarak ileri geri titreştiği zaman, sıkışma ve gevşeme bölgeleri devamlı olarak kurulur. İki ardışık sıkışma bölgesi arasındaki uzaklıklar (veya iki ardışık gevşeme bölgesi arasındaki uzaklıklar) dalga boyu λ'ya eşittir. Bu bölgeler tüpte ilerlerken, ortamın her bir küçük hacim elemanı dalga yönüne paralel basit harmonik hareketle yayılır. Eğer $s(x, t)$, küçük bir hacim elemanının denge konumundan itibaren ölçülen yerdeğiştirmesi ise, bu harmonik yerdeğiştirme fonksiyonu

$$s(x, t) = s_{\text{maks}} \cos (kx - \omega t) \quad \textbf{(17.2)}$$

olarak ifade edilebilir. Burada, s_{maks} **denge konumundan itibaren maksimum yerdeğiştirme** (başka bir deyişle, dalganın **yerdeğiştirme genliği**), k açısal dalga sayısı ve ω pistonun açısal frekansıdır. Ortamın yerdeğiştirmesinin, ses dalgasının hareket yönü olan x boyunca olduğuna dikkat edin. Şüphesiz bu, boyuna dalgayı tanımladığımızı ifade eder.

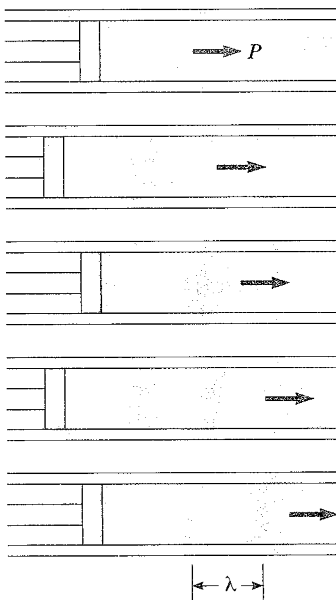
Kısaca göstereceğimiz gibi, denge değerinden itibaren ölçülen gaz basıncındaki ΔP değişimi de periyodiktir ve 17.2 Eşitliğindeki yerdeğiştirme fonksiyonu için,

$$\Delta P = \Delta P_{\text{maks}} \sin (kx - \omega t) \quad \textbf{(17.3)}$$

bağıntısı ile verilir. Burada **basınç genliği** ΔP_{maks}, **denge değerinden itibaren öl-**

TABLO 17.1
Değişik Ortamlarda Ses Hızları

Ortam	v(m/s)
Gazlar	
Hidrojen (0°C)	1 286
Helyum (0°C)	972
Hava (20°C)	343
Hava (0°C)	331
Oksijen (0°C)	317
25°C de Sıvılar	
Gliserol	1904
Deniz Suyu	1533
Su	1493
Cıva	1450
Kerosene	1324
Metil alkol	1143
Karbontetraklorür	926
Katılar	
Elmas	12 000
Pyrex cam	5640
Demir	5130
Alüminyum	5100
Pirinç	4700
Bakır	3560
Altın	3240
Lucit	2680
Kurşun	1322
Kauçuk	1600



Şekil 17.2 Gazla doldurulmuş bir tüpte yayılan boyuna periyodik dalga. Dalga kaynağı solda titreşen bir pistondur. Yüksek ve düşük basınç bölgeleri sırasıyle koyu ve açık mavidir.

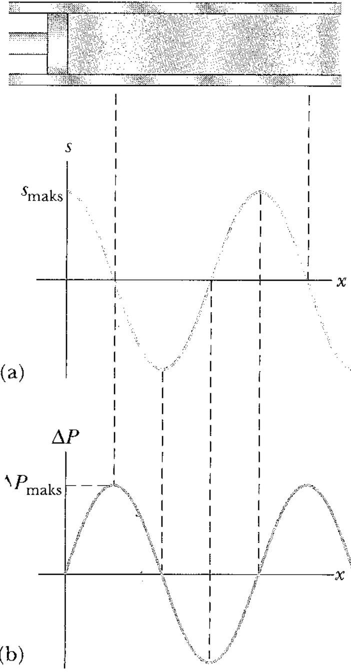
çülen basınç değerindeki maksimum değişimdir ve

Basınç genliği

$$\Delta P_{maks} = \rho v \omega s_{maks} \tag{17.4}$$

bağıntısı ile verilir.

Böylece; bir ses dalgasının, yerdeğiştirme dalgası veya basınç dalgası olarak düşünülebileceğini görüyoruz. 17.2 ve 17.3 Eşitliklerinin kıyaslanması, **basınç dalgasının yerdeğiştirme dalgası ile arasında 90° faz farkı** olduğunu gösterir. Bu fonksiyonların grafikleri Şekil 17.3 'te verilmiştir. Basınç değişiminin, yerdeğiştirme sıfır olduğu zaman maksimum olduğuna dikkat ediniz. Oysa yerdeğiştirme, basınç değişimi sıfır olduğu zaman maksimumdur.



Şekil 17.3 (a) Konuma göre yerdeğiştirme genliği. (b) Sinüssel boyuna dalga için konuma göre basınç genliği. Yerdeğiştirme dalgası, basınç dalgasıyla 90° faz farkına sahiptir.

Sınama Sorusu 17.3

Boş bir gazoz şişesinin ağzına üflerseniz, şişenin içine doğru bir hava atması ilerler. Atma şişenin dibine ulaştığında, basınç değişimi ile hava moleküllerinin yer değiştirmesini karşılaştırınız.

17.3 Eşitliğinin Çıkarılışı

Hacim modülü tanımından (bak Eş. 12.8), bir gazdaki basınç değişiminin

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V_i}$$

olacağını görüyoruz. Kesit alanı A ve kalınlığı Δx olan bir parçanın hacmi $V_i = A\,\Delta x$ dir. Basınç değişimine eşlik eden ΔV hacim değişimi $A\Delta s$ olur. Burada Δs, x ile $x + \Delta x$ arasında s 'deki farkdır.

$$\Delta P = -B\frac{\Delta V}{V_i} = -B\frac{A\,\Delta s}{A\,\Delta x} = -B\frac{\Delta s}{\Delta x}$$

olarak ifade edebiliriz. Δx, sıfıra yaklaşırken, $\Delta s/\Delta x$ oranı $\partial s/\partial x$ olur. (burada, *belirli* bir anda konuma göre s nin değişimiyle ilgilendiğimizi vurgulamak için kısmi türevi kullanıyoruz). Buna göre

$$\Delta P = -B\frac{\partial s}{\partial x}$$

olur. Yerdeğiştirme 17.2 Eşitliği ile verilen basit sinüssel fonksiyon ise, ΔP nin

$$\Delta P = -B\frac{\partial}{\partial x}\,[s_{maks}\cos(kx - \omega t)] = Bks_{maks}\sin(kx - \omega t)$$

olduğunu görürüz. Hacim modülü $B = \rho v^2$, ile verildiğinden (Eş. 17.1'e bak), basınç değişimi

$$\Delta P = \rho v^2 k s_{maks}\sin(kx - \omega t)$$

ifadesine indirgenir. Ayrıca 16.13 Eşitliğinden, $k = \omega/v$ yazabiliriz. Böylece ΔP

$$\Delta P = \rho v \omega s_{maks}\sin(kx - \omega t)$$

olarak ifade edilebilir. Sinüs fonksiyonunun maksimum değeri 1 olduğundan, basınç değişiminin maksimum değerinin $\Delta P_{maks} = \rho v \omega s_{maks}$ olduğunu görürüz (Eş. 17.4'e bak) ve Eş. 17.3 e ulaşırız: Yani

$$\Delta P = \Delta P_{maks}\sin(kx - \omega t)$$

olur.

17.3 PERİYODİK SES DALGALARININ ŞİDDETİ

Önceki bölümde, gergin sicim üzerinde hareket eden dalgaların enerjiyi naklettiğini gösterdik. Aynı düşünceler şimdi ses dalgalarına uygulanacaktır. Şekil 17.4 'de görüldüğü gibi, ω frekansı ile hareket etmekte olan bir pistonun önünde, Δx genişliğinde ve Δm kütleli bir hava tabakası ele alalım. Piston hava tabakasına enerji aktarır ve bu enerji ses dalgası ile piston boyunca yayılır.[1] Ses dalgasına aktarılan enerji hızını elde etmek için, basit harmonik hareket yapan hava sütununun kinetik enerjisini hesaplayacağız. Kesim 16.8 de bir teldeki dalgaya enerji aktarma hızının hesabında kullanılan yönteme benzer bir yöntem kullanacağız.

Ses dalgası pistondan yayılarak uzaklaşırken, piston önündeki hava tabakasının yerdeğiştirmesi 17.2 Eşitliği ile verilir. Bu hava kütlesinin kinetik enerjisini hesap etmek için, hızını bilmemiz gerekir. Hızı, Eşitlik 17.2 nin zamana göre türevini alarak buluruz:

$$v(x,\,t)=\frac{\partial}{\partial t}s(x,\,t)=\frac{\partial}{\partial t}[s_{\text{maks}}\cos(kx-\omega t)]=\omega s_{\text{maks}}\sin(\,kx-\omega t)$$

Şimdi bir an için, dalganın $t = 0$ da durumunu düşünün. Bu anda verilen hava sütununun kinetik enerjisi

$$\Delta K=\tfrac{1}{2}\,\Delta m\,v^2=\tfrac{1}{2}\Delta m\,(\omega s_{\text{maks}}\sin kx)^2=\tfrac{1}{2}\rho A\,\Delta x(\omega s_{\text{maks}}\sin kx)^2$$

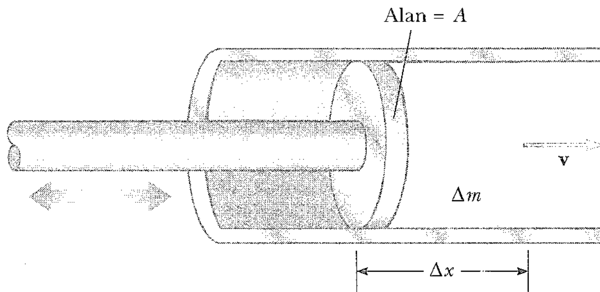
$$=\tfrac{1}{2}\rho A\,\Delta x(\omega s_{\text{maks}})^2\sin^2 kx$$

olur. Burada A hareketli hava sütununun kesiti ve $A\Delta x$ ise hacmidir. Şimdi Kesim 16.8 deki gibi, bir dalgaboyu içindeki toplam kinetik enerjiyi bulmak için, bir tam dalgaboyu üzerinden bu ifadeyi integre etmemiz gerekir. $\Delta x \rightarrow dx$ olacak şekilde küçük bir hava tabakası alırsak,

$$K_\lambda=\int dK=\int_0^\lambda \tfrac{1}{2}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\sin^2 kx\;dx=\tfrac{1}{2}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\int_0^\lambda \sin^2 kx\;dx$$

$$=\tfrac{1}{2}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\left(\tfrac{1}{2}\lambda\right)=\tfrac{1}{4}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\lambda$$

sonucunu elde ederiz. Şekil 16.8 deki sicimde oluşan dalga halindeki gibi, dalganın potansiyel enerjisi, toplam kinetik enerji ile aynı değere sahiptir, o hal-



Şekil 17.4 Titreşen bir piston, Δx genişliğinde ve Δm kütlesindeki bir tabakanın s_{mak} genliği ile salınım yapmasına neden olur ve tüpteki gaza enerji aktarır.

[1] Burada ispat edilmemesine rağmen, piston tarafından yapılan iş, dalga tarafından taşınan enerjiye eşittir. Bu duruma ait geniş matematiksel ifade için, Frank S. Grawford, Jr., *Waves*, New York, Mc. Graw-Hill, 1968, Berkeley Physics Course, Volume 3, Chapter 4'e bakınız.

de, toplam mekanik enerji

$$E_\lambda = K_\lambda + U_\lambda = \frac{1}{2}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\lambda$$

olur. Bu, ses dalgası havada hareket ederken, bir periyotluk zaman içinde aktarılan enerji miktarıdır. Böylece enerji aktarma hızı,

$$\mathcal{P} = \frac{E_\lambda}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\lambda}{T} = \frac{1}{2}\rho A\,(\omega s_{\text{maks}})^2\left(\frac{\lambda}{T}\right) = \frac{1}{2}\rho A v\,(\omega s_{\text{maks}})^2$$

olur. Burada v, havadaki ses hızıdır.

Bir dalganın I **şiddetini** veya birim alan başına gücü, dalganın yayılma yönüne dik, birim alanı geçen dalganın enerjisi olarak tanımlarız.

Bu durumda, şiddet

Bir ses dalgasının şiddeti

$$I = \frac{\mathcal{P}}{A} = \frac{1}{2}\rho v(\omega s_{\text{maks}})^2 \qquad \textbf{(17.5)}$$

bağıntısı ile verilir.

O halde, periyodik ses dalgası şidddetinin, genliğin ve açısal frekansın karesiyle orantılı olduğunu görürüz (Bir teldeki periyodik dalgada olduğu gibi). Bu sonuç, 17.4 Eşitliği kullanılarak, ΔP_{maks} basınç genliği cinsinden de yazılabilir:

$$I = \frac{\Delta P^2_{\text{maks}}}{2\rho v} \qquad \textbf{(17.6)}$$

elde edilir.

ÖRNEK 17.3 İşitme Sınırları

1000 Hz lik frekansta insan kulağı tarafından algılanabilen en düşük sesler (*işitme eşiği*) 1×10^{-12} W/m^2 civarında bir şidddete karşılık gelir. Aynı şekilde, kulağın dayanabileceği en şiddetli sesler 1 W/m^2 civarında bir şiddete (acı sınırı) karşılık gelir. Bu iki sınıra ait basınç genliklerini ve maksimum yerdeğiştirmeleri bulunuz.

Çözüm İlk olarak, en düşük sesleri ele alalım. 17.6 Eşitliğinde, havanın yoğunluğunu ρ = 1,20 kg/m^3 ve ses hızını da v = 343 m/s alarak

$$\Delta P_{\text{maks}} = \sqrt{2\rho v I}$$

$$= \sqrt{2(1{,}20\ \text{kg/m}^3)(343\text{m/s})(1 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2)}$$

$$= 2{,}87 \times 10^{-5}\ \text{N/m}^2$$

sonucunu elde ederiz. Atmosfer basıncı 10^5 N/m^2 civarında olmasına karşın bu, kulağın 10^{10} da 3'lük basınç dalgalanmalarını algılayabileceğini ifade eder.

Buna karşılık gelen yerdeğiştirme genliği, $\omega = 2\pi f$ ifadesi dikkate alınarak (16.10 ve 16.12 Eşitliklerine bak)ve 17.4 Eşitliği kullanılarak hesaplanabilir: yani s_{maks},

$$s_{\text{maks}} = \frac{\Delta P_{\text{maks}}}{\rho v \omega} = \frac{2{,}87 \times 10^{-5}\ \text{N/m}^2}{(1{,}20\ \text{kg/m}^3)\ (343\ \text{m/s})\,(2\pi \times 1000\ \text{Hz})}$$

$$= 1{,}11 \times 10^{-11}\ \text{m}$$

olur. Bu oldukça küçük bir sayıdır! Bu s_{mak} sonucunu, molekül çapı (yaklaşık 10^{-10} m) ile karşılaştırırsak; kulağın ses dalgaları için, oldukça duyarlı bir dedektör olduğunu görürüz.

Benzer tarzda, kulağın dayanabileceği en şiddetli seslerin 28,7 N/m^2 lik basınç genliğine ve $1{,}1 \times 10^{-5}$ m lik maksimum yerdeğiştirmeye karşılık geldiği bulunur.

Desibel Olarak Ses Düzeyi

Biraz önce incelenen örnek, insan kulağının algılayabileceği ses şiddetlerinin aralık genişliğini ifade etmektedir. Aralığın geniş olmasından dolayı logaritmik ölçek kullanmak uygundur. Burada **ses düzeyi** β

$$\beta \equiv 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \qquad (17.7)$$

eşitliği ile tarif edilir. I_0 sabiti *referans şiddeti*dir ve değeri kulağın işitme eşik değeri olan $I_0 = 1 \times 10^{-12}$ W/m^2'dir. I, W/m^2 olarak β düzeyindeki şiddetdir. Burada β, **desibel** (dB)[2] olarak ölçülür. Bu ölçekte, acı eşiği (I = 1 W/m^2), $\beta = 10 \log [(1 \text{ W/m}^2)/(10^{-12} \text{ W/m}^2)] = 10 \log (10^{12}) = 120$ dB lik bir ses düzeyine karşılık gelir. Diğer taraftan işitme eşiği $\beta = 10 \log [(10^{-12} \text{ W/m}^2)/(10^{-12} \text{ W/m}^2)] = 0$ dB'e karşılık gelir.

Böyle yüksek seslere maruz kalınması kulakta ciddi hasarlar yapabilir. Ses düzeyi 90 dB'i aşan durumlarda kulaklıklar tavsiye edilir. "Gürültü kirliliği"nin kan basıncının yükselmesine, korkuya ve sinirliliğe yol açabileceği ortaya konmuştur. Tablo 17.2'de çeşitli kaynakların ses düzeylerine ait bazı tipik değerler verilmektedir.

TABLO 17.2
Ses Düzeyleri

Ses Kaynağı	β(dB)
Jet Uçağı	150
Kaya matkabı; makinalı tüfek	130
Siren; rock konseri	120
Metro; Taş Kırma Aleti	100
Yoğun Trafik	80
Elektrik Süpürgesi	70
Normal Konuşma	50
Sivri Sinek vızıltısı	40
Fısıltı	30
Yaprak hışırtısı	10
İşitme eşiği	0

ÖRNEK 17.4 Ses Düzeyleri

Özdeş iki makine bir işçiden eşit uzaklıkta yerleştirilmiştir. Her makina tarafından verilen sesin işçinin bulunduğu yerdeki ses şiddeti 2×10^{-7} W/m^2 dir. İşçinin duyduğu sesin ses düzeyini a) bir makina çalıştığı zaman, b) İki makina çalıştığı zaman bulunuz.

Çözüm (a) Bir makine çalıştığı zaman, işçinin bulunduğu yerdeki ses düzeyi Eş. 17.7 den hesaplanır:

$$\beta_1 = 10 \log \left(\frac{2 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log(2 \times 10^5)$$

$$= 53 \text{ dB}$$

olur.

(b) İki makina çalıştığı zaman, şiddet 4×10^{-7} W/m^2 olur. Buradan, yeni ses düzeyi

$$\beta_2 = 10 \log \left(\frac{4 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2}{1 \times 10^{-12} \text{ W/m}^2} \right) = 10 \log(4 \times 10^5)$$

$$= 56 \text{ dB}$$

olur. Bu sonuçlara göre, şiddet iki katına çıktığı zaman, ses düzeyi sadece 3 dB kadar artar.

Sınama Sorusu 17.4

Bir kemancı, bir melodi çalıyor; sonra dokuz kemancı ile birlikte aynı melodiyi ilk kemancının şiddetinde çalıyorlar. (a) Tüm kemancılar birlikte çaldığı zaman, ses düzeyindeki artış kaç desibel olur? (b) On kemancı daha bunlara katılırsa, tek bir kemanının ses düzeyinin ne kadar üzerine çıkılır?

[2] "Bel" sözü telefonu bulan Alexsander Graham Bell'in (1847-1922) adından gelmektedir. *Desi* öneki, 10^{-1} olan metrik sistem çarpanıdır.



KÜRESEL VE DÜZLEM DALGALAR

Küresel bir cisim zamanla sinüssel olarak salınırsa, yarıçapı sinüssel olarak değişen küresel ses dalgası üretilir (Şekil 17.5). Ortam düzgün ise dalga, sabit bir hızla kaynaktan dışa doğru yayılır.

Küre üzerindeki tüm noktalar aynı şekilde davranacağından, küresel dalgadaki enerjinin tüm yönlerde eşit olarak yayılacağı sonucunu çıkarırız. Yani, yönler arasında bir tercih yoktur. $\mathcal{P}_{or}$, kaynaktan yayınlanan ortalama güç ise, kaynaktan herhangi bir r uzaklığındaki bu güç, $4\pi r^2$ yüzeyli küresel yüzey üzerinde dağılacaktır. Böylece, kaynaktan r uzaklığındaki dalga şiddeti

$$I = \frac{\mathcal{P}_{or}}{A} = \frac{\mathcal{P}_{or}}{4\pi r^2} \qquad (17.8)$$

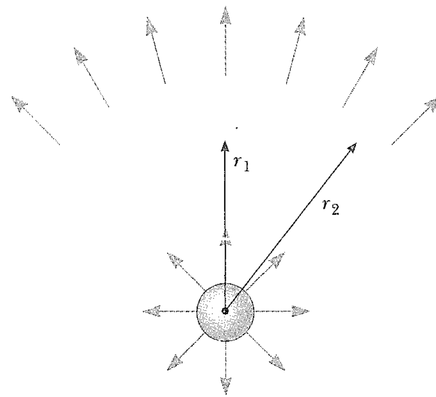
olur. $\mathcal{P}_{or}$, kaynakla eşmerkezli her küresel yüzey için aynı olduğundan; r_1 ve r_2 uzaklıklarındaki şiddetlerin

$$I_1 = \frac{\mathcal{P}_{or}}{4\pi r_1^2} \qquad \text{ve} \qquad I_2 = \frac{\mathcal{P}_{or}}{4\pi r_2^2}$$

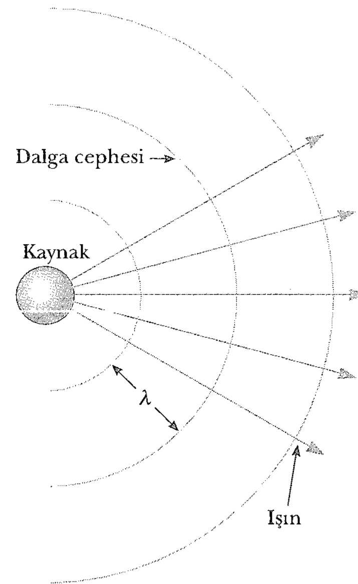
bağıntılarıyla verileceğini anlarız. O halde, bu iki küresel yüzey üzerindeki şiddetlerin oranı,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$

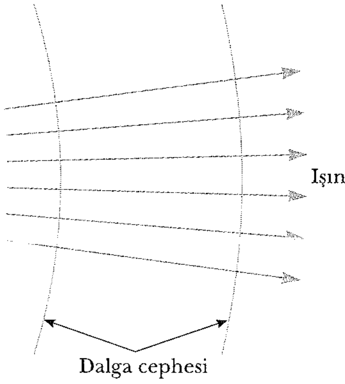
olur. Bu ters kare yasası, şiddetin, kaynaktan alan uzaklığın karesiyle ters orantılı olarak azaldığını ifade eder. 17.5 Eşitliği şiddetin, s^2_{maks} ile orantılı olduğunu söyler. Eşitlik 17.5 in sağ tarafını, Eşitlik 17.8'in sağ tarafına eşitleyip düzen-



Şekil 17.5 Titreşen küresel bir cisimden dışa doğru ışınsal olarak yayılan bir küresel dalga. Küresel dalganın şiddeti $1/r^2$ şeklinde değişir.



Şekil 17.6 Bir nokta kaynaktan yayınlanan küresel dalgalar. Dairesel yaylar kaynakla eşmerkezli küresel dalga cephelerini temsil eder. Işınlar, dalga cephesine dik, kaynaktan dışa doğru olan doğru çizgilerdir.



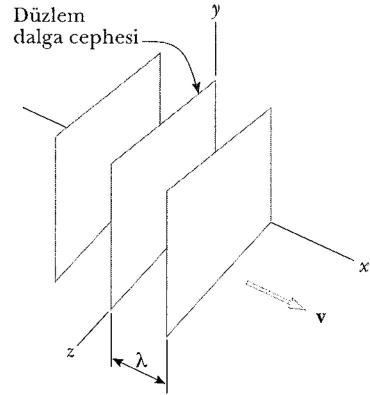
Şekil 17.7 Bir nokta kaynaktan çok uzaklarda, dalga cepheleri hemen hemen paralel düzlemlerdir ve ışınlar düzlemlere dik, paralel çizgilerdir. Bu yüzden, küresel dalga cephesinin çok küçük bir kısmı yaklaşık olarak bir düzlem dalgadır.

lersek, küresel dalganın yer değiştirme genliği s_{maks} nin $1/r$ ye bağlı olarak değişmesi gerektiği sonucuna varırız. Böylece, çıkan küresel dalganın ψ (psi) dalga fonksiyonunu

$$\psi(r, t) = (s_0/r)\sin(kr - \omega t) \tag{17.9}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada, kaynaktan birim uzunluktaki yerdeğiştirme genliği olan s_0, tüm dalgayı karakterize eden sabit bir parametredir.

Şekil 17.6 daki gibi; küresel dalgaları, kaynakla eşmerkezli bir dizi dairesel yayla temsil etmek yararlıdır. Her yay, dalga fazının sabit olduğu bir yüzeyi temsil eder, sabit fazlı böyle bir yüzeyi **dalga cephesi** olarak adlandırıyoruz. Arka arkaya gelen dalga cepheleri arasındaki uzaklık λ dalgaboyuna eşittir. Kaynaktan dışa çizilen doğrulara **ışın** denir.



Şekil 17.8 Pozitif x– yönünde v hızı ile hareket eden bir düzlem dalganın temsili. Dalga cepheleri yz düzlemine paralel düzlemlerdir.

Şimdi, Şekil 17.7 deki gibi kaynaktan *uzak* mesafelerde dalga cephesinin küçük bir parçasını düşününüz. Bu halde ışınlar hemen hemen birbirine paralel ve dalga cepheleri ise hemen hemen düzlemseldir. Bu yüzden, kaynaktan uzaklığı, dalga boyuna göre çok büyük olan uzaklıklar için dalga cephelerini paralel düzlemler gibi düşünebiliriz. Böyle bir dalgaya **düzlem dalga** diyoruz. Kaynaktan oldukça uzak olan küresel dalganın herhangi bir küçük parçası düzlem dalga olarak düşünülebilir.

Şekil 17.8'de x ekseni boyunca yayılan bir düzlem dalga görülmektedir. Burada dalga cepheleri yz düzlemine paralel olur. Bu halde dalga fonksiyonu sadece x ve t ye bağlıdır ve

$$\psi(x, t) = A\sin(kx - \omega t) \tag{17.10}$$

Bir düzlem dalganın ifadesi

biçimindedir. Yani; düzlem dalganın dalga fonksiyonu, bir-boyutlu ilerliyen dalga ile özdeş biçime sahiptir.

Şiddet, verilen bir düzlem dalganın, dalga cephesi üzerindeki tüm noktalarda aynıdır.

ÖRNEK 17.5 Bir Nokta Kaynağın Şiddet Değişimleri

Bir nokta kaynak, 80 W ortalama çıkış gücünde ses dalgaları yayıyor. a) Kaynaktan 3 m uzaktaki şiddeti bulun.

Çözüm Bir nokta kaynak, küresel dalgalar şeklinde enerji yayar (Şekil 17.5). Kaynaktan r uzaklığında; güç, $4\pi r^2$ yüzeyli küre yüzeyi üzerinde dağılmıştır. Kaynaktan r uzaklığındaki şiddet 17.8 Eşitliği ile verilir:

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{or}}}{4\pi r^2} = \frac{80\ \text{W}}{4\pi\,(3\ \text{m})^2} = 0{,}707\ \text{W/m}^2$$

Bu şiddet değeri acı eşiğine yakındır.

b) Ses düzeyinin 40 dB olduğu noktada uzaklığı bulun.

Çözüm 40 dB düzeyindeki, ses şiddetini, 17.7 Eşitliğini kullanarak ve $I_0 = 1 \times 10^{-12}\ \text{W/m}^2$ alarak bulabiliriz:

$$10\log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 40\text{dB}$$

$$\log I - \log I_0 = \frac{40}{10} = 4$$

$$\log I = 4 + \log 10^{-12}$$

$$\log I = -8$$

$$I = 1 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2$$

olur. Bu değeri 17.8 Eşitliğinde yerine koyar ve r'ye göre çözersek

$$r = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_{\text{or}}}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{80\text{W}}{4\pi \times 1 \times 10^{-8}\text{W/m}^2}}$$

$$= 2{,}52 \times 10^4\ \text{m}$$

elde ederiz. Bu da yaklaşık 16 mil 'dir!



17.5 DOPPLER OLAYI

Ev Deneyi

(Bu Ev deneyini yapmadan önce,bölgenizde korna gürültüsünün yasal olup olmadığını araştırmalısınız) otomobilinizin kornasını, kampüsteki park yerinde veya şehirlerarası yolda bir arkadaşınıza yaklaşırken ve uzaklaşırken çalın. Arkadaşınıza doğru yaklaşırken ve uzaklaşırken farklı hızlarda bunu deneyin. Arkadaşınızın duyduğu seslerin frekansları kitapta tanımlananla uyuşuyor mu?

Muhtemelen, bir araç sizi geçerken aracın korna sesinin nasıl değiştiğine dikkat etmişsinizdir. Bir otomobil veya kamyon, kornasını çalarak hareket ederken duyduğunuz sesin frekansı, araç size yaklaşırken daha yüksek, uzaklaşırken daha düşüktür (Ev deneyine bakınız). Bu, **Doppler olayına** bir örnektir.[3]

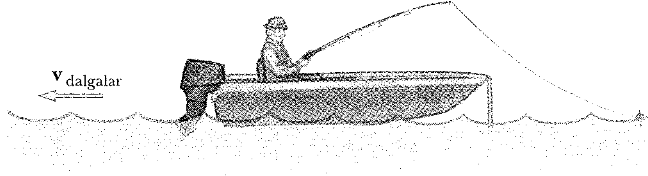
Açıkça farkedilen bu frekans değişiminin nasıl olduğunu anlamak için, dalgalarının $T = 3$ s periyodlu, hafif dalgalı denizde demirli olan bir botta olduğunuzu düşünün. Bu, her 3 s de bir dalga tepesinin botunuza çarptığını ifade eder. Şekil 17.9a, su dalgaları sola doğru hareket ederken bu durumu gösteriyor. Eğer, bir tepenin çarpması anında saatinizi $t = 0$ 'a ayarlarsanız, bir çarpma olduğu zaman saatiniz 3 s'yi, üçüncü çarpma olduğu zaman 6 s'yi gösterir v.s. Bu gözlemlerden dalga frekansının $f = 1/T = (1/3)$ Hz olduğu sunucunu çıkarırız. Şimdi motorunuzu çalıştırdığımızı ve Şekil 19.9b de görüldüğü gibi gelen dalgalara doğru gittiğinizi farzedeniz. Yine saatinizi, bir tepe, botunuzun önüne çarparken $t = 0$'a ayarlayın. Şimdi, böylece; siz yeni bir dalga tepesine doğru hareket ederken, o da size doğru hareket eder. Dalga tepesi ilk çarpmadan sonra 3 *s* 'den daha az bir zamanda size çarpar. Başka bir deyişle, sizin gözlediğiniz periyot, hareketsiz iken gözlediğiniz periyottan daha kısadır. Çünkü gözlediğimiz frekans $f = 1/T$ hareketsiz olduğunuz haldekinden daha büyüktür.

Geri döner, dalgalarla aynı yönde hareket ederseniz (Şekil 17.9c de görülüyor), ters etki gözlersiniz. Bir tepe botun arkasına çarparken saatinizi $t = 0$'a ayarlıyorsunuz. Şimdi gelecek tepeden uzaklaştığınızdan dolayı, tepenin size ulaşması için geçen zaman, saatinizin sahip olduğu zamandan daha fazladır. Böylece, hareketsiz olduğunuz zamankinden daha düşük bir frekans ölçersiniz.

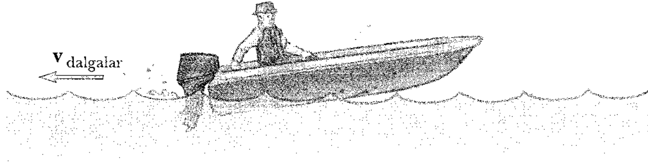
Bu etkiler olur, çünkü botunuz ve dalgalar arasındaki bağıl hız, botunuzun hızı ile hareket doğrultusuna bağlıdır. Şekil 17.9b de sağa doğru hareket ettiğiniz zaman bu bağıl hız dalga hızından daha büyüktür. Bu durum frekansın artmasına yol açar. Döndüğünüz ve sola doğru hareket ettiğimiz zaman su dalgalarının frekansında gözlendiği gibi, bağıl hız daha düşük olur.

Şimdi, benzer bir durumu ses dalgaları ile inceleyelim. Burada su dalgaları ses dalgalarına karşılık gelir; su hava yerine geçer ve bottaki adam sesi dinleyen gözlemci olur. Bu durumda, gözlemci hareket eder, S ses kaynağı durgundur. Basitlik için, havanın hareketsiz olduğunu ve gözlemcinin kaynağa doğru hareket ettiğini kabul ediyoruz. Gözlemci, haraketsiz nokta kaynağa doğru v_g hızı ile hareket ediyor ($v_k = 0$) (Şekil 17.10). Genel olarak *durgun* olmaktan, ortama göre (havaya) hareketsiz olmayı kastediyoruz.

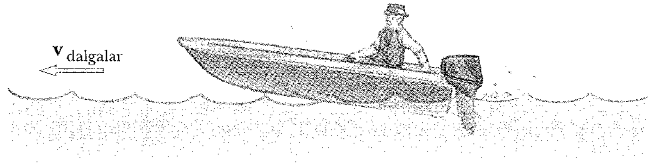
[3]Işık dalgalarında bu etkiyi bulan Avustralyalı fizikçi Christian Johann Doppler (1803-1853) adına izafeten verilen bir isim.



(a)



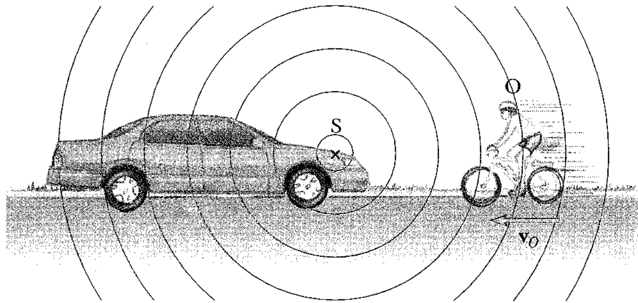
(b)



(c)

Şekil 17.9 (a) Hareketsiz bota doğru ilerliyen dalgalar. Dalgalar,sola doğru yayılıyor ve dalgaların kaynağı botun sağında uzakta ve resmin dışındadır. (b) Dalga kaynağına doğru hareket eden bot (c) Dalga kaynağından uzaklaşan bot.

Kaynağın frekansını f, dalgaboyunu λ ve sesin hızını v olarak alacağız. Gözlemci de hareketsiz olsaydı, açıkca saniyede f dalga cephesi duyacaktı (Yani; $v_g = 0$ ve $v_k = 0$ olduğu zaman, ölçülen frekans kaynak frekansına eşit olur-



Şekil 17.10 Bir G gözlemcisi (bisikletli) v_g hızı ile sabit nokta olan S kaynağına doğru hareket ediyor (parketmiş bir otomobilin kornası). Gözlemci, kaynağın frekansından daha büyük bir f' frekansı işitir.

du). Gözlemci kaynağa doğru hareket ettiği zaman, gözlemciye göre dalgaların hızı $v' = v + v_g$ olur, bot halindeki gibi; fakat λ dalgaboyu değişmez. Bu nedenle, $v = \lambda f$, Eş.16.14'ü kullanarak gözlemci tarafından işitilen frekansın *arttığını* söyleyebiliriz. Bu frekans,

$$f' = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_g}{\lambda}$$

ile verilir. $\lambda = v/f$ olduğundan f'

$$f' = \left(1 + \frac{v_g}{v}\right)f \quad \text{(Gözlemci kaynağa doğru yaklaşıyor)} \quad \textbf{(17.11)}$$

şeklinde ifade edilebilir.

Gözlemci kaynaktan uzaklaşıyorsa, gözlemciye göre dalganın hızı $v' = v - v_g$ olur. Bu durumda gözlemci tarafından duyulan frekans *azalmıştır* ve aşağıdaki eşitlikle verilir:

$$f' = \left(1 - \frac{v_g}{v}\right)f \quad \text{(Gözlemci kaynaktan uzaklaşıyor)} \quad \textbf{(17.12)}$$

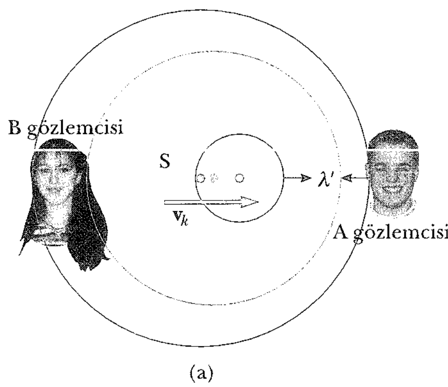
Genel olarak, gözlemci, durgun kaynağa göre v_g hızı ile hareket ediyorsa, gözlemci tarafından duyulan sesin frekansı

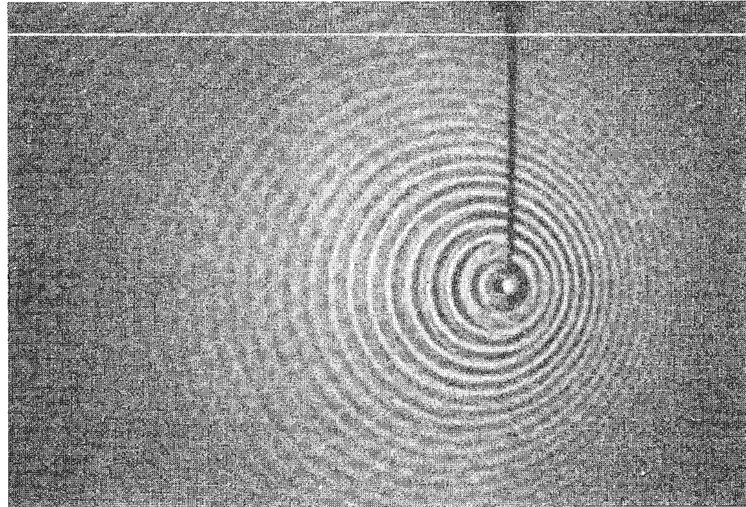
Hareketli gözlemcinin duyduğu frekans

$$f' = \left(1 \pm \frac{v_g}{v}\right)f \quad \textbf{(17.13)}$$

olur. Burada pozitif işaret, gözlemci kaynağa doğru hareket ettiği zaman, negatif işaret de gözlemci kaynaktan uzaklaştığı zaman kullanılır.

Şimdi, kaynağın hareketli, gözlemcinin hareketsiz olduğu durumu inceleyelim. Kaynak, Şekil 17.11a'daki gibi, *A* gözlemcisine doğru hareket ederse; gözlemci tarafından algılanan dalga cepheleri, ilerliyen dalga yönündeki dalga kaynağının hareketinin sonucu olarak birbirine yaklaşır. Sonuç olarak, *A* gözlemcisi tarafından ölçülen λ' dalgaboyu, kaynağın dalgaboyu λ dan daha kısadır. Her bir titreşim esnasında, yani bir periyotluk zamanda, kaynak,





Şekil 17.11 (a) S, v_k hızı ile hareketsiz B gözlemcisinden uzaklaşan ve hareketsiz A gözlemcisine yaklaşan bir kaynaktır. A gözlemcisi artan bir ferakans duyar, B gözlemcisi azalan bir frekans duyar. (b) Dalgalanan bir su tankında gözlenen Doppler etkisi A nokta kaynağı v_k hızı ile sağa hareket ediyor. (*Eğitimi Geliştirme Merkezinin izni ile, Newton, MA*).

$v_kT = v_k/f$ uzaklığı kadar hareket eder ve dalga boyu bu miktar kadar kısalır. Bu nedenle, gözlenen λ' dalgaboyu

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - (v_k/f)$$

ile verilir. $\lambda = v/f$ olduğundan, A gözlemcisi tarafından duyulan frekans

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{\lambda - \frac{v_k}{f}} = \frac{v}{\frac{v}{f} - \frac{v_k}{f}}$$

$$f' = \left(\frac{1}{1 - \frac{v_k}{v}}\right)f \qquad \textbf{(17.14)}$$



"Doppler olayından kaynaklanan frekansları işitiyormuş gibi, acı acı çalan tren düdüğünü duymaya bayılırım." (*Sydney Harris*)

olur. Yani; gözlenen frekans, kaynak gözlemciye doğru hareket ettiği zaman *artmaktadır.*

Kaynak, Şekil 17.11a'da B gözlemcisi halinde olduğu gibi hareketsiz gözlemciden uzaklaştığı zaman, gözlemci λ 'dan daha *büyük* olan bir λ' dalgaboyu ölçer

$$f' = \left(\frac{1}{1 + \frac{v_k}{v}}\right)f \qquad \textbf{(17.15)}$$

ile verilen *azalan* bir frekans işitir.

17.14 ve 17.15 Eşitliklerini birleştirirsek, kaynak hareketli, gözlemci hareketsiz olduğu zaman gözlenen frekans için genel bir bağıntıyı

$$f' = \left(\frac{1}{1 \mp \frac{v_k}{v}}\right)f \qquad \textbf{(17.16)}$$

Kaynak hareketli iken işitilen frekans

olarak ifade edebiliriz.

Son olarak, kaynak ve gözlemcinin her ikisi hareketli ise, duyulan frekans için aşağıdaki genel bağıntıyı buluruz:

$$f' = \left(\frac{v \pm v_g}{v \mp v_k}\right)f \qquad \textbf{(17.17)}$$

Gözlemci ve kaynak hareketli iken işitilen frekans

olur. Bu ifadede üstteki işaretler ($+v_g$ ve $-v_k$) birbirine doğru harekete, alt işaretler ($-v_g$ ve $+v_k$) birbirinden uzaklaşan harekete karşılık gelir.

Doppler olayı problemleri ile çalışılırken, ilgili işaretleri hatırlamak için uygun kural aşağıdadır:

Birbirine doğru ifadesi, ölçülen frekansta bir *artışı, birbirinden uzaklaşma* ifadesi, ölçülen frekansta *azalmayı gösterir.*

Doppler olayı, tipik olarak ses dalgaları ile incelenmesine rağmen, tüm dalgaları kapsayan bir olgudur. Örneğin, kaynak ve gözlemcinin bağıl hareketi, ışık dalgalarında bir frekans kaymasına yol açar. Doppler olayı polis radar sistemlerinde motorlu araçların hızlarını ölçmek için kullanılır. Aynı şekilde astronomlar, yıldızların, galaksilerin ve diğer gök cisimlerinin yere göre bağıl hızlarını belirlemek için Doppler olayını kullanırlar.

ÖRNEK 17.6 Gürültülü Siren

Bir ambulans, 33,5 m/s (= 75 mil/saat) hızla otobanda hareket ediyor. Ambulansın sireni 400 Hz lik bir frekansla ses çıkarıyor. Zıt yönde 24,6 m/s (= 55 mil /saat) hızla giden bir arabada bulunan bir yolcunun, (a) araba ambulansa yaklaşırken, (b) ambulanstan uzaklaşırken duyulan frekans nedir?

Çözüm (a) Havadaki ses hızını $v = 343$ m/s olarak alalım. İki halde de 17.17 Eşitliğini kullanabiliriz. Ambulans ve araba birbirlerine yaklaşırken duyulan frekans

$$f' = \left(\frac{v + v_g}{v - v_k}\right) f = \left(\frac{343 \text{ m/s} + 24{,}6 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} - 33{,}5 \text{ m/s}}\right)(400\text{Hz})$$

$$= 475 \text{ Hz}$$

olur. (b) Benzer şekilde, ambulans ve araba birbirinden uzaklaşırken otomobildeki yolcu,

$$f' = \left(\frac{v - v_g}{v + v_k}\right) f = \left(\frac{343 \text{ m/s} - 24{,}6 \text{ m/s}}{343 \text{ m/s} + 33{,}5 \text{ m/s}}\right)(400\text{Hz})$$

$$= 338 \text{ Hz}$$

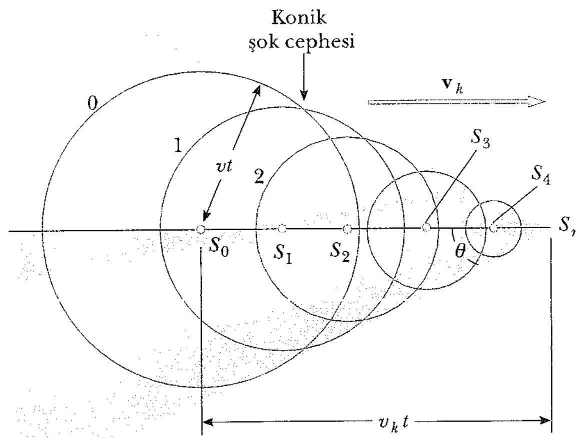
frekansını işitir. Arabadaki yolcu tarafından algılanan frekans değişikliği 475 − 338 = 137 Hz olur. Bu, yayınlalanan gerçek frekanstan % 30 daha fazladır.

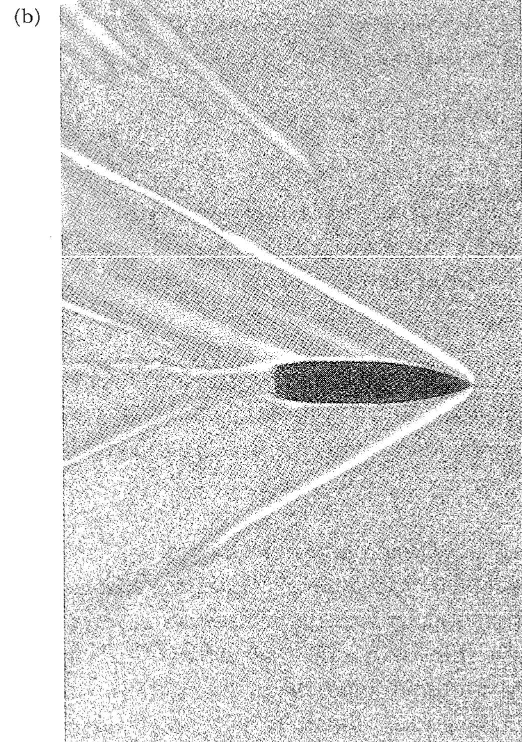
Alıştırma Ambulans 33,5 m/s hızla otoyolda hareket ederken, bir arabanın otoyol kenarında park ettiğini varsayın. Arabadaki yolcu; (a) ambulans park edilmiş arabaya yaklaşırken, (b) parkedilmiş arabadan uzaklaşırken hangi frekansları duyar?

Cevap (a) 443 Hz (b) 364 Hz.

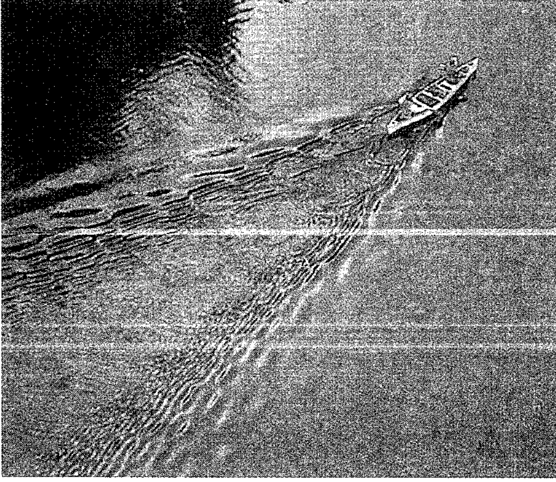
Şok Dalgaları

Şimdi; v_k kaynak hızı, v dalga hızını *aştığı* zaman ne olacağını inceliyelim. Bu durum grafik olarak Şekil 17.12a'da gösterilmiştir. Çemberler, hareket esnasında kaynak tarafından değişik zamanlarda yayınlanan küresel dalga cephelerini temsil eder. Kaynak, $t = 0$'da S_0'dadır ve bir t zamanı sonunda S_n dedir.





Şekil 17.12 (a) Bir kaynak S_0 dan S_n ye v_k hızı ile hareket ettiği zaman, üretilen bir şok dalgasının gösterimi. Bu hız, ortamdaki v dalga hızından daha büyüktür. Dalga cephelerinin zarfı, yarım açısı $\sin\theta = v/v_k$ olarak verilen bir konidir. (b) Ses üstü hızla bir mum alevi içindeki sıcak havadan geçen bir merminin stroboskobik fotoğrafı. Mermi civarında oluşan şok dalgasına dikkat ediniz. (*© 1973 Kim Vandiver & Harold E. Edgerton/Courtesy of Palm Press, Inc.*)



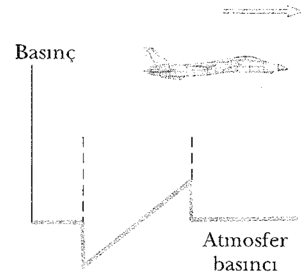
Şekil 17.13 Bir botun *V*-şekilli kuyruk dalgası; bot, su dalgasının hızından daha büyük bir hızla hareket ettiği için oluşur. Bu, sesin hızından daha büyük bir hızla giden bir uçak tarafından oluşturulan bir şok dalgasına benzemektedir. (© *1994 Comstock*)

S_0 da bulunan dalga cephesi, t anında vt kadarlık bir yarıçapa ulaşır. Bu zaman aralığında, kaynak $v_k t$ uzaklığına, S_n'ye ulaşır. Kaynağın S_n'de olduğu anda dalgalar henüz yaratılmaya başlanacaktır ve böylece dalga cephesi bu noktada sıfır yarıçapa sahip olacaktır. S_0'da merkezlenen dalga cephesine S_n'den çizilen çizgi, ara anlarda yaratılan tüm diğer dalga cephelerine teğettir. Böylece, bu dalgalar zarfının yarı-açısı θ

$$\sin\,\theta = \frac{vt}{v_k t} = \frac{v}{v_k}$$

ile verilen bir koni olduğunu görüyoruz. v_S/v oranına *mak (Mach) sayısı* denir, $v_k > v$ olduğu zaman (supersonik hızlar) üretilen konik dalga cephesi bir *şok dalgası* olarak adlandırılır. Şok dalgalarına ilginç bir örnek; bir botun hızı, su yüzeyindeki dalganın hızını aştığı zaman bot tarafından üretilen V-şekilli dalga cepheleridir (*kuyruk dalgası*) (Şekil 17.13).

Ses hızından büyük hızlarda giden jet uçakları şok dalgaları üretir. Bu dalgalar, işitenler tarafından "gürültü patlaması" veya ses duvarının aşılması olarak algılanır. Bu şok dalga, yüksek basınç değişimleri nedeniyle koni yüzeyinde yoğunlaşmış olan çok büyük miktarda enerji taşır. Şok dalgalarını duymak rahatsız edicidir ve uçaklar düşük irtifada sesten hızlı uçtuğu zaman binalara hasar verebilir. Gerçekte, sesten hızlı giden bir uçak, biri uçağın burun tarafında diğeri kuyruk tarafında olmak üzere iki şok dalga cephesi oluştuğundan iki ayrı gürültü oluşturur (Şekil 17.14). İniş noktasına doğru yaklaşan uzay aracının yolu yakınında bulunan halkın, çok kısa aralıklarla gök gürültüsüne benzeyen ses duydukları sık sık söylenir.



Şekil 17.14 Ses üstü hızlarda giden bir jet uçağının burnu ve kuyruğu tarafından üretilen iki şok dalgası.

Sınama Sorusu 17.5

Sabit hızla uçan bir uçak, soğuk bir hava kütlesinden, sıcak bir hava kütlesine giriyor. Mach sayısı artar mı, azalır mı, aynı mı kalır?

Sınama Sorusu 17.6

Bir gözlemci ve bir ses kaynağının her ikisinin hareketsiz olduğunu ve kaynaktan, gözlemciye doğru kuvvetli bir rüzgarın estiğini farzedin. Rüzgarın (a) ses dalgalarının göz-

lenen frekansına, (b) gözlenen dalga hızına ve (c) gözlenen dalga boyuna etkisini açıklayınız.

ÖZET

Ses dalgaları boyuna dalgalardır ve sıkışabilen bir ortamda, ortamın sıkışabilirliği ve eylemsizliğine bağlı bir hızla yayılırlar. Yoğunluğu ρ ve hacim modülü B olan bir ortamda **ses hızı**

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad \textbf{(17.1)}$$

dir. Bu bağıntı ile, bir çok farklı maddede ses hızını belirleyebilirsiniz.

Sinüssel ses dalgaları durumunda, yerdeğiştirmedeki değişim,

$$s(x,t) = s_{\text{maks}} \cos(kx - \omega t) \qquad \textbf{(17.2)}$$

ve denge halinden itibaren **basınç değişimi**

$$\Delta P = \Delta P_{\text{maks}} \sin\ (kx - \omega t) \qquad \textbf{(17.3)}$$

ile verilir. Burada ΔP_{maks} **basınç genliği** dir. Basınç dalgası ile yerdeğiştirme dalgası arasındaki faz farkı 90° dir. s_{maks} ile ΔP_{maks} arasındaki bağıntı

$$\Delta P_{\text{maks}} = \rho v \omega s_{\text{maks}} \qquad \textbf{(17.4)}$$

olarak verilir.

Bir periyodik ses dalgasının şiddeti, birim alan başına düşen güç olarak tanımlanır ve

$$I = \tfrac{1}{2}\rho v\,(\omega s_{\text{maks}})^2 = \frac{\Delta P_{\text{maks}}^2}{2\rho v} \qquad \textbf{(17.5, 17.6)}$$

bağıntısı ile verilir. Bir ses dalgasının ses düzeyi, desibel olarak

$$\beta = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \qquad \textbf{(17.7)}$$

ifadesi ile verilir. Burada I_0, genellikle işitme sınırı olarak alınan (1×10^{-12} W/m^2) referans şiddetidir ve I m^2 başına W (J/s) olarak ses dalgasının şiddetidir.

Bir nokta kaynak tarafından üretilen küresel dalganın şiddeti, yayınlanan ortalama güçle ve kaynaktan olan uzaklığın karesinin tersi ile orantılıdır. Yani

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{or}}}{4\pi r^2} \qquad \textbf{(17.8)}$$

olarak verilir.

Kaynak ve gözlemci arasında bir bağıl hareket olduğunda, gözlemcinin işittiği sesin frekansındaki değişim **Doppler etkisi** olarak adlandırılır. Gözlenen frekans

$$f' = \left(\frac{v \pm v_g}{v \mp v_k}\right) f \qquad \textbf{(17.17)}$$

Üstteki işaretler ($+v_g$ ve $-v_k$) gözlemci ve ses kaynağının birinin diğerine doğru hareketini, alttaki işaretler ($-v_g$ ve $+v_k$) uzaklaşan durumu anlatmak için kullanılır. Bu formülü, v_g veya v_k nin sıfır olduğu zamanda da kullanabilirsiniz.

SORULAR

1. Ses dalgaları niçin boyuna dalgalar olarak karakterize edilir?
2. Bir çalar saat, havasız bir yere yerleştirilir ve kurulursa, hiç bir ses işitilmeyecektir. Açıklayınız.
3. Bir ses alıcısı, ultrason*ik* bir ses atmasını gönderen cismin konumunu belirleyen ve bir engelden yansıdıktan sonra ses dalgasının olduğu yolu ölçen bir alettir. Tipik olarak, bu aletler algılayıcıdan yarım metre daha küçük olan bir cismi algılayamazlar. Niçin?
4. Örnek 17.5'de, 80 W lık çıkış güçlü bir nokta kaynağın, 16 mil kadar bir uzaklıkta 40 dB'lik ses düzeyine indiği bulunuyor. Neden 16 mil uzaklıkta normal bir rok (rock) konserini işitemeyeceğinizi düşünürsünüz? (Tablo 17.2'ye bakınız).
5. Bir nokta kaynaktan uzaklık üç katına çıkarsa, şiddet ne kadarlık bir çarpanla azalır?
6. Mikro dalgalarla Doppler olayının, bir otomobilin hızını belirlemek için nasıl kullanıldığını anlatınız.
7. Hareketli araçla, bir kanyon duvarına yaklaşırken ya da uzaklaşırken sesinizin yankısına ait frekans ne olur?
8. Aşağıdaki seslerden hangisi 60 dB'lik ses düzeyine sahiptir: rok konseri, kitabınızın bir sayfasının çevriliş sesi, normal konuşma, bir futbol maçındaki tezahürat veya bir kilisedeki fon müziğinin sesi?
9. Önceki sorudaki her sesin olarak desibel olarak ses düzeyini tahmin ediniz.
10. İkili yıldız sistemi, birbiri etrafında dönen iki yıldızdan oluşmaktadır. Bu yıldızlardan biri diğeri etrafında tam bir devir yaparken, bu yıldızların birinden gözlemciye ulaşan ışığın incelenmesinde, Doppler olayının nasıl olacağını kestirin?
11. Bir ses kaynağından çıkan sesin frekansında bir kayma olmaması için, kaynak gözlemciye göre nasıl hareket edebilir?
12. Bir ortamda, sesten hızlı hareket eden bir cismin hızını belirlemek için niçin sonar (ses dalgaları) kullanmak mümkün değildir?
13. Kar yağışından sonra ortalık niçin sakin olur?
14. Niçin yankının şiddeti, esas sesten daha zayıftır?
15. Bir sesin dalgaboyu, 2 çarpanı kadar azaltılırsa frekansı ve hızı ne olur?
16. Son zamanlarda yapılan bir araştırmada, yakın bir yıldızın etrafında görünmemesine rağmen, büyük bir gezegenin döndüğü bulunmuştu. Kütle merkezi etrafında dönen sistemler ve ışıktaki Doppler kayması (bir çok bakımdan sestekine benzer olan) cinsinden, bir astronomun görünmez gezegenin varlığını nasıl belirleyebileceğini açıklayınız.
17. Yolda otomobili devrilen bir kişi, size el sallıyor ve otomobilinin kornasını çalıyor. Size ulaşan bu iki işareti kullanarak otomobilin ne kadar uzakta olduğunu kestirebilir misiniz?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 17.1 Ses Dalgalarının Hızı

1. Bir şimşek ışığını gördükten 16,2 s sonra gökgürültüsünü duyduğunuzu varsayınız. Havada ses hızı 343 m/s, ışık hızı 3×10^8 m/s dir. Şimşek çakan yerden ne kadar uzaktasınız?
2. Hacim modülü $2{,}8 \times 10^{10}$ N/m^2 ve yoğunluğu 13600 kg/m^3 olan civa içinde ses hızını bulunuz.
3. Bir çiçek saksısı, kaldırımdan yüksekliği 20 m olan balkondan, boyu 1,75 olan kaldırımdaki adamın başına düşüyor. Balkondan adamı uyarmak için zamanın çok geç olduğu görülüyor. Kaldırımdaki adamı saksı çarpmadan önce uyarabilmek için kaldırımdan ne kadar uzaklıkta olmak gerekir? Aşağıdaki adama uyarıyı ulaştırmak için 0,300 s gerektiğini varsayınız.
4. Bir körfezde, karşı kıyıdaki liman yapımı esnasında bir patlama sesini su içinde havadakinden 4,5 s daha önce işitiyorsunuz. Buna göre körfezin genişliği nedir? (*İpucu:* Tablo 17.1'e bakınız. Havanın sıcaklığı 20°C 'dir.)
5. Havadaki ses hızı (m/s cinsinden) sıcaklığın fonksiyonu olarak aşağıdaki bağıntı ile veriliyor:

$$v = 331{,}5 + 0{,}607\, T_C$$

burada T_C sıcaklıktır (°C). Kuru havada her 150 m yükseklikte sıcaklık 1°C azalır. (a) Bu değişikliğin 9000 m yüksekliğe kadar böyle olduğunu kabul ederek; yerde sıcaklığın 30°C olduğu bir günde 9000 m yükseklikteki uçağın sesinin yere ulaşması ne kadar zamanda olur? (b) Bu sonucu, havanın sabit 30°C olması halindeki sonuçla karşılaştırınız. Hangi zaman daha uzundur?
6. Bir yarasa, yaydığı ses dalgaları yardımı ile yaklaşık bir dalga boyuna eşit uzunlukta olan çok küçük varlıkları yakalayabilir. Yarasalar, 60 kHz lık frekanslı

dalga yayarsa ve havadaki ses hızı 340 m/s olursa bir yarasanın yakalayabileceği en küçük böcek ne kadar uzunlukta olur?

7. Bir uçak, kaybolan bir botu araştıran kurtarıcı ekiple sabit hızla yatay olarak uçuyor. Uçak, botun tam üzerindeyken, botun içindekiler kornayla ses dalgaları gönderiyorlar. Bir süre sonra uçağın ses dedektörü kornanın sesini alıyor, uçak okyanus üzerinde yüksekliğinin yarısına eşit bir uzaklıkta uçmaktadır. Ses uçağa 2 s de ulaşırsa (a) Uçağın hızını ve (b) uçağın yüksekliğini bulun. Havadaki ses hızını 343 m/s alınız.

Kesim 17.2 Periyodik Ses Dalgaları

Not: (Bu kesimde, aksi belirtilmedikçe gerektiği yerlerde aşağıdaki değerleri kullanın: Havanın yoğunluğu, r = 1,20 kg/m^3; sesin havadaki hızı, v = 343 m/s, ΔP basınç değişimleri atmosfer basıncına göre bağıl olarak ölçülmektedir).

8. Havadaki ses dalgası, 4×10^{-3} N/m^2 ye eşit bir basınç genliğine sahiptir. 10 kHz lik frekanstaki dalganın öteleme genliğini hesaplayınız.

9. Bir sinüssel ses dalgası

$$s(x, t) = (2\ \mu\text{m}) \cos\left[(15{,}7\ \text{m}^{-1})x - (858\ \text{s}^{-1})t\right]$$

ile yerdeğiştirme kipinde tanımlanmaktadır. (a) Bu dalganın genliği, dalgaboyu ve hızını bulunuz. Bu dalga hangi ortam içinde yayılmaktadır? [Tablo 17.1'e bakınız] (b) t = 3 ms de x = 0,05 m konumundaki moleküllerin ani yerdeğiştirmesini belirleyiniz. (c) Moleküllerin titreşim hareketlerinin maksimum hızlarını bulunuz.

10. Bir ses dalgası havada yayılırken, $\Delta P = 1{,}27 \sin (\pi x - 340\ \pi t)$ ile verilen (SI birimlerinde) basınç değişimleri (atmosfer basıncında değişmeler) üretiyor. (a) Basınç değişimlerinin genliğini, (b) Ses dalgasının frekansını, (c) havadaki dalga boyunu ve (d) hızını bulunuz.

11. Havadaki bir sinüssel ses dalgası için, λ = 0,1 m ve ΔP_{maks} = 0,2 N/m^2 ise, konum ve zamanın fonksiyonu olarak basınç değişimini tanımlayan bir ifade yazınız.

12. Problem 11 deki başınç dalgasına karşı gelen yerdeğiştirme dalgasını tanımlayan fonksiyonu yazınız.

13. Kalın bir çubuktaki germe zoru, onun kırılma değeri olan 13×10^{10} N/m^2 nin % 99,5 dir. Bu maddeden 500 Hz ses dalgası yayılıyor. (a) Çubuğun kırılması için yerdeğiştirme genliği ne olur? (b) Bu anda parçacıkların maksimum hızı nedir?

14. Yerdeğiştirme genliği 2×10^{-8} m olursa, havadaki 2 kHz lik ses dalgasının basınç genliğini hesaplayınız.

WEB 15. Bir deneyci, öteleme genliği $5{,}5 \times 10^{-6}$ m olan ses dalgasını havada yaratmak istiyor. Basınç genliği $8{,}4 \times 10^{-1}$ Pa ile sınırlıdır. Ses dalgasının sahip olabileceği minimum dalgaboyu nedir?

16. Havadaki bir ses dalgası 4 Pa lik basınç genliğine ve 5000 Hz'lik bir frekansa sahiptir. t = 0 olduğu zaman, x = 0 noktasında ΔP = 0 'dır. (a) $t = 2 \times 10^{-4}$ s olduğunda x = 0 da ΔP nedir? (b) t = 0 olduğunda, x = 0,02 m 'de ΔP nedir?

Kesim 17.3 Periyodik Ses Dalgalarının Şiddeti

17. Şiddeti 4 μW/m^2 olan bir ses dalgasının dB olarak ses düzeyini hesaplayın.

18. Bir vakum temizleyici 70 dB ölçülen ses düzeyine sahiptir. (a) Bu sesin W/m^2 olarak şiddeti nedir? (b) Sesin basınç genliği nedir?

19. 1000 Hz frekansla titreşen bir ses kaynağından belli bir uzaklıkta ses dalgasının şiddeti 0,6 W/m^2'dir. (a) Sabit yerdeğiştirme genliği korunurken, frekans 2500 Hz'e çıkarılırsa, şiddeti tayin ediniz. (b) Frekans 500 Hz'e indirilirse ve yerdeğiştirme genliği iki katına çıkarılınca şiddeti hesaplayınız.

20. f frekansıyla titreşen bir mikrofondan belli bir uzaklıktaki ses dalgasının şiddeti I'dır. (a) Sabit yerdeğiştirme genliği sürdürülürken frekans f' olarak artıyorsa şiddeti bulunuz. (b) Frekans $f/2$'ye inerse ve yerdeğiştirme genliği iki kat olunca şiddeti hesaplayın.

WEB 21. Buz kaplı bir salonda bir aile gösteri yapıyor. Patenler, 80 dB düzeyinde müzik sesi çıkıyor. Bu çok yüksek sesten korkan bebek, 75 dB düzeyde ağlıyor. (a) Toplam olarak hangi şiddetle ses almış olursunuz? (b) Bileşik sesin düzeyi ne olur?

Kesim 17.4 Küresel ve Düzlem Dalgalar

22. Bir nokta kaynaktan ses yayınlanırken, iki alıcıdaki ses seviyelerindeki β_1 ve β_2 farklarının, kaynaktan alıcıya olan r_1 ve r_2 uzaklıklarının oranıyla ifade edilen

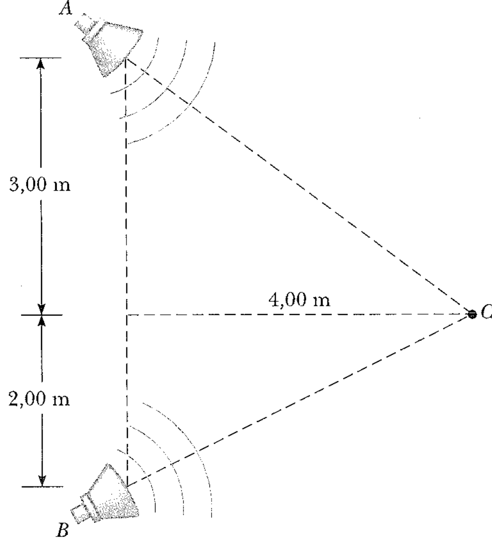
$$\beta_2 - \beta_1 = 20 \log \left(\frac{r_1}{r_2}\right)$$

bağıntısı ile verildiğini gösterin.

23. Bir havai fişek yerin yüzlerce metre yukarısında patlatılıyor. Patlama ile 400 m yükseklikte akustik basınç 10 N/m^2 lik bir maksimuma ulaşıyor. Söz konusu bölgedeki ses hızının sabit ve 343 m/s olduğunu kabul edin. Hava, enerjiyi 7 dB/km hızla tarif edildiği üzere soğuruyor ve yer, üzerine gelen sesin tümünü soğurur. Patlamalar da, 4 km yukarda ses seviyesi (desibel olarak) nedir?

24. Bir hoparlör, aralarında 110 m olan iki gözlemci arasına yerleştirilmiştir. Bir gözlemci ses seviyesini 60 dB, öteki 80 dB olarak kaydederse, ses kaynağı (hoparlör) gözlemcilerden ne kadar uzaktadır?

25. İki küçük ses kaynağı farklı frekanslı ses dalgaları yayınlıyor. Kaynaklardan biri (A) 1 mW lık çıkışa sahiptir. Diğeri (B) 1,5 mW lık çıkışa sahiptir. Ses seviyesini (desibel olarak) *C* noktasında (Şekil P17.25) ; (a) Sadece *A* ses yayarsa, (b) sadece *B* ses yayarsa, (c) herikisi (*A* ve *B*) ses yayarsa ne olur?



Şekil P17.25

26. Bir deneyde, bir ses kaynağından 4 m uzakta 1,2 W/m^2 'lik bir ses şiddetine ihtiyaç duyuluyor. Ne kadarlık bir güç çıkışı gereklidir? Ses kaynağının tüm yönlerde eşit olarak ses yaydığını varsayınız.

27. Bir ses kaynağı (1000 Hz), düzgün olarak tüm yönlerde ses yayıyor. Kaynaktan 3 m uzakta olan bir gözlemci 40 dB 'lik bir ses düzeyi ölçüyor. Kaynağın ortalama çıkış gücünü hesaplayınız.

28. Bir inşaatta sürekli olarak çalışan kaya delgisi (matkap) küresel ses dalgaları üreten nokta kaynak gbi davranır. Bir inşaat denetçisi bu ses kaynağının küzeyine göre 50 m de duruyor ve batıya doğru yürümeye başlıyor. Dalga fonksiyonu genliğinin 2 çarpanı kadar azalması için denetçi ne kadar uzağa yürümesi gerekir?

29. Bir kaynaktan 3 m uzaklıkta ses düzeyi 120 dB dir. Hangi uzaklıkta ses düzeyi (a) 100 dB ve (b) 10 dB olacaktır?

30. Bir havai fişek yerden 100 m yükseklikte patlıyor. Patlamanın tam altında yerdeki bir gözlemci, 0,2 s de 7×10^{-2} W/m^2 ortalama ses şiddeti ölçüyor. (a) Patlamadaki toplam ses enerjisi nedir? (b) Gözlemci tarafından desibel olarak duyulan ses düzeyi nedir?

31. Bir yaz sabahında kilisede insanlar şarkı söylerken, kilise içinde heryerde ses düzeyi 101 dB dir. Kalın duvarlar ses geçirmez, tüm pencereler ve kaplar açıktır ve toplam alanları 22 m^2 dir. (a) 20 dakikada ne kadar ses enerjisi yayımlanır? (b) Tabanın iyi bir yansıtıcı olduğunu; sesin düzgün olarak yatay ve düşey yönlerde yayıldığını varsayınız. 1 km uzakta ses düzeyini bulunuz.

32. Bir küresel dalga, nokta kaynaktan yayınlanıyor ve

$$\Delta P(r,\ t) = \left[\frac{25}{r}\right] \sin(1{,}25\ r - 1\ 870t)$$

bağıntısı ile veriliyor. Burada ΔP, Pa; *r*, *m* ve *t* s dir. (a) Kaynaktan 4 m uzakta maksimum basınç genliği nedir? (b) Dalganın hızını ve böylece dalganın hangi madde içinde olduğunu belirleyiniz. (c) Kaynaktan 4 m uzakta dB olarak dalganın düzeyini bulunuz. (d) 0,08 s'de kaynaktan 5 m uzakta ani basıncı bulunuz.

Kesim 17.5 Doppler Olayı

33. Bir tren, 40 m/s sabit hızla yolcu peronunu geçiyor. Tren düdüğü 320 Hz karakteristik bir frekansla ses yayıyor. (a) Tren geçerken, perondaki bir şahıs tarafından frekansta nasıl bir değişiklik duyulur? (b) Tren yaklaşırken perondaki şahıs hangi dalga boyunu ölçer?

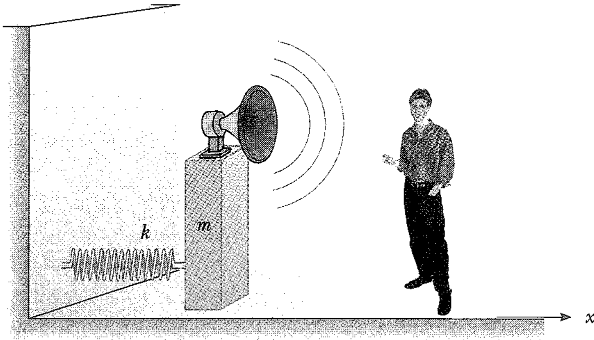
34. Bir otobanda kuzeye doğru seyahat eden bir sürücü 25 m/s hızla gidiyor. 40 m/s hızla güneye giden bir polis otosu 2500 Hz frekanslı bir ses yayımlayarak yaklaşıyor. (a) Polis otosu yaklaşırken otobandaki sürücü tarafından hangi ses duyulur? (b) Polis otosu, otoyu geçtikten sonra sürücü tarafından hangi frekanslı ses duyulur. (c) Polis otosu kuzeye doğru hareket ettiği zaman, (a) ve (b) şıklarını yeniden cevaplandırınız.

WEB **35.** Bir yaya geçidinde dururken, yaklaşan bir polis otosunun sireninden gelen 560 Hz'lik bir frekans işitiyorsunuz. Polis otosu geçtikten sonra, işitilen frekans 480 Hz oluyor. Bu verilerden otomobilin hızını bulunuz.

36. Çocuk bekleyen aileler, doğacak bebeklerinin kalp atışını duymak için heyecanlanırlar ve ultrasonik hareket dedektörü ile bunu öğrenmek isterler. Ceninin karın duvarına doğru dakikada 115 frekansla ve 1,80 mm genlikle basit harmonik hareketle hareket ettiğini varsayın. (a) Kalp duvarının maksimum çizgisel hızını bulun. Annenin karnı ile temasta olan hareket dedektörününün, dokuda 1,50 km/s hızla yayılan 2 000 000 Hz de ses ürettiğini varsayınız. (b) Bebeğin kalp duvarlarına varan sesin maksimum frekansını bulunuz. (c) Hareket dedektörü tarafından alınan yansımış sesteki maksimum frekansı bulunuz. (Yayım frekansından farklı frekansta yankılar için elektronik olarak dinleme, cenine ait kalp atışının işitilebilir ses ile sekronizasyonu neticesinde olan hareketle meydana getirilebilir.)

37. 512 Hz frekansla titreşen bir diyapozon, durgun halden düşüyor ve 9,8 m/s^2 ivmeyle hızlanıyor. 485 Hz frekanslı bir ses işitildiği zaman diyapozon bırakıldığı noktadan ne kadar aşağıdadır? Havadaki ses hızını 340 m/s olarak alınız.

38. Şekil P17.38 de görüldüğü gibi, yay sabiti 20 N/m olan yaya bağlı bir blok üzerinde bir hoparlör bulunmaktadır. Blokun ve hoparlörün toplam kütlesi 5 kg dır ve bu blokun genliği 0,500 m dir. (a) Hoparlör 440 Hz frekanslı ses dalgaları yayınlarsa, sağdaki adam tarafından duyulan en yüksek ve en düşük frekanslı sesleri bulunuz. (b) Adam hoparlöre en fazla 1 m uzakta olduğu zaman, bu şahıs tarafından işitilen sesin maksimum ses seviyesi 60 dB ise, gözlemci tarafından işitilen minimum ses seviyesi nedir? Sesin hızının 343 m/s olduğunu kabul ediniz.



Şekil P17.38

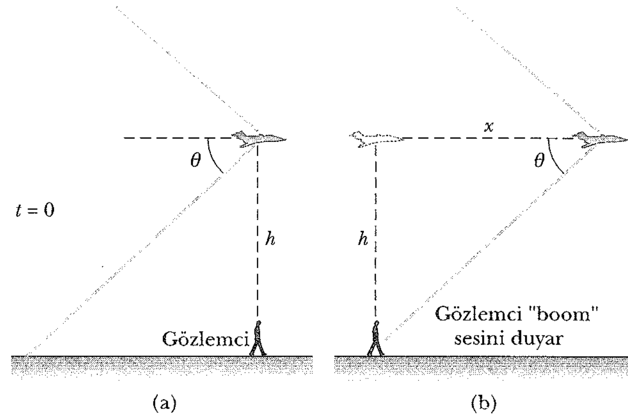
39. Bir tren 20 m/s hızla bir otobana paralel gidiyor. Bir otomobil 40 m/s hızla trenle aynı yönde hareket ediyor. Otomobilin kornası 510 Hz lik bir frekansta ses üretiyor. Tren düdüğü de 320 Hz frekansta bir ses üretiyor. (a) Otomobil trenin arkasında olduğu zaman, otomobilde oturan kişi tren düdüğünü hangi frekansta duyar? (b) Otomobil trenin önünde olduğu zaman, bir tren yolcusu hangi frekansta ses duyar?

40. Kış olimpiyatlarında, bir atlet kanalda kızakla kayarken kanalın duvarındaki çan sürekli çalıyor. Atlet tam çanın altından geçerken minör-üç denen müzikal aralığa düşen ses işitiyor. Yani; onun işittiği ses, orijinal değerinin 5/6 sına eşdeğerdir. a) Kanaldaki hava sıcaklığı –10°C olduğuna göre, havadaki ses hızını bulunuz. b) Sporcunun hızını bulunuz.

41. Bir jet savaş uçağı, 1,2 Mach ile yatay doğrultuda ilerliyor (Yani, havadaki ses hızının 1,2 katı hızla). O anda yerdeki gözlemci bir şok dalgası duyuyor. Gözlemci uçağa bakarken, onun görüş doğrultusunun yatayla yaptığı açı nedir?

42. Yüksek enerjili yüklü parçacıklar, saydam bir ortamda ışık hızından daha büyük bir hızla yayıldıkları zaman; ışık, bir şok dalgası veya V–şekilli dalga üretiyor. Bu olay *Cerenkov etkisi* olarak bilinir ve sulu bir reaktörün çekirdeği yöresinde su içinde hareket eden yüksek hızlı elektronlarla gözlenebilir. Özel halde, Cerenkov ışınımı 53° lik yarım açılı bir dalga cephesi üretir. Sudaki elektronların hızını hesaplayın. (Sudaki ışık hızı olarak $2{,}25 \times 10^8$ m/s değerini kullanın.)

WEB 43. 20000 m lik bir yükseklikte 3 Mach'la giden sesten hızlı bir jet uçağı, Şekil P17.43 deki gibi tam tepede bulunuyor. (a) Şok dalgaları hissedilmeden önce ne kadar zaman geçer? (b) Son olarak şok dalgaları işitildiğinde uçak nerede olur? (Havada ses hızının 335 m/s olduğunu kabul ediniz.)



Şekil P17.43

44. Sirk yöneticisinin kamçısının ucu 1,38 mach'lık hızla hareket ediyor (yani = (v_S/v) = 1,38). Şok dalga cephesi kamçının hareket yönü ile hangi açıyı yapar?

EK PROBLEMLER

45. Bir top, derin bir vadide serbestçe düşürülüyor ve düşmeden 10,2 saniye sonra tabandaki çarpma sesi işitiliyor. Havada ses dalgasının hızı 343 m/s dir. Kanyon ne kadar derindir? Sesin kanyon kenarına ulaşması için geçen zamanı ihmal ederseniz hesaplamadaki hata yüzdesi ne olur?

46. Büyük bir futbol kulübünün seyircisiz açık türbinleri, koltuklar ve basamaklarına sahiptir. Siz sahada ayakta duruyorsunuz ve bir tabanca atışı veya iki ağaç takozu birbirine çarparak ses çıkarırsınız Sizin ürettiğiniz ses pulsu bir frekans ve dalgaboyuna sahip değildir. Siz tribünlerden belirli bir perdede ses işitirsiniz. Bu kısa bir trampet sesi gibi bir etki bırakır. Bu sesi dikkate alınız. Sizin belirleyeceğiniz veriler üzerinden bu sesin frekansının ve dalgaboyunun büyüklük mertebesini tahmin ediniz.

47. Pek çok sanatçı çok yüksek noktalarda şarkı söyler. Bir rekor olarak bir şarkıcı için kaydedilen en yüksek nota 1480 kHz olarak verilmiştir. (Richard Strouss'un *Ariadne auf Naxos* operasında). (a) Havada bu sesin dalga boyu nedir? (b) operada, 4. sırada

oturan insanların bu notayı 81 dB bir seviye ile işittiğini varsayınız. Sesin yerdeğiştirme genliğini bulunuz. (c) Şikayetler üzerine, Strauss daha sonra notanın frekansını 1,397 kHz'e değiştirmiştir. Dalga boyunda ne kadarlık bir değişim olmuştur?

48. Bir silindirdeki ses dalgası 17.2 den 17.4 e kadar olan denklemlerle tanımlanır.

$\Delta P = \pm \rho v \omega \sqrt{s_{maks}^2 - s^2}$ olduğunu gösteriniz.

49. Pazar sabahları, çöplüğe çöp taşıyan kamyonlar, 19,7 m/s hızla yollarda hemen hemen kararlı bir konvoy oluştururlar. Şehirden her üç dakikada bir boşaltmak üzere bir kamyon varır. Bir bisikletli de 4,47 m/s hızla çöplüğe doğru gidiyor. (a) Kamyonlar hangi frekansla onu geçer? (b) Bir yokuş, kamyonların hızın etkilemiyor fakat bisikletlinin hızının 1,56 m/s ye düşmesine neden oluyor. Gürültülü kamyonların vınlaması hangi sıklıkla şimdi onu geçmiştir?

50. Belirli bir yerdeki okyanus dibi, bu bölgedeki yerin en üst tabakasını oluşturan bazalt tabaka ile kaplıdır. Bu tabakanın aşağısında yer örtüsünü meydana getiren daha yoğun bir kaya tabakası bulunur. İki tabaka arasındaki sınır Mohorovicic süreksizliği (kısaltılmışı Moho) olarak adlandırılır. Bazaltın yüzeyinde bir patlama olursa, Moho'dan yansıyan sismik dalgalar meydana gelir. Bu dalganın bazalttaki hızı 6,5 km/s ise ve iki yolu geçiş zamanı 1,85 s olursa bu okyanus tabakasının kalınlığı nedir?

51. Bir işçi, boyuna ve enine dalgaları yaratmak için çekiçle çelik bir boruya vuruyor. Yansıyan dalga, 2,40 s sonra geri dönüyor. Yansıma noktası ne kadar uzaktadır? (Çekiçte, v_{boyu} = 6.20 km/s ve v_{enine} = 3.20 km/s dir)

Bir çelik cinsi için, zor Tablo 12.1 de verildiği gibi Young modülü eşitliğine göre zorlanma ile orantılıdır. Çelik, Tablo 18.1 de verilen demire ait yoğunluğa sahiptir. Çeliğin esneklik sınırı olan T = 400 MPa den daha büyük sıkıştırma zoruna maruz kalırsa kalıcı şekilde bükülür. Bu çelikten yapılmış 80 cm uzunluktaki bir çubuk duvara doğru 12 m/s hızla fırlatılıyor. (a) Çubuk boyunca hareket eden sıkışma dalgalarının hızını bulunuz. (b) Çubuğun ön ucu duvara çarptıktan ve durduktan sonra, çubuğun arka ucu çubuk boyunca geriye hareket eden ses dalgasındaki fazla basınçla durduruluncaya kadar, Newton'un Birinci yasasıyla tanımlandığı gibi hareketi devam ettirir. Çubuğun arka ucu mesajı almadan önce ne kadar zaman geçer? (c) Bu esnada çubuğun arka ucu ne kadar uzağa hareket etmiştir? (d) Çubuktaki zorlanmayı bulun. (e) Çubuktaki zoru bulun. (f) Deneme başarılı olursa, çubuğun sahip olabileceği maksimum çarpma hızının $\sigma / \sqrt{\rho Y}$ ile verileceğini gösterin.

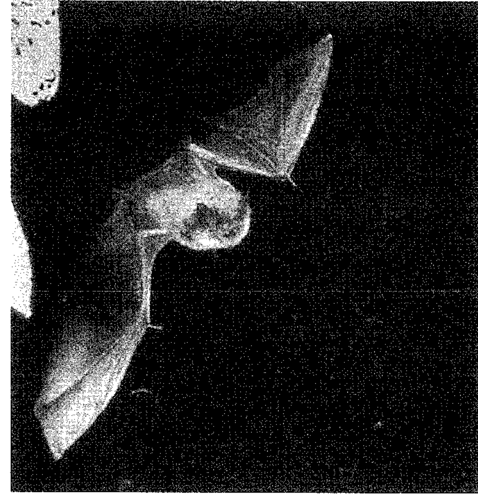
Bir paraşütçü, hızını belirlemek için ses çıkaran bir kaynak taşımaktadır. Paraşütçünün ineceği yerdeki bir kişi ses dalgalarını alan ve analiz eden bir cihaza sahiptir. Paraçütçü limit hızla düşerken, ses jeneratörü 1800 Hz'lik bir ses yayınlıyor. (Havanın sakin ve ses hızının 343 m/s ve yükseklikten bağımsız olduğunu kabul edin.) (a) Paraşütçünün yerdeki arkadaşı (onun tam altında) 2150 Hz frekanslı dalgaları algılıyor. Alçalan paraçütçünün hızı nedir? (b) Paraşütçü de yerden yansıyan dalgaları algılayabilecek ses alma cihazı taşıyorsa, hangi frekansı algılayabilir?

Bir tren düdüğü (f = 400 Hz), trenin yaklaşması ya da uzaklaşmasına bağlı olarak yüksek veya alçak sesler yayımlar. (a) Tren düdüğünün yaklaşması ve uzaklaşması arasında frekansındaki farkın

$$\Delta f = \frac{2(u/v)}{1 - (u^2/v^2)} f$$

olduğunu ispat ediniz. (b) Bu farkı, 130 km/saat hızla yaklaşan tren için hesap ediniz. Havadaki ses hızını 340 m/s olarak alınız.

Yarasa, 5 m/s hızla hareket ediyor ve uçan böcekleri avlıyor. Yarasa 40 kHz ses çıkarıyor ve yankısını 40,4 kHz olarak alıyorsa, böcek hangi hızla yarasaya doğru hareket etmekte ya da ondan uzaklaşmaktadır? (Havadaki ses hızını v = 340 m/s olarak alın.)



Şekil P17.55 *(Joe McDonald/ Visuals Unlimited)*

Bir süpersonik uçak yere paralel uçuyor. Uçak tam tepede iken, gözlemci uçaktan bir roketin ateşlendiğini görüyor. Gözlemci 10 s sonra bombanın sesini, takiben 2,8 s sonra da roket motorunun sesini duyuyor. Uçağın Mach sayısı nedir?

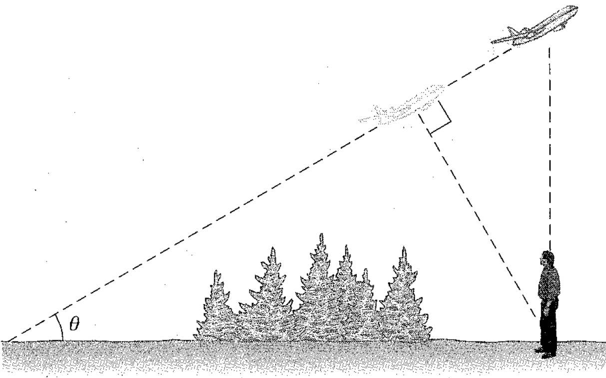
57. Doğuya doğru 30 m/s hızla hareket eden bir otomobile yetişen bir polis otosu doğru bir yol boyunca 40 m/s hızla gidiyor. Polis otosu 1000 Hz de çalışan bir sirene sahiptir. (a) Siren tarafından üretilen ses dalgasının görünüşünü çizin. Otomobilin doğusundaki ve batısındaki her ikisine ait dalga cephesini gösterin. (b) Polis otomobili hareketsiz

olsaydı sirenin havadaki dalgaboyu ne olurdu? (c) Otomobilin önündeki dalga boyu nedir? (d) polis otosu arkasındaki dalgaboyu nedir? (e) Kovalanmakta olan otomobil tarafından hangi frekans işitilir?

58. Bir bakır çubuk bir ucundan aniden bir ses verecek şekilde sıkıştırılıyor. 0°C havada yayınlanan darbe sesi, çubukta yayılan sesten 6,4 ms sonra diğer uca ulaşıyor. Çubuğun uzunluğu nedir? (Tablo 17.1'e bakınız.)

59. Belli bir tolpuluğa konuşmada kullanılan hoparlörün çıkış gücü 6 W tır. Bu hoparlörün tüm yönlerde eşit yayın yaptığını varsayın. (a) Hoparlörden hangi uzaklıklarda,ses kulağa acı verir? (b) Hoparlörden hangi uzaklıklarda, ses sadece işitilebilir?

60. Bir jet (Şekil P17.6a) yatayla θ açısı yapan bir yönde 1963 m/s lik sabit bir hızla daha yüksek rakıma doğru uçuyor. Yerdeki bir gözlemci, jet tam üzerinden geçerken ilk defa sesi işitiyor. Havadaki ses hızı 340 m/s ise θ nın değerini bulunuz.



Şekil P17.60

61. İki gemi doğuya doğru hareket ediyor. Arkadan gelen gemi, karadaki gözlemciye göre 64 km/saat'lik bağıl bir hıza sahiptir ve kılavuz gemi bu istasyona göre 45 km/saat'lik hıza sahiptir. İki gemi, batıya doğru düzgün olarak 10 km/saat hızla akan okyanus bölgesindedir. Arkadaki gemi 1200 Hz frekanslı bir sinyal gönderirse, kılavuz gemi tarafından alınan frekans ne olur? (Okyanustaki ses dalgası hızı olarak 1520 m/s kullanınız.)

62. Bir mikrodalga fırın, 1 kW güç tükettiği zaman fırının dışında her yerde 40 dB seviye şiddetli bir ses üretiyor. Ses dalgası enerjisine dönüşen bu gücün yüzdesini bulunuz. Fırının boyutlarının 40 cm × 40 cm × 50 cm olduğunu varsayınız.

63. Bir kamyon büyüklüğündeki göktaşı yer atmosferine 20 km/s hızla giriyor ve okyanusa girmeden önce açıkca görülemiyor. (a) Atmosferdeki göktaşından gelen şok dalgasının Mach açısı nedir? (Ses hızı olarak 331 m/s değerini kullanın). (b) Göktaşının okyanus yüzeyine çarpıncaya kadar var olduğunu kabul ederek, göktaşının suda ürettiği şok dalgasının (ilk) Mach açısını bulunuz? (Tablo 17.1 de verilen deniz suyundaki dalga hızını kullanın.)

64. Yoğunluğu ρ olan bir ortam içinde x yönünde v hızı ile yayılan λ dalgaboyunda, boyuna (sıkışma yolu ile elde edilen) dalgayı dikkate alınız. Denge konumundan itibaren ortamın moleküllerinin yerdeğiştirmesi

$$s = s_{\text{maks}} \sin (kx - \omega t)$$

bağıntısı ile veriliyor. Ortamdaki basınç değişiminin

$$\Delta P = -\left(\frac{2\pi\rho v^2}{\lambda} s_{\text{maks}}\right) \cos(kx - \omega t)$$

ile verildiğini gösterin.

WEB **65.** Uygun bir uyarma ile, bir metal çubukta enine ve boyuna dalgalar üretmek mümkündür. Özel bir çubuk 150 cm boyunda, 0,2 cm yarıçapında ve 50,9 g kütlesindedir. Bu malzemenin Young Modülü 6,8 × 10^{10} N/m^2 dir. Boyuna dalganın hızının enine dalganın hızına oranı 8 ise, çubuktaki gerilme ne olmalıdır?

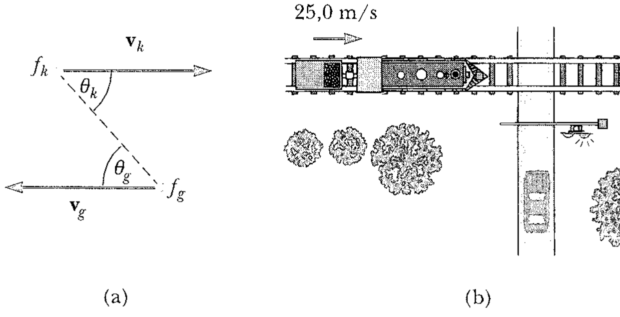
66. Öğleden sonra dakikada 100 arabanın geçtiği kalabalık bir çevre yolun, bir noktasında ses düzeyi 80 dB dir. Gece geç saatlerde, trafik akışının dakikada 5 araba olması halinde ses düzeyini hesaplayın.

67. Bir siren hoparlörden 500 m konumda 60 dB lik ses düzeyi yaratıyor. Siren 1 kV lik toplam enerji sağlayan bir batarya ile güçlendirilmiştir. Sirenin veriminin % 30'u ses enerjisine dönüşmüştür.), sirenin ses verebildiği toplam zamanı belirleyiniz.

68. Bir siren hoparlörden d uzaklıkta bir β ses düzeyi yaratıyor. Siren toplam E enerjisi veren bir batarya ile güçlendirilmiştir. Sirenin veriminin e olduğunu kabul ederek (yani; e, çıkan ses enerjisinin uygulanan enerjiye bölünmesine eşittir.), sirenin ses verebildiği toplam zamanı bulun.

69. Kitapta verilen Doppler denklemi, gözlemci ve kaynak arasındaki uzaklık doğru bir yol boyunca olduğu zaman geçerlidir; öyleki, kaynak ve gözlemci doğrusal olarak birbirine doğru hareket ediyor ve doğrusal olarak birbirinden uzaklışıyor. Bu sınırlamadan sapılırsa, daha genel olan

$$f' = \left(\frac{v + v_g \cos \theta_g}{v - v_K \cos \theta_K}\right) f$$



Şekil P17.69

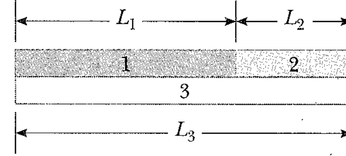
Doppler denklemi bulunmalıdır. Burada θ_g ve θ_K Şekil P17.69a da tanımlanmıştır. (a) gözlemci ve kaynak birbirinden uzaklaşıyorsa, yukardaki denklemin, Denklem 17.17 de alt işaretli haline indirgeneceğini gösterin. (b) Aşağıdaki problemi çözmek için yukardaki denklemi kullanın. Bir tren 25,0 m/s sabit hızıyla Şekil P17.69b de görülen hemzemin geçide doğru hareket ediyor. Otomobil engelden 30 m uzakta hemzemin geçit kenarında duruyor. Tren kornası 500 Hz frekanslı ses yayınlarsa, tren hemzemin geçitten 40 m uzakta iken otomobildeki yolcular tarafından işitilen sesin frekansı nedir? Sesin hızını 343 m/s olarak alın.

Şekil 17.5, bir kaynaktan r uzaklıktaki $\mathcal{P}_{\text{or}}$ gücüne sahip nokta kaynağı göstermektedir. Dalga şiddeti $I = \mathcal{P}_{\text{or}}/4\pi r^2$ dir. Şekil 17.11a yı inceleyin ve v sabit hızı ile hareket eden, $\mathcal{P}_{\text{or}}$ güçlü nokta kaynağın önünde r uzaklığında dalga şiddetinin

$$I = \frac{\mathcal{P}_{\text{ort}}}{4\pi r^2}\left(\frac{v - v_k}{v}\right)$$

olduğunu ispat edin.

Üç metal çubuk Şekil 17.15'te olduğu gibi bir araya getirilmişlerdir. Burada $L_1 + L_2 = L_3$'tür. Üç malzemenin yoğunlukları ve Young Modülleri: $r_1 = 2,7 \times 10^3$ kg/m^3 , $Y_1 = 7 \times 10^{10}$ N/m^2 ; $r_2 = 11,3 \times 10^3$ kg/m^3, $Y_2 = 1,6 \times 10^{10}$ N/m^2 ve $r_3 = 8,8 \times 10^3$ kg/m^3 , $Y_3 = 11 \times 10^{10}$ N/m^2 'dir. (a) $L_3 = 1,5$ m iken her üç çubukta yayılmakta olan dalga için ses, aynı zamanda L_1 ve L_2 çubuklarını geçmekte ise L_1/L_2 oranı nedir? (b) Kaynağın frekansı 4000 Hz ise çubuk 1 ve 2 ile çubuk 3 boyunca yayılan dalgalar arasındaki faz farkını belirleyiniz.



Şekil P17.71

Bir radyo üzerindeki ses düğmesi logaritmik ayar özelliğine sahiptir. Düğmeye bağlanan elektriksel aygıt (Potansiyometre) düğmenin açısal konumu ile orantılı olan bir logaritmik R direncine sahiptir: yani, $\log R \propto \theta$ 'dır. Konuşmacı tarafından üretilen I ses şiddeti (W/m^2), R direnci ile orantılıdır. Şiddet seviyesi β nin (dB), θ'nun lineer fonksiyonu olduğunu gösteriniz.

Havadaki bir ses dalgası için en küçük dalgaboyu hava molekülleri arasındaki aralık mertebesindedir. Havada ses dalgasının mümkün olan en yüksek frekansının büyüklük mertebesini bulunuz. Burada dalga hızı $v = 343$ m/s, havanın yoğunluu 1,20 kg/m^3 ve molekülün ortalama kütlesi $4,82 \times 10^{-26}$ kg dır.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

17.1 Tek doğru cevap(c) dir. Dalganın hızı, dalgaboyu ve frekansının çarpımı ile verilmesine rağmen, bunların her birindeki değişiklikten etkilenmez. Örneğin, bir müzik aletinden çıkan sesin frekansında artışlar olursa, dalgaboyu azalır ve yine $v = \lambda f$ olur. Sesdalgasının genliği, hava moleküllerinin büyüklüğü ile belirlenir, fakat havadaki ses hazını etkilemez.

17.2 Yer sırsıntısı, yeryüzünde yayılan bir ses dalgasını temsil eder. Ses dalgaları yeryüzünde hava içindekinden daha hızlı yayılırlar. Çünkü, kaya ve yerdeki diğer maddeler sıkıştırmaya karşı daha katıdır. Bundan dolayı (havadaki ses ve yerdeki titreşim birlikte harekete başlamalarına rağmen) yerdeki titreşim gözlemciye daha erken ulaşır.

17.3 Şişenin altı, moleküllerin hareketine müsade etmemesine rağmen, bu bölgedeki yer değiştirme, minimum değerdedir. Yerdeğiştirme minimum olduğu zaman basınç değişimi maksimumdur. Tabandaki basınç değişimi maksimumdur.

17.4 (a) 10 dB. Her kemanın şiddetini I dersek, tüm kemanlar çaldığı zaman toplam şiddet $I + 9I = 10I$ olur. O halde, dokuz kemanın eklenmesi sesin şiddetinin bir kemancınınkinin 10 katı kadar artmasına yol açar. Eş. 17.7 den 10 çarpanı kadar şiddetteki artış ses seviyesini 10 dB kadar artırır. (b) 13 dB. şiddet, şimdi tek bir kemanınkinin 20 çarpanı kadar artmıştır.

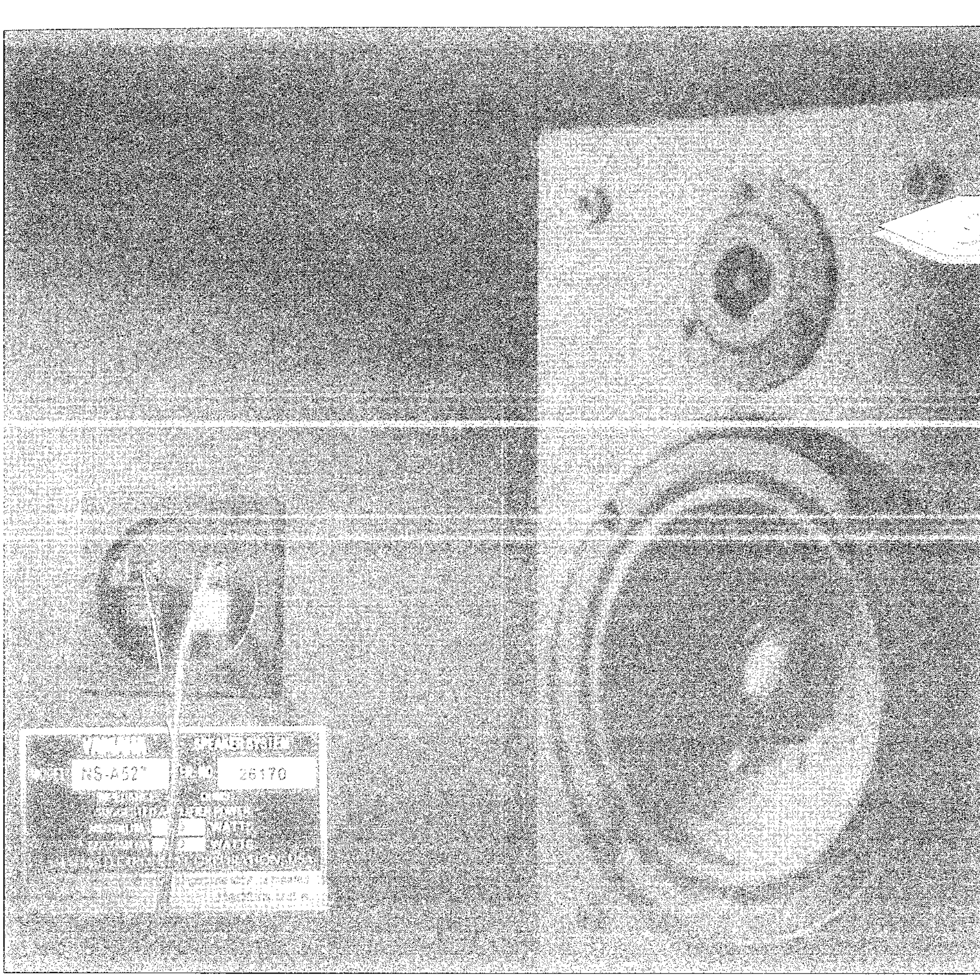
17.5 Mack sayısı uçağın hızının sesin hızına oranıdır (uçağın hızı değişmemektedir). Kesim 17.1 de öğ-

rendiğimiz gibi, hız sıcak havada soğuk havadakinden daha büyüktür (Sınama Sorusu 17.1'e bak). Bu kesirin payı sabit kalırken paydası artar. Böylece tüm olarak kesir-Mach sayısı-azalır.

17.6 (a) Havanın referans sistemi olduğu durumda, gözlemci durgun hava içinde rüzgar hızı ile kaynağa doğru hareket eder ve kaynak aynı hızla gözlemciden uzaklaşır. Bundan dolayı, Eşitlik 17.17 de artı işaret pay ve paydanın her ikisinde gereklidir:

$$f' = \left(\frac{v_{ses} + v_{rüzgar}}{v_{ses} + v_{rüzgar}}\right) f$$

olur. Gözlenen frekansın anlamı, rüzgar esmiyorsa aynıdır. (b) Gözlemci, ses dalgalarını daha yüksek bir hızla ($v_{ses} + v_{rüzgar}$) kendine geliyor "görür). (c) Bu yüksek hızda, gözlemci dalgaya $\lambda' = (v_{ses} + v_{rüzgar})/f$ dalga boyunun karşı geldiğini söyler.



SİZCE NİÇİN?

Bir stereo sistemin hoparlörü, bağlantı telleri amplifikatöre ters bağlansa bile çalışır. Yani; – , + ya; + , – ye (veya siyah kırmızıya, kırmızı siyaha). Yine de; kullanma yönergeleri en yüksek verim için iki hoparlörün bağlanmasında dikkatli olunmasını söyler. Böylece hoparlörler aynı fazda olur. Bu niçin duyduğunuz sesin kalitesi için önemli bir etkendir? *(George Semple)*

bölüm

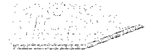
18

Üst-üste Binme ve Kararlı Dalgalar

Dalgaların en önemli özelliği, aynı ortamda yayılan iki veya daha fazla dalganın birleşebilmesi olayıdır. Örneğin, bir ucu sabit tel üzerinde ilerliyen dalga, sabit uçtan yansıdığı zaman ne olur? Bir orkestranın enstrümanları birlikte çaldığı zaman, havadaki basınç değişimi nedir?

Ortamın parçacıklarında birine etkiyen geri-çağırıcı kuvvet, parçacığın yerdeğiştirmesiyle orantılı olduğu lineer (doğrusal) bir ortamda bileşke etkiyi bulmak için üstüste binme ilkesi uygulanabilir. Biz bu prensibi, 16. Bölümde dalga atmalarına uygularken tartıştık. Bu bölümde, üst-üste binme ilkesinin sinüssel dalgalara uygulanmasını inceliyoruz. Lineer bir ortamda birleşebilen sinüssel dalgalar, aynı frekans ve dalgaboyuna sahipse, *kararlı (duran) dalga* denen bir desen elde edilir. Bu dalgalar belli şartlarda belli frekanslarda üretilebilirler. Örneğin, iki ucundan tesbit edilmiş gergin bir yay, *titreşim kipleri* (modları) denen sonlu sayıda desene sahiptir. Bu desenler, telin birim uzunluğu başına düşen gerilmeye ve kütleye bağlıdır. Bu titreşim kipleri telli müzik aletlerinde bulunur. Org ve flüt gibi müzik aletleri, içi boş borular, doğal ses dalgası frekansları oluştururlar. Bu frekanslar, borunun uzunluğuna şekline, her iki uçtan açık ya da kapalı olmasına bağlıdır.

Biz, farklı frekanslı ve dalgaboylu dalgaların üstüste binmesini ve girişimini de inceleyeceğiz. Hemen hemen aynı frekanslı iki ses dalgası girişim yaptığı zaman *vuru* denen ses değişimleri duyarız. Vuru frekansı yapıcı ve söndürücü (yıkıcı) girişim arasındaki değişim hızına karşılık gelir. Son olarak, sinüs ve cosinüs fonksiyonlarının toplamı yardımıyla sinüssel olmayan dalga biçimlerinin nasıl tasvir edilebileceğini de tanımlayacağız.



SİNÜSSEL DALGALARIN ÜST–ÜSTE BİNMESİ VE GİRİŞİM

Bir yüzme havuzunda ayakta olduğunuzu ve bir plaj topunun birkaç metre
9.6 & 9.7 uzakta yüzdüğünü düşünün. Topa doğru bir dalga katarı göndermek için sağ elinizi kullanın. Aşağı ve yukarı doğru 5 cm lik hareketlerle bunu yapın ve ilk konumuna getirin. Su durgun hale gelince, topa doğru özdeş dalgalar göndermek ve aynı davranışı gözlemek için sol elinizi kullanınız. Aynı zamanda topa doğru dalgalar göndermek için iki elinizi kullanırsanız ne olur? Top, birbirini destekleyen (yani, her iki dalga topu aynı zamanda yukarı ve aynı zamanda aşağı doğru hareket ettirir) veya birbirine karşı olan (yani: bir dalga topu yukarı doğru hareket ettirirken diğer dalga aşağı doğru hareket ettirir.) dalgalara bağlı olan bu durumlara nasıl cevap verir? Aynı zamanda, aynı yerde iki veya daha fazla dalgaya sahip olmak olanağından dolayı, biz dalgaların çevreleri ile ve diğer dalgalarla nasıl etkileşebildiğini düşünmek zorundayız.

Üst–üste binme ilkesi, iki ya da daha fazla dalganın aynı çizgisel (doğrusal) ortamda ilerlerken, ortamda herhangi bir noktadaki toplam yerdeğiştirmenin (bileşke dalga) tüm dalgaların yerdeğiştirmelerinin cebirsel toplamına eşit olduğunu ifade eder. Bu prensibi, doğrusal bir ortamda aynı yönde yayılan iki sinüssel dalgaya uygulayalım. İki dalga aynı frekansa, aynı dalgaboyuna, aynı genliğe sahipse, fakat sadece fazları farklı ise sağa doğru yayılan bu dalgaların herbirini

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t) \quad \text{ve} \quad y_2 = A\sin(kx - \omega t + \phi)$$

olarak tanımlayabiliriz. Burada, bilindiği üzere $k = 2\pi/\lambda$, $\omega = 2\pi f$ ve ϕ faz sabitidir. Faz sabiti ile Bölüm 13'te basit harmonik hareket konusunda karşılaştık. O halde bileşke dalga fonksiyonu y

$$y = y_1 + y_2 = A\,[\sin\,(kx - \omega t) + \sin\,(kx - \omega t + \phi)]$$

bağıntısı ile verilir. Bu ifadeyi basitleştirmek için,

$$\sin a + \sin b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\sin\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

trigonometrik özdeşliğini kullanıyoruz. Eğer, $a = kx - \omega t$ ve $b = kx - \omega t + \phi$ alırsak, y bileşke dalgasının

İlerleyen iki sinüssel dalganın bileşkesi

$$y = 2A\cos\left(\frac{\phi}{2}\right)\sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

sonucuna indirgendiğini görürüz.

Bu sonucun bir kaç önemli özelliği vardır. y bileşke dalga fonksiyonu, y_1 ve y_2 dalgaları ile aynı frekansa, aynı dalgaboyuna sahiptir ve sinüsseldir. Orijinal dalga fonksiyonunda olan k ve ω ile aynı değerlere sahip bileşke dalganın genliği $2A\cos(\phi/2)$ dir ve faz $\phi/2$ ye eşittir. ϕ faz sabiti 0'a eşit ise, $\cos(\phi/2) = \cos 0 = 1$ ve bileşke dalganın genliği $2A$ olur. Başka bir deyişle, bileşke dalganın genliği, her bir dalganın genliğinin iki katıdır. Bu durumda dalgaların *aynı fazda* olduğu ve heryerde **yapıcı olarak girişim** yaptığı söylenir. Yani, y_1 ve y_2 dalgalarının tepe ve çukurları, Şekil 18.1a'da gösterildiği gibi aynı konumlarda olur ve kırmızı eğriyi oluşturmak üzere birleşirler. Dalgalar aynı fazda olduğundan, tek bir mavi çizgi ile gösterilmiştir ve ayırdedilemezler. Genellikle, yapıcı girişim, $\cos(\phi/2) = \pm 1$ olduğunda veya $\phi = 0, 2\pi, 4\pi\ldots$ nin *çift* katı değerlerini aldığı zaman oluşur.

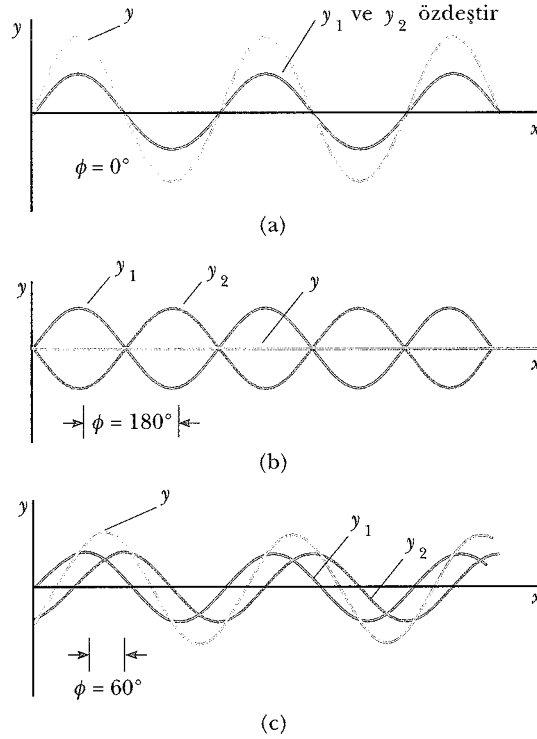
Yapıcı girişim

ϕ, π radyana veya π nin *tek* katına eşit olursa, $\cos(\phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$ olur ve bileşke dalga her yerde *sıfır* genliğe sahip olur. Yani bir dalga tepesi diğerinin çukuru ile üst–üste gelir (Şekil 18.1b) ve bunların yerdeğiştirmeleri heryerde bir birini yok eder. Böylece, **yıkıcı girişim** meydanae gelir. Son olarak; faz sabiti, Şekil 18.1c de olduğu gibi, 0 ile π yıkıcı girişim arasında herhangi bir değerde olduğu zaman, bileşke dalga 0 ile $2A$ arasında bir genliğe sahiptir.

Yıkıcı girişim

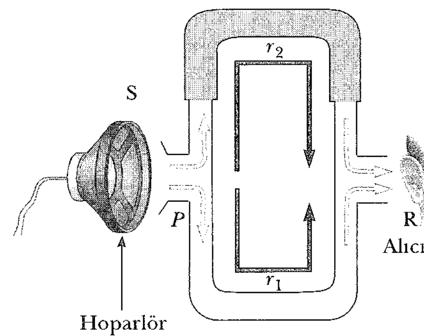
Ses Dalgalarının Girişimi

Ses dalgalarının girişimini gösteren basit bir aygıt Şekil 18.2 de görülmektedir. S mikrofonundan çıkan ses, *T*-şekli bağlantının olduğu yerdeki *P* de tüpün içine girer. Sesin yarısı bir yönde, diğer yarısı öteki yönde ilerler. Böylece ses dalgaları iki farklı yoldan ilerleyerek öteki tarafta *R* alıcısına ulaşırlar. Mikrofondan alıcıya toplam uzaklık **r**, **yol uzunluğu** olarak adlandırılır. Alt yol için yol uzunluğu r_1 sabittir. Üst yol boyunca, r_2 yol uzunluğu bir trombonda olduğu gibi U şeklindeki tüpü kaydırmak suretiyle değiştirilebilir. Yol uzunluklarındaki $\Delta r = |r_2 - r_1|$ farkı 0 veya λ dalgaboyunun tam katı olduğu zaman (yani, $r = n\lambda$, $n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, alıcıya ulaşan iki dalga aynı fazda olur ve Şekil 18.1a da görüldüğü gibi yapıcı olarak girişim yapar. Bu durumda alıcı ses şiddetinde bir



Şekil 18.1 y_1 ve y_2 genlikli iki özdeş dalganın(mavi) üst–üste binmesi bir bileşke (kırmızı) dalga verir. a) İki dalga aynı fazda olduğu zaman, sonuç yapıcı girişimdir. b) İki dalga 180°lik (zıt) fazda olduğu zaman, sonuç söndürücü girişimdir. c). Faz açısı $0 < \phi < 180°$ arasında olduğu zaman, y bileşkesi (a) da ve (b) de görülenin arasında bir yere düşer.

maksimum duyulacaktır. Yol uzunluğu r_2, yol farkı $\Delta r = \lambda/2, 3\lambda/2, \ldots, n\lambda/2$ (n tek) olarak ayarlanırsa iki dalga tam olarak alıcıda π rad veya 180° lik bir faz farkıyla, yani, zıt fazda karşılaşır ve birbirini yok eder. Tam olarak söndürücü girişim hali olan bu durumda alıcıda herhangi bir ses algılanmaz. Bu basit deney girişim olgusunun çarpıcı bir gösterimidir. Bu önemli olay 37. Bölüm'deki aynı kaynaktan çıkan ışık dalgalarının farklı yollar boyunca yayıldıkları zaman aralarında etkileştikerinde ortaya çıkan faz farkı gerçeğini de gösterir.



Şekil 18.2 Ses dalgalarının girişimini gösteren bir akustik sistem. Mikrofondan çıkan ses P'de iki farklı yola ayrılarak tüp içinde yayılır. Diğer tarafta üst–üste binen iki dalga R de alınır. Üst yol uzunluğu r_2, bu kısmı kaydırmak suretiyle değiştirilebilir.

Çoğu kez, iki dalga arasındaki faz farkı cinsinden yol farkını tanımlamak yararlıdır. Bir dalgaboyu kadarlık yol farkı, 2π radyanlık faz farkına karşılık geldiğinden, $\phi/2\pi = \Delta r/\lambda$ oranını veya

$$\Delta r = \frac{\phi}{2\pi}\lambda \qquad (18.1)$$

Yol farkı ve faz açısı arasındaki bağıntı

sonucunu elde ederiz. Yol farkı gösterimini kullananak, farklı bir şekilde yapıcı ve yıkıcı girişim koşullarımızı tanımlayabiliriz. Yol farkı harhangi bir çift sayı ile $\lambda/2$'nin çarpımı ise, faz açısı $\phi = 2\,n\pi$ olur; $n = 0,1,2,3,\ldots$ dür ve girişim yapıcı olur. Yol farkları, $\lambda/2$'nin tek katları ise, $\phi = (2n+1)\,\pi$ olur; burada, $n = 0, 1, 2, 3\ldots$ dir ve girişim yıkıcıdır. Böylece sahip olduğumuz koşullar:

$$\Delta r = (2n)\frac{\lambda}{2} \quad \text{yapıcı girişim için}$$

$$\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \quad \text{yıkıcı girişim için} \qquad (18.2)$$

olur.

ÖRNEK 18.1 Aynı Kaynak Tarafından Titreştirilen İki Mikrofon

Üç metre aralıkla duran bir çift mikrofon, Şekil 18.3 teki gibi aynı ossilatör (salıncı) tarafından titreştirilmektedir. Dinleyici orta çizgiden 8 m uzakta bulunan bir O noktasındadır. Dinleyici, merkez çizgiye dik doğrultuda, ses şiddetinde bir *minimum* işitmeden önce 0,35 m yürüyor. Salıncının frekansı nedir?

Çözüm Frekans bulmak için, mikrofondan gelen sesin dalga boyunu bilmemize gerek vardır. Bu bilgi ile sesin hızı bilgimizi birleştirerek frekansı hesaplayabiliriz. Verilen girişim bilgisinden dalgaboyunu belirleyebiliriz. İlk minimum P noktasındaki dinleyiciye ulaşan iki dalga arasında 180° faz farkı olduğu zaman olur. Başka bir değimle Δr, $\lambda/2$ ye eşit olduğu zaman. Yol farkını hesaplamak için, ilk olarak r_1 ve r_2 yol uzunluklarını bulmalıyız.

Şekil 18.3, problemde verilen uzunluklara dayalı olarak çizilen taranmış iki dik üçgenin köşelerine konulan mikrofonların fiziksel düzenini gösteriyor. Bu üçgenlerden

$$r_1 = \sqrt{(8\text{ m})^2 + (1{,}15\text{ m})^2} = 8{,}08\text{ m}$$

ve

$$r_2 = \sqrt{(8\text{ m})^2 + (1.85\text{ m})^2} = 8{,}21\text{ m}$$

olan yol uzunluklarını buluruz. Yok farkı $r_2 - r_1 = 0{,}13$ m olur. İlk minimum için bu yol farkının $\lambda/2$ olması gerekir. $\lambda = 0{,}26$ m buluruz.

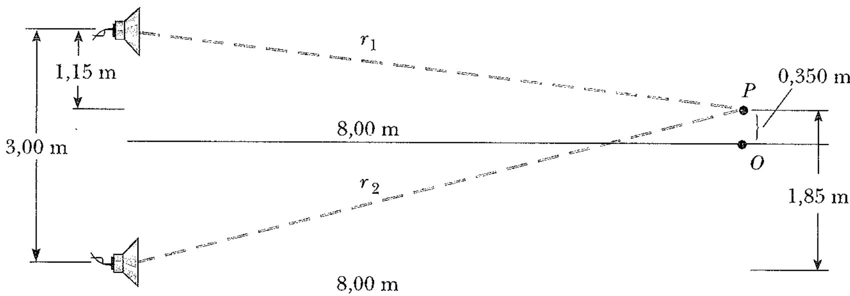
Salıncı frekansını elde etmek için, $v = \lambda f$ bağıntısını kullanabiliriz. Burada $v = 344$ m/s havadaki ses hızıdır. Buradan da

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{343\text{ m/s}}{0{,}26\text{ m}} = 1{,}3\text{ kHz}$$

sonucu bulunur.

Alıştırma Salıncının frekansı, dinleyicinin O noktasından 0,75 m uzaklıkta ilk minimumu duyacağı şekilde ayarlanırsa, salıncının yeni frekansı ne olur?

Cevap 0,63 kHz



Şekil 18.3

Şimdi, niçin bir stereo sistemde mikrofonun uygun bir şekilde bağlanması gerektiğini anlayabiliyoruz. Yanlış bir şekilde bağlandığı zaman; yani, pozitif tel (veya kırmızı) negatif uca (veya siyah) bağlandığı zaman bir mokrofondan gelen ses diğerinden gelen sesle yıkıcı girişim yapacağından "zıt fazda" olduğu söylenir. Bu durumda, bir mikrofona ait dalga konisi içe hareket ederken, diğeri dışa doğru hareket eder. İkisinin arasındaki orta çizgide, bir mikrofondan gelen karın bölgesi, diğer mikrofondan gelen düğümle üstüste biner. Muhtemelen iki ses birbirini tam olarak yok edemediğinden (sağa ve sola giden stereo sinyalleri özdeş olmadığından), bu çizgi boyunca ses kalitesinde önemli bir kayıp olur.



KARARLI DALGALAR

Örnek 18.1 deki mikrofonlardan üretilen ses dalgaları, ilerleyerek mikrofonlardan uzaklaşır ve mikrofonların önündeki uzayda bir noktada giriştikleri düşünülür. Mikrofonları döndürdüğümüzü farzediniz. Öyle ki yüzyüze bakıyorlar ve aynı frekans ve genlikte ses yayıyorlar. Şimdi aynı ortamda zıt yönde yayılan özdeş iki dalgaya sahip oluruz. Bu dalgalar üst-üste binme ilkesine uygun olarak birleşirler.

Aynı ortamda, aynı genlikli, aynı frekanslı ve aynı dalgaboylu iki sinüs dalgası alalım. Ancak, yayılma zıt yönlerde olsun. Bunların dalga fonksiyonları,

$$y_1 = A\sin(kx - \omega t) \qquad \text{ve} \qquad y_2 = A\sin(kx + \omega t)$$

olarak yazılabilir. Burada y_1 sağa ilerleyen dalgayı, y_2 sola ilerleyen dalgayı temsil eder. Bu iki fonksiyon toplanınca y bileşke dalga fonksiyonu

$$y = y_1 + y_2 = A\sin(kx - \omega t) + A\sin(kx + \omega t)$$

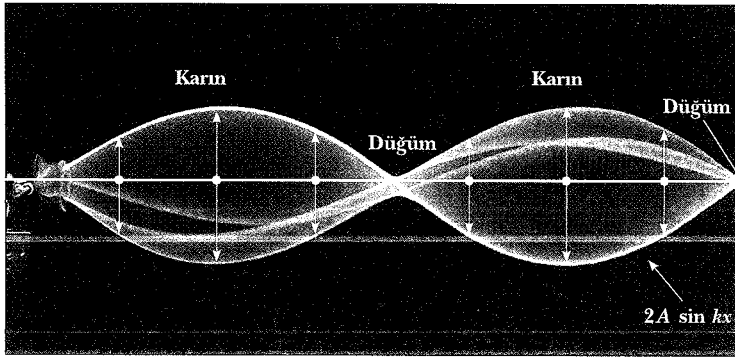
olarak elde edilir. $\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$ trigonometrik özdeşliği kullanılarak bu bağıntı

Kararlı dalganın dalga fonksiyonu

$$y = (2A\sin kx)\cos\omega t \qquad \textbf{(18.3)}$$

sonucuna indirgenir. Bu ifade kararlı (duran) dalganın dalga fonksiyonudur. Şekil 18.4 de görüldüğü gibi bir **duran dalga** zıt yönlerde yayılan iki özdeş dalganın üst-üste binmesinden meydana gelen sabit görünümlü bir salınım desenidir.

Eşitlik 18.3'ün $kx \pm \omega t$ fonksiyonunu içermediğine dikkat ediniz. Demekki, o ilerleyen bir dalga ifadesi değildir. Bir duran dalgayı gözlersek, orijinal dalgalardan harhangi birinin yayılma yönünde hareket algılayamayız. Bu eşitliği 13.3 ile karşılaştırırsak, Denklem 18.3'ün basit harmonik hareketin bir özel türünü tanımladığını görürüz. Ortamın her parçacığı aynı ω frekansı ile basit harmonik hareket yapar (eşitlikte ki $\cos\omega t$ çarpanına göre). Bununla birlikte verilen bir parçacığın basit harmonik hareketinin genliği (kosinüs fonksiyonunun katsayısı olan $2A\sin kx$ çarpanı), ortamdaki parçacıkların x konumuna bağlıdır. Ortamın parçacıklarının basit harmonik hareketinin $2A\sin kx$ genliği ile herbir dalganın A genliği arasındaki farkı dikketlice ayırt etmemiz gerekir. Kararlı dalgada verilen bir parçacık, $2A\sin kx$ *Zarf* fonksiyonunun sınırları içinde titreşir. Burada x parçacığın konumudur. Bu bir ilerleyen sinüssel dalgadakine ters bir durumdur. Orada tüm parçacıklar aynı genlik ve aynı



Şekil 18.4 Bir teldeki duran dalganın peşpeşe hızlı çekim fotografı. Telin her bir parçasının denge konumundan düşey sapmasının davranışı $\cos\omega t$ ile verilir. Yani, her parçacık ω açısal frekansı ile titreşiyor. Tel üzerindeki her parçacığın düşey salınım genliği parçacığın yatay konumuna bağlıdır. Her parçacık $2A \sin kx$ zarf fonksiyonunun sınırları içinde titresir. (© *1991 Richard Megna/ Temel Fotograflar*)

frekans ile salınırlar ve dalganın genliği de basit harmonik hareket yapan parçacıkların genliği ile aynıdır.

Ortamın bir parçacığının maksimum ötelemesi, x, sin $kx = 0$ şartını sağladığı zaman sıfır değerine eşit olan bir minimuma sahiptir: Yani,

$$kx = \pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$$

olduğu zaman sağlanır. $k = 2\pi/\lambda$ olduğundan, kx için bu değerler

$$x = \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \ldots = \frac{n\lambda}{2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.4)}$$

Düğüm noktalarının konumları

sonucunu verir. Yerdeğişmenin sıfır olduğu bu noktalara **düğüm noktaları** denir.

Denge durumundan itibaren en büyük yerdeğiştirmeye uğrayan parçacık, $2A$ genliğine sahiptir. Bunu duran dalganın genliği olarak tanımlıyoruz. Bu maksimum yerdeğiştirmenin olduğu ortamdaki konumlara **karın noktaları** denir. Karın noktaları x koordinatının sin $kx = \pm 1$ şartını sağladığı konumlarda bulunur. Yani,

$$kx = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \ldots$$

olduğu zaman oluşur. O halde karın bölgelerinin konumları

$$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots = \frac{n\lambda}{4} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad \textbf{(18.5)}$$

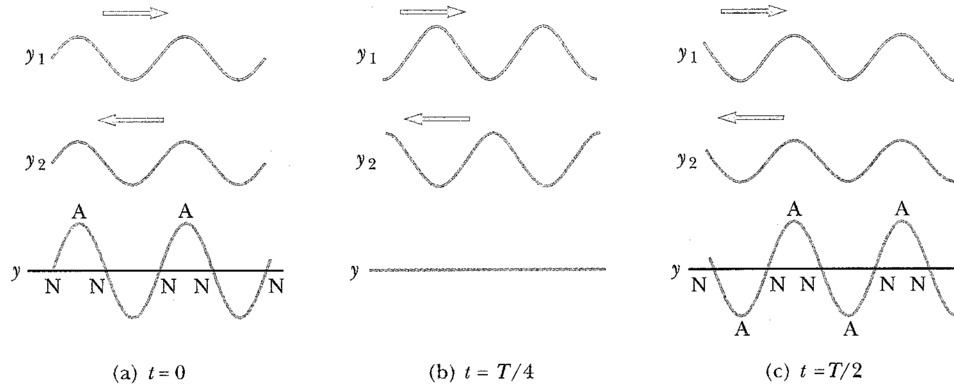
Karın noktalarının konumları

olur.

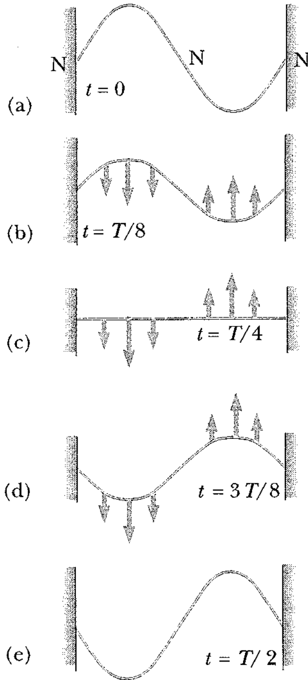
Eş. 18.4 ve 18.5 in incelenmesinden, düğüm ve karın noktalarının yerleri ile ilgili olarak aşağıdaki özellikler söylenebilir:

Komşu karın noktaları arasındaki uzaklık $\lambda/2$ ye eşittir.
Komşu düğüm noktaları arasındaki uzaklık $\lambda/2$ ye eşittir.
Bir düğüm ve komşu karın noktası arasındaki uzaklık $\lambda/4$ e eşittir.

Zıt yönlerde yayılan iki dalgada değişik zamanlarda meydana getirilen ortamın parçacıklarının yerdeğiştirme deseni Şekil 18.5'de görülmektedir. Mavi ve yeşil eğriler ilerleyen dalgalardır ve kırmızı eğriler yerdeğiştirme desen-



Şekil 18.5 Zıt yönde yayılan eşit genlikli iki dalga tarafından meydana getirilen duran dalga desenleri . Bileşke dalga y için, düğümler (N) sıfır yerdeğiştirmenin olduğu noktalardır, karın noktaları (A) maksimum yerdeğiştirme noktalarıdır.



Şekil 18.6 Gergin bir teldeki duran dalga deseni. Görünümler yarım periyotluk süre içinde alınmıştır: (a) $t = 0$ da, tel bir an için durgundur ve $K = 0$ dır. Enerjinin tümü tel parçalarının düşey hareketlerine eşlik eden U potansiyel enerjisidir. (b) $t = T/8$ de, kahverengi oklarla gösterildiği gibi tel hareketlidir ve enerjinin yarısı kinetik, yarısı potansiyeldir. (c) $t = T/4$ de tel hareketli fakat yataydır (bozulmamıştır) ve bundan dolayı $U = 0$ dır; enerjinin tümü kinetiktir. (d) Hareket gösterildiği gibi sürer (e) $t = T/2$ de, tel geçici olarak hareketsizdir, fakat tepeler ve çukurlar (a) dakinin tersidir. Devir, T ye eşit bir zaman aralığı geçene kadar (a) da görülen durum tekrarlanarak sürer.

leridir. $t = 0$ da (Şekil 18.5a), ilerleyen iki dalga aynı fazdadır ve ortamın her parçacığı verilen yerdeğiştirme deseninde, denge konumunda maksimum yerdeğiştirmeye maruz kalmaktadır. Bir çeyrek periyot sonra $t = T/4$ de (Şekil 18.5b), ilerleyen dalgalar bir çeyrek dalgaboyu ilerlemektedir.(biri sağa ve biri sola). Bu anda ilerleyen dalgalar zıt fazdadır ve ortamdaki her bir parçacık basit harmonik hareketle denge konumundan geçer. Sonuç x'in tüm değerlerindeki parçacıklar için sıfır yerdeğiştirmedir. Yani, yerdeğiştirme deseni doğru çizgidir. $t = T/2$ de (Şekil 18.5c), ilerleyen dalgalar yine aynı fazdadır. Ortaya çıkan yerdeğiştirme deseni $t = 0$ dakinin ters çevrilmişidir. Kararlı dalgada, ortamın parçacıkları Şekil 18.5a ve c de görülen durumlar arasında zamanla değişir.

Bir Duran Dalgadaki Enerji

Duran dalganın olduğu ortamdaki parçacıklara eşlik eden enerjiyi tanımlamak öğretici olur. Şekil 18.6'daki gibi iki ucundan bağlı gergin bir tel üzerinde oluşan bir duran dalgayı ele alalım. Tel üzerindeki tüm noktalar, düğüm noktaları hariç aynı frekans ve farklı genlikle düşey olarak salınır. Düğüm noktaları sabittir. Şekil 18.6, yarım periyotluk bir devir üzerinden çeşitli anlardaki duran dalga görünümlerini temsil etmektedir.

Bir ilerleyen dalgada, Bölüm 16'da tartıştığımız gibi dalgalar enerji taşır. Biz bunu telin bir parçasının diğer parçası üzerine yaptığı işten kaynaklandığını düşünebiliriz. Telin bir parçası yukarı doğru hareket ederken, yakınındaki tel parçasına bir kuvvet etkir. Yani, bir öteleme yapılırken iş yapılır. Bununla birlikte, bir düğümdeki tel parçası herhangi bir yerdeğiştirmeye uğramaz. Dolayısı ile bu parça, komşu parça üzerinde bir iş yapmaz. Sonuç olarak, bir düğümde taşınan enerji yoktur ve kararlı dalgada enerji taşınmaz. Bu nedenle kararlı dalgalara bazen **duran dalgalar** denir.

Sürekli olarak, titreşen telin enerjisi, bir an için telin durgun olduğu (Şekil 18.6a) andaki esneklik potansiyel enerji ile telin yatay halde olduğu ve her parçacığın maksimum hızla hareket ettiği durumdaki (Şekil 18.6c) kinetik enerji arasında sürekli olarak değişir. Telin parçaları ara durumlarda (Şekil 18.6b ve 18.6d) hem potansiyel enerji hem de kinetik enerjiye sahiptir.

Sınama Sorusu 18.1

18.3 Eşitliği ile tanımlanan kararlı dalga bir tel üzerinde meydana getiriliyor. Tel üzerinde hangi noktalarda parçacıklar en hızlı hareket eder?

ÖRNEK 18.2 Kararlı Dalga Oluşumu

Zıt yönlerde ilerleyen iki dalga bir kararlı dalga üretiyor. Herbir dalga için bağımsız dalga fonksiyonu

$$y_1 = (4 \text{ cm}) \sin(3x - 2t)$$

$$y_2 = (4 \text{ cm}) \sin(3x + 2t)$$

ifadeleri ile veriliyor. Burada x ve y cm dir. (a) $x = 2{,}3$ te bulunan ortamın parçacığına ait basit harmonik hareketin genliğini bulun.

Çözüm Kararlı dalga 18.3 Eşitliği ile tanımlanmaktadır. Bu problemde A = 4cm, k = 3 rad/cm ve ω = 2 rad/s dir. O halde

$$y = (2A \sin kx) \cos\omega t = [\ (8 \text{ cm}) \sin 3x] \cos 2t$$

olur. Buna göre, $x = 2{,}3$ cm konumundaki parçacığın basit harmonik hareketinin genliğini, bu konumda kosinüs fonksiyonunun genliğini hesaplayarak elde ediniz:

$$y_{\text{maks}} = (8 \text{ cm}) \sin 3x \big|_{x=2,3}$$

$$= (8\text{cm}) \sin(6{,}9 \text{ rad}) = 4{,}6 \text{ cm}$$

(b) Düğümlerin ve karınların yerlerini bulun.

Çözüm $k = 2\pi/\lambda = 3$ rad/cm olduğundan $\lambda = 2\pi/3$ cm olduğunu görüyoruz. Ayrıca, Eşitlik 18.4 ten düğümlerin

$$x = n\frac{\lambda}{2} = n\left(\frac{\pi}{3}\right)\text{cm} \qquad n = 0, 1, 2, 3 \ldots$$

noktalarında olacağını buluruz ve 18.5 Eşitliğinden karınların

$$x = n\frac{\lambda}{4} = n\left(\frac{\pi}{6}\right)\text{cm} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$$

noktalarında oluşacağını buluruz.

(c) Bir karın noktasında bulunan parçacığın basit harmonik hareketinin genliği nedir?

Çözüm 18.3 Eşitliğine göre, bir karın noktasındaki parçacığın maksimum yerdeğiştirmesi, kararlı dalganın genliğidir. Bu da ilerleyen dalga genliğinin iki katıdır; yani

$$y_{\text{maks}} = 2A = 2(4\text{cm}) = 8 \text{ cm}$$

olur. Bu sonucu, karın noktası için bulduğumuz konumlardaki kararlı dalga fonksiyonunun katsayısını hesaplayarak doğrulayabiliriz:

$$y_{\text{maks}} = (8 \text{ cm}) \sin 3x \big|_{x=n(\pi/6)}$$

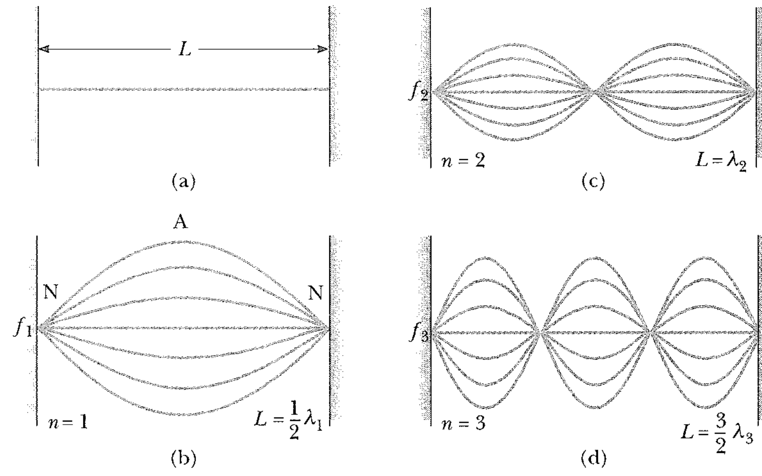
$$= (8 \text{ cm}) \sin\left[3n\left(\frac{\pi}{6}\right)\text{rad}\right]$$

$$= (8 \text{ cm}) \sin\left[n\left(\frac{\pi}{2}\right)\text{rad}\right] = 8 \text{ cm}$$

olur. Bu sonucun çıkarılmasında, n 'nin tek sayı olduğu olgusunu kullandık. Bu durumda sinüs fonksiyonu 1'e eşit olur.

18.3 İKİ UCU SABİT BİR TELDE KARARLI DALGALAR

9.9 Şekil 18.7'deki gibi iki ucundan tesbit edilmiş L boyunda bir tel alalım. Duran dalgalar (kararlı dalgalar) tel üzerinde ilerliyen ve uçlardan yansıyan dalgaların sürekli üst–üste binmesi ile oluşur. Telin uçları, bağlı olduğundan zorunlu olarak sıfır yerdeğiştirmeye sahip olmalıdır. Tel, çok sayıda **normal kipler** (mod) denen doğal titreşim desenlerine sahiptir. Bunların herbirinin bir karakteristik frekansı olur. Frekanslar kolayca hesaplanabilir.



Şekil 18.7 a) İki ucundan tesbit edilmiş L uzunluklu bir harmonik seri teşkil eden titreşim modları. b) Temel frekans veya ilk harmonik. c) İkinci harmonik ve d) Üçüncü harmonik.

Genellikle, iki ucundan tesbit edilmiş titreşen bir telin hareketi bir çok normal kipin üst-üste binmesi ile tanımlanabilir. Kesin olarak, normal kipler titreşimin nasıl başladığına bağlıdır. Örneğin bir gitar teli ortasına yakın bir yerden çalındığı zaman, Şekil 18.7b ve d de olduğu gibi, görülen kipler gibi görülmeyen kipler de uyarılmaktadır.

Genellikle, telin uçları bağlı olduğundan düğüm ve karın noktaları arasındaki uzaklığın dalgaboyunun dörtte biri olması gerektiğinden titreşimin normal kiplerini tanımlayabiliriz. Şekil 18.7b'de görülen ilk normal kip, uç noktalarda düğümlere sahiptir ve ortada bir karın vardır. Bu en uzun dalgaboyudur ve şartlarla uyumludur. Bu ilk normal kip, λ dalgaboyu telin uzunluğunun iki katı olduğu zaman oluşur. Yani, $\lambda_1 = 2\,L$ olur. Bundan sonra gelen λ_2 dalgaboylu normal kip (Şekil 18.7c), telin uzunluğu bir dalgaboyuna yani $\lambda_2 = L$ ye eşit olduğu zaman olur. Üçüncü normal kip (Şekil 18.7d) $\lambda_3 = 2L/3$'e eşit olduğu hale karşılık gelir. Genellikle, İki ucundan bağlı L uzunluğundaki telin çeşitli normal kiplerinin dalgaboyları

Normal kiplerin dalgaboyları

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.6)}$$

olarak tanımlanır. Burada n indisi, n. yinci normal titreşim kipine karşılık gelir. Bunlar telin titreşiminin *mümkün* kipleridir. Telin belli bir vuruşla uyarılan *gerçek* kipleri aşağıda tartışılmıştır.

Bu kiplere eşlik eden doğal frekanslar, dalga hızı v nin tüm frekanslar için aynı olduğu $f = v/\lambda$ bağıntısından elde edilir. 18.6 Eşitliğini kullanarak, normal kiplerin frekanslarının

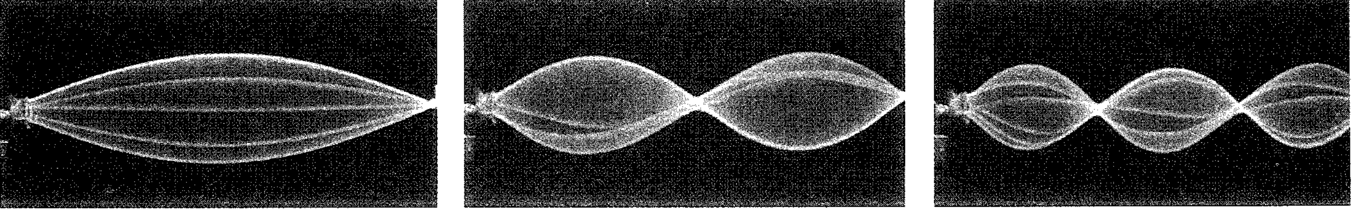
Hız ve tel uzunluğunun fonksiyonu olarak normal mod frekansları

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.7)}$$

bağıntısı ile verildiğini buluruz. $v = \sqrt{T/\mu}$ olduğundan (Eş. 16.4'e bakınız) burada T teldeki gerilme ve μ birim uzunluk başına telin kütlesidir. Buna göre gergin bir telin doğal frekansları

Çizgisel kütle yonluğu ve teldeki gerilmemin fonksiyonu olarak normal mod frekansları

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.8)}$$



Sol ucundaki bir titreştirici ile zorlanan bir ipte kararlı dalga deseninin peşpeşe hızlı çekilmiş fotoğrafları. Tek-halkalı desen ilk normal kipi temsil eder. ($n = 1$). İki-halkalı desen ikinci harmoniği temsil eder ($n = 2$) ve üç halkalı desen üçüncü normal kipi temsil eder ($n = 3$). (©*Richard Megna/Temel Fotoğraflar*)

olarak da ifade edilebilir. $n = 1$'e karşı gelen en düşük frekansa **temel frekans** denir ve f_1 ile gösterilir:

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad \textbf{(18.9)}$$

Gergin bir telin temel frekansı

Normal kiplerin diğer frekansları temel frekansın tam katlarıdır. Tam sayılarla çarpılan bağıntılar olarak görülen normal kip frekansları **harmonik serileri** oluşturur ve normal kiplere **harmonikler** denir. f_1 temel frekansı ilk harmoniktir; $f_2 = 2f_1$ frekansı ikinci harmoniktir; $f_n = nf_1$ n. harmoniktir. Başka titreşen sistemler, davul gibi, normal modlar verir; fakat, frekanslar bir temel frekansın tam katları olarak ifade edilemez. Yani bu tip sistemlerle ilgili olarak *harmonik* terimini kullanamayız.

Eş. 18.6 yı elde ederken, düğümler ve karınlar arasındaki uzaklığa dayanan bir teknik kullandık. Bunu değişik bir biçimde elde edebiliriz. Tel, $x = 0$ ve $x = L$'de sabit olması gerektiğinden, 8.3 Eşitliğinde verilen $y(x, t)$ fonksiyonu, her zaman bu noktalarda sıfır olmalıdır. Yani, *sınır şartları* tüm t değerleri için $y(0, t) = 0$ ve $y(L, t) = 0$ olmasını gerektirir. $y = (2A \sin kx) \cos\omega t$, ile tanımlanan kararlı dalgada, ilk şart $y(0, t) = 0$ otomatik olarak sağlanır. Çünkü $x = 0$ da $\sin kx = 0$ olur. $y(L, t) = 0$ olan ikinci şartın sağlanması, $\sin kL = 0$ olmasını gerektirir. Bu şart, kL açısı, π (180°) nin tam katına eşit olduğu zaman sağlanır. Böylece k nın uygun değerleri[1]:

$$k_n L = n\pi \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.10)}$$

olur. $k_n = 2\pi/\lambda_n$ olduğundan

$$(2\pi/\lambda_n)L = n\pi \qquad \text{veya} \qquad \lambda_n = \frac{2L}{\pi}$$

olduğunu buluruz. Bu, 18.6 Eşitliğine özdeştir.

Bir telde çeşitli harmoniklerin nasıl yaratıldığını araştıralım. Bir tek harmoniği uyarmak istediğimiz zaman, istenen harmoniğe uygun biçimde telin zorlanmasına ihtiyaç vardır. Serbest bırakıldığında, tel harmoniğin frekansında titreşir. Bu işlemi gerçekleştirmek zordur. Esasında iş, bir müzik aletinin telini nasıl gerdiğimiz değildir. Bir tel zorlanırsa; öyle ki onun bozulmuş şekli

Ev Deneyi

Bir gitar telinin ilk olarak merkeze yakın ve sonra iki uçtan birine yakın çalındığı zaman çıkan sesleri karşılaştırın. İkinci durumda harmonikler daha fazla olur. Farkı duyabilir misiniz?

[1] Bir dalganın olmadığı ($k = 0$) duruma karşı geldiğinden dolayı $n = 0$ hali hariç tutulmuştur.

tam bir harmoniğin ki olmaz; bileşke titreşim, çeşitli frekanslardan meydana gelir. Böyle bir titreşim koparılma şeklinde oluşturulduğu zaman gitardaki gibi, yayla meydana getirildiği zaman (çello daki gibi) ve tuşa basılarak elde edildiği zaman (piyanodaki gibi) müzik aletlerinde olur. Tel, sinüssel olmayan bir biçimde bozulduğu zaman, teldeki sınır şartlarını sağlayan dalgalar oluşabilir. Bunlar harmoniklerdir.

Bir telli enstrumanın frekansı, telin boyunu veya F gerilmesini değiştirmekle değiştirilebilir. Örneğin gitar ve keman tellerindeki gerilme, enstrümanın boynunda bulunan vida ayarlama sistemiyle veya akort anahtarı yardımıyle değiştirilir. Gerilme artırılınca, normal kiplerin frekansı, 18.8 Eşitliğine göre artar. Bir kere, enstruman "ayarlanınca", çalgıcı, boyun üzerinde parmaklarını hareket ettirerek telin titreşen parçasının boyunu değiştirmekle frekansı değiştirir. Boy kısalınca frekans artar. Çünkü, Eş. 18.8'de tanımlandığı gibi normal kip frekansları tel uzunluğu ile ters orantılıdır.

ÖRNEK 18.3 Bana Bir C Notası Ver

Bir piyanoda orta C teli 262 Hz lik bir temel frekansa ve bir A notası 440 Hz'lik temel bir frekansa sahiptir. a) C telinin arka arkaya gelen iki harmoniğinin frekanslarını bulun.

Çözüm Yüksek frekanslı harmoniklerin temel frekans olan f_1 = 262 Hz 'nin tam sayılarla çarpılmasıyla oluştuğunu bildiğimizden

$$f_2 = 2f_1 = 524 \text{ Hz}$$

$$f_3 = 3f_1 = 786 \text{ Hz}$$

olduğunu buluruz.

(b) A ve C telleri aynı çizgisel kütle yoğunluğuna ve L uzunluğuna sahipse, iki teldeki gerilmenin oranlarını tayin ediniz.

Çözüm Temel frekanslarda titreşen iki tel için 18.8 Eşitliğini kullanılırsa

$$f_{1A} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_A}{\mu}} \quad \text{ve} \quad f_{1C} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T_C}{\mu}}$$

olur. Bu frekanslar oranlanırsa,

$$\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \sqrt{\frac{T_A}{T_C}}$$

$$\frac{T_A}{T_C} = \left(\frac{f_{1A}}{f_{1C}}\right)^2 = \left(\frac{440}{262}\right)^2 = 2{,}82$$

bulunur.

(c) Gerçek bir piyanoya göre (b) 'deki durum, kısmen doğrudur. Tel yoğunlukları eşit olduğunda, A teli, C telinin %64 uzunluğundadır. Tellerin gerilmelerinin oranları nedir?

Çözüm Yine 18.8 Eşitliğini kullanılarak, frekansların oranları bulunabilir:

$$\frac{f_{1A}}{f_{1C}} = \frac{L_C}{L_A}\sqrt{\frac{T_A}{T_C}} = \left(\frac{100}{64}\right)\sqrt{\frac{T_A}{T_C}}$$

$$\frac{T_A}{T_C} = (0{,}64)^2\left(\frac{460}{262}\right)^2 = 1{,}16$$

olur.

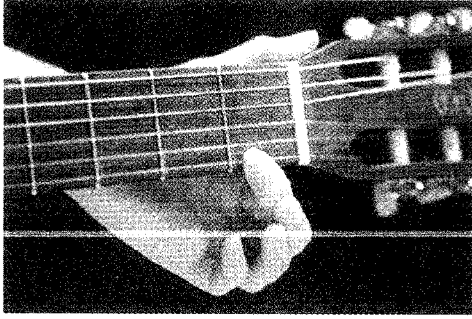
ÖRNEK 18.4 Gitarın Temel Frekansları

Bir gitarda en yüksek E teli 64 cm uzunluğundadır ve 330 Hz lik temel frekansa sahiptir. İlk perdede ona aşağı doğru basınca (Şekil 18.8), tel kısalır; öyle ki 350 Hz frekansa sahip olan F notası çalınır. Perde telin boyundaki ucundan ne kadar uzaktır?

Çözüm Eş. 18.7, temel frekansı telin uzunluğuna bağlar. $n = 1$ alarak,teldeki dalganın hızını bulabiliriz:

$$v = \frac{2L}{n} f_n = \frac{2(0{,}640\text{m})}{1}(330\text{Hz}) = 422\text{m/s}$$

olur. Akort anahtarını ayarlamadığınızdan, teldeki gerilme ve dolayısı ile telin hızı sabit kalır. Kısalan tel uzunluğunu



Şekil 18.8 Gitarda F notasının çalınışı *(Charles D. Winters)*

bulmak için yeni frekansı yerine koyarak Eş. 18.7 yi kullanabiliriz. L çözülünce

$$L = n\frac{v}{2f_n} = (1)\frac{422\,\text{m/s}}{2(350\,\text{Hz})} = 0{,}603\,\text{m}$$

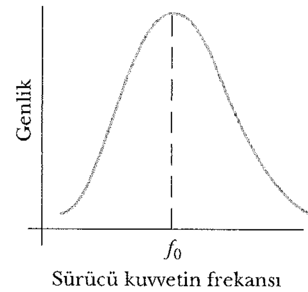
olur. Bu uzunluk ve 64 cm lik ölçülen uzunluk arasındaki fark, perdeden telin boyunun ucuna olan uzaklıktır. Bu değer 3,70 cm dir.

18.4 REZONANS

9.9 Gergin bir tel gibi, bir veya daha fazla titreşim kipinde salınabilme özelliğine sahip olan sistemi inceledik. **Böyle bir sisteme periyodik bir kuvvet uygulanırsa sistemin bileşke hareketine ait genlik, uygulanan kuvvetin frekansı, sistemin doğal frekanslarından birine eşit (veya yaklaşık olarak eşit) olursa**, genlikten daha büyüktür. Biz, mekanik sistemler için *rezonans* olarak bilinen bu olayı, Kesim 13.7'de kısaca tartışmıştık. Bir kütle-yay sistemi veya bir basit sarkaç sadece bir doğal frekansa sahip olmasına karşın, duran dalga sistemleri doğal frekansların tüm kümesine sahiptir. Titreşen bir sistem, doğal frekanslarından biri ile titreşime zorlandığı zaman büyük bir genliğe sahip olacağından, bu frekanslara çoğu kez **rezonans frekansları** denir.

Şekil 18.9, çeşitli sürücü frekanslarda titreşen bir sistemden elde edilmiştir. Bu sistemin rezonans frekaslarından biri f_0 ile gösterilmiştir. Sistemin genliğinin,sürücü kuvvetin frekansının rezonans frekansına eşit olduğu zaman en büyük olduğuna dikkat ediniz. Maksimum genlik sistemdeki sürtünme ile sınırlanmıştır. Sürücü kuvvet, başlangıçta durgun olan sistemi titreşime zorlarsa, sisteme verilen enerji titreşimin genliğini artırmaya ve sürtünme kuvvetini yenmeye harcanır. Maksimum genliğe ulaşılınca, sürücü kuvvet tarafından yapılan iş sadece sürtünme kuvvetini yenmede kullanılır.

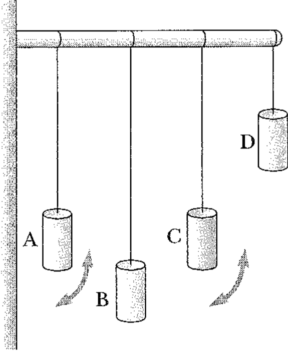
Bu sistemde,sürtünme kuvveti kolayca üstesinden gelinebilecek kadar küçük olduğu zaman, sistemin *zayıfça sönümlü* olduğu söylenir. Böyle bir sistem rezonans frekanslarından biriyle sürüldüğü zaman büyük bir genliğe sahip olur ve titreşimler, sürücü kuvvet kaldırıldığında uzun süre devam eder. Üstesinden gelinmesi gereken dikkate değer büyüklükte bir sürtünme olan bir sistemin *kuvvetli sönümlü* olduğu söylenir. Rezonans frekansında uygulanan sürücü kuvvet için aşırı sönümlü salınıcının (titreşkenin) maksimum genliği, zayıf sönümlü salınıcının genliğinden daha küçüktür. Aşırı sönümlü salınıcıda sürücü kuvvet kaldırılınca genlik zamanla hızlı bir şekilde azalır.



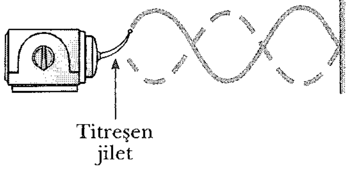
Şekil 18.9 Salınan bir sistemin sürücü frekansına göre genliğin grafiği. Genlik f_0 rezonans frekansında maksimumdur. Eğrinin simetrik olmadığına dikkat edin.

Rezonans Örnekleri

Bir eğlence yeri salıncağı, doğal frekansı, uzunluğuna bağlı olan basit bir sarkaçtır. Salıncaktaki bir çocuğu düzenli hareketlerle iterseniz, periyodik kuvvetin frekansı, sarkacın doğal frekansına eşit olursa sarkaç daha yükseğe çıkacaktır. Benzer bir etki, Şekil 18.10'daki gibi, yatay bir çubuğa asılan farklı uzun-



Şekil 18.10 Bir rezonans örneği. A sarkacı salınırsa, onunla aynı uzunlukta olan sadece C sarkacı daha büyük bir genlikle salınacak veya rezonansa gelecektir. Oklar sayfaya dik hareketi göstermektedir.



Şekil 18.11 Bir uç titreşen bir jilete bağlandığı zaman ipte kararlı dalgalar elde edilir. Jilet telin doğal frekanslarından biri ile titreştiği zaman büyük genlikli duran dalgalar yaratılır.

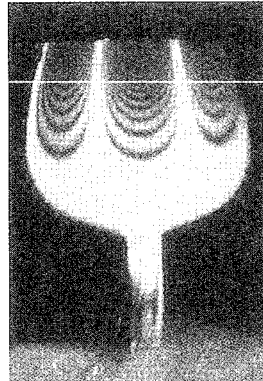
luktaki birkaç sarkaç ile gösterilebilir. A sarkaçı salınırsa, kiriş vasıtası ile iletilen boyuna dalgaların etkisi sonucu diğer sarkaçlar salınmaya başlıyacaktır. Fakat, uzunluğu A'nın uzunluğuna yakın olan C gibi bir sarkacın, uzunlukları A'nınkinden farklı olan, B ve D'nin genliğinden daha büyük bir genlikle salındığını göreceksiniz. Bu, C'nin doğal frekansının, hemen hemen A ya eşlik eden sürücü kuvvetin frekansıyla aynı olmasından dolayıdır.

İkinci bir örnek, bir ucu tesbit edilmiş gergin bir tel ve Şekil 18.11'deki gibi telin diğer ucunda titreşen bir jileti düşünelim. Telin bağlı ucu düğümdür ve jilete bağlı uç da yaklaşık olarak düğümdür. Çünkü, jiletin hareketinin genliği ipinkiyle karşılaştırıldığında küçüktür. Jilet salınırken tel boyunca yayılan enine dalgalar diğer uçtan yansıtılır. Kesim 18.3'de bulduğumuz gibi tel, uzunluğuyla, üzerindeki gerilmeyle ve birim uzunluk başına düşen kütle ile belirlenen (Eşitlik 18.8) doğal titreşim frekansına sahiptir. Titreşen jiletin frekansı, telin doğal frekanslarından birine eşit olduğu zaman, kararlı dalgalar (duran dalgalar) üretilir ve tel büyük bir genlikle titreşir. Bu durumda, titreşen jiletle yaratılan dalga, öteki uçtan yansıtılan dalga ile aynı fazda olur ve böylece tel rezonansta iken jiletten enerji soğurur. Tel doğal frekanslardan birine eşit olmayan bir frekansla sürülürse, salınımlar düşük genliklidir ve kararlı olmayan bir desenle karşılaşılır.

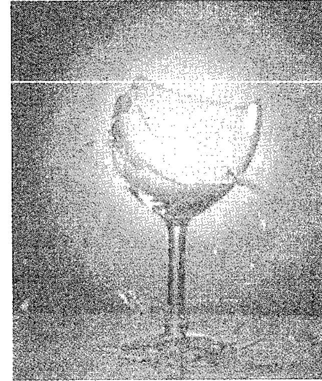
Kararlı dalga salınımlarının genliği bir maksimuma ulaşınca, jilet tarafından sağlanan ve sistem tarafından soğurulan enerji sürtünme kuvvetleri yüzünden kaybolur. Uygulanan frekans doğal frekansların birinden farklı olursa, enerji başta jiletten tele aktarılır. Fakat, daha sonra teldeki dalganın fazı öyle olur ki, teldeki enerjiyi jilet almaya zorlanır ve dolayısıyla teldeki enerji azalır.

Sınama Sorusu 18.2

Bazı şarkıcılar, birkaç saniye içinde belli frekansta sesler çıkararak bir şarap kadehini kırabilir. Şekil 18.12a, ses dalgasından dolayı titreşen bir şarap kadehinin yandan görünüşünü gösteriyor. Şekle, yukardan bakınca kadehin kenarındaki duran dalga deseni



(a)



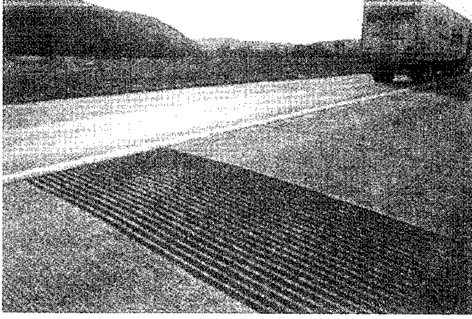
(b)

Şekil 18.12 (a) Titreşen bir şarap kadehinde duran dalga deseni. Titreşimin genliği çok büyük olursa kadeh kırılır. (*Profesor Thomas D. Rossing'in izniyle, İllinois University*) (b) Bir insan sesinin kuvvetlendirilmesiyle kırılan bir şarap kadehi. (*©1992 Ben Rose/Görüntü Bankası*)

görülüyor. Dalgaların tam sayısı titreşen kenarın çevresiyle "uyuşursa", Şekil 18.12a daki kenarla kaç dalgaboyu uyuşur?

Sınama Sorusu 18.3

"Uyarıcı şeritleri" (Şekil 18.13), sürücüleri uyarmak için, bir dur işaretine yaklaşırken veya şerit dışına çıktıkları zaman onları uyarmak için yol boyunca yerleştirilir. Bu küçük engeller niçin sürücü dikkatini çekmede etkindir?



Şekil 18.13 Bir otoyolda uyarıcı şeritler (*Charles D. Winters*)

18.5 HAVA SÜTUNLARINDA KARARLI DALGALAR

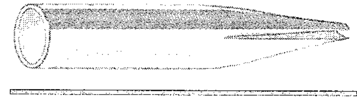
Zıt yönlerde yayılan boyuna dalgalar arasındaki girişimin bir sonucu olarak,
9.9 org borusu gibi hava taşıyan bir tüpte, kararlı dalgalar oluşturulabilir. Gelen dalga ve bir uçtan yansıyan dalga arasındaki faz bağıntısı, borunun ucunun açık ya da kapalı olmasına bağlıdır. Bu bağıntı, bağlı veya serbest uçlu bir telde yayılan ve uçlarından yansıyan enine dalgalar arasındaki faz bağıntısına benzer (Şekil 16.13 ve 16.14'e bakınız).

Bir ucu kapalı boruda, **kapalı uç bir yerdeğiştirme düğümüdür.Çünkü bu uçtaki duvar (kapalı uç) hava moleküllerinin enine hareketine izin vermez.** Sonuç olarak hava borusunun kapalı ucundan yansıyan dalga ile gelen dalga arasında 180° faz farkı vardır. Dahası, basınç dalgası ile öteleme dalgası arasında 90° lik faz farkı olduğundan (Kesim 17.2'ye bak); **hava sütununun kapalı ucu, basınç dalgasının karın noktasına karşılık gelir** (yani, maksimum basınç değişiminin bir noktasıdır).

Hava sütununun açık ucu, yaklaşık olarak bir yerdeğiştirme karın bölgesi[2] ve bir basınç düğümüdür. Biz hava sütununun ucunun atmosfere açılmasını dikkate alarak neden açık uçta basınç değişiminin olmadığını anlayabiliriz; o halde, açık uçtaki basınç, atmosfer basıncında sabit olmalıdır.

Ev Deneyi

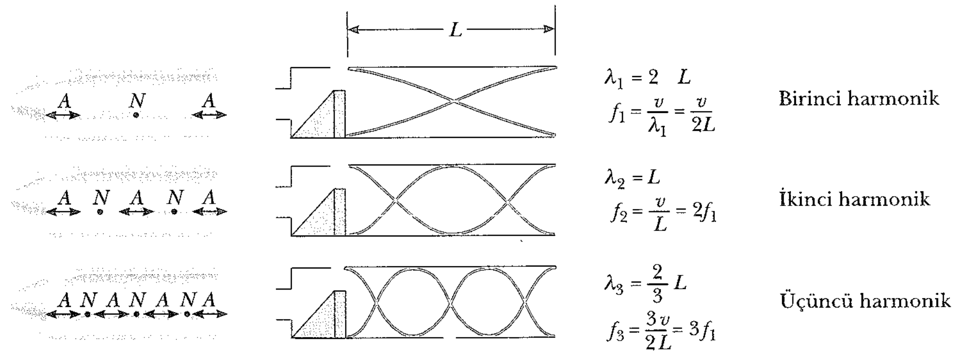
Bir kamışın bir ucu dil şeklinde kesilerek iki parçalı hale getirilmiştir. Bu uç çiğnenerek düzleştirilir ve böylece iki dilli bir enstruman elde edilir! Bu uç dudaklar arasına alınır kuvvetli olarak üflenirse kararlı tonda bir ses işitilir. Yavaşça kamışın iki parça haline gelen kısmı yaklaştırılırsa boyda kısalma olur. Dudaklarla sabit bir basınç uygulamada dikkatli olmak gerekir. Kamış kısaltılırken frekans değişimi nasıl olur?



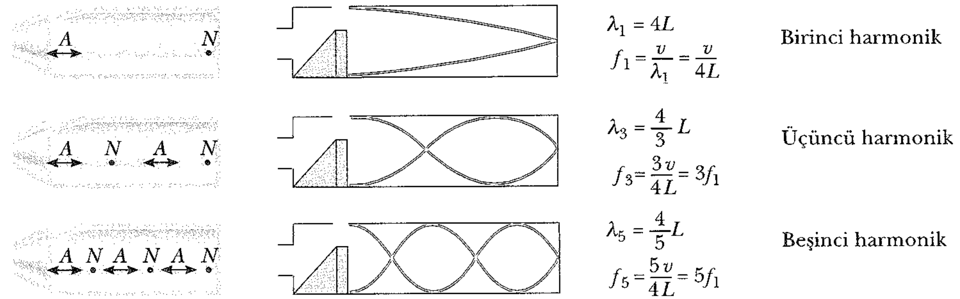
[2]Açık konuşmak gerekirse, hava sütununun açık ucu tam olarak bir yerdeğiştirme karın noktası değildir. Açık uca ulaşan bir sıkışma, ucun ötesine geçinceye kadar bir yasımaya uğramaz. Dairesel kesitli ince duvarlı bir boru için, bu uç düzeltmesi O,6R dir. Burada R tübün yarıçapıdır. Buna göre tübün etkin uzunluğu gerçek L uzunluğundan daha uzun olur. Biz bu tartışmada, bu uc düzeltmesini ihmal ediyoruz.

Bir ses dalgasının açık uçtan yansıması, bu noktadaki ortamda bir değişiklik açıkça görülemediğinden tuhaf gelebilir. Bu o kadar gerçektir ki, ses dalgasının hareket ettiği ortamın borunun dışında ve içinde hava olmasındandır. Sesin bir basınç dalgası olduğunu hatırlayın. O halde ses dalgasının sıkışma bölgesi, borunun içi kadar, borunun cidarlarıyla sınırlanır. Borunun açık ucunda sıkışmış bölge mevcut olurken, sınırlama kaldırılır ve sıkışmış hava atmosfere çıkar. Ortamı meydana getiren **maddede** bir değişiklik olmamasına rağmen borunun içi ve dışı arasındaki ortamın **karakterinde** bir değişiklik vardır. Karakterdeki bu değişiklik bir yansıma olması için yeterlidir.

İki ucu açık olan bir borudaki ilk üç titreşim kipi Şekil 18.14a da görülmektedir. Soldaki engele doğru hava üflenilmekle boyuna duran dalgalar oluşturulur ve boru doğal frekansları ile rezonansa gelir. Tüm titreşim kipleri aynı anda meydana getirilirler (tüm kipler aynı genlikte olmamasına rağmen). Uçların, yerdeğiştirme karınları olduğuna dikkat edin (yaklaşık olarak). İlk normal kipte, duran dalga iki komşu karın arasında yer alır ve uzunluğu yarım dalga boyudur. Bu şekilde dalgaboyu, borunun iki katı bir uzun-



(a) Her iki ucu açık



(b) Bir ucu kapalı, öteki ucu açık

Şekil 18.14 Bir, boruda, dalgaların şematik temsili ile duran boyuna dalgalardaki hava moleküllerinin hereketi. Grafikler yerdeğiştirme genliklerini gösteriyor, basınç genliklerini değil. (a) İki ucu açık boruda, temel frekansın tam katlarından oluşan harmonik seriler: f_1, $2f_1$, $3f_1$, ... (b) Bir ucu kapalı diğer ucu açık bir boruda, temel frekansın tek sayılı tam katlarından oluşan harmonik seriler: f_1, $3f_1$, $5f_1$, ...

luktadır ve böylece f_1 temel frekansı $f_1 = v/2L$ ile verilir. Şekil 18.14a'da görüldüğü gibi yüksek harmoniklerin frekansları $2f_1$, $3f_1$ . . . olur. O halde denilebilir ki,

her iki ucu açık bir boruda, salınımın doğal titreşim frekansları bir harmonik seri oluşturur. Yani, yüksek harmonikler doğal frekansın tam katlarıdır.

Tüm harmonikler mevcut olduğundan ve temel frekans bir teldekiyle (Eş. 18.7'ye bakınız) aynı ifadeyle verildiğinden doğal titreşim frekanslarını

$$f_n = n\frac{v}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{(18.11)}$$

İki ucu açık bir borunun doğal frekansları

olarak ifade edebiliriz. Eş. 18.7 ve 18.11 arasındaki benzerliğe rağmen Eş. 18.7 deki v nin teldeki dalga hızı olduğunu hatırlayınız. Oysa, Eş 18.11 deki v havadaki ses hızıdır.

Borunun bir ucu açık ve bir ucu kapalı ise, kapalı uç bir yerdeğiştirme düğümüdür (Şekil 18.14b'ye bak). Bu halde, temel kipteki kararlı dalga, bir karından dörtte bir dalgaboyu uzaklıkta olan düğüme uzanır. Böylece birinci normal kipin dalgaboyu 4L dir ve temel frekans, $f_1 = v/4L$'ye eşit olur. Şekil 18.14b de görüldüğü gibi, koşullarımızı sağlayan yüksek frekanslı dalgalar, kapalı uçta bir düğüme ve açık uçta bir karına sahip olanlardır. Bu, yüksek harmoniklerin $3f_1$, $5f_1$... frekanslarına sahip olduğunu ifade eder:

Ev Deneyi

Bir boş soda şişesini ağzından üfleyiniz. Şişenin yükseklik ölçümünden, duyduğunuz sesin frekansını tahmin ediniz. Şişenin kesitinin sabit olmadığına dikkat ediniz. O halde bu, mükemmel bir silindirik hava sütunu modeli değildir.

Bir ucu kapalı ve diğer ucu açık bir boruda, salınımın doğal frekansları bir harmonik seri oluşturur. Bu seri, temel frekansın sadece tek sayı katlarını içerir.

Bu sonucu matematiksel olarak,

$$f_n = n\frac{v}{4L} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \qquad \textbf{(18.12)}$$

Bir ucu kapalı diğer ucu açık borunun doğal frekansları

ile tanımlayabiliriz.

Bir konserdeki havalı ve telli enstrümanların frekanslarının sıcaklık artarken ne olacağını araştırmak ilginç olur. Örneğin bir flüt tarafından yayılan sesi düşünelim, flüt, içindeki havanın sıcaklığının artışından dolayı ses hızı artacağından frekansta artış (Eş 18.11'i dikkate alın) olur. Bir kemanın verdiği ses, teller genleşirken (frekansta azalma) düz hale gelir çünkü, genleşme, telin gerilmesinde azalmaya neden olur (Eş. 18.8'e bakınız).

Sınama Sorusu 18.4

Her iki uçtan açık bir boru $f_{açık}$ temel frekansında rezonansa geçer. Bir uç kapatıldığı zaman boru yine $f_{kapalı}$ temel frekansında rezonans yapar. Aşağıdaki ifadelerin hangisi bu iki rezonans frekansının nasıl karşılaştırılabileceğini gösterir?

(a) $f_{kapalı} = f_{açık}$, (b) $f_{kapalı} = 1/2\, f_{açık}$, (c) $f_{kapalı} = 2f_{açık}$, (d) $f_{kapalı} = 3/2\, f_{açık}$

ÖRNEK 18.5 Su Kanalında Rüzgar

Kesiti 1,23 m olan bir su kanalında rüzgar oluştuğu zaman gürültü meydana gelir. (a) Kanal iki uçtan açık ise, kanalda meydana gelen sesin ilk üç harmoniğinin frekansını bulunuz. Havadaki ses hızını v = 343 m/s alınız.

Çözüm İki ucu açık borudaki ilk harmoniğin frekansı

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2\ (1{,}23 \text{ m})} = 139 \text{ Hz}$$

olur. İki uç açık olduğundan tüm harmonikler mevcuttur; buna göre

$$f_2 = 2f_1 = 278 \text{ Hz} \quad \text{ve} \quad f_3 = 3f_1 = 417 \text{ Hz}$$

(b) Kanalın bir ucu kapalıysa, kanalın en düşük üç doğal frekansı nedir?

Çözüm Bir ucu kapalı borunun temel frekansı

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4\ (1{,}23 \text{ m})} = 69{,}7 \text{ Hz}$$

olur. Bu durumda sadece tek harmonikler vardır: böylece diğer iki harmonik $f_3 = 3f_1 =$ 209 Hz ve $f_5 = 5f_1 =$ 349 Hz frekanslarına sahiptir.

(c) Her iki ucu açık kanalda, insanın işitme sınırları içine (20Hz-17000 Hz) düşen kaç tane harmonik vardır.

Çözüm Tüm harmonikler mevcut olduğundan işitilebilen maksimum sayıdaki harmoniği $f_n = nf_1$, bağıntısından bulabiliriz. Buradaki n duyulabilen harmoniklerin sayısıdır. fn = 17 000 Hz için, işitebilme sınırları içindeki harmoniklerin sayısının

$$n = \frac{17\,000 \text{ Hz}}{139 \text{ Hz}} = 122$$

olduğunu buluruz. Sadece ilk birkaç harmonik işitilebilecek yeterlikte genliğe sahip olur.

ÖRNEK 18.6 Diyapozonun Frekansının Ölçülmesi

Bir hava sütunundaki rezonansı göstermek için basit bir düzenek Şekil 18.15 de tanımlanmıştır. Uzun, düşey ve her iki ucu açık bir cam boru kısmen su dolu bir beher içine daldırılıyor ve frekansı bilinmeyen bir diyapozon borunun üstüne yerleştiriliyor. Borudaki hava sütununun L uzunluğu, düşey olarak boruyu hareket ettirmekle ayarlanır. Hava sütununun L uzunluğu, tübün resonans frekanslarından birine karşı geldiği zaman diyapozon tarafından yaratılan ses dalgalarının frekansı artar.

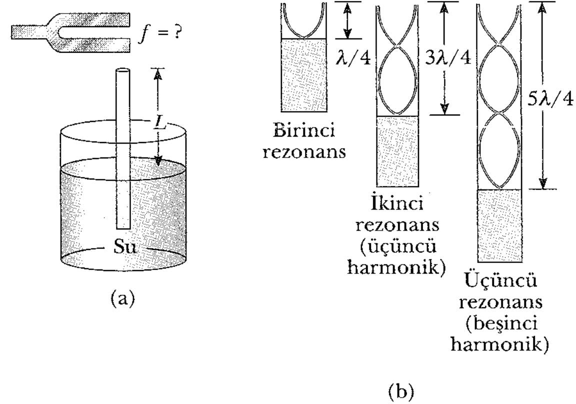
Ses şiddetini maksimum yapacak olan L nin en küçük değeri 9 cm dir. (a) Diyapozonun frekansı nedir? (b) Arka arkaya gelen iki rezonans kipi için L değerini bulunuz.

Çözüm Boru, su girmesine müsade edilen alt uçta kapalı olduğundan, suyun yüzeyi bir uçtaki duvar gibi davranır. Böylece, bu düzenek bir ucu kapalı boruyu temsil eder. O halde temel frekans $f_1 = v/4L$ dir. Havadaki ses hızını v = 343 m/s ve L = 0,090 m alarak

$$f_1 = \frac{v}{4L} = \frac{343 \text{ m/s}}{4(0{,}900 \text{ m})} = 953 \text{ Hz}$$

sonucunu elde ederiz. Diyapozon bu frekansta hava sütunu ile rezonansa geldiğinden,bu diyapozonun frekansı olur.

(b) Boru bir uçta kapalı olduğundan, Şekil 18.14b den biliyoruz ki temel kipin dalgaboyu $\lambda = 4\ L = 4(0{,}090 \text{ m}) =$ 0,360 m olur. Çünkü diyapozonun frekansı sabittir. Sonraki iki normal kip (Şekil 18.15b ye bak) $L = 3\lambda/4 =$ 0,270 m ve $L = 5\lambda/4 =$ 0,450 m uzunluklarındandır.



Şekil 18.15 (a) Bir ucu kapalı tüpdeki ses dalgalarının rezonansını gösteren düzenek. Hava sütununun L uzunluğu düşey olarak tüpü su içinde hareket ettirmekle değiştirilir. (b) (a) da görülen sistemin ilk üç normal kipi

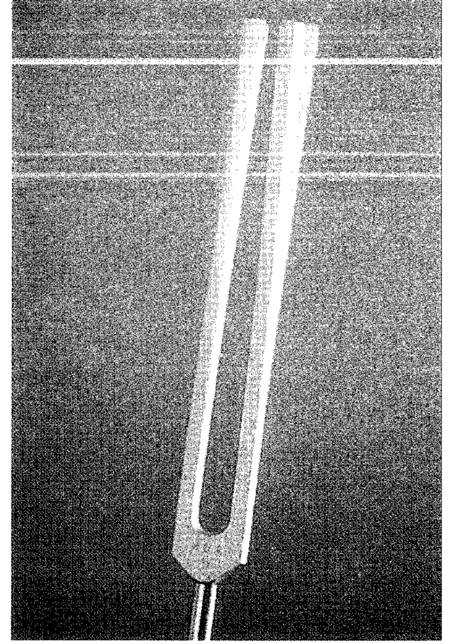
Seçmeli Kesim

18.6 ÇUBUK VE LEVHALARDAKİ KARARLI DALGALAR

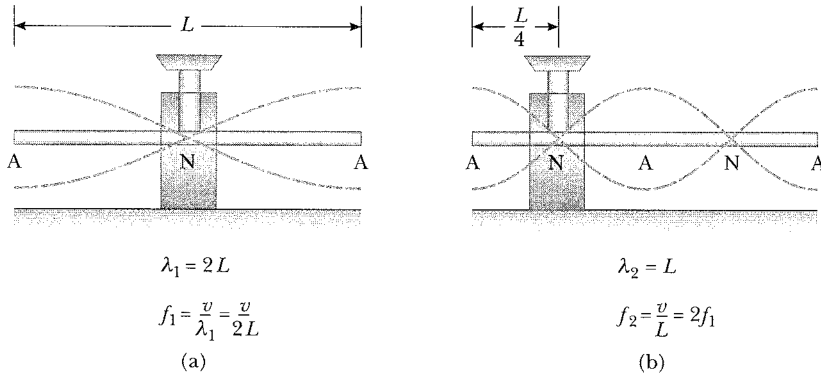
Kararlı dalgalar, çubuklarda ve levhalarda da meydana getirilebilir. Bir çubuk, Şekil 18.16a'da görüldüğü gibi ortasından tesbit edilir ve bir uçtan vurulursa *boyuna* dalgalar meydana gelecektir. Şekil 18.16'da kesikli çizgilerin, çubuğun çeşitli kısımlarının boyuna yerdeğiştirmelerini temsil ettiğine dikkat ediniz. Açıklık için, hava sütunlarında yaptğımız gibi enine kesiti gösteren bir şekil çizdik. Orta nokta sabit olduğundan, burası bir düğüm noktasıdır. Oysa açık uçlar serbestçe titreşebildiğinden, buralar karın noktalarıdır. Bu, uçları açık bir borudaki titreşimlere benzemektedir. Şekil 18.16a'daki keşikli çizgiler, dalgaboyunun $2L$, frekansın $f = v/2L$'ye eşit olması halindeki birinci normal kipi temsil eder. Burada v, çubuktaki boyuna dalganın hızıdır. Diğer normal kipler, farklı noktalarda çubuğu bağlamakla uyarılabilir. Örneğin, ikinci harmonik (Şekil 18.16b), çubuğu bir uçtan $L/4$ uzaklıktaki bir noktadan bağlamakla oluşturulabilir.

İki boyutlu titreşimler, davulda olduğu gibi bir dairesel kasnak üzerine geçirilen esnek bir zarla meydana getirilebilir. Zara bir noktada vurulunca, sabit sınırlara doğru ilerliyen dalga atmaları bir çok defa yansıtılır. Oluşan ses harmonik *değildir*, fakat, oldukça rastgeledir. Çünkü, titreşen davul ve davulun boş olan iç bölgesinde düzenli olmayan ses dalgaları üretilir. Bu dalgalar bir dinleyicinin kulağına ulaştığı zaman, belirsiz perdelerde bir ses işitilir. Bu ilişkisizlik, müzikten ziyade bir *gürültü* duyulmasına neden olur. Bu durum, belirli perdelerde sesler yaratan havalı ve telli çalgılarınkine zıttır.

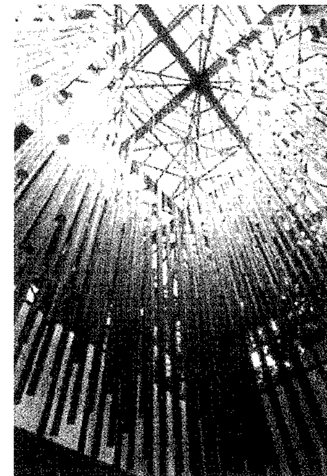
İki boyutlu dairesel zarın titreşiminin bazı mümkün olan kiplerine ait salınımlar Şekil 18.17'de görülmektedir. f_1 frekanslı en düşük titreşim kipi, zarın çevresini oluşturan bir düğüm eğrisi olan bir kiptir. Diğer olanaklı titreşim kipleri,dairesel olan ek düğüm eğrileri gösterir ve çapı doğrultusunda çizgiler oluşur.



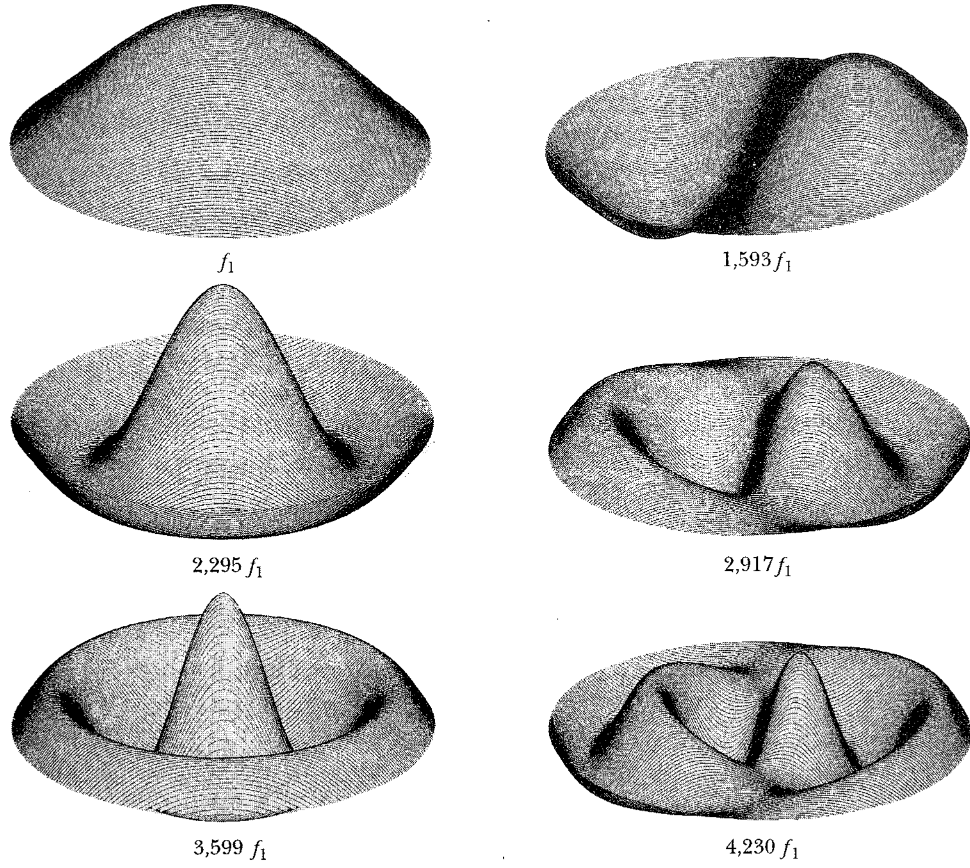
Bir diyapozundan çıkan ses, çatalların titreşimiyle üretilir. (Sam Dudgeom/Holt, Rinehart ve Winston)



Şekil 18.16 Uzunluğu L olan çubuğun normal kip boyuna titreşimleri. (a) Tam ortasından tesbit edilmiş L uzunluğunda bir çubuğun normal kip titreşimleri. (b) Bir ucundan yaklaşık $L/4$ kadar bir uzaklıkta tutturulmuş çubuğun normal kip titreşimleri. İkinci harmonik oluşmuştur (boyuna dalgalar).



Rüzgar tüneli genellikle öyle yapılır ki titreşen çubuklardan çıkan dalgalar harmonik bir ses üretir (*Joseph L. Fontenot/Sınırsız Görüntüler*)



Şekil 18.17 Kenarlarından tutturulan dairesel bir zarın(davul)kiplerinin gösterimi. Salınım frekansları harmonik seri oluşturmaz. (*M.L Warren,* Fiziğe Giriş, *New York, W.H. Freeman. & Şirketi Yayıncılarının izniyle*)

18.7 VURULAR: ZAMAN İÇİNDE GİRİŞİM

Şimdiye kadar ilgilendiğimiz girişim olayı, zıt yönlerde yayılan iki veya daha fazla aynı frekanslı dalganın üst–üste binmesi ile ilgiliydi. Bu durumdaki bileşke dalga, değişime uğrayan ortamın koordinatlarına bağlıdır. Biz bu olayı *uzaysal girişim* olarak anlatabiliriz. Tellerde ve borulardaki duran dalgalar uzaysal girişimin belli başlı örnekleridir.

Şimdi, biraz *farklı frekanslara* sahip iki dalganın üst–üste binmesinden ortaya çıkan diğer bir tip girişimi inceleyelim. Bu durumda, iki dalga üstüste bindiği noktada gözlendiği zaman, periyodik olarak aynı fazda veya zıt fazdadırlar. Yani, yapıcı ve söndürücü girişim arasında *zamanla* bir değişme vardır. Böylece bu olgu, *zaman içinde girişim* veya *geçici girişim* olarak adlandırılır. Örneğin, iki diyapozon biraz farklı frekanslarda uyarılırsa, periyodik olarak değişen şiddette bir ses işitilir. Bu olaya, **vuru** denir

Vurunun tanımı

Vuru, verilen bir noktada biraz farklı frekanslara sahip olan iki dalganın üst–üste binmesi ile şiddette meydana gelen periyodik değişim olarak tanımlanır.

Aşağıda göstereceğimiz gibi, saniyede işitilen vuru sayısı veya *vuru frekansı* iki kaynak arasındaki frekans farkına eşittir. İnsan kulağının işitebileceği maksimum vuru frekansı 20 vuru/s civarındadır. Vuru frekansı bu değeri aştığı zaman, vuruları üreten bileşik sesler ayırtedilmeyecek şekilde karışırlar.

Piyano gibi, telli bir enstrumanı akort etmek için, frekansı bilinen bir referans tonu, bir nota ile çalınarak vurular kullanılabilir. Böylece, tel gerilerek veya gevşetilerek, vurular oldukça ayırt edilebilir hale getirilerek referans frekansına eşitlenmek suretiyle ayarlanabilir.

Bir ortamda aynı yönde, fakat biraz farklı olan f_1 ve f_2 frekansları ile yayılan aynı genlikli iki dalga dikkate alınız. Bu iki dalganın dalga fonksiyonlarını $x = 0$ olarak seçilen bir noktada ifade etmek için Eş. 16.11'e benzer eşitlikler kullanıyoruz: y_1 ve y_2'yi

$$y_1 = A\cos\omega_1 t = A\cos 2\pi f_1 t$$

$$y_2 = A\cos\omega_2 t = A\cos 2\pi f_2 t$$

olarak yazabiliriz. Üst–üste binme ilkesini kullanarak, o noktadaki bileşke yerdeğiştirmeyi,

$$y = y_1 + y_2 = A\,(\cos 2\pi f_1 t + \cos 2\pi f_2 t)$$

şeklinde buluruz. Bunu,

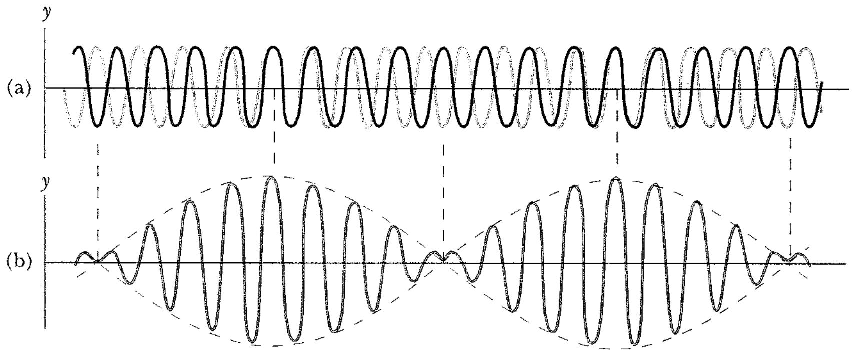
$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

trigonometrik özdeşliğini kullanarak yazmak daha uygundur. Böylece

$$y = \left[2A\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right)t\right]\cos 2\pi\left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right)t \qquad \textbf{(18.13)}$$

Farklı frekanslı fakat eşit genlikli iki dalganın bileşkesi

sonucunu buluruz. Bileşke dalga ile her bir dalgayı gösteren grafikler Şekil 18.13 de görülmektedir. 18.13 Eşitliğindeki çarpanlardan, bir noktadaki bileşke titreşimin, $(f_1 + f_2)/2$ ortalama frekansına eşit olan bir etkin frekansa ve



Şekil 18.18 Frekansları biraz farklı iki dalganın bileşimi ile elde edilen vurular. (a) Ayrı ayrı dalgalar. (b) Bileşik dalga, zamanla salınan bir genliğe (kesik çizgi) sahiptir.

$$A_{\text{bileşke}} = 2A \cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t \qquad \textbf{(18.14)}$$

ile verilen bir genliğe sahip olduğunu görüyoruz. Yani **genlik ve böylece bileşke sesin şiddeti zamanla değişir**. Şekil 18.18b deki kırık mavi çizgi Eş 18.14 in grafiksel gösterimidir ve $(f_1 - f_2)/2$ ile verilen bir frekansl[illegible] nksiyonudur.

Bileşke ses dalgasının maksimum genliği

$$\cos 2\pi\left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) t = \pm 1$$

olduğu zaman elde edileceğine dikkat ediniz. Bu, her bir devirde bileşke dalganın *iki* maksimumu olduğunu ifade eder. Genlik, $(f_1 - f_2)/2$ frekansı ile değiştiğinden, saniye başına vuru sayısı veya f_b vuru frekansı bu değerin iki katı yani

Vuru frekansı

$$f_b = |f_1 - f_2| \qquad \textbf{(18.15)}$$

olur.

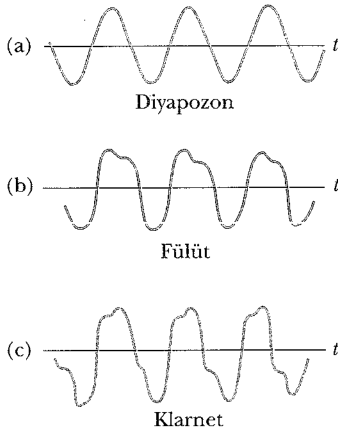
Örneğin, iki diyapozon 438 Hz ve 442 Hz frekanslarında ayrı ayrı titreşirse, üretilen bileşke ses dalgası 440 Hz lik (müzik notası A) bir frekansa ve 4 Hz lik bir vuru frekansına sahiptir. Dinleyici bir saniyede 4 defa maksimuma giden 440 Hz lik frekansa sahip ses dalgası işitir.

Seçmeli Kesim



SİNÜSSEL OLMAYAN DALGA DESENLERİ

9.6 Çoğu enstrüman tarafından üretilen ses dalgalarının şekli çok karmaşıktır. Bir diyapozon, flüt ve klarnet ile her biri aynı notada çalınarak üretilen bir takım karekteristik dalga biçimleri Şekil 18.19'da görülmektedir. Her enstrüman kendi karakteristik dalga şekline sahiptir. Desenlerdeki farklılığa rağmen, her desenin periyodik olduğuna dikkat edin. Bu nokta, şimdi tartışacağımız bu dalgaların analizinde çok önemlidir.

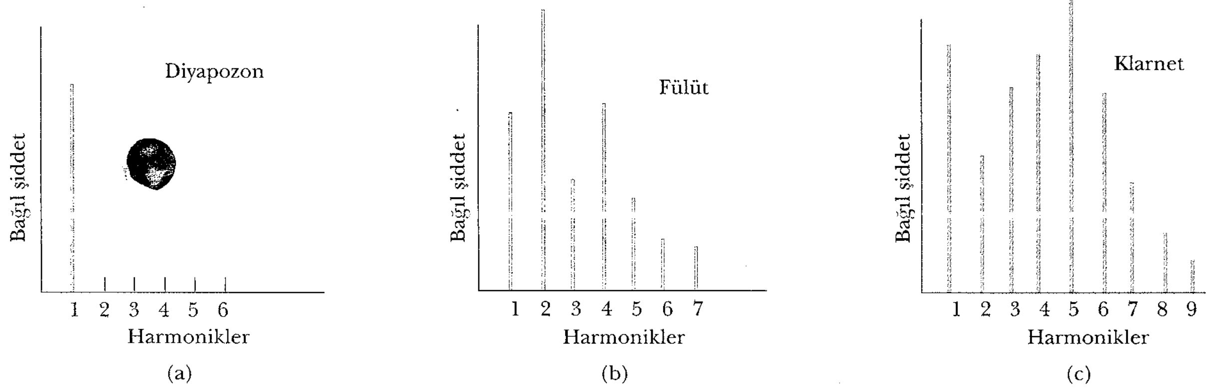


Şekil 18.19 a) Diyapozon, b)Fülüt, ve c) Klarnetin her birinin yaklaşık olarak aynı frekansta ürettikleri dalgalar. (*C.A. Culver'den aktarıldı, Müzikal Akustik, 4. Baskı, New York, McGraw-Hill Company, 1956, Sayfa, 128.*)

Trampet ve saksafonun her ikisinde aynı nota çalındığı zaman, bu müzik aletlerinden çıkan sesleri ayırdedebiliriz. Diğer taraftan, bir klarnette çalınan notayla bir obuada çalınan aynı notayı ayırmakta zorlanabiliriz. Bu etkileri açıklayabilmek için değişik kaynaklardan gelen ses dalgalarını kullanabiliriz.

Bir müzik aleti tarafından üretilen dalga desenleri değişik harmoniklerin üst üste binmesinin sonucudur. Bu üst üste binme müzikal tonların zenginleşmesine yol açar. Harmoniklerin çeşitli karışımları ile eşlik eden insan duyarlığı karşılığı sesin *kalitesi* veya *tınısıdır.* Örneğin, trampetin sesi "gürültü" kalitesiyle algılanır (yani, biz bu sesle *gürültüyü* eşleştirmeyi öğrendik); bu kalite, bize trampetin sesini saksafonun sesinden ayırmayı olanaklı kılar. Onun kalitesi "düdük" sesi gibi algılanır. Klarnet ve obua, üflemeyle uyarılan hava sütunlarına sahiptir. Bu benzerlikten dolayı, onların ses kalitesi temelinde kulak tarafından ayırtedilmesi zordur.

Sinüssel olmayan dalgaları analiz etme problemi ilk bakışta oldukça güç bir iş olarak görülmektedir. Bununla beraber, dalganın biçimi peridodik ise; sinüssel dalgalardan oluşan oldukça çok sayıdaki trigonometrik dalganın bir



Şekil 18.20 Şekil 18.9 da görülen dalgaların harmonikleri. Çeşitli harmoniklerin şiddetindeki değişimlere dikkat ediniz. (C. A. Culver'den adapte edilmiştir. Müzikal Akustik, 4. Baskı, New York, McGraw Hill Company, 1956).

araya getirilmesiyle temsil edilebilir. Gerçekte, **Fourier Teoremine**[3] dayanan, matematiksel bir teknik kullanılarak sinüs ve kosinüs terimlerinin bir serisi, herhangi bir periyodik fonksiyonu temsil için kullanılabilir. Periyodik dalgayı temsil eden terimlere ait toplam, **Fourier serisi** olarak adlandırılır.

$y(t)$, periyodu T olan zamana göre periyodik herhangi bir fonksiyon olsun. Öyleki $y(t+T) = y(t)$ dir. Fourier teoremi bu fonksiyonun

Fourier Teoremi

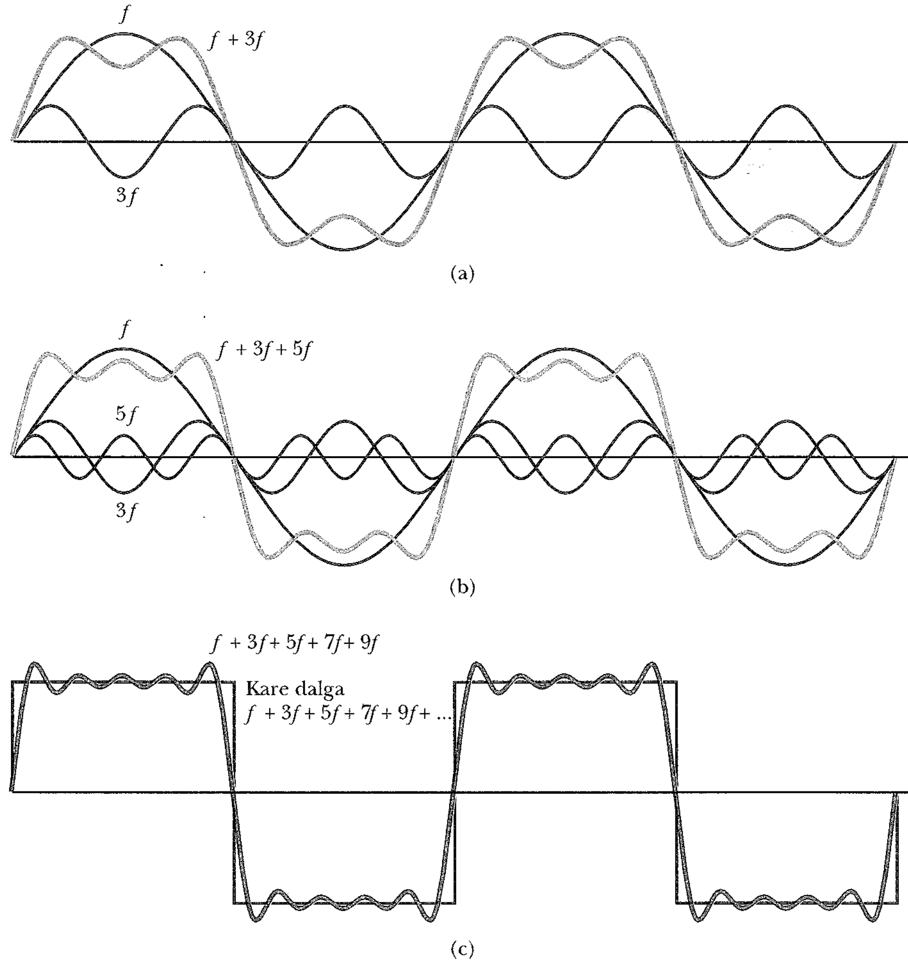
$$y(t) = \sum_n (A_n \sin 2\pi f_n t + B_n \cos 2\pi f_n t) \quad \textbf{(18.16)}$$

şeklinde yazılabileceğini ifade eder. Burada en düşük frekans $f_1 = 1/T$ dir. Daha yüksek frekanslar temel frekansın tam katlarıdır. Yani, $f_n = nf_1$'dir. A_n ve B_n katsayıları, çeşitli dalgaların genliklerini temsil eder. Şekil 18.20, Şekil 18.19'da görülen dalga şekillerinin bir harmonik analizini göstermektedir. Titreştirilen diyapozonun tek bir harmonik meydana getirdiğine dikkat edin. Oysa fülüt ve klarnet ilk ve daha yüksek harmonikleri üretirler.

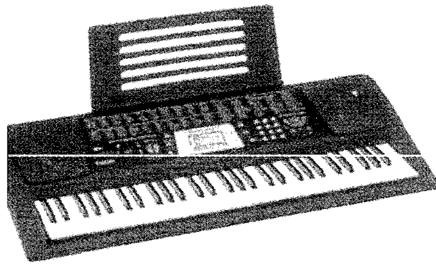
Flüt ve klarnetin değişik harmoniklerinin bağıl şiddetlerindeki değişime dikkat ediniz. Genel olarak, herhangi bir müzikal ses f temel frekans artı tüm farklı şiddetleri içeren f nin tam katı olan frekanslardan oluşur.

Fourier teoremini kullanarak bir dalga deseninin *analizini* tartıştık. Bu analiz, dalga deseni bilgisinden Denklem 18.16 daki harmoniklerin katsayılarını belirlemeyi ihtiva eder. Ters işlem olan Fourier sentezi denen işlemde gerçekleştirilebilir. Bu işlemde, bir bileşke dalga deseni oluşturmak için, çeşitli harmonikler birlikte toplanır. *Fourier sentezine* bir örnek olarak, Şekil 18.21'de görülen periyodik kare dalganın yapılandırılmasını dikkate alın. Kare dalganın simetrisi, dalganın sentezinde temel frekansın sadece tek sayılarla çarpımı ile sonucun elde edilmesini sağlar. Şekil 18.21a da f ve $3f$ in bileşimini turuncu eğri gösterir. Şekil 18.21b de $5f$ in ilavesiyle yeşil eğri elde ettik. Üst ve alt kısımlarda tam bir düzgünlük olmamış olsa bile, kare dalganın şekline nasıl yaklaşılmış olduğuna dikkat ediniz.

[3]Jean Baptiste Joseph Fourier tarafından geliştirilmiştir. (1786 – 1830).



Şekil 18.21 Bir kare dalganın Forier sentezi. Bu dalgalar, birinci harmoniğin tek katlarının toplamlarıyla temsil edilir. (a) f ve $3f$ frekanslı dalgalar toplanmıştır. (b) f ve $3f$ frekanslara $5f$ frekansı ilave edildi. (c) Bileşke eğri bunlara $9f$ frekansı eklendiği zaman kare dalgaya daha çok yaklaşır.



Bu sintesayzır, elektronik osilatörlerden çıkan özel birleşmiş frekanslarla farklı entrumanların karekteristik seslerini üretebilir.

Şekil 18.21c, $9f$ frekansı eklendikten sonraki durumu gösteriyor. Kare dalgaya bu yaklaşım a ve b'dekilerden daha iyi bir yaklaşımdır (mor eğri). Kare dalgaya mümkün olduğunca daha çok yaklaşmak için, sonsuz sayıda frekans demek olan tüm tek frekanslı harmonikleri eklememiz gerekir.

Modern teknoloji kullanılarak, müzikal sesler, değişen genlikli herhangi sayıdaki harmoniğin karıştırılması ile elektronik olarak yaratılabilir. Elektronik müzik düzenleyicileri tarafından yaygın olarak kullanılan bu sesler, sonsuz bir müzik tonu çeşitliliğini üretme gücüne sahiptirler.

ÖZET

Eşit genlikli ve frekanslı iki dalga üst–üste bindiği zaman; bileşke dalga, iki dalga arasındaki faz açısına bağlı bir genliğe sahiptir. **Yapıcı girişim,** iki dalga her yerde aynı fazda olduğu zaman oluşur. Bu durumda ϕ faz açısı $\phi = 0, 2\pi, 4\pi\ldots$

olur. **Söndürücü girişim,** iki dalga arasında her yerde 180° lik faz farkı olduğunda, yani $\phi = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$ rad gibi açılarda olur. Verilen iki dalga fonksiyonuna, bu iki durumdan hangisinin uygulanacağını belirlemelisiniz.

Kararlı dalgalar, aynı frekansa, genliğe ve dalga boyuna sahip olan fakat zıt yönlerde yayılan iki sinüssel dalganın üst üste binmesinden oluşur. Bileşke kararlı dalga

$$y = (2A \sin kx)\cos\omega t \quad \textbf{(18.3)}$$

dalga fonksiyonu ile tanımlanır. O halde kararlı dalganın genliği $2A$ dır ve ortamın herhangi bir parçacığının basit harmonik hareketinin genliği, konuma bağlı olarak, $2A \sin kx$ 'e göre değişir. Sıfır genlikli noktalar (**düğüm noktaları**) $x = n\lambda/2$ ($n = 0, 1, 2, 3 \ldots$) da olur. Maksimum genlik noktaları (**karın noktaları**) $x = n\lambda/4$ ($n = 1, 3, 5 \ldots$) de olur. Arka-arkaya gelen karınlar arası $\lambda/2$ kadardır. Arka arkaya gelen düğümler arası da $\lambda/2$ olur. Siz iki ilerliyen dalganın üst-üste kümesinden hasıl olan duran dalga desenini çizebilmelisiniz. İki ucundan bağlı L uzunluğunda gergin bir telin doğal titrşim frekansları

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \quad \textbf{(18.8)}$$

bağıntısı ile verilen frekanslara sahiptir. Burada T, teldeki gerilme ve μ, telin birim uzunluğu başına kütlesidir. Doğal titreşim frekansları, frekansları f_1, $2f_1$, $3f_1, \ldots$ olan bir **harmonik seri** oluştururlar.

Salınabilen bir sistem, bir sürücü kuvvet ile zorlanınca, sistemin doğal titreşim frekanslarından biri, sürücü kuvvetin frekansı ile aynı ise, sistemin **rezonansta** olduğu söylenir. Sistem rezonansta olduğu zaman, oldukça büyük bir genlikle salınır.

Kararlı dalgalar, bir boru içindeki hava sütununda üretilebilir. Boru her iki uçtan açıksa, tüm harmonikler vardır ve salınımın doğal frekanslar

$$f_n = n\frac{v}{2L} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \quad \textbf{(18.11)}$$

olur. Borunun bir ucu açık, bir ucu kapalı ise sadece tek harmonikler vardır ve titreşimin doğal frekansları

$$f_n = n\frac{v}{4L} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots \quad \textbf{(18.12)}$$

olur. **Vuru** olayı, frekansları biraz farklı olan iki dalganın üstüste binmesi sonucu bir noktada şiddetteki periyodik değişimdir.

SORULAR

1. Şekil 18.2 deki hareketli kısmın belli konumları için, alıcıda söndürücü girişime karşılık gelen bir ses algılanmıyor. Bu, bir miktar enerjinin kayıp olduğunu ifade eder! Hoparlör tarafından yayınlanan enerjiye ne olur?

2. Dalgalarda girişim olayı, sadece sinüssel dalgalara mı uygulanır?

3. İki dalga, yapıcı veya söndürücü olarak giriştiği zaman, enerjide herhangi bir kazanç veya kayıp var mıdır? Açıklayınız.

4. Bir kararlı dalga Şekil 18.6 daki gibi bir tel üzerinde oluşturuluyor. Niçin tel boyunca enerji iletiminin olmadığını açıklayınız.

5. Üzerinde kararlı dalganın meydana geldiği bir telin *tüm* noktalarında (düğümler dışında) ortak olan nedir?

6. Rezonans frekanslarından biriyle titreşime zorlanan gerçek bir sistemin hareketine ait genliği sınırlayan nedir?

7. San Diego'daki (CA) Balboa Parkında, büyük bir org vardır. Bu orgun belli bir borusunun temel fre-

kansı sıcak ve soğuk günlerde değişir mi? Atmosfer basıncının yüksek ve düşük olduğu günlerde nasıl olur?

8. Hamamda şarkı söylediğiniz zaman, niçin sesiniz olduğundan daha iyi gelir? Açıklayınız.

9. Bir trombondaki sürgünün veya bir trampetteki sübapın görevi nedir?

10. İki ucu açık bir org borusunda, niçin tüm harmoniklerin mevcut olduğunu, fakat bir ucu kapalı bir boruda sadece tek harmoniklerin mevcut olduğunu açıklayınız.

11. Piyano gibi bir müzik aletinin vuru olayından yararlanılarak nasıl akord edildiğini açıklayınız.

12. Bir uçak mühendisi, iki motorlu bir uçağın iki motoru birden çalıştığı zaman derhal sesin değiştiğini fark eder. Şiddetin bu yumuşak değişiminin nedeni ne olabilir?

13. Niçin titreşen bir gitar teli, enstrumana yerleştirildiği zaman enstrümana takılı olmadığı zamankinden daha yüksek ses verir?

14. Titreşen bir diyapozonun tabanı karatahtaya yerleştirildiği zaman, yaydığı ses daha gürültülü olur. Bu, diyapozonun titreşimlerinin karatahtaya aktarıldığındandır. Karatahta diyapozoninkinden daha büyük yüzeye sahip olduğundan, titreşen karatahta çok sayıda hava molekülünün titreşmesine yolaçar. Böylece karatahta diyapozondan daha iyi bir ses yayıcısıdır. Bu diyapozonun titreşmesi esnasında süreyi nasıl etkiler? Bu enerji korunum ilkesi ile uyuşur mu?

15. Bazı insanlar otomobillerinden böcek gibi şeyleri uzaklaştırmak için çamurluklara kısa ince borular yerleştirir. Otomobiller hareket ettiği zaman yüksek perdeden ses yayar. Bu borular sesi nasıl meydana getirir?

16. Gitaristler bazen tam merkezde bir tele yavaşça dokunarak ve teli gererek bir harmonik çalarlar. Sonuç, perdelere basılmamış olsa bile telin temel frekansından daha üst oktavda açık bir notadır. Bu niçin olur?

17. Parmaklarımızı ıslatır ve temiz bir bardağın etrafında hareket ettirirseniz, yüksek perdeli bir ses işitirsiniz. Niçin? Herbirinde değişik miktarda su olan bir takım bardak ile değişik müzik notalarını nasıl meydana getirebilirsiniz?

18. Bir fincan kahve bir yerden bir yere götürülürken tüm dikkatlere rağmen çoğu kez dökülür. Bu güçlüğün olası nedeni olarak rezonansı düşününüz ve problemi çözmenin bir yolunu bulunuz.

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ▢ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ▢ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ▢ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 18.1 Sinüssel Dalgaların Üst-Üste Binmesi ve Girişim

WEB **1.** İki sinüssel dalga

$$y_1 = (5\text{ m})\sin[\pi(4x - 1200t)]$$

$$y_2 = (5\text{ m})\sin[\pi(4x - 1200t - 0{,}250)]$$

eşitlikleri ile tanımlanıyor. Burada x, y_1 ve y_2 m; t ,.s olarak verilmiştir. (a) Bileşke dalganın genliği nedir? (b) Bileşke dalganın frekansı nedir?

2. Bir sinüssel dalga, y_1 x m; t, s olmak üzere

$$y_1 = (0{,}080\text{ m})\sin[2\pi(0{,}1x - 80t)]$$

ile tanımlanmaktadır. y_1 ile aynı frekans, genlik ve dalgaboyuna sahip fakat y_1 ile toplandığında bileşke genliği $3\sqrt{3}$ olan dalga denklemini yazınız.

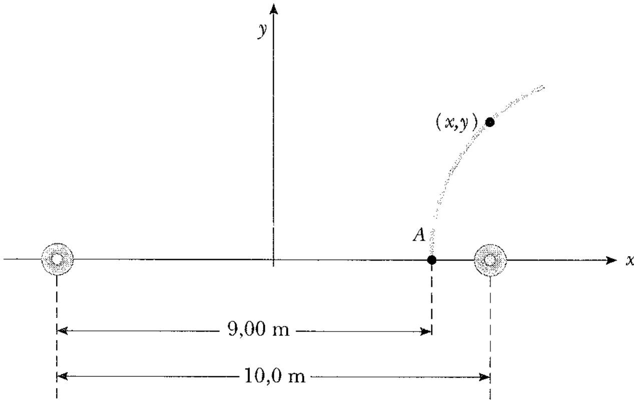
3. İki dalga gergin bir tel boyunca ilerlemektedir. Dalgalar arasında 90° faz vardır. Her dalga 4 cm lik bir genliğe sahiptir. Bileşke dalganın genliğini bulunuz.

4. 3 m dalgaboylu iki özdeş sinüssel dalga 2 m/s hızla aynı yönde ilerlemektedir. İkinci dalga birinci gibi aynı noktadan doğmaktadır. Bileşke dalganın genliği, bu ilk dalgaların herbirininkiyle aynı olursa iki dalganın başlangıç anları arasındaki en küçük olası zaman aralığını bulunuz.

5. Bir diyapozon, 246 Hz frekanslı ses dalgaları yayıyor. Dalgalar bir koridor boyunca zıt yönlerde yayılıyor, duvarlar tarafından yansıtılıyor ve geri dönüyor. Koridor 47 m uzunluğundadır ve diyapozon bir uçtan 14 m uzaklığa yerleştirilmiştir. Dalgalar karşılaştığı zaman yansıyan dalgalar arasındaki faz farkı nedir? Havadaki ses hızı 343 m/s dir.

6. Aralarında 10 m uzaklık bulunan iki özdeş hoparlör f= 21,5 Hz lik frekansla aynı ossilatörle sürülmektedir. (Şekil 18.6). (a) A noktasındaki bir alıcının, hoparlörlerden gelen ses şiddetinde niçin bir minimum kaydettiğini açıklayınız. (b) Alıcı, hoparlörlerin düzleminde hareket ederse, şiddetin bir minimumda kalması için ne kadar yol almalıdır? Yani, ses şiddetinde bir minimum kaydetmek için alıcının x ve y koordinatları arasındaki bağıntıyı bulunuz. Sesin hızını 343 m/s olarak alınız.

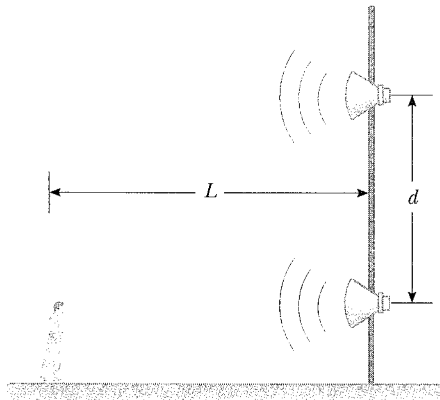
7. İki hoparlör, 200 Hz frekanslı aynı osilatör (salınıcı) tarafından sürülmektedir. Hoparlörler, dikey bir direk üzerinde 4 m aralıkla yerleştirilmiştir. Bir



Şekil P18.6

adam Şekil P18.7 de görüldüğü gibi, direğe dik yönde alttaki hoparlöre doğru yürüyor. (a) Adam ses şiddetindeki bir minimumu kaç kez işitecektir? (b) Bu anlarda direkten ne kadar uzaktadır? Sesin hızını 330 m/s olarak alınız ve yerden gelen herhangi bir yansımayı dikkate almayınız.

8. İki hoparlör, f frekanslı aynı osilatör tarafından sürülmektedir. Hoparlörler dikey bir direk üzerinde birbirinden d uzaklıkta yerleştirilmiştir. Bir adam, Şekil P18.7 de görüldüğü gibi direğe dik yönde aşağıdaki hoparlöre doğru yürüyor. (a) Adam, ses şiddetindeki minimumu kaç kez işitecektir? ve (b) bu anlarda direkten ne kadar uzaktadır? Sesin hızını v olarak alınız ve yerden gelen herhangi bir yansımayı dikkate almayınız.



Şekil P18.7 Problem 7 ve 8

Kesim 18.2 Kararlı Dalgalar

9. Zıt yönlerde ilerleyen iki harmonik dalga

$$y = (1{,}50 \text{ m}) \sin(0{,}4x) \cos(200t)$$

ile tanımlanan, bir kararlı dalga üretmek üzere girişiyorlar. Burada x metre, t saniyedir. Girişen dalgaların dalgaboyunu, frekansını ve hızını bulunuz.

10. Uzun bir telde iki dalga

$$y_1 = (0{,}015\,0 \text{ m}) \cos\left(\frac{x}{2} - 40t\right)$$

ve

$$y_2 = (0{,}015\,0 \text{ m}) \cos\left(\frac{x}{2} + 40t\right)$$

bağıntıları ile veriliyor. Burada y'ler ve x, m; t ,s dir. (a) Ortaya çıkan kararlı dalganın düğümlerine ait konumları belirleyin. (b) $x = 0{,}4$ m de maksimum yerdeğiştirme nedir?

WEB **11.** İki hoparlör, her birine 1,25 m uzaklıkta bulunan 800 Hz frekanslı ortak bir osilatörle titreştiriliyor. İki hoparlörü birleştiren bir çizgi boyunca bağıl minimumların olduğu noktaları bulun ($v = 343$ m/s alın).

12. Uzun bir teldeki kararlı dalgayı meydana getiren dalgalar,

$$y_1 = A \sin(kx - \omega t + \phi)$$

$$y_2 = A \sin(kx + \omega t)$$

bağıntıları ile veriliyor. Keyfi faz açılı toplamın (a) sadece düğümlerin konumlarını değiştireceğini ve (b) düğümler arası uzunluğun zaman içinde sabit kaldığını gösterin.

13. İki harmonik dalga

$$y_1 = (3 \text{ cm}) \sin\pi\,(x + 0{,}6\,t)$$

$$y_2 = (3 \text{ cm}) \sin\pi\,(x - 0{,}6\,t)$$

bağıntıları ile tanımlanıyor. Burada x cm ve t saniyedir. (a) $x = 0{,}25$ cm. (b) $x = 0{,}5$ cm ve (c) $x = 1{,}5$ cm de hareketin *maksimum* yerdeğiştirmesini belirleyiniz. (d) Karınlara karşılık gelen en küçük üç x değerini bulunuz.

14. Bir kararlı dalga; genliği $A = \pi$ cm, açısal dalga sayısı $k = (\pi/2)$ cm^{-1} ve açısal frekansı $\omega = 10\pi$ rad/s olan iki ilerleyen dalganın girişimiyle elde ediliyor. (a) İlk iki karın noktası arasındaki uzaklığı hesap edin. (b) $x = 0{,}25$ cm de kararlı dalganın genliği nedir?

15. 18.3 Eşitliği ile verilen, $y = 2A \sin kx \cos \omega t$ kararlı dalga denkleninin, 16.26 denklemi ile verilen

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

lineer dalga denkleminin bir çözümü olduğunu, doğrudan yerine koyarak ispatlayınız.

Kesim 18.3 İki Ucu Sabit Bir Telde Kararlı Dalgalar

16. 0,100 kg'lık kütleye sahip olan 2 m uzunluğunda birtel iki uçtan tutturulmuştur. Teldeki zor 20 N'dur. İzinli üç titreşim kipi nelerdir? Bir uçtan itibaren 0, 400 m de bir düğüm gözlenirse; o, hangi kipte ve hangi frekansla titreşir?

17. Uzunluğu 30 m, birim uzunluk başına kütlesi 9×10^{-3} kg/m olan bir tel 20 N luk bir gerilmeye maruz kaldığında tel üzerinde oluşan kararlı dalganın temel frekansını ve arkadan gelen üç kipin frekansını bulunuz.

18. Bir kararlı dalga iki ucu sabit 120 cm uzunluğunda bir telde meydana getirilmiştir. Tel, 120 Hz de titreşime zorlandığı zaman dört parça halinde titreşir. (a) Dalgaboyunu, (b) temel frekansı bulunuz.

19. Bir viyolonsel A-teli, 220 titreşim/s frekansla temel titreşim kipinde titreşiyor. Titreşen parça 70 cm uzunluktadır ve 1,2 g kütleye sahiptir. (a) Teldeki gerilmeyi bulun. (b) Telin üç parçalı titreşmesine yol açan harmoniğin frekansını bulunuz.

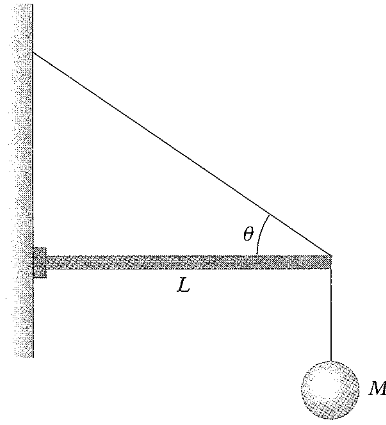
20. L uzunluğunda, μ birim kütleli bir tel F gerilmesi ile temel frekansında titreşiyor. Temel frekans üzerine aşağıdakilerden hangisi bir etkiye sahip olacaktır: (a) Telin boyu, tüm diğer faktörler sabit tutulurken iki katına çıkarılıyor. (b) Tüm diğer faktörler sabit tutulurken telin birim kütlesi iki katına çıkarılıyor. (c) Gerilme, tüm diğer faktörler sabit tutulurken iki katına çıkarılıyor.

21. 50 N luk gerilme altındaki 60 cm lik bir gitar teli 0,1 g/cm birim kütleye sahiptir. 20000 Hz frekansları duyabilen bir şahıs tarafından işitilebilen, en yüksek rezonans frekansı nedir?

22. Gergin bir tel, temel titreşim kipi olan 400 Hz lik bir frekansta titreşiyor. Telin boyu yarıya, çapı iki katına ve gerilme dört katına çıkarılırsa, temel frekans ne olur?

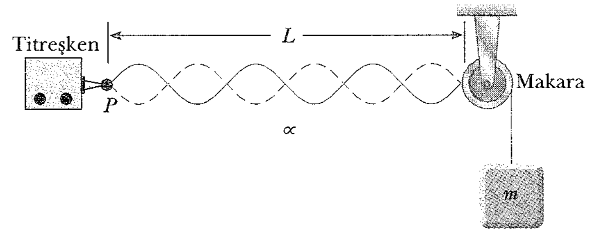
23. Bir keman teli 0,35 m lik uzunluğa sahiptir ve f_G = 392 Hz'le akord edilmiştir. Bir kemancı f_A = 440 Hz frekansını çalabilmek için parmağını nereye yerleştirmelidir? Eğer bu pozisyonun yarım parmak genişliğindeki mesafelerde doğru kalması isteniyorsa yani 0,6 cm içinde, gerilimdeki kesirsel değişim ne olmalıdır?

24. **Tarama Problemi.** M kütleli bir küre, L uzunluğunda hafif yatay bir çubuğun ucundan bir telle tutturulmuştur (Şekil P18.24). Verilen açı θ dır ve yatay çubuğun üzerindeki tel parçasındaki kararlı dalgaların temel frekansı f dir. Telin bu kısmının kütlesi nedir?



Şekil P18.24

25. Şekil P18.25 deki düzenekte, hafif bir makaranın üstünden geçen telle bir kütle asılabilir (telin çizgisel olan kütle yoğunluğu M= 0,002 kg/m 'dir) Tel bir titreştiriciye bağlıdır (sabit frekansı f olan) ve makara ile P noktası arasındaki telin uzunluğu L= 2.00 m'dir. Kütle 16,0 kg veya 25,0 kg olduğu zaman kararlı dalgalar gözlenir; buna rağmen, bu değerler arasındaki herhangi bir kütlede elde edilen kararlı dalgalar yoktur. (a) Titreştiricinin frekansı nedir? (*İpucu:* Teldeki gerilme arttıkça, kararlı dalgadaki düğümlerin sayısı azalır.) (b) Gözlenebilecek kararlı dalgalar için en büyük kütle nedir?



Şekil P18.25

26. Bir gitarda, köprüye en yakın perde, köprüden 21,4 cm n uzaklıktadır. Üst teldeki bu en son peryeye aşağı doğru bastırınca, gitarda en yüksek frekans olan 2349 Hz lik frekans üretilir. Bir sonraki alçak nota 2217 lik bir frekansa sahiptir. Gelen perde son perdeden ne kadar uzakta olmalıdır?

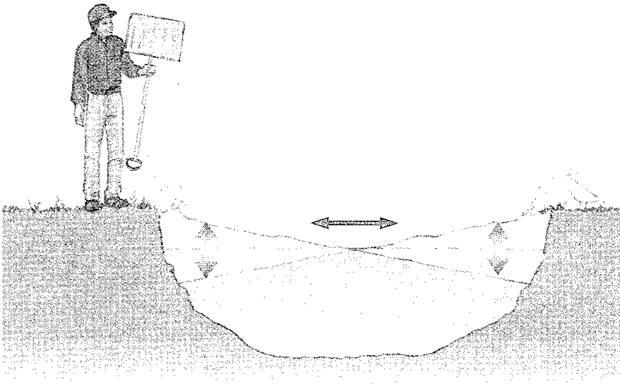
Kesim 18.4 Rezonans

27. Bir çocuk salıncağının zincirleri 2 m uzunluğundadır. Büyük kardeş tarafından en büyük genlikte çocuğu sallamak için salıncak hangi frekansta itilmelidir?

28. Bir kristal kadehin çevresi 20 cm dir. Kadehin çevresi boyunca yaklaşık olarak dört düğümlü ve dört

karınlı kararlı dalga titreşimleri oluşturulmuştur. Bardak çevresinde 900 m/s hızında enine dalgalar oluşturulursa, bir opera şarkıcısı rezonans yolu ile bardağı kırmak için hangi frekanslı harmoniği üretmek zorundadır?

29. Deprem, bir gölde özel bir tür dalga (seiche) üretebilir. Bu durumda su çalkantıları bir uçtan diğerine ileri-geri çok büyük genlikle hareket eder. Şekil P18.29, bir dikdörtgensel çiftlik göletinin kesitsel diyagramını göstermektedir. Dalganın bu gölette olduğunu düşünün. Göletin 9,15 m uzunluğunda ve düzgün bir derinlikte olduğunu varsayın. Bir tarafta üretilen dalga pulsunun diğer tarafa 2,50 s de ulaştığını ölçüyorsunuz. (a) Dalga hızı nedir? (b) Bu dalgayı üretmek için, bir uçta kenardaki birkaç insanın ellerindeki kürekleri basit harmonik hareket yapmak üzere hareket ettirdiğini kabul edin. Bu hareket periyodik olabilir mi?



Şekil P18.29

30. Fundy Körfezi, Nova Scotia dünyadaki en yüksek gelgitlerin olduğu yerdir. Okyanus ortasında ve körfezin girişinde ayın çekim gradyenti ve dünyanın dönmesinin su yüzeyinde birkaç cm genlikli ve 12 saat 24 dakikalık periyotta salındırdığını kabul ediniz. Körfezin başında, genlik birkaç metredir. Gelgitin kararlı dalga rezonansı ile güçlendirildiği varsayımını kabul veya ret konusunda ne dersiniz? Körfezin uzunluğunu 210 km ve derinliğin her yerinde 36,1 m olarak alınız. Uzun dalgaboylu, su dalgalarının hızı $\sqrt{gd}$ dir. Burada d suyun derinliğidir.

Kesim 18.5 Hava Sütunlarında Kararlı Dalgalar

Not: Bu kesimde, havadaki ses hızının 20°C de 343 m/s olduğunu ve

$$v = (331\,\text{m/s})\sqrt{1+\frac{T_C}{273°}}$$

denklemiyle tanımlandığını kabul ediniz. Buradaki T_C herhangi bir *Celsius* sıcaklığıdır.

31. 240 Hz'lik temel frekansa sahip olan bir borunun a) Bir ucu kapalıysa b) Her iki ucu açıksa minimum uzunluğu ne olmalıdır?

32. L uzunluğunda (her iki ucu açık) bir cam tüp, f = 0,68 kHz frekanslı bir ses mikrofonunun yakınına yerleştiriliyor. L nin hangi değerleri için tüp mikrofonla rezonansa gelecektir?

33. İnce sesli bir flütün (piccolo) tüm uzunluğu 32 cm dir. Rezonansa gelen hava sütunu, her iki ucu açık bir boru gibi titreşir. (a) Havadaki ses hızının 340 m/s olduğunu kabul ederek, flütte çalınabilen en düşük frekanslı notanın frekansını bulunuz. (b) Yanda, etkili olan delikler açılarak, rezonans sütunu küçültülür. Flütün çalınabilen en yüksek notası 4000 Hz dir. Bu titreşim kipi için arka arkaya gelen düğümler arasındaki uzaklığı bulunuz.

34. Açık bir org borusunun temel frekansı orta C ye karşılık gelir (kromatik müzik ölçeğinde 261,6 Hz). Kapalı org borusunun üçüncü rezonansı aynı frekansa sahiptir. İki borunun uzunlukları nedir?

35. Kulak kanalınızın uzunluğunu tahmin ediniz. Kulak kanalı, dış kulaktaki açıklıktan kulak zarına kadar olan kısımdır. (Kulağınıza hiç birşey sokmayın!) kanalı bir tüp gibi düşünürseniz, bir ucu açık diğer ucu kapalıdır. Yaklaşık olarak, hangi temel frekansı, en yüksek duyarlıkla duyabileceğnizi tahmin edebilir misiniz? Niçin özellikle bu frekans civarında hafif sesler duyabileceğinizi tanımlayınız.

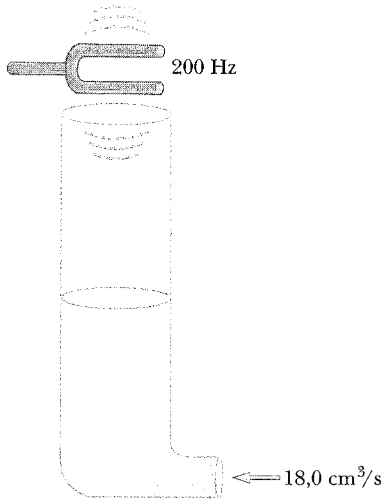
36. Uzunluğu 0,400 m olan açık bir boru, silindirik bir kova içine düşey olarak, hemen hemen kovanın dibine değecek şekilde dik olarak yerleştirilmiştir. Kova 0,100 m^2 bir alana sahiptir. Boru üzerine yerleştirilen 440 Hz frekanslı ses çatalı (diyapozon) rezonans üretene kadar yavaş yavaş kovaya su dökülüyor. Bu olayda kovadaki suyun kütlesini bulunuz.

WEB **37.** Bir duş–kabini 86 cm × 86 cm × 210 cm ölçülerindedir. Kabinde şarkı söylediğiniz zaman, hangi frekanslı ses kuvvetlenecektir? Rezonansta duşu her iki ucu kapalı bir boru gibi davrandığını kabul edin (Her iki tarafta düğümler). İnsanın ses mertebesinin 130 Hz, 2000 Hz arasında olduğunu kabul ediniz. Sıcak duş kabininde ses hızının 355 m/s olarak alın.

38. Bir metal boru iki parçaya ayrıldığı zaman, birindeki en düşük rezonans frekans 256 Hz, diğerindeki 440 Hz dir. (a) Hangi rezonans frekansı, borunun orijinal boyunda meydana gelmiştir? (b) Borunun ilk boyu ne kadar uzunluktadır?

39. Şekil P18.39 da görüldüğü gibi, su, 18 cm^3/s hızla uzun düşey bir silindir içine pompalanıyor. Silindirin yarıçapı 4 cm dir ve silindirin tepesi açıktır. Bu kısımda 200 Hz frekansla titreşen diyapozon vardır. Su yükseldikçe, arka-arkaya gelen rezonaslar arasında ne kadar zaman geçer?

40. Şekil P18.39 da görüldüğü gibi, su uzun bir düşey silindir içine R hacim akış hızı ile pompalanıyor. Si-



Şekil P18.39 Problem 39 ve 40

lindirin yarıçapı r dir ve silindirin açık ucundaki f frekansı ile titreşen bir diyapozon vardır. Arka arkaya gelen rezonanslar arasındaki zaman nedir?

41. Frekansı 512 Hz olan bir diyapozon, Şekil 18.15a da görülen tüpün tepesine yakın bir yere yerleştiriliyor. L uzunluğu başlangıç değeri olan 20 cm den itibaren yavaşça artacak şekilde su seviyesi düşürülmektedir. Rezonans kiplerine karşı gelen, L nin arka–arkaya gelen iki değerini bulunuz.

42. Bir öğrenci, bir su kuyusunun derinliğini ölçmek için ayaralanabilir frekanslı işitsel osilatör kullanıyor. Arka arkaya gelen iki rezonans 51,5 Hz ve 60 Hz de işitiliyor. Kuyu ne kadar derindir?

43. Bir cam tüpün bir ucu açık, diğer ucu kapalıdır (hareketli bir pistonla). Tüp 30°C de hava ile doldurulmuştur ve 384 Hz diyapozon açık uçta tutulmaktadır. Piston, açık uçtan 22,8 cm ve yine açık uçtan 68,3 cm uzakta olduğu zaman rezonans işitiliyor. (a) Sesin hızı, bu verilerle bulunabilir mi? (b) Bir sonraki rezonans için pistonun yeri nerede olmalıdır?

44. Ayaklı durduruculara sahip olan bir orgda en uzun boru genellikle 4,88 m'dir. Borunun titreşime zorlanmayan ucu (a) kapalıysa, (b) açıksa, (0°C de) temel frekans nedir? (c) 20°C de frekanslar ne olacaktır?

45. Bir flüt özel bir vuruşla, 20°C de 880 Hz lik bir frekansla bir nota veriyor. Flüt her iki uçtan açıktır. (a) Hava sütununun uzunluğunu bulun. (b) Hava sıcaklığı 5°C olduğu zaman, flütte meydana gelen sesin frekansını bulun.

(Seçmeli)

Kesim 18.6 Çubuk ve Levhalarda Kararlı Dalgalar

46. Bir alüminyum çubuk, uzunluğunun bir çeyreklik noktasında sıkıştırılmış ve değişken bir sürücü frekansla boyuna titreşime zorlanmıştır. Rezonansta üretilen en düşük frekans 4400 Hz'dir. Alüminyumdaki ses hızı 5100 m/s dir. Çubuğun uzunluğunu bulunuz.

47. 1,6 m uzunluğunda bir alüminyum çubuk merkezinden tutuluyor. Bu çubuğa, temel kipte boyuna titreşimler oluşturulmak üzere reçine kaplı bir kumaşla vuruluyor. (a) Çubukta oluşturulan dalgaların temel frekansı nedir? (b) Bu şekilde tutulan çubukta hangi harmonikler oluşur? (c) Çubuk, bakır olsaydı temel frekans ne olurdu?

48. Bir ucundan bağlanan 60 cm'lik bir metal çubuk çekiçle dövülüyor. Çubukta, boyuna (sıkışma kökenli) dalgaların hızı 4500 m/s dir. Dövülen çubuğu rezonansa getirecek olan en düşük frekans nedir?

Kesim 18.7 Vurular : Zaman İçinde Girişim

WEB **49.** Bir piyano klavyesinin belirli aralıklarında, birden fazla tel, fazladan bir ses yüksekliği sağlamak üzere aynı notaya ayarlanır. Örneğin, 110 Hz bir nota bu perdede iki tele sahiptir. Bir tel normal gerilmesi olan 600 N'luk gerilmeden 540 N'a kayarsa, iki tele aynı anda vurulduğu zaman hangi vuru frekansı işitilecektir?

50. Bir piyanoda 523 Hz de C notasını akorda çalışırken; akordu yapan, referans osilatörü ve tel arasında 2 vuru/s işitiyor. (a) Telin olası frekansları nedir? (b) Tel biraz gerildiği zaman, 3 vuru/s işitiliyor. Şimdi telin frekansı nedir? (c) Bu durumda akort yapan, akort etmek için teldeki zoru hangi yüzdelik kadar değiştirmelidir?

51. Bir öğrenci 256 Hz'de titreşen bir diyapozon tutuyor. Bu öğrenci 1,33 m/s'lik sabit hızla bir duvara doğru yürüyor. (a) Diyapozon ve yankısı arasında hangi vuru frekansı işitilir? (b) 5 Hz'lik bir vuru frekansının işitilmesi için duvardan hangi hızla uzaklaşmalıdır?

(Seçmeli)

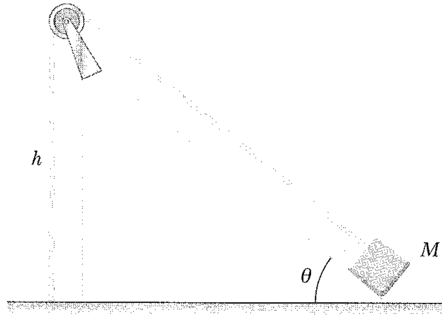
Kesim 18.8 Sinüssel Olmayan Dalga Desenleri

52. Bir flütçünün, ilk harmoniğinin öteleme genliği A_1 = 100 nm olan 523 Hz C notasını çaldığını varsayınız. Şekil 18.20b den, 2 ile 7 arasındaki harmoniklerin yerdeğiştirme genliklerini orantı yoluyla okuyun. Bunları, sesin Fourier analizindeki A_2 ile A_7 arasındaki değerler olarak alınız ve $B_1 = B_2 = \ldots = B_7 = 0$ olduğunu kabul ediniz. Sesin dalga deseninin bir grafiğini çiziniz. Dalga deseniniz, Şekil 18.19b deki flüt dalga deseniyle aynı olmayacak; çünkü, cosinüslü terimlerden kaçınmakla basitleştirme yaptınız. Bununla beraber, o insan duyusunda aynı hissi yaratır.

53. Bir A- majör gam A, C # ve E denen notalardan oluşur. Bu, 440 Hz, 554,37 Hz ve 659, 26 Hz temel frekanslarına sahip olan gergin telli bir piyanoda aynı anda çalınabilir. Gamın zengin ses uygunluğu, üç ton daha yüksek harmoniklerinin frekanslarının yakınlığı ile olur. Her telin ilk beş harmoniğini düşünün ve hemen-hemen eşitlik gösteren harmonikleri belirleyiniz.

EK PROBLEMLER

54. **Tarama Problemi.** Şekil P18.54 de görülen düzenekte θ = 30° lik eğik düzlem ve makara sürtünmesizdir. Düzlemin altındaki *M* kütlesi ipe bağlıdır ve ip *M* ile karşılaştırıldığında küçük olan *m* kütlesine sahiptir. Sistem dengededir ve ipin düşey kısmı *h* yüksekliğine sahiptir. Kararlı dalgalar ipin düşey kısmında meydana gelmektedir. (a) İpteki gerilmeyi, (b) ipin tüm uzunluğunu (makaranın eğrilik yarıçapını ihmal edin), (c) ipin birim uzunluk başına kütlesini, (d) ipteki dalgaların hızını, (e) en düşük frekanslı duran dalga, (f) üç düğüme sahip olan kararlı dalganın periyodunu, (g) üç düğüme sahip olan kararlı dalganın dalgaboyunu ve (h) ipte meydana gelen en düşük frekanslı ses dalgasının % 2 daha büyük frekansa sahip olan diğer bir ses dalgası ile girişiminden ortaya çıkan vuru frekansını bulunuz.



Şekil P18.54

55. İki hoparlör, 2 m uzaklıktaki duvarlara yerleştiliyor. Bir dinleyici, bir duvardan 3 m uzakta ve hopörlerden birinin tam karşısında duruyor. Hoparlörler, 300 Hz lik bir frekansta tek bir ossilatör ile titreştiriliyor. (a) Dalgalar dinleyiciye ulaştığı zaman iki dalga arasındaki faz farkı nedir? b) Gözlemcinin işiteceği minimum ses için osilatörün ayarlanabileceği en yakın frekans nedir?

56. Bir müzik aletinde (marimba), (Şekil P18.56) çarpıldığı zaman bir ses tonu veren ağaç çubuk, üç karın ve iki düğümle enine bir kararlı dalga olarak titreşir. 40 cm uzunluğunda bir çubukta üretilen en düşük frekanslı nota 87 Hz'dir. (a) Çubuk üzerindeki enine dalganın hızını bulun. (b) Yayılan sesin yüksekliği ve süresi çubuğun merkezinden düşey olarak aşağı doğru sarkıtılan bir rezonans borusu ile artırılmaktadır. Boru sadece üst ucundan açık ise ve sesin havadaki hızı 340 m/s ise, (a) daki çubukla rezonansa gelmesi için gerekli olan boru uzunluğu nedir?



Şekil P18.56 Mexico City'de Marimba çalgıcıları *(Murray Greenberg)*

57. İki tren düdüğü 180 Hz'lik özdeş frekanslara sahiptir. Trenlerden biri, düdüğünü çaldığı istasyonda hareketsiz durduğu zaman, hareket eden bir trenden 2 Hz'lik vuru frekansı işitiliyor. Hareketli tren hangi iki mümkün hıza ve yöne sahip olabilir?

58. Bir odanın karşılıklı iki duvarına özdeş birer hoparlör yerleştiriliyor. Bu hoparlörler 456 Hz frekanslı osilatörle titreştirilmektedir. Bir öğrenci oda içide 1,5 m/s hızla yürüyor. Öğrenci saniyede kaç tane vuru işitir?

59. Jane bir demiryolu peronunda beklerken 8 m/s hızla aynı yönden yaklaşan iki treni gözlüyor. Her iki tren düdüklerini öttürüyor (frekanslar aynıdır). Trenler birbiri arkasında biraz mesafelidir. İlk tren Jane'in önünden geçtikten sonra; ikinci tren de geçiyor. Jane, 4 Hz frekanslı vurular işitiyor. Tren düdüklerinin frekansları nedir?

60. Her iki ucu sabit; kütlesi 4,8 g, uzunluğu 2 m ve gerilmesi 48 N olan) bir tel, ikinci (n = 2) doğal kipte titreşiyor, bu titreşen telin yaydığı sesin havadaki dalga boyu nedir?

61. 0,400 m uzunluğunda bir tel, uzunluk başına 9×10^{-3} kg/m kütleye sahiptir. Telin ikinci harmoniği, bir ucu açık 1,75 m uzunluğunda borunun ikinci rezonans kipiyle aynı frekansa sahip olursa teldeki gerilme ne olmalıdır?

62. Fiziksel müzik perdesi ölçeğindeki major akortta, frekanslar 4 : 5 : 6 : 8. oranlarındadır. Bir ucu kapalı olan bir boru kümesi temel kipte seslendirildiklerinde major akord verecek şekilde kesilmişlerdir. (a) Boruların uzunluklarının oranı nedir? (b) En düşük akord frekans 256 Hz ise, hangi uzunlukta borular gereklidir? (c) Bu akordun frekansları nedir?

63. İki tel kaynak yapılarak birleştiriliyor. Teller aynı maddedendir fakat biri diğerinin iki katı çaptadır. Teller 4,6 N'luk gerilmeye maruz kalıyor. İnce tel 40 cm lik uzunluğa ve 2 g/m lik çizgisel kütle yoğunluğu sahiptir. Sistem her iki uçtan tutturulmuştur ve öyle bir şekilde titreşmektedir ki iki karın kaynak yapılan yerin sağında merkez düğümle birlikte mevcuttur. (a) Titreşimin frekansı nedir? (b) Telin kalınlığı nedir?

64. İki ucundan tutturulmuş iki özdeş tel birbirine yakın yerleştirilmişlerdir. Eğer A teli temel kipinde titreşime başlarsa, B telinin üçüncü ($n = 3$) doğal kipte titreşeceği gözlenilmektedir. B telinin gerilliminin A telinin gerilimine oranını bulunuz.

65. Bir kararlı dalga, uzunluğu ve gerilimi değiştirilebilen bir tel üzerinde frekansı değişen bir titreşici tarafından meydana getirilmektedir. Titreşicinin frekansı f, telin uzunluğu L ve gerilme F olduğu zaman telde n adet karın noktası oluşmaktadır. a) Telin uzunluğu iki katına çıkarılırsa, frekans ne kadar değiştirilmeli ki karın sayısı aynı olsun? b) Eğer frekans ve uzunluk sabit tutulursa, $n + 1$ karın noktası için gerilme ne olmalıdır? c) Eğer frekans üç katına çıkarılır ve uzunluk yarıya indirilirse gerilme ne kadar değiştirilmeli ki karın sayısı iki katına çıksın?

66. 2 m uzunluğunda 0,010 kg kütleli bir tel her iki uçtan tesbit edilmiştir ve 200 N luk zor altında en basit kipte titreşmektedir. Telin yakınına bir diyapozon yerleştirildiği zaman 5 Hz lik bir vuru frekansı işitiliyor. (a) Diyapozonun frekansı ne olabilir? (b) Vurular ortadan kalkacak olursa, teldeki zor ne olmalıdır?

WEB 67. Bir org borusunun arka arkaya gelen iki doğal frekansı 0,55 kHz ve 0,65 kHz olarak belirlenmiştir. Temel frekansı ve bu borunun uzunluğunu hesaplayınız. (v = 340 m/s'yi kullanın).

68. İki dalga

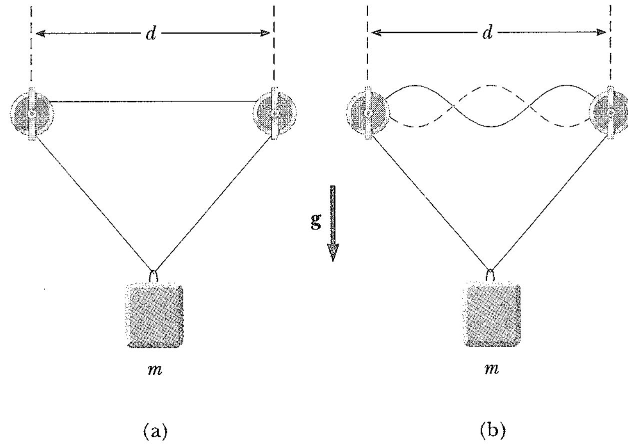
$$y_1\ (x,t) = 5 \sin (2x - 10t)$$

$$y_2\ (x,t) = 10 \cos (2x - 10t)$$

denklemleriyle veriliyor. Burada; x ,m ; t, saniyedir. Bileşke dalganın sinüssel olduğunu gösterin ve bu daganın genliği ile fazını bulunuz.

69. Kararlı bir dalga için dalga fonksiyonu Eşitlik 18.3 te $y = (2A \sin kx)\cos \omega t$ olarak verilmektedir. (a) Bu dalgayı, dalganın v dalga hızı ve λ dalga boyu cinsinden yeniden yazın. (b) L uzunluğunda gergin telin en basit kararlı dalga titreşiminin dalga fonksiyonunu yazın. (c) İkinci harmonik için dalga fonksiyonunu yazın (d) Bu sonuçları genelleştirin ve n rezonans titreşimi için dalga fonksiyonunu yazın.

70. **Tarama Problemi.** 12 kg bir kütle, dengede, toplam uzunluğu L = 5 m ve çizgisel kütle yoğunluğu M = 0,001 kg/m olan telle asılıyor. Tel,aralarındaki uzaklık d = 2 m olan (Şekil P18.70a)iki hafif sürtünmesiz makaradan geçiriliyor. (a) ipteki gerilmeyi bulunuz. (b) Şekil P18.70b de görülen kararlı dalga desenini meydana getirmek üzere makaralar arasındaki tel hangi frekansta titreşmelidir?



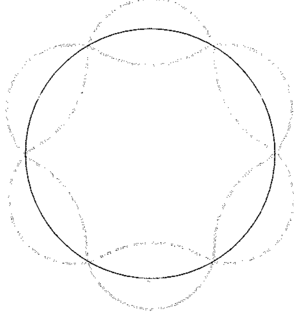
Şekil P18.70

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

18.1 Düğümlerde. Tüm parçacıklar, $T = 2\pi/\omega$ olan aynı periyoda sahiptir; ancak karın bölgesindeki bir parçacık bu sürede en büyük düşey uzaklığa hareket etmelidir, dolayısı ile de en hızlı hareket etmelidir.

18.2 Bardağın her doğal frekansı için, kararlı dalga tam olarak kenara "uymalıdır". Şekil 18.12a da, bir bardağın yakın tarafında üç karın görüyoruz ve böyle uzak tarafında diğer üç karın olmalıdır. Bu, üç tam

dalgaya karşılık gelir. Üstten bakıldığında dalga deseni bunun gibi gözükür. (Genliği oldukça artmış bulunuyor.)



18.3 Otoyoldaki hızlarda, bir otomobil, doğal frekanslarının birine uyan hızda uyarıcı şeritleri geçiyor. Bu durum otomobilin düzgün asfalt yolu geçerken karşılaştığından daha fazla otomobilin titreşimine yol açar. Bu ani rezonans titreşimi, şoförün daha fazla dikkat göstermesi için onu uyarır.

18.4 (b) Her iki ucu açık olan boru halinde, boru 18.11 Eşitliği ile verilen bir temel frekansa sahiptir. $f_{\text{açık}} = v/2$ L olur. Bir ucu kapalı boru halinde, boru 18.12 Eşitliği ile verilen bir temel frekansa sahiptir:

$$f_{\text{kapalı}} = \frac{v}{4L} = \frac{1}{2}\frac{v}{2L} = \frac{1}{2}f_{\text{açık}}$$



k ı s ı m 3

Termodinamik

Bu kısımda, ısı ve sıcaklık kavramlarıyla ilgilenen termodinamik konusu ele alınacaktır. Göreceğimiz gibi, termodinamik; maddenin hacimsel özelliklerini ve bu özelliklerle, atom ve moleküllerin mekaniği arasındaki ilişkileri açıklamada çok başarılıdır.

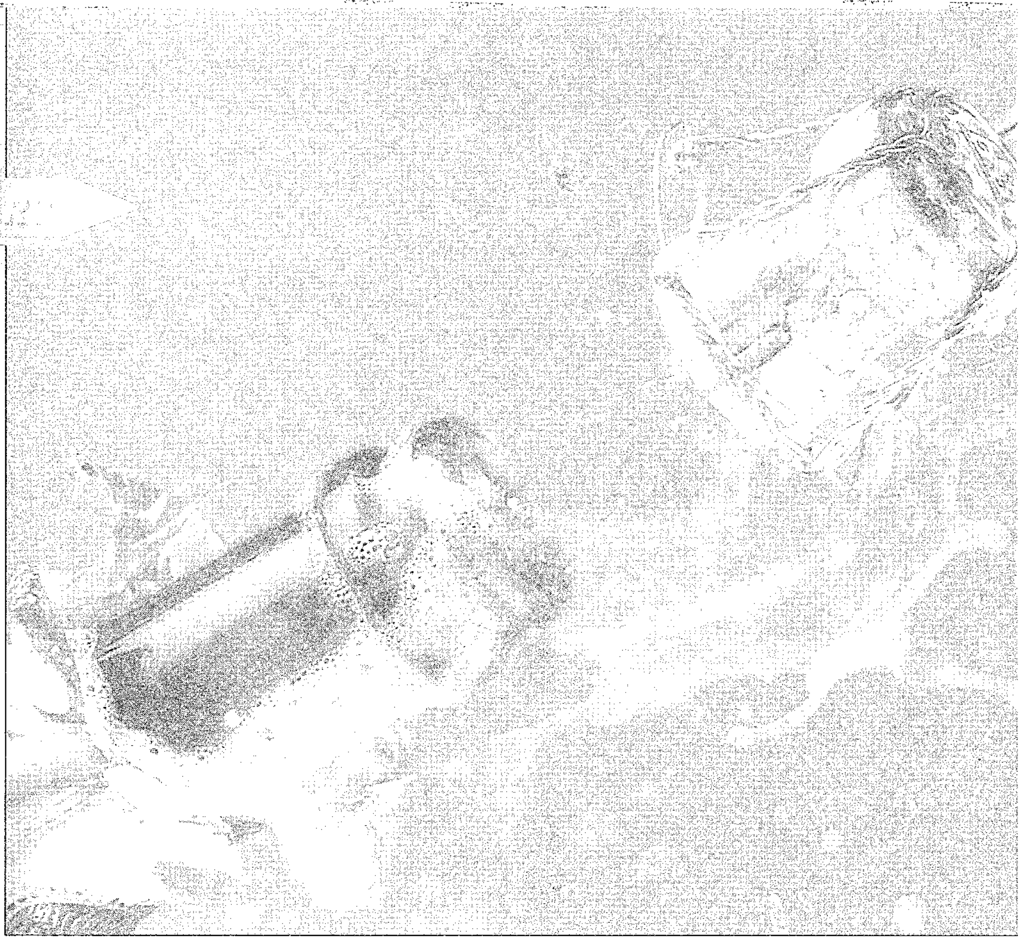
Termodinamik, tarihsel olarak maddenin atom teorisindeki gelişmeye paralel bir gelişme göstermiştir. 1820'ler de, yapılan kimyasal deneylerle, atomların varlığı hakkında somut deliller ortaya konulmuştur. O zaman da bilim adamları, maddenin yapısı ile ısı ve sıcaklık teorileri arasında bir bağıntı olması gerektiğini kabul ediyorlardı. 1827 yılında Botanikçi Robert Brown, bir sıvı içindeki polen taneciklerinin bir yerden bir yere, sabit uyarıcı altındaymış gibi düzensiz olarak hareket ettiğini tesbit etmiştir. 1905 yılında Albert Einstein, bu düzensiz hareketlerin nedenlerini termodinamik prensipleri kullanarak açıklayan bir teori geliştirmiştir. Bu gün bu hareketler, Brown hareketleri olarak adlandırılmaktadır. Einstein bu olayı, polen taneciklerine, sıvı içinde düzensiz hareket eden "görülmeyen" moleküllerin çarpmaları sonucunda sürekli düzensiz hareketler yaptıkları şeklinde açıklamıştır. Bu önemli deney ve Einstein 'ın görüşü, bilim adamlarına, moleküllerin hareketlerinin keşfi hakkında çok önemli bilgiler vermiştir. Böylece bilim adamları, maddenin atomik bileşenleri kavramıyla tanışmışlardır.

Termodinamik daha pratik problemlerlede ilgilenir. Bir buzdolabının içindekileri nasıl soğuttuğunu, santrallerde veya otomobilinizin motorunda hangi tip dönüşüm sistemlerinin olduğunu veya yüksek bir yerden düşen ve daha sonra duran bir cismin kinetik enerjisinin ne olduğunu hiç düşündünüz mü? Termodinamik kanunları, ısı ve sıcaklık kavramlarıyla bu tür sorunlara cevap verir. Genel olarak termodinamik, maddenin durumları-katı,sıvı, gaz ve bunların birbirlerine dönüşümleriyle ilgilidir.

◁ Richard A. Cooke III/Tony Stone Images

SİZCE NEDİR?

Bir şampanya şişesi sallandıktan sonra kapağı açılırsa, şişenin içindeki şampanya etrafa saçılır. Genel inancın tersine, şampanya şişesi sallanmakla içindeki karbondioksit (CO_2) basıncı artmaz. Gerçekte, yöntemi bilinirse, çok sallanmış bir şampanya şişesinin içindeki şampanya saçılmadan da açılabilir. Bunun sırrı nedir? Şampanya şişesinin içindeki basınç, sallanmakla niçin artmaz? *(Steve Niedorf/ Görüntü Bankası).*



b ö l ü m

19 Sıcaklık

Mekaniği incelerken, konuyu nicelleştirmek için kütle, kuvvet ve enerji gibi kavramlar dikkatle tanımlanmıştı. Benzer şekilde, ısıl olayların da nicel anlatımını yapabilmek için, *sıcaklık ısı ve iç enerji* kavramlarının dikkatlice tanımlanması gerekir. Bu bölüme, bu üç büyüklük ve termodinamik yasalarından "sıfırıncı kanun" olarak bilinen kanunun anlatımı ile başlanacaktır. Sonra, üç tane çok genel sıcaklık ölçeği, Celsius, Fahrenheit ve Kelvin tartışılacaktır.

Daha sonra, ısıl olaylarla ilgilenirken bir cismin bileşenlerinin niçin önemli olduğu ele alınacaktır. Örneğin, gazlar ısıtıldığında önemli ölçüde genleşir, halbuki sıvı ve katılar çok az genleşir. Eğer gaz ısıtılırken serbestçe genleşemezse basıncı artar. Bazı malzemeler, yapı ve bileşimlerine bağlı olarak ısıtıldıklarında eriyebilir, kaynayabilir, yanabilir veya patlayabilirler.

Bu bölümde, ideal gazlar makroskopik ölçekte incelenecektir. Burada basınç, hacim ve sıcaklık gibi kavramlar arasındaki ilişkiler ele alınacaktır. Daha sonra 21. Bölümde gazlar, gazın bileşenlerini küçük parçacıklar olarak temsil eden bir model kullanarak mikroskopik ölçekte incelenecektir.



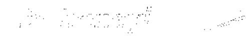
Havai, Kilauea yanardağından çıkan mağma aşağı doğru akmaktadır. Mağma, sıcaklığı çevresi ile ısıl dengeye gelinceye kadar akar. Isıl dengeye erişildiğinde mağma katılaşarak bir dağlık oluşturur. *(Ken Sakomoto/Siyah Yıldız)*

SICAKLIK VE TERMODİNAMİĞİN SIFIRINCI KANUNU

Bir nesnenin sıcaklığı dediğimizde, ona dokunulduğunda hissedilen Sıcaklık ve Soğukluk derecesini belirtiriz. Böylece duyularımız sıcaklığın nitel bir göstergesi olur. Ancak, duyularımız fazla güvenilir değildir ve bizi sıkça yanıltır. Örneğin, aynı buzdolabından alınan metal bir buz kabı ile karton kutu aynı sıcaklıkta olmalarına rağmen metal kap daha soğuk hissedilir. Çünkü metal, ısıl olarak kartondan daha iyi bir iletkendir. O halde, cisimlerin bağıl sıcaklık ve soğukluğunu belirten güvenilir ve tekrarlanabilir bir yönteme ihtiyaç vardır. Bilim adamları, böyle nitel ölçümleri yapacak değişik termometreler geliştirmişlerdir.

Sıcaklıkları farklı iki cisim birbirleri ile temasta olacak şekilde yerleştirilirlerse, sıcaklıklarının bir süre sonra eşit olduğu herkesce bilinir. Örneğin bir kepçe dondurma, oda sıcaklığındaki cam bir kâseye konulduğunda dondurma erir ve kâsenin sıcaklığı azalır. Aynı şekilde, bir buz kübü sıcak bir kahve fincanına döküldüğünde erir ve kahvenin sıcaklığı azalır.

Sıcaklık kavramını anlayabilmek için, önce *ısıl temas* ve *ısıl denge* kavramlarının tanımlanması yararlı olur. Isıl temasın anlaşılması için, sadece birbiri ile etkileşen , fakat dünyanın geri kalan kısmı ile etkileşmeyen, yalıtılmış bir kab içinde bulunan iki cisimin varlığını düşünelim. Sıcaklıkları farklı iki cisim aynı kabın içine konulursa, birbirleriyle temasta olmasalar bile aralarında bir enerji alış-verişi olur. **Isı, farklı sıcaklıktaki iki cisim arasındaki enerji naklidir** (transferidir.) Isı kavramını 20. Bölümde daha ayrıntılı inceleyeceğiz. Şu andaki tartışmamız için, iki cismin birbiri arasında enerji alış-verişi olabiliyorsa, bunların **ısıl** (termal) **temasta** olduklarını varsayacağız. **Isıl denge,** birbiri ile ısıl temasta olan iki cismin, ısıl süreç yolu ile artık enerji değiş-tokuşunun olmaması durumudur.



Üç bardağı ayrı ayrı sıcak, soğuk ve ılık suyla doldurunuz. Sol el parmağını sıcak suya, sağ el işaret parmağını soğuk suya daldır. Yavaş yavaş 20'ye kadar say. Sonra her iki parmağını da aynı anda ılık suya daldır. Ne hissediyorsunuz?

A ve B gibi ısıl temasta olmayan iki cisim düşünelim. Üçüncü bir C cismi ise termometre olsun. A ve B'nin birbirleriyle ısıl dengede olup olmadığını be-

lirtmek istiyoruz. C cismi önce A cismine dokundurulur ve ısıl dengeye ulaşılıncaya kadar temasta tutulur. O anda termometrenin gösterdiği değer sabit olur. Sonra termometre, B'ye dokundurulur ve ısıl denge ulaşınca değeri kaydedilir. Eğer termometre A ve B için aynı değeri gösterirse, A ve B birbirleriyle ısıl dengededir denir.

Bu sonucu **termodinamiğin sıfırıncı kanunu** (denge kanunu) olarak şöyle özetleriz:

Termodinamiğin sıfırıncı kanunu

A ve B cisimleri üçüncü bir C cismi ile ayrı ayrı ısıl dengede iseler, o zaman A ve B cisimleri birbiri ile de ısıl degede olurlar.

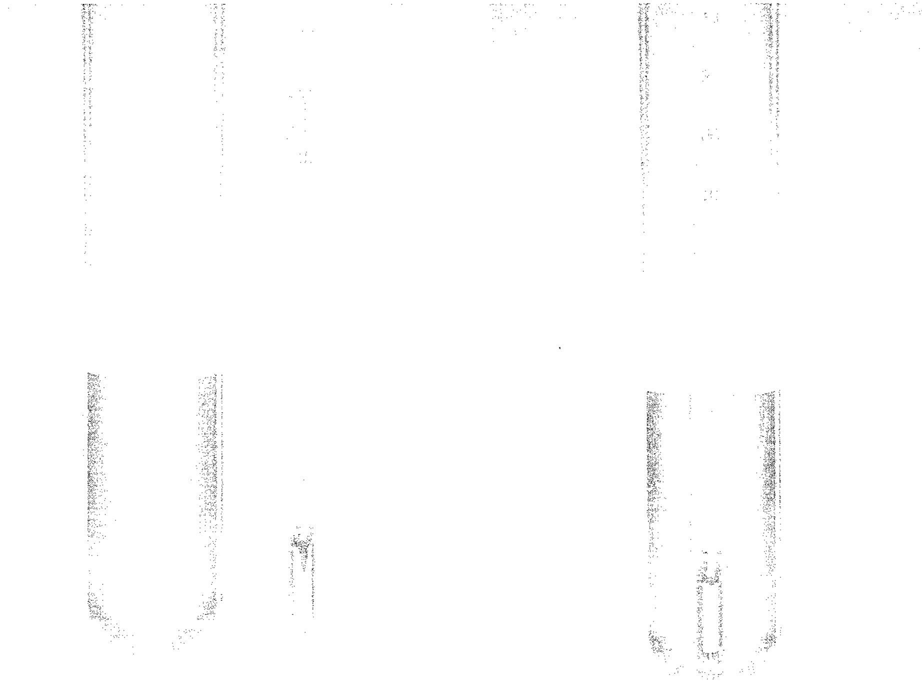
Bu ifade, deneysel olarak kolayca ispatlanabilir ve sıcaklığı tanımlama olanağı sağladığından çok önemlidir. **Sıcaklığı**, bir cismin diğer cisimlerle ısıl dengede olup olmadığını belirleyen bir özellik olarak düşünebiliriz. Yani, **iki cisim birbirleri ile ısıl dengede ise , bu iki cismin sıcaklığı aynıdır.** Tersine, sıcaklıkları farklı olan iki cisim, birbirleriyle ısıl dengede olamaz.

 19.2 TERMOMETRE VE CELSİUS SICAKLIK ÖLÇEĞİ

Termometreler, sıcaklıkları ölçmek ve tanımlamakta kullanılan aygıtlardır. Bütün termometrelerde, sistemin bazı fiziksel parametrelerinin sıcaklıkla değişmesi prensibi kullanılır. Bu fiziksel parametrelerden bazıları; (1) sıvıların hacimlerinin değişmesi, (2) bir katının uzunluğunun değişmesi, (3) sabit hacimdeki bir gazın basıncının değişmesi, (4) sabit basınçtaki bir gazın hacminin değişmesi, (5) bir iletkenin elektrik direncinin değişmesi ve (6) çok sıcak cisimlerin renklerinin değişmesidir. Sıcaklık eşelleri, verilen bir maddenin yukarıdaki fiziksel özelliklerden birinin değişmesiyle oluşturulur.

Günlük hayatta yaygın olarak kullanılan bir termometre, içinde,ısıtıldığında genleşebilen bir sıvı içeren —civa veya alkol— ince cam bir tüpten ibarettir. Cam tüp, belirli bir miktarda civa ile doldurulur. Tüp ısıtılınca civa ince cam boruda yükselir (Şek 19.1). Böylece, bu sistemde civanın termal genleşme özellliği kullanılmıştır. Herhangi bir sıcaklık değişmesi, civa sütununun uzunluğu ile doğru orantılı olarak bir değişmeye neden olur. Termometreler sıcaklığı sabit kabul edilebilen bazı cisimlerle termal dengeye getirilerek kalibre edilirler. Böyle bir sistem, atmosfer basıncında, ısıl dengedeki su-buz karışımıdır. **Celsius sıcaklık eşelinde**, su–buz karışımının sıcaklığı sıfır derece, 0°C alınır. Bu sıcaklığa, suyun *buz noktası* denir. Yaygın kullanılan başka bir sistem, atmosfer basıncında dengede olan su+su buharı karışımının sıcaklığıdır. Bu *buhar noktasının* sıcaklığı 100°C dir. Civa sütununun yüksekliği bu iki sabit nokta arasında 100 eşit parçaya bölünürse, her bir bölme bir Celsius derecelik sıcaklığı gösterir. (Bu sıcaklık eşelinde, suyun buz ve buhar noktaları arası 100'e bölündüğünden *santigrat eşeli* de denir.)

Bu metodla kalibre edilen termometreler, çok hassas okumalara cevap vermede zorlanır. Örneğin, bu şekilde kalibre edilen alkollü termometreler, civalı termometreler ile yalnızca kalibrasyon noktalarında uyum içindedir. Çünkü civa ve alkol farklı termal genleşme özelliklerine sahiptirler. Bu termometrelerden, örneğin birinin 50°C gösterdiği yerde diğeri biraz farklı değer

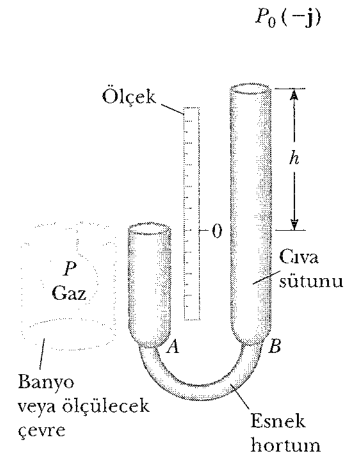


Şekil 19.1 Termal genleşmenin bir sonucu olarak test tübündeki suyun civayı ısıtmasıyla, termometredeki civa seviyesi yükselir.

gösterir. Termometreler arasındaki bu farklılık sabit sıcaklık noktalarından uzak sıcaklıklar ölçüldüğünde daha bariz bir hal alır[1].

Diğer bir problem de, herhangi bir termometrenin okuduğu sıcaklık aralığının sınırlı olmasıdır. Civalı termometre, örneğin civanın donma noktasının, –39°C altındaki sıcaklıklarda okuma yapamaz. Aslında, kullanılan maddelerden bağımsız, her sıcaklık bölgesi için uygun bir termometreye ihtiyaç vardır. Bir sonraki kesimde tartışacağımız gazlı termometreler, bu ihtiyaca cevap verebilir.

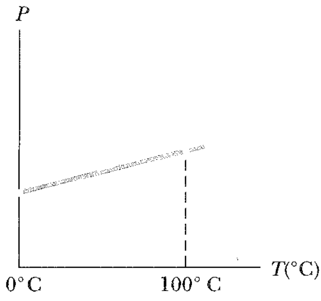
SABİT HACİMLİ GAZLI TERMOMETRELER VE MUTLAK SICAKLIK ÖLÇEĞİ



Şekil 19.2 Bir sabit hacimli gazlı termometre ile soldaki termostaki gazın basıncı ölçülebilir. Termostaki gazın hacmi sabit tutulabilmesi için, sağdaki sütun alçaltılıp yükseltilerek soldaki cıva seviyesi sabit tutulabilir.

Bir gazlı termometrede, sıcaklık değerleri, termometrede kullanılan gazdan hemen hemen bağımsızdır. Böyle bir sabit-hacimli gazlı termometre Şekil 19.2 de görülmektedir. Bu sistemde, sabit hacimdeki bir gazın basıncının sıcaklık ile değişimi fiziksel özellik olarak kullanılır. Sabit hacimli gaz termometreler üretilirken, suyun donma noktası (buz) ve buharlaşma noktalarına göre şöyle kalibre edilir. (Bu, daha sonra kısaca tartışılacak olan farklı bir ka-

[1] Aynı maddeyi kullanan termometreler de farklı sonuçlar verebilir. Homojen, ince, düzgün cam boruların yapılamaması buna neden olarak gösterilebilir.



Şekil 19.3 Sabit-hacimli gazlı termometrelerde tipik bir basınç-sıcaklık eğrisi. İki nokta bilinen referans noktalarını belirtir (suyun, buz ve buhar noktaları).

librasyon işlemidir.): Şekil 19.2 de görüldüğü gibi cam tüp buz kabına daldırılır ve B kabındaki cıva, A kolonundaki sıvı, ölçek sıfırı gösterinceye kadar alçaltılıp yükseltilir. A ve B kapları içindeki civa seviyelerinin farkı olan h yüksekliği, 0°C'de cam tüpteki basıncı gösterir.

Sonra cam tüp buhar noktasındaki suya daldırılır ve A'daki civa sütunu tekrar ölçekte sıfır noktasını gösterinceye kadar B hortumu ayarlanır. Bu durumda, gazın hacmi, tüpün buz içine daldırıldığındaki hacmi ile aynıdır. (Dolayısıyla, "sabit-hacim" adı buradan gelmektedir.) B kabının ayarlanması ile gazın 100°C'deki basıncı bulunur. Bu iki basınç ve sıcaklık, Şek.19.3'de gösterildiği gibi çizilir. Deneyle bulunan iki noktayı birleştiren doğru, bilinmeyen sıcaklıklar için kalibrasyon eğrisi olarak kullanılır. Bir cismin sıcaklığı ölçülmek istendiğinde, gaz tüp cisim ile ısıl temasa getirilir ve A sütunundaki civa, sıfırı gösterinceye kadar B sütunu ayarlanır. Civa sütununun yüksekliği gazın basıncını gösterir. Şekil 19.3'teki grafikten, bu basınca karşılık gelen sucaklık bulunur.

10.3 Şimdi, farklı gazlar içeren farklı termometrelerle sıcaklık ölçtüğümüzü farzedelim. Deneyler, termometrenin okuduğu değerlerin kullanılan gaza hemen hemen bağlı olmadığını göstermiştir. Ancak, gaz basıncı düşük ve sıcaklık ölçümleri gazların sıvılaşma noktalarının oldukça üzerinde olmalıdır. Basınçlar ne kadar düşük tutulursa, farklı gazlı termometreler kullanılarak yapılan ölçümler arasında da o kadar uyum olmaktadır.

Şekil 19.4'te görülen eğriler negatif sıcaklıklara doğru uzatılırsa, her bir durumda, sıcaklık –273,15°C olduğunda basıncın sıfır olduğu görülecektir. Yeni sıfır noktası olarak -273,15°C alınan bu anlamlı sıcaklık, **mutlak sıcaklık eşelinin** temelini oluşturur. Bu sıcaklığa çoğu kez **mutlak sıfır** denir. Mutlak sıcaklık eşelindeki derecenin büyüklüğü Celsius eşelindeki derecenin büyüklüğü ile aynıdır. Bu iki eşel arasındaki dönüşüm bağıntısı

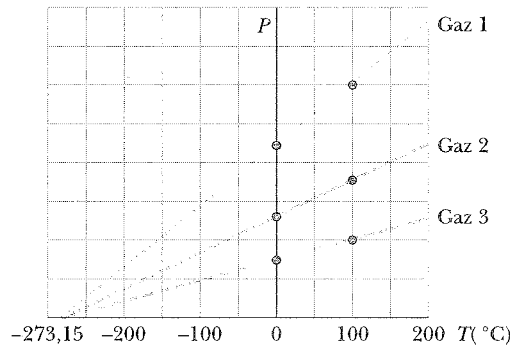
$$T_C = T - 273{,}15 \qquad \textbf{(19.1)}$$

şeklindedir. Buradaki T_C Celsius sıcaklığı, T mutlak sıcaklıktır.

Buz ve buhar noktalarının aynısını oluşturmak deneysel olarak güç olduğundan, 1954'te Uluslararası Ağırlıklar ve Ölçüler Heyetince, tek bir sabit noktaya dayalı mutlak sıcaklık eşeli benimsendi. Çeşitli maddelere ait sabit noktalar listesinden (Tablo 19.1) suyun üçlü noktası, yeni eşelin referans noktası olarak seçildi. **Suyun üçlü noktası**, sıvı, gaz ve buz (katı su) hallerinin denge halinde bir arada bulundukları sıcaklık ve basıncın tek bir bileşimidir. Bu üçlü nokta, yaklaşık olarak 0,01°C sıcaklıkta ve 4,58 mm civa basıncında olu-

Web

Sıcaklık standartları hakkındaki daha fazla bilgi için, **http://www.nist.gov**'daki National Institute of Standarts and Technology'ye bakınız.



Şekil 19.4 Seyreltik bir gaz için basınç–sıcaklık eğrisi. Bütün gazlar için –273,15 °C de basıncın sıfıra gittiğine dikkat ediniz.

TABLO 19.1 Sabit Nokta Sıcaklıkları[a]

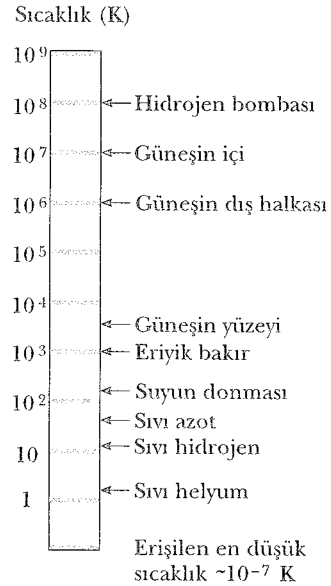
Sabit Nokta	Sıcaklık (°C)	Sıcaklık (K)
Hidrojenin Üçlü Noktası	−259,34	13,81
Helyumun kaynama noktası	−268,93	4,215
33,36 kPa basınçta hidrojenin kaynama noktası	−256,108	17,042
Hidrojenin Kaynama Noktası	−252,87	20,28
Neonun İçlü Noktası	−246,048	27,102
Oksijenin İçlü Noktası	−218,789	54,361
Oksijenin Kaynama Noktası	−182,962	90,188
Suyun İçlü Noktası	0,01	273,16
Suyun Kaynama Noktası	100,00	373,15
Kalayın Donma Noktası	231,9681	505,1181
Çinkonun Donma Noktası	419,58	692,73
Gümüşün Donma Noktası	961,93	1235,08
Altının Donma Noktası	1064,43	1337,58

[a] Yukarıdaki değerler U.S. Milli Standartlar Bürosunun 420 sayılı Özel Yayınından alınmıştır. Ticaret bölümü, Mayıs 1975. Belirtilenler ve üçlü noktalar hariç bütün değerler normal atmosfer basıncındaki değerlerdir.

şur. *Kelvin* birimini kullanan yeni eşelde, üçül noktadaki suyun sıcaklığı, 273,16 kelvin veya kısaca 273,16 K kabul edilmiştir. (*Not*: kelvin birimi ile "°" derece işareti kullanılmaz.). Bu tercihin nedeni, buz ve buhar noktalarına dayalı eski sıcaklık eşeli ile, üçlü noktaya dayalı yeni sıcaklık eşeli arasında yakın bir uyum olmasıdır. **Kelvin eşeli** de denilen bu yeni mutlak sıcaklık eşeli, SI mutlak sıcaklık birimini kullanır. **Kelvin, mutlak sıfır ile, suyun üçlü nokta sıcaklığı arasındaki farkın 1/273,16'sı** olarak tanımlanır.

Şekil 19.5, çeşitli fiziksel yapı ve işlemler için mutlak sıcaklıkları gösteriyor. Labratuvar deneylerinde. Laserle atomların soğutulması işleminde 0 K sıcaklığına çok yaklaşılmasına rağmen mutlak sıfır noktasına erişilmez.

Bir gazın sıcaklığı 0 K düşürülebilseydi bu gaza ne olurdu? Şekil 19.4'ün gösterdiği gibi, gazın içinde bulunduğu kabın çeperlerine uyguladığı basıncı sıfır olurdu. Kesim 19.5'de göreceğiz ki, bir gazın basıncı, onun moleküllerinin ortalama kinetik enerjisi ile orantılıdır. O halde klasik fiziğe göre, gaz moleküllerinin kinetik enerjileri, mutlak sıfır sıcaklığında sıfır olurdu ve moleküllerinin hareketi dururdu. Böylece, moleküller içine konuldukları kabın dibinde toplanacaktı. Kuantum teorisi bu modele değişiklik getirir ve en düşük sıcaklıkta bile *sıfır nokta enerjisi* denilen bir enerjinin varlığını öngörür.



Şekil 19.5 Çeşitli fiziksel işlemlerin oluştuğu mutlak sıcaklıklar. Logaritmik ölçek kullanılmıştır.

Celsius, Fehrenheit ve Kelvin Sıcaklık Ölçekleri[2]

19.1 Eşitliğine göre, T_C Celsius sıcaklığı, T mutlak sıcaklıktan (kelvin) 273,15° kadar farklıdır. Kelvin ölçeğindeki (eşel) bir derecenin ölçüsü Celsius ölçeğin-

[2] Anders Celsius (1701–1744) ve Gabriel Fahrenheit (1686–1736)ve William Thomson, Lord Kelvin (1824-1907) nin adlarına izafeten

deki bir derecenin ölçüsüne eşit olduğundan, 5°C'lik bir sıcaklık farkı, 5 K'lik sıcaklık farkına eşittir. Bu iki eşel, yalnızca sıfır noktalarının seçiminde farklıdır. O halde Kelvin eşelinde buz noktası sıcaklığı olan 273,15 K, 0 °C'ye karşılık gelir; Kelvin eşelinin buharlaşma noktası olan 373,15 K'de 100°C ye eşdeğerdir.

ABD'de kullanılan diğer bir sıcaklık eşeli de **Fahrenheit ölçeğidir.** Bu eşel, buz noktasının sıcaklığını 32°F, buhar noktasının sıcaklığını 212°F alır. Fahrenheit sıcaklık ölçeği ile Celsius sıcaklık ölçeği arasındaki ilişki

$$T_F = \frac{9}{5} T_C + 32°F \qquad (19.2)$$

bağıntısı ile verilir.

Sınama Sorusu 19.1

19.2 Eşitliğinde, $\frac{9}{5}$ çarpanının fiziksel anlamı nedir. Bu çarpan, 19.1 Eşitliğinde niçin bulunmamaktadır?

Sınama sorusu 19.1 deki düşünceler genişletilerek, Celsius, Kelvin ve Fahrenheit sıcıklık ölçekleri arasında bağıntı bulmak için 19.2 Eşitliğini kullanırsak,

$$\Delta T_C = \Delta T = \frac{9}{5}\ \Delta T_F \qquad (19.3)$$

elde ederiz.

ÖRNEK 19.1 Sıcaklıkları Çevirme

Gündüzün sıcaklık 50 °F'e ulaştığında, sıcaklık, Celsius ve Kelvin derecesi olarak ne kadardır?

Çözüm 19.2 Eşitliğinde T_F = 50 °F yerine yazarsak

$$T_C = \frac{5}{9}(T_F - 32) = \frac{5}{9}(50 - 32) = 10\ °C$$

elde ederiz. 19.1 Eşitliğinden,

$$T = T_C + 273{,}15 = 10°C + 273{,}15 = \ 283\ K$$

Hava sıcaklığı ile ilgili hatırda tutulabilecek bazı uygun rakamlar şunlar olabilir: 0°C (= 32°F) donmayı, 10°C (= 50°F) soğuk, 30°C(= 86°F) sıcak ve 40°C(= 104°F) çok sıcak bir günü anımsatır.

ÖRNEK 19.2 Bir Tava Suyun Isıtılması

Bir tava suyun sıcaklığı 25 °C den 80 °C ye yükseltilecektir. Suyun sıcaklık değişimi Kelvin ve Fahrenheit ölçeklerine göre kaç derecedir?

Çözüm 19.3 Eşitliğine göre, suyun sıcaklığı için Celsius ölçeğindeki değişimin, Kelvin ölçeğindeki değişime eşit olduğunu görürüz. Şu halde,

$$\Delta T = \Delta T_C = 80°C - 25°C = 55°C = \ 55K$$

dır. Ayrıca; 19.3 Eşitliğinden,

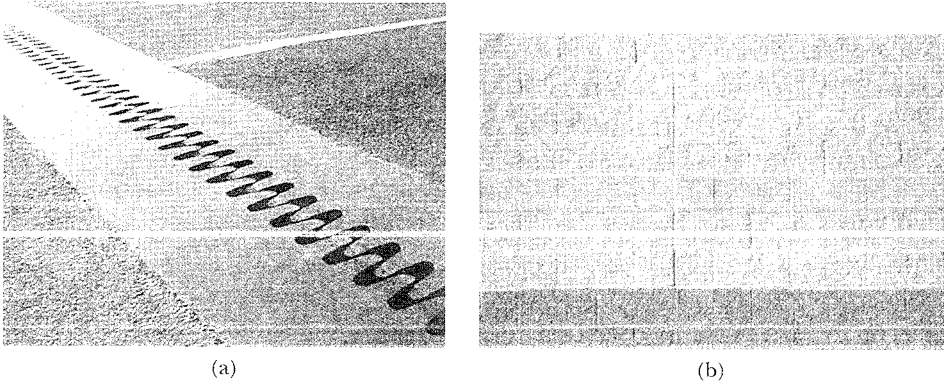
$$\Delta T_F = \frac{9}{5}\Delta T_C = \frac{9}{5}(55°C) = 99\ F°$$

bulunur.



19.4 KATI VE SIVILARIN ISIL GENLEŞMESİ

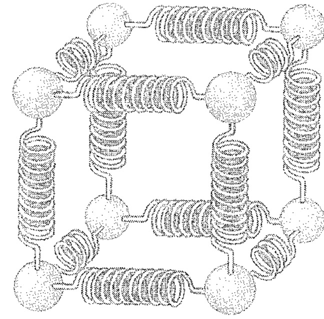
Sıvılı termometrelerle ilgili tartışmamızı, maddedeki en iyi bilinen bir değişimi kullanarak yaptık. Sıcaklığı arttıkça hemen hemen hacimleri de her zaman artar. Az sonra, bazı maddelerin sıcaklıkları arttıkça hacimlerinin azalacağını göreceğiz.). Bu olay **ısıl (termal) genleşme** olarak bilinir ve mühendislik uygu-



(a) (b)

Şekil 19.6 (a) Köprülerde yolları göstermede ısıl-genleşme eklemleri kullanılır. Bu eklemler bırakılmazsa, sıcak havalarda ısıl genleşme nedeniyle düzensiz yüzey bozuklukları ve soğuk havalarda kırılmalar olur. (b) Uzun, dikey eklem aralıkları sıcaklık nedeniyle meydana gelebilecek şekil değişikliklerini gidermek için yumuşak malzemelerle doldurulur. (*a, Frank Siteman, Stock/ Boston; b, George Semple*).

lamalarının çoğunda önemli rol oynar. Örneğin Şekil 19.6'da görüldüğü gibi, binalarda, beton otobanlarda, demiryollarında ve köprülerin eklem bölgelerinde sıçaklığa bağlı genleşme payları bırakılmalıdır.



Şekil 19.7 Bir maddedeki atomik düzenin mekanik modeli. Atomlar (katı küreler) birbirleriyle yaylarla ut-turulmuş gibi düşünülmektedir. Yaylar, atomlar arası kuvvetlerin esnek tabiatını yansıtır.

Isınan cisimlerin genleşmesi, onları meydana getiren atom ve moleküller arası uzaklıkların sıcaklık artışı ile artmasındandır. Bu olayı anlayabilmek için, Şekil 19.7'deki gibi atomların yaylarla tutturulmuş olduğu bir model gösterilebilir. Normal sıcaklıkta, atomlar denge konumları etrafında bir salınım hareketi yaparlar. Bu salınımın genliği yaklaşık 10^{-11} m ve frekansı yaklaşık 10^{13} Hz mertebesindedir. Atomlar arası mesafelerin ortalama değeri yaklaşık 10^{-10} m mertebesindedir. Katının sıcaklığı yükselirken, atom salınımlarının genliği büyür ve atomlararası ortalama mesafe de artar[3]. Bunun sonucunda, madde genleşir.

Eğer ısıl genleşme başlangıç boyutlarına göre küçükse; herhangi bir boyutun değişmesi sıcaklıkla doğru orantılıdır denebilir. Bilinen bir sıcaklıkta bir cismin boyu L_i olsun. Sıcaklığı ΔT kadar değişirse boyu ΔL kadar uzar. Sıcaklık değişiminin her bir derecesi başına boydaki kesirsel değişimi ele alırsak, **ortalama çizgisel genleşme katsayısı**

Ortalama çizgisel genleşme katsayısı

$$\alpha \equiv \frac{\Delta L/L_i}{\Delta T}$$

olarak tanımlanır. Deneyler küçük sıcaklık değişmeleri için α'nın sabit olduğunu gösterir. Hesaplamalarda bu eşitlik ekseriya,

Maddenin uzunluğundaki değişme, sıcaklıktaki değişmeyle orantılıdır.

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \qquad (19.4)$$

veya

$$L_s - L_i = \alpha L_i (T_s - T_i) \qquad (19.5)$$

[3] Gerçekte termal genleşme, katılardaki atomların potansiyel enerji eğrilerindeki *asimetrik* yapıdan ileri gelir. Eğer osilatör (salınıcı) tam harmonikse, ortalama atomlar arası mesafe titreşim genliğine bağlı değildir.

şeklinde yazılabilir. Burada cismin ilk boyu L_i son boyu L_s ve ilk sıcaklığı T_i, son sıcaklığı T_s olarak gösterilmiştir. Orantı sabiti α, ilgili maddenin ortalama çizgisel genleşme katsayısıdır ve birimi $°C^{-1}$ dir.

Termal genleşmeyi, ısıtılan bir cismin etkin büyümesi veya fotografik genleşmesi olarak düşünmek belki konuyu anlamada yardımcı olabilir. Örneğin Şekil 19.8'deki gibi bir metal rondela ısıtılırsa deliğinin yarıçapı dahil bütün boyutları Eşitlik 19.4'e göre büyür.

Tablo 19.2'de çeşitli maddelerin ortalama lineer (çizgisel) genleşme katsayıları verilmiştir. Bu maddeler için α pozitiftir. Yani bu cisimlerin sıcaklıkları artırılırsa boyları uzar. Bu her zaman doğru değildir. Örneğin, kalsit ($CaCO_3$) gibi, sıcaklık artarken boyutlarından biri doğrultusunda genişlerken (α pozitif) diğer boyut doğrultusunda kısalma olur (α negatif).

Sıcaklıkla bir cismin boyunda çizgisel bir değişme olduğundan, bu cismin alan ve hacmi de sıcaklık değişmesiyle değişir. Sabit basınç altında bir cismin hacminin sıcaklıkla değişme miktarı, ilk hacmi V_i ve sıcaklık değişimi ΔT ise,

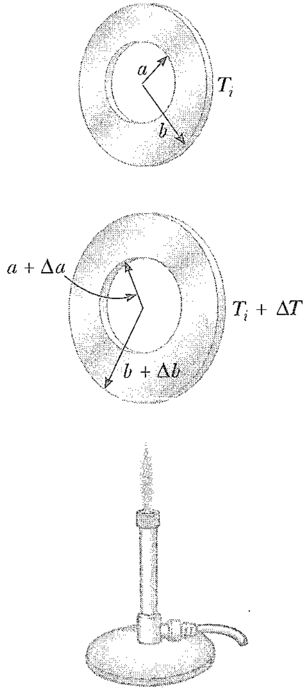
Sabit basınçtaki bir katının hacmindeki değişim, sıcaklıktaki değişim ile orantılıdır.

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T \tag{19.6}$$

bağıntısına göre değişir. Burada β **ortalama hacimce genleşme katsayısıdır**. Bir katı için hacimce genleşme katsayısı lineer genleşme katsayısının yaklaşık üç katına eşittir. Kısaca $\beta = 3\alpha$ (Burada bir katının ortalama çizgisel genleşme katsayısının her doğrultuda aynı olduğu varsayılıyor).

Bir katıda $\beta = 3\alpha$ olduğunu gösterebilmek için, boyutları ℓ, w ve h olan kutu şeklinde bir cisim düşünelim. Bu cismin bir T_i sıcaklığındaki hacmi $V_i = \ell wh$ dır. Eğer sıcaklığı $T_i + \Delta T$ ye değişirse hacim de $V_i + \Delta V$ olur. Her bir boyut 19.4 Eşitliğine göre değişir. Şu halde,

$$\begin{aligned} V_i + \Delta V &= (1 + \Delta\ell)\,(w + \Delta w)\,(h + \Delta h) \\ &= (\ell + \alpha\ell\,\Delta T)\,(w + \alpha w\,\Delta T)\,(h + \alpha h\,\Delta T) \\ &= \ell wh\,(1 + \alpha\,\Delta T)^3 \\ &= V_i\,[1 + 3\alpha\,\Delta T + 3(\alpha\,\Delta T)^2 + (\alpha\,\Delta T)^3] \end{aligned}$$



Şekil 19.8 Homojen bir metal plakanın termal genleşmesi. Plaka ısıtılınca bütün boyutlarının genleşdiğine dikkat ediniz. (Genleşme büyütülmüştür.)

TABLO 19.2 Bazı Maddelerin Oda Sıcaklığı Civarıda Genleşme Katsayıları

Malzeme	Ortalama Çizgisel Genleşme Katsayısı α $(C°)^{-1}$	Malzeme	Ortalama Hacimce Genleşme Katsayısı β $(C°)^{-1}$
Aluminyum	24×10^{-6}	Etil alkol	$1,12 \times 10^{-4}$
Pirinç ve bronz	19×10^{-6}	Benzen	$1,24 \times 10^{-4}$
Bakır	17×10^{-6}	Aseton	$1,5 \times 10^{-4}$
Cam (adi)	9×10^{-6}	Gliserin	$4,85 \times 10^{-4}$
Cam (pyrex)	$3,2 \times 10^{-6}$	Civa	$1,82 \times 10^{-4}$
Kurşun	29×10^{-6}	Turpentin	$9,0 \times 10^{-4}$
Çelik	11×10^{-6}	Benzin	$9,6 \times 10^{-4}$
İnvar (Ni-Fe alaşımı)	$0,9 \times 10^{-6}$	0°C hava	$3,67 \times 10^{-3}$
Beton	12×10^{-6}	Helyum	$3,665 \times 10^{-3}$

Her iki tarafı V_i ile bölüp $\Delta V/V_i$'yi yalnız bırakırsak cismin hacmindeki kesirsel değişme,

$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T + 3(\alpha\Delta T)^2 + (\alpha\Delta T)^3$$

olarak elde edilir. ΔT'nin tipik ($< \sim 100°C$) değerleri için $\alpha\Delta T \ll 1$ olduğundan, $3(\alpha\Delta T)^2$ ve $(\alpha\Delta T)^3$ terimlerini ihmal edebiliriz.

Bu yaklaşımla,

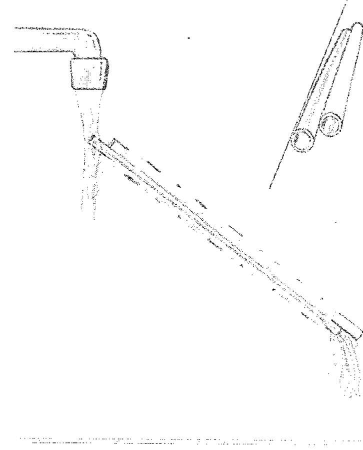
$$\frac{\Delta V}{V_i} = 3\alpha\Delta T$$

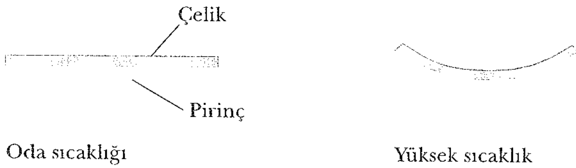
$$3\alpha = \frac{1}{V_i}\frac{\Delta V}{\Delta T}$$

olduğu görülür. 19.6 Eşitliği bu ifadenin sağ tarafının β'ya eşit olduğunu gösterir, böylece $3\alpha = \beta$ elde edilir ve bağıntı sağlanmış olur. Benzer şekilde bir dikdörtgen levhanın sıcaklıkla alanındaki değişimin $\Delta A = 2\alpha A_i\,\Delta T$ olduğu gösterilebilir (Bak, problem 53).

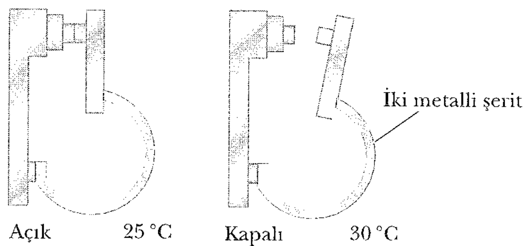
Tablo 19.2'de görüldüğü gibi, her maddenin ortalama genleşme katsayısı kendi karakteristiğidir. Örneğin, eşit uzunluktaki bir çelik çubuk ile bir pirinç çubuğun sıcaklığı, ilk değerlerinden aynı miktarda artırılırsa, pirinç çubuk çelik çubuktan daha fazla genleşir. Çünkü pirinç çubuğun genleşme katsayısı, çelik çubuğun ortalama genleşme katsayısından daha büyüktür. ***İki metalli*** şerit şeklindeki basit bir düzenek bu ilkeyi kullanarak pratik bir termostat oluşturur. Bu iki metalli şerit, farklı metallerin, bir araya getirilmiş iki halidir. Şeridin sıcaklığı artırılırsa, iki metal farklı miktarda genleşir ve şerit Şekil 19.9'da gösterildiği gibi eğilir.

İkişer cm uzunlukta iki plastik şeridi birbirine sıkıca bağlayarak, bir musluktan akan çok sıcak bir suyun altında tutun; öyle ki, sıcak su birinin üzerinden aksın, Ötekinden akmasın. Kısa bir süre sonra, farklı miktarda genleştiklerinden eğildiklerini görürsünüz. Aynı şeridi soğuk suya tutarsanız, bu olayı daha açık olarak görebilirsiniz.

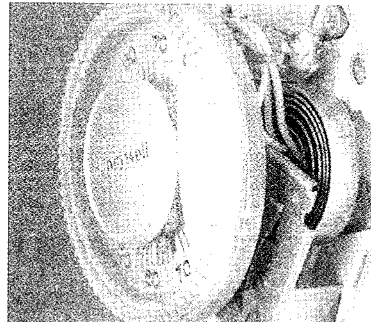




(a)



(b)



(c)

Şekil 19.9 (a) iki-metalli şerit, sıcaklık değişirse eğilir. Çünkü iki metal farklı genleşme katsayısına sahiptir. (b) Bir termostatta kullanılan iki metalli şerit, elektrik kontaklarını açıp, kapamak için kullanılır. (c) Bobin şekline getirilmiş iki metalli bir şeridin oluşumu termostatın iç yapısı; Bu şerit niçin bobin şeklinde sarılmıştır? (*c, Charles D. Winters*)

Sınama Sorusu 19.2

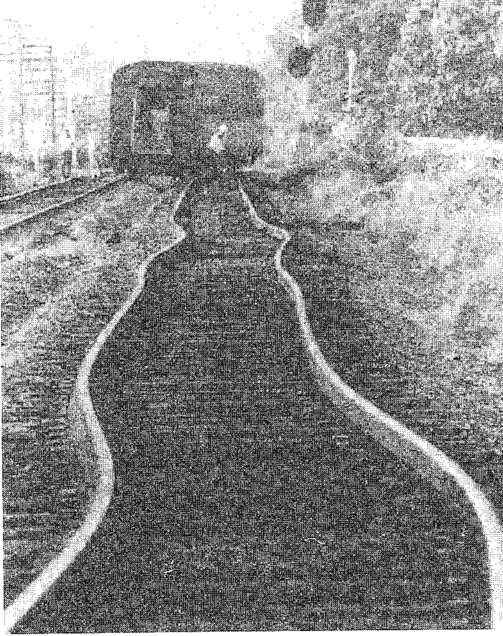
Oda sıcaklığında bulunan civalı bir termometre, hızlıca çok sıcak bir suya daldırılırsa, civa seviyesi yükselmeden önce, kısa bir süre alçalır, niçin?

Sınama Sorusu 19.3

Tablo 19.2'de verilen malzemeleri kullanarak çok hassas bir camlı termometre yapılması isteniyor. Hangi cam ve hangi sıvıyı seçersiniz?

ÖRNEK 19.3 Demiryolu Rayının Genleşmesi

0°C deki uzunluğu 30 m olan bir demiryolu rayı veriliyor. (a) Sıcaklığın 40°C olduğu bir günde uzunluğu ne olur?



Termal genleşme: New Jersey'de Asbury Park içindeki demiryolu. Temmuz ayındaki fazla sıcaklık nedeniyle bozulmuştur. (*AP/Wide World Photos*).

Çözüm Tablo 19.2'yi kullanarak, sıcaklık değişimi 40°C olduğuna dikkat ederek boyundaki artış

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T = [11 \times 10^{-6}\ (°\text{C})^{-1}]\ (30\ \text{m})\ (40\ °\text{C})$$
$$= 0{,}013\ \text{m}$$

olur. Buna göre demiryolu rayının 40 °C'deki boyu 30,013 m olur.

(b) Uzamayı engelemek için demiryolu rayının uçları 0°C de sabitleştirilmiş olsun. Eğer demiryolu rayının sıcaklığı 40 °C'ye çıkarılırsa raydaki termal zor ne olur?

Çözüm Bir katı için Young modülünün (Bak Eş. 12.6) tanımından

$$\text{Gerilme zoru} = \frac{F}{A} = Y\,\frac{\Delta L}{L_i}$$

Çelik için $Y = 20 \times 10^{10}\ \text{N/m}^2$ olduğundan (Bak. Tablo 12.1)

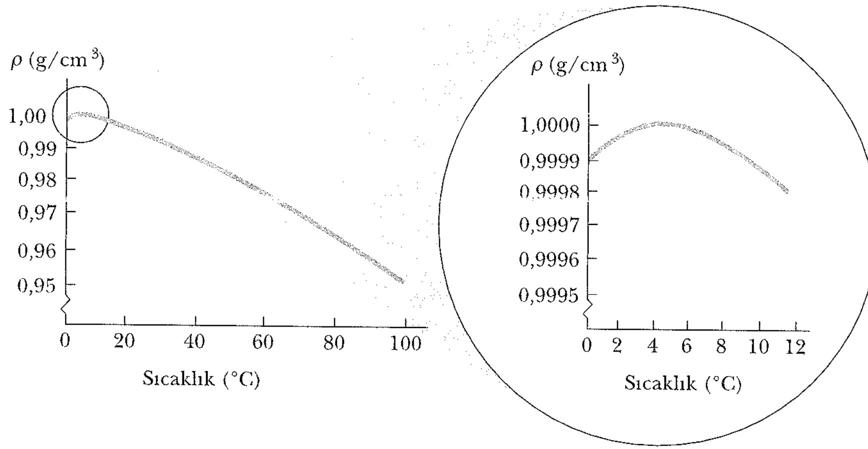
$$\frac{F}{A} = \left(20 \times 10^{10}\ \text{N/m}^2\right)\left(\frac{0{,}013\ \text{m}}{30\ \text{m}}\right) = 8{,}7 \times 10^7\ \text{N/m}^2$$

Alıştırma Eğer demiryolu rayının kesit alanı 30 cm^2 ise, raydaki sıkışma kuvvetini hesaplayınız.

Cevap $2{,}6 \times 10^5$ N = 58 000 lb!

Suyun Olağandışı Davranışı

Genellikle sıvıların sıcaklığı yükseltilirse, hacimleri artar. Sıvıların hacimce genleşme katsayısı, katıların hacimce genleşme katsayısından on kat daha büyüktür. Su, bu kuralın dışındadır. Suyun yoğunluğunun sıcaklığa bağlı değişimi Şekil 19.10 da gösterilmiştir. Suyun sıcaklığı 0°C den 4°C ye yükseltilirken, su büzülür ve böylece yoğunluğu artar. 4°C'nin üzerinde sıcaklık artarken su genleşir. Suyun *maksimum* yoğunluğu 4°C de 1000 kg/m^3 değerine erişir.



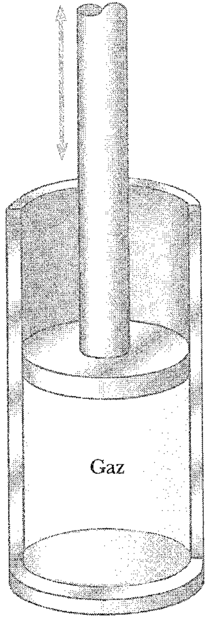
Şekil 19.10 Atmosfer basıncında, suyun yoğunluğunun sıcaklıkla değişimi görülmektedir. Sağ taraftaki grafikte büyütülmüş olarak görüldüğü gibi, suyun yoğunluğu 4°C de maksimumdur.

Bir havuzun, donmaya niçin yüzeyden başladığını açıklamak için, suyun bu olağan dışı ısıl-genleşme davranışı kullanılabilir. Atmosfer sıcaklığı düşünce, örneğin, 7°C den 6°C ye düşüşte, su yüzeyi soğur ve bunun sonucunda hacmi azalır. Bu, su yüzeyinin soğumamış ve hacimce küçülmemiş olan suyun altına göre daha yoğun olduğu amlamına gelir. Sonuç olarak, yüzeydeki su aşağı iner ve aşağıdaki ılık su soğuk olan yüzeye zorlanır. Atmosfer sıcaklığı 4°C ile 0°C arasında iken yüzeydeki su soğudukça genleşir ve alttaki sudan daha az yoğun olur. Bu karışım süreci sonunda yüzey suyu donar. Buz sudan daha az yoğun olduundan, buz suyun yüzeyinde kalır. Suyun dip kısmının sıcaklığı 4°C de kalırken, yüzeyde buzlanma devam eder. Durum böyle olmasaydı, balık ve diğer su altı canlıları yaşamalarını devam ettiremezlerdi.

19.5 İDEAL BİR GAZIN MAKROSKOBİK TASVİRİ

Bu kesimde P basıncında, V hacmindeki bir kaba konulan kütlesi m ve sıcaklığı T olan bir gazın özellikleri ele alınacaktır. Bu kavramların birbirleriyle nasıl ilişkili olduklarını bilmek çok yararlı olur. Genel olarak, bu nicelikler arasındaki ilişkiyi veren eşitliğe ***hâl denklemi*** denir. Bu denklem çok karmaşıktır. Bununla beraber, eğer gazlar çok düşük basınçta tutulursa (veya düşük yoğunluk) hâl denklemi deneysel olarak kolayca bulunabilir. Böyle düşük–yoğunluklu bir gaza, genel olarak *ideal gaz* denir[4].

[4] Yani buradaki varsayımla, gazın sıcaklığı yeterince yüksek, basıncı da sıvılaşmayacak kadar düşüktür denmek isteniyor. Gerçekte ideal bir gaz mevcut değildir. Ancak ideal gaz kavramı çok kullanışlıdır çünkü düşük basınçtaki gerçek bir gaz ideal gaz gibi davranış gösterir. İdeal bir gaz içindeki moleküller çarpışmalar hariç etkileşmezler ve moleküler hacim, gazın bulunduğu kap hacmiyle kıyaslandığında ihmal edilebilirdir.



Şekil 19.11 Bir silindire konulan ideal gazın hacmi bir piston yardımıyla değiştirilebilir.

Genellikle, verilen bir hacimdeki gazın miktarını mol sayısı n cinsinden ifade etmek uygundur. Kesim 1.3'de öğrendiğimiz gibi, herhangi bir maddenin Avagadro sayısı, $N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$ kadar atom veya molekül ihtiva eden miktarının kütlesine bir mol denir. Bir maddenin mol sayısı ve kütlesi arasında

$$n = \frac{m}{M} \tag{19.7}$$

ilişkisi vardır. M'ye maddenin molar kütlesi denir ve genellikle g/mol olarak ifade edilir (bkz. Kesim 1.3). Örneğin, O_2 nin molar kütlesi 32 g'dır. Buna göre, bir mol oksijenin kütlesi 32 g'dır.

Şimdi, Şekil 19.11'deki gibi hacmi hareketli bir piston ile değiştirilebilen bir silindire konulmuş bir ideal gaz alalım. Silindirin sızıntı yapmadığını kabul edelim. Dolayısıyle gazın kütlesi (veya mol sayısı) sabit kalır. Böyle bir sistem için deneyler aşağıdaki bilgileri verir. İlk olarak gaz sabit sıcaklıkta tutulursa, basıncı hacmi ile ters orantılı olarak değişir (Boyle kanunu). İkincisi eğer gazın basıncı sabit tutulursa, hacmi sıcaklığı ile doğru orantılı olur. (Charles ve Gay Lussac kanunu). Bu gözlemler, **bir ideal gazın hal denklemi** olan

$$PV = nRT \tag{19.8}$$

ifadesi ile özetlenebilir. **İdeal gaz kanunu** olarak bilinen bu ifadede, R herhangi bir gaz için evrensel bir sabittir ve deneysel yolla elde edilir. T, kelvin cinsinden mutlak sıcaklıktır. Çeşitli gazlarla yapılan deneylerde basıncın sıfıra yaklaşması halinde PV/nT büyüklüğünün bütün gazlar için R 'ye yaklaştığı gözlenmiştir. Bu nedenle, R 'ye **evrensel gaz sabiti** denir. SI birim sisteminde basınç Paskal (1 Pa = 1N/m^2) ve hacim m^3 alındığında PVnin birimi N·m veya joule ve R nin değeri

Evrensel gaz sabiti

$$R = 8{,}315 \text{ J/mol·K} \tag{19.9}$$

olur. Eğer basınç atmosfer, hacim litre (1 L = 10^3 cm^3 = 10^{-3} m^3) olarak alınırsa, R nin değeri

$$R = 0{,}08214 \text{ L·atm/mol·K}$$

olarak bulunur. R 'nin bu değerini ve 19.8 Eşitliğini kullanarak, herhangi bir mol gazın hacmini, 0°C de (273 K) ve atmosfer basıncında 22,4 L olarak buluruz.

Şu ana kadar hal denklemini tanıttık, artık ideal bir gazın genel tanımını yapabiliriz; **İdeal gaz, PV/nT bütün basınçlarda sabit olan bir gazdır.**

İdeal gaz yasasına göre, bir gazın hacmi ve sıcaklğı değişmezse, basıncı da sabit kalır. Bu bölümün başında görülen şampanya şişesini ele alalım. Şişenin ve içeriğinin sıcaklığı sabit olduğunda, dolayısıyla basıncı sabittir. Bu durum, mantar tıpa yerine basınç göstergeli bir tıpa takılarak görülebilir. Sallanan şişenin tepe boşluğundaki gaz sıvı içerisinde balonlara dönüşür ve sallamayla bu balonlar şişe içerisinde çoğalır. Şişe açılınca, basınç aniden azalırken balonların hacmi hızla artar. Eğer balonlar sıvı yüzeyinin altında daha fazlaysa, hacimlerinin hızlı artışıyla sıvı hızla dışarı çıkmaya zorlanır. Eğer şişenin zemini ve yanları, sıvı içerisinde hiçbir balon kalmayana dek sabitleştirildikten sonra şi-

Bir Deneyi

Bir meşrubat kutusunu şiddetlice sallayın, sonra içinde hapsolan kabarcıkları çıkarmak üzere alt ve yanlarına hafifçe vurun. Meşrubatı hiç püskürtmeden kutuyu açabilirsiniz.

şenin kapağı açılırsa, basınç sıvıyı şişeden çıkmaya zorlamıyacaktır. Ev deneyini arkadaşlarınıza göstermeden önce kendiniz gerçekleştiriniz.

Bir ideal gaz genellikle, toplam molekül sayısı N ile ifade edilir. Toplam molekül sayısı, avogadro sayısı (N_A) ile mol sayısının (n) çarpımına eşit olduğundan, 19.8 denklemini

$$PV = nRT = \frac{N}{N_A} RT$$

$$PV = Nk_BT \quad \textbf{(19.10)}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada k_B Boltzmann sabiti olup, değeri

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K} \quad \textbf{(19.11)}$$

Boltzmann sabiti

dir.

Genellikle P, V ve T niceliklerine ideal gazın **termodinamik değişkenleri** denir. Eğer hal denklemi bilinirse, bu değişkenlerden birisi daima diğer ikisine bağlı olarak ifade edilebilir.

ÖRNEK 19.4 Bir Kapta Kaç Tane Gaz Molekülü Vardır?

İdeal bir gazın 20°C de ve 100 Pa basınç altındaki hacmi 100 cm^3 dür. Bu kaptaki gazın mol sayısını bulunuz.

Çözüm Verilen nicelikler hacim, basınç ve sıcaklıktır. $V = 100\ cm^3 = 10^{-4} m^3$, $P = 100$ Pa ve $T = 20\ °C = 293$ K 19.8 Eşitliğini kullanarak

$$n = \frac{PV}{RT} = \frac{(100\ \text{Pa})\ (10^{-4}\ \text{m}^3)}{(8{,}315\ \text{J/mol·K})\ (293\ \text{K})} = 4{,}10 \times 10^{-6}\ \text{mol}$$

buluruz.

Alıştırma Kapta ne kadar molekül vardır?

Cevap $2{,}47 \times 10^{18}$ molekül

ÖRNEK 19.5 Bir Tankın Hava ile Doldurulması

Belirli bir tank 22°C, ve atmosfer basıncında 66 ft^3 hava alabilmektedir. Havanın hacmi 3 000 lb/in^2 basıncı altında 10-L (0,35 ft^3) hacme sıkıştırılırsa, tankın sıcaklığı artmakta ve kullanılmadan önce soğutulması gerekmektedir. Hava soğutulmazsa, sıcaklığı nedir? (Havanın ideal bir gaz gibi davrandığını farzediniz.)

Çözüm Tank doldurulurken herhangi bir hava kaçağı yoksa, havadaki moleküllerin sayısı, n, sabit kalır. Dolayısıyla, $PV = nRT$ bağıntısı kullanılarak, n ve R sabit, ilk ve son değerler arasında,

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_s V_s}{T_s}$$

bağıntısı yazılabilir. Havanın ilk basıncı 14,7 lb/in^2, son basıncı 3 000 lb/in^2 ve hacmi 66 ft^3 'dan 0,35 ft^3 'e sıkıştırılmıştır. Başlangıç sıcaklığı, SI birim sisteminde 295 K olduğundan, yukarıdaki bağıntı T_s 'a göre çözülürse,

$$T_s = \left(\frac{P_s V_s}{P_i V_i}\right) T_i = \frac{(3\,000\ \text{lb/in}^2)\ (0{,}35\ \text{ft}^3)}{(14{,}7\ \text{lb/in}^2)\ (66\ \text{ft}^3)} (295\ \text{K})$$

$$= 319\ \text{K}$$

bulunur.

Alıştırma Havanın sıcaklığı derece Celsius ve derece Fahrenheit olarak nedir?

Cevap 45,9 °C; 115 °F

Sınama Sorusu 19.4

Bir önceki örnekte, hesaplarımızda sıcaklık birimi olarak SI birimlerini aldık, fakat basınç ve hacim birimlerinde bir değişiklik yapmadık. İdeal gaz yasalarını kullanırken SI birimlerinin ne zaman kullanılıp, kullanılmayacağına nasıl karar veririz?

ÖRNEK 19.6 Sprey kutusunun ısıtılması

Bir sprey kutusu içinde 2 atmosfer basıncında (202 kPa), 22°C'de 125 cm^3 sprey gazı vardır. Sprey kutusu ateşe atılıyor. Kutunun içindeki gazın sıcaklığı 195°C'ye çıktığı zaman, kutunun içindeki basınç ne olur? Kutunun hacminde meydana gelebilecek hacim değişimlerini ihmal ediniz.

Çözüm Örnek 19.5'deki yaklaşım kullanılabilir:

$$\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_s V_s}{T_s}$$

Gazın ilk ve son hacimlerinin eşit olduğu varsayıldığından eşitlik,

$$\frac{P_i}{T_i} = \frac{P_s}{T_s}$$

şeklinde indirgenir. P_s çözülürse

$$P_s = \left(\frac{T_s}{T_i}\right)(P_i) = \left(\frac{468\ \text{K}}{295\ \text{K}}\right)(202\ \text{kPa}) = 320\ \text{kPa}$$

bulunur.

Sıcaklık arttıkça basıncın artacağı açıktır. Gazın basıncı belli bir dereceye erişince kutu patlar. Bundan dolayı herhangi bir sprey kutusu ateşe atılmamalıdır.

ÖZET

Birbirleriyle temasta olan iki cismin sıcaklıkları eşitse, bu iki cisim **ısıl dengededir** denir.

Termodinamiğin sıfırıncı kanununa göre, A ve B gibi iki cisim ayrı ayrı üçüncü bir C cismi ile ısıl dengedeyse, A ve B cisimleri de birbirleriyle ısıl dengededirler.

SI birim sisteminde sıcaklık birimi **kelvindir**. Kelvin, suyun üçlü noktasının sıcaklığının 1/273,16 katı olarak tanımlanır.

Bir cismin sıcaklığı ΔT kadar değiştirildiğinde, cismin boyundaki ΔL değişim miktarı, ΔT ve onun ilk boyu L_i ile orantılıdır:

$$\Delta L = \alpha L_i \Delta T \qquad \textbf{(19.4)}$$

burada α sabiti **ortalama çizgisel genleşme katsayısıdır**. Bir cismin **ortalama hacimce genleşme katsayısı** β, 3α 'ya eşittir.

Bir **ideal gaz** bütün basınçlarda PV/nT 'si sabit olan bir gazdır.

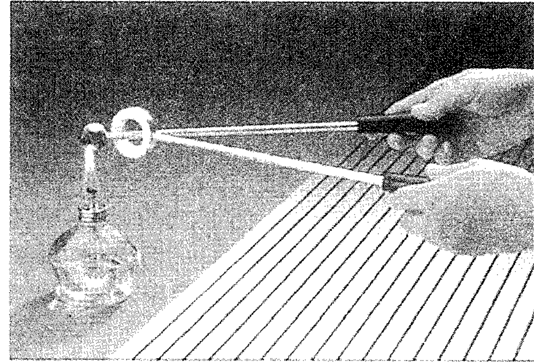
İdeal bir gaz,

$$PV = nRT \qquad \textbf{(19.8)}$$

hâl (durum) **denklemi** ile betimlenir. Burada n gazdaki mol sayısı, V gazın hacmi, R evrensel gaz sabiti ve T kelvin olarak mutlak sıcaklıktır. Gerçek bir gaz, sıvılaşma halinden çok uzaksa ideal bir gaz gibi davranır.

SORULAR

1. İki cisim birbirleriyle temasta değilse, bu iki cisim ısıl (termal) dengede olabilirler mi? Açıklayınız.
2. Bir bakır parçası su dolu bir kabın içine bırakıldığında, suyun sıcaklığı yükselirse bakırın sıcaklığı ne olur? Hangi şartlar altında su ve bakır ısıl dengeye gelir?
3. İlke olarak, herhangi bir gaz, gazlı termometre yapmada kullanılabilir mi? Oksijen, 15 K gibi düşük sıcaklıklarda niçin kullanılamaz? Bu mertebe sıcaklıklarda ne kullanabilirsiniz? (Tablo 19.1'deki verilere bakınız)
4. Lastiğin lineer (doğrusal) genleşme katsayısı negatiftir. Bir lastik parçasının sıcaklığı arttırılırsa boyutları ne olur?
5. Diş doldurmada kullanılan amalgam ile, dişin çizgisel genleşme katsayısı niçin aynı olmalıdır? Aynı olmazsa ne olur?
6. Bir katıdan yapılmış içi boş bir kürenin genleşmesi, niçin aynı maddeden yapılmış dolu bir kürenin genleşmesine eşittir? Açıklayınız.
7. Çelikten yapılmış teker mil yatağı, milin çapından 1 mm küçüktür. Bir miktar aşındırmadan, mil yatağa nasıl yerleştirilir?
8. Bir çelik şerit metrenin uzunluk belirten rakamları, sıcaklığı 22°C olan bir odada belirlenmiştir. Bu çelik metre ile sıcaklığı 27°C olan bir günde ölçüm yapıldığında, yapılan ölçüm daha uzun mu, daha kısa mı yoksa doğru ölçüm mü yapılır? Cevabınızı tartışınız.
9. Aşağıdaki gazların bir mol gramındaki sayısını tayin ediniz. (a) Hidrojen (b) Helyum (c) Karbonmonoksit
10. Hava ile şişirilmiş bir balon, içinde 77 K sıcaklığında sıvı azot bulunan bir termostata daldırılıyor. Balona ne olabileceğini, balon soğurken esnekliğini koruyabildiğini farzederek tartışınız.
11. Aynı sıcaklıkta benzer iki silindirin içinde aynı cins gaz vardır. A Silindirinin hacmi, B silindirininkinden üç kat fazla ise, silindirlerdeki gaz basınçları hakkında ne söyleyebilirsiniz?
12. Bir sarkaç saatinin yayı pirinçten yapılmıştır. Sıcaklık arttığı zaman saatin periyodu da artarmı ? Azalır mı? Aynı mı kalır? Cevabınızı tartışınız.
13. Bir arabanın radyatörü, motor soğuk iken su ile ağzına kadar doludur: Araba çalışırken su ısınmaya başlayınca suya ne olur? Modern otomobillerde soğuma kayıplarını önlemek için soğutma sistemlerinde ne vardır?
14. Kavanozlardaki sıkıca kapalı metal kapaklar, sık sık sıcak su altına tutularak gevşetilir. Bu nasıl mümkün olur?
15. Aşağıdaki, fotoğrafta görüldüğü gibi bir metal top ve yüzük (çember) ikiside oda sıcaklığındadır. Yüzük ısıtılınca, küre yüzüğün içinden geçer. Bunun sebebini açıklayınız.



Şekil Q19.15 (*Courtesy of Central Scientific Company*)

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 19.1 Sıcaklık ve Termodinamiğin Sıfırıncı Yasası
Kesim 19.2 Termometreler ve Celsius Sıcaklık Ölçeği
Kesim 19.3 Sabit Hacim Gazlı Termometreler ve Mutlak Sıcaklık Ölçeği

Not: 1 atm basınç = $1{,}013 \times 10^5$ Pa = 101,3 kPa

1. Aşağıdaki sıcaklıkları Celsius ve Kelvin ölçeklerine çeviriniz. (a) normal insan vücudu sıcaklığı, 98,6 °F; (b) soğuk bir günde (– 5 °F) hava sıcaklığı.
2. Sabit hacimli gazlı termometrede, 20°C'deki basınç 0,980 atm dir. (a) 45°C'de basınç nedir? (b) Basınç 0,500 atm ise, sıcaklık nedir?

WEB ☐ Bir sabit hacimli gazlı termometre, kuru buz (–80°C) ve buharlaşan etil alkol (78°C) esas alınarak kalibre edilmiştir. Bu iki sıcaklıkta basınçlar 0,900 atm ve 1,635 atm dir. (a) Bu kalibrasyona göre mutlak sıcaklık sıfırının değeri kaç Celcius'dur?

(b) Suyun donma noktalarında, (c) buharlaşma noktalarındaki basınç değerleri nedir?

4. Fahrenheit ve Celsius termometreler, hangi sıcaklıkta aynı değeri gösterirler?

5. Atmosfer basıncında sıvı azotun buharlaşma noktası −195,81°C 'dir. Bu sıcaklığı, (a) Fahrenheit (b) kelvin dereceleri olarak ifade ediniz.

6. İlginç bir sıcaklık ölçeğinde suyun donma noktası −15°S ve kaynama noktası + 60 °S dir. Bu sıcaklık ölçeği (eşeli) ile Celsius ölçeği arasında bir *doğrusal* dönüşüm denklemi geliştiriniz.

7. Bir otomobil motorunun içi ile dışı arasındaki sıcaklık farkı 450 °C 'dir. Bu sıcaklık farkını (a) Fahrenheit ve (b) kelvin ölçeğinde ifade ediniz.

8. Altının erime noktası 1064°C ve buharlaşma noktası 2660°C 'dir. (a) Bu sıcaklıkları kelvin olarak ifade ediniz. (b) Bu Celsius ve Kelvin sıcaklıklarının farklarını alarak birbirleriyle kıyaslayınız.

Kesim 19.4 Katı ve Sıvıların Isıl Genleşmesi

Not: Bu kesimdeki problemleri çözerken Tablo 19.2'yi kullanınız

9. Bakır telefon teli, aralarındaki mesafe 35 m olan iki direk arasına biraz sarkacak şekilde gerilmiştir. Bu telin boyu T_C = 35°C olan bir yaz günü, T_C = −20°C olan bir kış gününden ne kadar uzundur?

10. Bir otobanın beton kısmının uzunluğu 25 m olacak şekilde tasarlanıyor. Bu beton 10°C 'de bükülüp sağlamlaştırılıyor. 50°C 'de bu beton bloklar arasında zorlama ve bükülme olmaması için, beton bloklar 10°C 'de dökülürken aralarında ne kadar mesafe bırakılmalıdır?

11. Aliminyum bir tüpün 20°C 'de uzunluğu 3 m dir. Bu tüpün (a) 100°C, (b) 0°C de uzunluğu nedir?

12. Çapı 10 cm olan pirinç bir yüzük 20°C ye kadar ısıtılarak, 20° deki çapı 10,01 cm olan aliminyum bir çubuğa geçiriliyor. Lineer genleşme katsayıları sabit kabul edilirse; (a) yüzük ve çubuğun ayrışabilmesi için hangi sıcaklığa kadar soğutulmaları gerekir? Bu mümkün müdür? (b) Alimunyumun çapı 10,02 cm olsaydı, mümkün olur muydu?

13. Bir gözlük çerçevesi epoxy plastikten yapılmıştır. Oda sıcaklığında (20°C farzet) çerçevenin cam takılacak açıklığının yarıçapı 2,2 cm dir. Yarıçapı 2,21 cm olan bir camı takabilmek için çerçeve kaç dereceye kadar ısıtılmalıdır? Epoxy plastiğin lineer genleşme katsayısını $1{,}3 \times 10^{-4}$ $(°C)^{-1}$ alınız.

14. Batı Virginia'da New River George köprüsünün yay uzunluğu 518 m dir. Sıcaklığın −20°C den 35°C değişmesiyle boyundaki değişme ne olur?

15. Bir bakır levha üzerinde (bir kenarının uzunluğu 8 cm) kesilerek karesel bir delik açılıyor. (a) Levhanın sıcaklığı 50 K artırılırsa deliğin alanındaki değişim ne olur. (b) Sonucunuz, deliğin alanında bir artışı mı, azalmayı mı temsil eder?

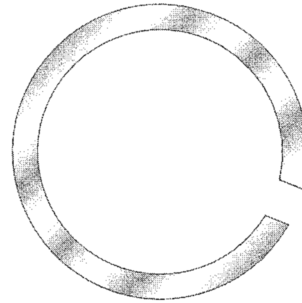
16. Karbon tetra klorünün hacimce genleşme katsayısı 5.81×10^{-4} $(C°)^{-1}$ dir. 50 galonluk çelik bir kap, 10°C de olan bir karbon tetra klorür ile tamamen doldurulursa, sıcaklık 30°C yükseldiğinde karbon tetra klörürün ne kadarı taşar?

WEB 17. Bir lazerin aktif elemanı, 30 cm uzunluğunda ve 1,5 cm çapında bir camdan yapılmıştır. Çubuğun sıcaklığı 65°C ye çıkarılırsa (a) Boyunda, (b) çapında, (c) hacminde meydana gelen artışı hesaplayınız. ($\alpha = 9 \times 10^{-6}$ $(°C)^{-1}$ alabilirsiniz).

18. Dereceli pyrex bir cam kap 20°C kalibre ediliyor. Kaba 35°C de 100 ml aseton konuluca derhal ısıl dengeye ulaşıyor. (a) Kab 20°C ye kadar soğutulduğunda asetonun hacmi ne olur? (b) Cam kabın hacminde meydana gelen değişim ne kadardır?

19. Bir yaya yol betonu, sıcaklığın 20°C olduğu bir günde, uçları sabitleştirilmiş şekilde dökülmüştür. (a) 50°C, sıcak bir günde çimentoda zor (stress) nedir? (b) Beton çatlar mı? Betonun Young modülünü 7×10^9 N/m^2 ve boyuna dayanımını (tensile strength) 2×10^9 N/m^2 alınız.

20. Şekil P19.20 de, bir açıklığı olan dairesel bir dökme çelik çember görülmektedir. Sistem ısıtılırsa, (a) Aralığın genişliği artar mı, azalır mı? (b) Sıcaklık 30°C iken aralığın genişliği 1,6 cm ise, sıcaklık 190 °C yükseltildiğinde aralığın genişliği ne olur?



Şekil P19.20

21. Bir çelik çubuğa 500 N'luk bir germe kuvveti uygulanmaktadır. Çeliğin kesit alanı 2 cm^2 dir. 500 N luk kuvvetin çeliğin boyunda meydana getirdiği değişikliğe (uzamayı), ne kadarlık bir sıcaklık farkı oluşturabilir? (*İpucu:* Çizelge 12.1 ve 19.2'den yararlanabilirsiniz.)

22. Çapı 4 cm olan çelik bir çubuk, 70 °C 'a kadar ısıtılıp iki sabit nokta arasına geriliyor. Sonra çubuk orijinal sıcaklığına kadar soğumaya terkediliyor. Çeliğin Young modülünü $20{,}6 \times 10^{10}$ N/m^2 ve çiz-

gisel genleşme katsayısını 11×10^{-6} $(C°)^{-1}$ kabul ederek çubukta beklenen gerilmeyi hesaplayınız.

23. Derinliği 20 cm olan içi boş alüminyum bir silindirin 20°C deki iç hacmi 2 L dir. Silindir neft yağı ile doldurulduktan sonra 80°C ye kadar ısıtılıyor. (a) Ne kadar neft yağı taşar? (b) Sonra 20°C ye kadar soğutuluyor. Neft yağının yüzeyi silindirin ağzından ne kadar aşağıda olur?

24. 20°C de alüminyum bir yüzüğün iç çapı 5 cm ve aynı sıcaklıkta pirinç çubuğun çapı 5,050 cm'dir. (a) Aliminyum yüzüğün pirinç çubuk üzerinde kayarak hareket edebilmesi için kaç dereceye kadar ısıtılmalıdır. (b) Kaç dereceye kadar ısıtılırsa aliminyum çubuk kayarak düşer? Bu mümkün müdür?

Kesim 19.5 İdeal Gazların Makroskobik Tasviri

25. Bir kaptaki gazın hacmi 8 L, sıcaklığı 2°C ve basıncı 9 atm'dir. (a) Kabın içindeki mol sayısını (b) moleküllerinin sayısını bulunuz.

26. $0,1 m^3$ hacmindeki bir tank 150 atm'de helyum ile doludur. Bu gaz ile çapı 30 cm, mutlak basıncı 1,2 atm olan kaç tane balon doldurulabilir?

27. Bir konferans salonunun boyutları 10m × 20m × 30m dir. 20°C, 1 atm basınç (101 kPa) da salonu dolduran havada kaç tane molekül vardır?

28. 9 gram su, 2 litrelik bir düdüklü tencereye konuluyor ve 500°C ye kadar ısıtılıyor. Kabın içindeki basınç ne olur? Gaz kaçağı yoktur.

WEB 29. Bir sıcak hava balonunun kütlesi (içindeki hava hariç) 200 kg'dır. Balonun dışındaki havanın sıcaklığı 10°C ve basıncı 1 atm = 101Pa'dır. Balonun hacmi 400 m^3 dür. Balonun havalanabilmesi için balondaki havanın sıcaklığını kaç derece artırmalıdır? (10°C de havanın yoğunluğu 1,25 kg/m^3 dür).

30. Bir mol oksijen gazı 27°C sıcaklıkta 6 atm basıncındadır. (a) Gaz sabit hacim altında, basıncı 3 katına çıkıncaya kadar ısıtılırsa, son sıcaklığı ne olur? (b) Gaz hem hacmi hem de basıncı iki katı artacak şekilde ısıtılırsa son sıcaklığı ne olur?

31. (a) Atmosfer basıncında, 2°C de , $1 m^3$ ideal gazdaki molekül sayısını bulunuz. (b) Hava için, Avogadro sayısı kadar molekülün kütlesi 28,9 g'dır. 1 cm^3 havanın kütlesini hesaplayınız. Sonucu tablolardaki hava yoğunluğu ile karşılaştırınız.

32. Bir kenarının uzunluğu 1cm olan küp biçimindeki bir kapta 300 K ve atmosfer basıncında hava (eşdeğer molar kütlesi 28,9 g/ mol) vardır. (a) Gazın kütlesini (b) ağırlığını ve (c) kübün her bir yüzeyine etki eden kuvveti bulunuz. (d) Böyle az bir numunenin, hesaplandığı gibi, yüzeylere büyük bir kuvvet uygulamasının fiziksel açıklamasını yapınız.

33. Bir otomobil tekerine, normal atmosfer basıncı ve 10°C de hava basılıyor. İşlem sırasında, hava ilk hacminin % 28 'ine sıkıştırılıyor ve sıcaklığı 40°C ye yükseliyor. (a) Teker basıncı ne olur? (b) Araba yüksek süratte kullanıldıktan sonra teker hava sıcaklığı 85°C ye yükseliyor ve iç hacmi % 2 artıyor. Yeni teker basıncı nedir? Cevabı Pa olarak ifade edin. Bir atmosfer = 14,70 lb/in^2 'dir.

34. Küresel bir hava balonu, çapı maksimum 2m'ye kadar genisleyebilecek sekilde tasarlanmıstır. Bu durumda hava basıncı 0.03 atm ve sıcaklık 200 K dır. Balon, 300 K ve atmosfer basıncında doldurulursa, yerden kalkarken çapı ne olur?

35. Hacmi 8 cm^3 olan bir odada eşdeğer molar kütlesi 28,9 g olan hava vardır. Odanın sıcaklığı, 18°C den 25°C ye çıkarılırsa, odayı terkeden havanın kütlesi (kg olarak) nedir? Oda içi basıncının 101 kPa'da sabit tutulduğunu farzediniz.

36. Hacmi V olan bir oda eşdeğer molar kütlesi M (g/mol) olan hava ile doludur. Odanın sıcaklığı T_1'den T_2 'ye yükselirse, odadan kaçan havanın kütlesi ne kadardır? Odadaki hava basıncının (P_0) değişmediğini varsayınız.

37. Deniz yüzeyinden 25 m aşağıda yoğunluk 1025 kg/m^3, sıcaklık 5°C dir. Bir dalgıç hacmi $1 cm^3$ olan hava kabarcıkları salarak nefes veriyor. Deniz yüzeyinin sıcaklığı 20°C ise, yüzeye ancak erişebilen hava kabarcıklarının hacmi nedir?

38. Odanızın içindeki havanın kütlesini tahmin ediniz. Tahmini yaparken değerlendirdiğiniz büyüklükleri ve değerleri belirtiniz.

39. Oksijen dolu bir tankta, 4 atm basınçda 12 kg oksijen vardır. Eğer tankın basıncı 25 atm okunuyorsa, tanktan ne kadarlık oksijen alınmıştır? Tank sıcaklığının sabit kaldığını farzediniz.

40. Vakum sistemlerinde basınç 10^{-9} Pa Hg'ye kadar düşürülebilmektedir. Bu basınçta, $1 m^3$ kabta 27°C'deki molekül sayısını hesaplayınız. (*Not*: 1 atm = 760 mm Hg)

41. Herhangi bir gazın 1 molünün hacminin atmosfer (101,3 kPa)basıncında ve standart sıcaklıkta (273 K), 22,4 L olacağını gösteriniz.

42. 2,50 m uzunluğunda bir silindirik dalgıç başlığının üstü kapalı, altı açıktır. Başlık, havadan deniz suyuna indiriliyor (ρ = 1,025 gr/cm^3). Başlangıçta silindir içindeki gazın sıcaklığı 20°C dir. Silindir 45 fathom (82,3 m) derinliğe (alt ucundan ölçülüyor) indiriliyor. Bu derinlikteki suyun sıcaklığı 4°C ve silindir su ile termal dengededir. (a) Silindirde deniz suyu ne kadar yükselir? (b) Silindire giren suyu dışarı atabilmek için silindir içindeki havanın basıncı en az ne kadar artırılmalıdır?

EK PROBLEMLER

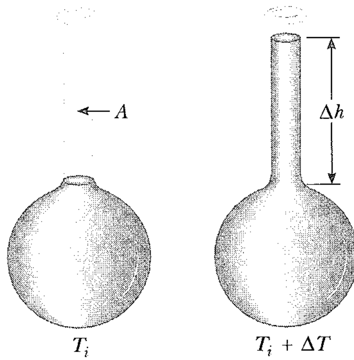
Bir öğrenci, bir pirinç çubuğun boyunu 20°C'deki bir çelik şerit-metre ile ölçmek istemektedir. Çubuk ve şerit-metre, (a) –15°C, ve (b) 55°C de iken, şerit-metre pirinç çubuğun boyunu ne gösterir?

0°C'de petrolün yoğunluğu 730 kg/m^3 dür. Ortalama hacimce genleşme katsayısı 9,60 × 10^{-4} (°C)$^{-1}$ dir. 1 galon petrolün hacmi 0.00380 m^3 ise, 20°C yerine, 0°C'de 10 galon petrol satın aldığınızda, kaç kilogram fazladan petrol almış olursunuz?

Çelik bir bilyenin 20°C 'de çapı 4 cm'dir. Pirinç bir levhanın ortasında 20°C 'de çapı 3,994 cm olan bir delik vardır. Hangi ortak sıcaklıkta top delikten tam geçebilir?

46. Tarama problemi. Bir Aluminyumdan yapılmış fülüt borunun 20°C 'deki boyu 0.655 m 'dir. Boru yeteri kadar soğutulduktan sonra, içine 20°C 'de hava doldurularak fulüt çalınıyor. Alüminyumun sıcaklığı bu işlem sonunda 5°C 'den 20°C 'ye yükselirken, Aluminyumun temel frekansındaki değişme ne kadar olur?

Bir civalı termometre, Şekil P19.47 'deki gibi üretilmiştir. Kılcal borunun çapı 0,004 cm ve ampülün çapı 0,25 cm'dir. Camın genleşmesini ihmal ederek, sıcaklığın 30°C değişimine karşılık civa sütununun yüksekliğindeki değişimi hesaplayınız.

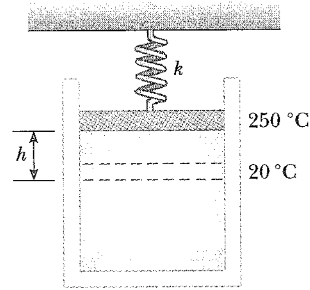


Şekil P19.47 Problem 47 ve 48

Hacimce genleşme katsayısı β olan bir sıvı Şek. P19.47 deki sistemin, T_i sıcaklığı ve V_i hacminde, yanlızca küresel kısmını doldurmaktadır. Küresel kısım çizgisel genleşme katsayısı α olan bir maddeden yapılmıştır. Sıvı, kesit alanı A olan kılcal boruda serbestçe yükselebilecek durumdadır. (a) Sıcaklık ΔT kadar artarsa, sıvının kılcal borudaki yükselmesinin $\Delta h = (V_i / A)(\beta - 3\alpha)\Delta T$ olacağını gösteriniz. (b) Böyle bir sistem için (civalı termometre gibi) küresel kısmın genleşmesinin ihmali niçin iyi bir yaklaşımdır?

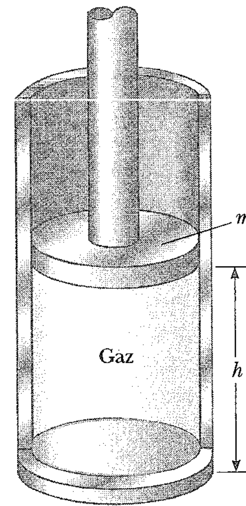
WEB Bir sıvının yoğunluğu ρ'dur. (a) Sıcaklığın ΔT kadar arttırılmasıyla yoğunluğun $\Delta\rho/\rho = -\beta\Delta T$ kadar değişeceğini gösteriniz. (–) işaret ne anlama gelir? (b) Tatlı suyun maksimum yoğunluğu, 4°C 'de 1kg/cm^3 dür. Suyun 10°C deki yoğunluğu 0.9997 g/cm^3 dür. Bu sıcaklık aralığında β nedir?

Bir silindir, yay sabiti 2 × 10^3 N/m olan yaya bağlanmış bir piston ile kapatılmaktadır. Yay gevşek haldeyken silindir, 20°C sıcaklık ve 1 atm basınç altında 5 L gaz ile dolduruluyor. (a) pistonun kesit alanı 0,0100 m^2 ve kütlesi ihmal edilebilir. Sıcaklık 250 °C 'ye yükseltilirse, piston ne kadar yükselir? (b) 250 °C 'de gazın basıncı nedir?



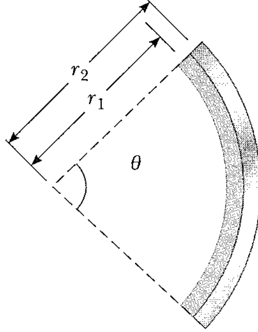
Şekil P19.50

WEB P19.51'deki gibi m kütleli ve sürtünmesiz hareket edebilen bir piston, kesit alanı A olan silindir içinde sıkıca durmaktadır. (a) Silindir içinde T sıcaklığında n mol ideal gaz varsa, pistonun ağırlığı ile dengede kaldığı h yüksekliğini bulunuz. (b) n = 0,2 mol, T = 400 K, A = 0,008 m^2 ve m = 20 kg ise, h ne kadardır?



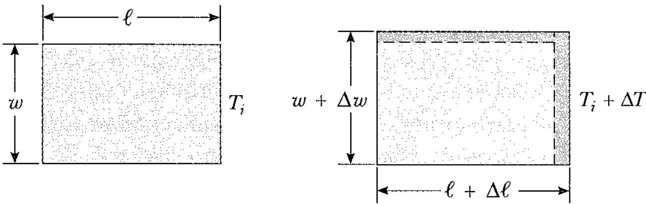
Şekil P19.51

52. Farklı iki metalin oluşturduğu iki çubuğun uçları birbirine bağlanmıştır. Isıtılınca çizgisel genleşme katsayısı büyük olanın boyu daha fazla uzadığından çubuklar eğilerek bir yay şeklini alırlar. (Şekil 19.52) (a) Eğilme açısı θ yı, çubukların başlangıç uzunlukları, çizgisel genleşme katsayıları, sıcaklık değişimi ve yarıçapları farkı olan ($\Delta r = r_2 - r_1$) ye bağlı olarak ifade ediniz. (b) ΔT sıfıra yaklaşırken veya iki çubuğun genleşme katsayısı eşit iken eğilme açışının sıfıra yaklaşacağını gösteriniz. (c) Çubuklar soğutulursa ne olur?



Şekil P19.52

53. Şekil P19.53 deki dikdörtgen şeklindeki bir levhanın alanı $A_i = \ell w$ dir. Sıcaklık ΔT kadar artırılırsa alanın $\Delta A = 2\alpha A_i \Delta T$ kadar artacağını gösteriniz. α çizgisel genleşme katsayısıdır. Bu ifadede hangi yaklaşım kullanılmıştır? (*İpucu*: Her bir boyut $\Delta \ell = \alpha L_i \Delta T$ ifadesine göre değişir).



Şekil P19.53

54. Hassas sıcaklık ölçümleri bazan direnci sıcaklıkla değişebilen metalin elektriksel direncinin değişimine dayanarak yapılmaktadır. Direnç yaklaşık $R = R_0 (1 + AT_C)$ bağıntısına göre değişir. R_0 ve A sabitler ve T_C derece Celsius olarak sıcaklıktır. Belirli bir elementin direnci 0°C de 5 ohm ve kalayın donma noktasında (231,97°C), 71,5 ohm dur. (a) A ve R_0 sabitlerini tayin ediniz. (b) Hangi sıcaklıkta bu elementin direnci 89 ohm olur?

Tarama Problemi. Pirinç askılı bir sarkaç saatin 20°C de periyodu 1 s dir. Eğer sıcaklık 30°C 'a çıkarsa (a) Sarkacın periyodundaki değişimi bulunuz. (b) Bir haftada saat ne kadar ileri veya geri gider?

Tarama Problemi. Tablo 10.2'de verilen şekillerden herhangi birinde bir cisim düşünelim. Bu cisim 0°C'den 100°C ye kadar ısıtırılırsa eylemsizlik momentinde meydana gelecek değişimi % olarak bulunuz. Cismi (a) Bakır, (b) Alüminyum alınız. (0°C ile 100°C arasında çizgisel genleşme katsayılarının değişmediğini kabul ediniz. (Bak. Tablo 19.2).

Tarama Problemi. (a) Suya batırılmış küresel bir balona etki eden kaldırma kuvvetini veren ifadeyi; daldırma derinliğine, balonun yüzeydeki hacmine, yüzeydeki basınca ve suyun yoğunluğuna bağlı olarak bulunuz. (Suyun sıcaklığını sabit kabul ediniz) (b) Balon derinlere daldırıldıkça kaldırma kuvveti artar mı, azalır mı? (c) Kaldırma kuvveti, hangi derinlikte yüzeydeki değerin yarısına düşer?

(a) Hacmi V olan bir ideal gazın yoğunluğunun $\rho = PM/RT$ olduğunu gösteriniz. M, molar kütledir. (b) Atmosfer basıncında ve 20°C de oksijen gazının yoğunluğunu bulunuz.

19.10 Eşitliği ile başlayarak, çeşitli gaz karışımından meydana gelen bir kabtaki gaz karışımının toplam basıncının $P = P_1 + P_2 + P_3 + \ldots$, olduğunu gösteriniz. $P_1, P_2 \ldots$, vs., kaba yalnızca bu gazlardan birinin konması halinde kabın çeperlerine etki eden basınç değerleridir (veya bir gazın *kısmi basıncıdır*). Bu ifadeye *Dalton kısmı basınçlar kanunu* denir.

Deniz seviyesinde kütlesi 100 g olan bir hava numunesi alınıyor. Bu numune analiz edildiğinde,

azot (N_2) = 75,52 g

oksijen (O_2) = 23,15 g

argon (Ar) = 1,28 g

karbondioksit (CO_2) = 0,05 g

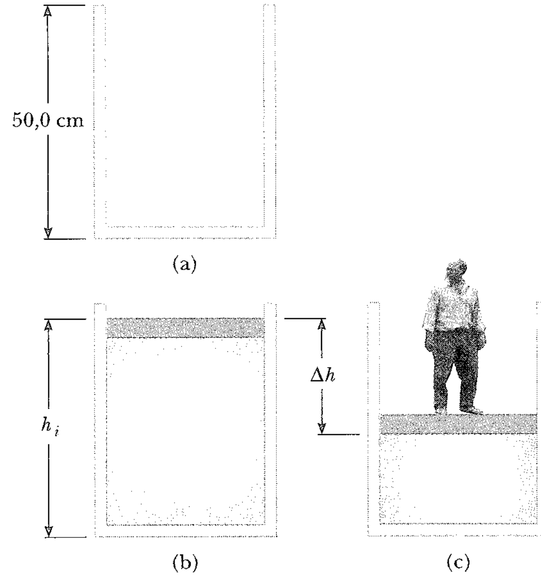
ve az miktarlarda neon, helyum, metan ve diğer gazlardan meydana geldiği bulunuyor. (a) Eğer toplam basınç bir atmosfer = $1{,}01325 \times 10^5$ Pa ise, her bir gazın kısmi basıncını hesaplayınız (Problem 59'a bakınız). (b) Bir atmosfer ve 15°C de 100 g'lık bir numunenin hacmini bulunuz. Bu şartlarda havanın yoğunluğu nedir? (c) Hava numunesinin etkin molar kütlesi nedir?

Banliyö ulaşımını hızlandırmak için döşenen sürekli çelik raylar beton bloklarla sıkıca sabitleştirilmişlerdir. (a) Raylar hava sıcaklığının 0°C'de olduğu bir günde döşeniyor. Sıcaklığın 25°C 'ye çıktığı bir günde, raylarda oluşan zor ne kadardır? (b) $52{,}2 \times 10^7$ N/m^2 lik bir akma mukavemetinin ne kadarlık bir kesrini bu zor temsil eder?

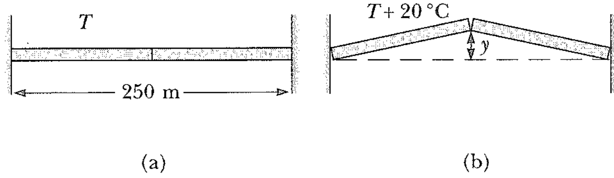
62. (a) Sabit basınç altında bir ideal gazın hacimce genleşme katsayısının $\beta = 1/T$ ile verildiğini gösteriniz. T, kelvin sıcaklığıdır. β 'nın $\beta = (1/V)\ dV/dT$ tanımı ve $PV = nRT$, şeklindeki hal denklemini kullanarak çözüme başlayınız (b) β nın bu değeri 0°C de ne olur? Sonucu Tablo 19.2'de verilen helyum ve havanın deneysel değerleri ile karşılaştırınız.

63. 250 m uzunluğundaki bir köprü, uç uça, aralarında herhangi bir açıklık bırakılmayacak şekilde iki beton blok yerleştirilerek yapılmıştır. (Şek. P19.63a) Sıcaklık 20°C ye yükselirse, köprü eğilirken oluşan "y" yüksekliği ne kadardır (Şek. P19.63 b)?

64. L uzunluğunda bir köprü, uc uca, aralarında herhangi bir açıklık bırakılmayacak şekilde yerleştirilen iki beton plaka yerleştirilerek yapılmıştır. (Şekil P19.63a'ya bak). Sıcaklık ΔT kadar yükselirse, beton bloklar eğilirken oluşan "y" yüksekliğini bulunuz (Şekil P19.63b'ye bak)?



Şekil P19.66



Şekil P19.63 Problem 63 ve 64

65. Bir bakır ve bir çelik çubuk ısıtılıyor. 0°C de bakır çubuğun boyu, L_b ve çelik çubuğun boyu $L_ç$ dir. Çubuklar beraberce ısıtılıp, beraberce soğutulduklarında, uzunlukları arasındaki fark, sabit ve 5 cm kalmaktadır. L_b ve $L_ç$ uzunluklarını tayin ediniz.

66. Yarıçapı 40 cm ve boyu 50 cm olan bir silindir, 1 atm basınç ve 20°C 'de hava ile dolduruluyor (Şekil P19.66a). Sonra 20 kg'lık bir piston havanın üzerine konarak hava silindirde sıkıştırılıyor. (Şekil P19.66b) Nihayet 75 kg lık bir adam silindirin üzerine çıkıyor ve havayı daha çok sıkıştırıyor (havanın sıcaklığı 20°C 'da sabittir) (Şekil P19.66c). (a) Adam pistonun üzerine çıktığında piston ne kadar aşağı iner (Δh)? (b) Adam ve pistonun geri h_i yüksekliğine çıkabilmesi için gaz, hangi sıcaklığı kadar ısıtılmalıdır?

67. Genleşme katsayısının küçük olduğu değerlerde, $L_s = L_i\ (1 + \alpha\Delta T)$ bağıntısı kullanılabilir. Eğer α yeterince büyükse, son uzunluğu bulabilmek için $dL/dT = \alpha L$'nin integralini almak gerekir. (a) Çizgisel genleşme katsayısını sabit kabul ederek son uzunluk için genel bir ifade elde ediniz. (b) Bir çubuğun uzunluğu 1m, sıcaklık değişimi 100C° alınırsa $\alpha = 2 \times 10^{-5}\ (C°)^{-1}$ (genel metaller için ortak değer) ve $\alpha = 0{,}02\ (C°)^{-1}$ (büyük bir değer) değerlerini alarak kabul edilen yaklaşımlardaki hataları hesaplayınız.

68. Her birinin çapı 2 mm olan bir çelik ve bir bakır tel 40°C de uç uca bağlanıyor. Normal boyları 2 şer m dir. Bağlantı yapıldıktan sonra aralarındaki uzaklık 4m olan iki destek arasına geriliyor. Koordinat sistemi çelik tel $x = -2$ m ve x = 0, bakır tel $x = 0$ ve $x = 2$ m olacak şekilde seçiliyor. Sonra sıcaklık, destekler arası uzaklık 4m değerini korurken 20°C 'ye düşürülüyor. Bu sıcaklıkta tellerdeki gerilmeyi ve bakır-çelik tel eklem yerinin koordinatını bulunuz. (Tablo 12.1 ve 19.2 'deki değerleri kullanabilirsiniz).

69. **Tarama Problemi.** Çapı 1m olan çelik bir gitar teli, 80 cm aralıklı iki desteğin arasına gergin şekilde bağlanıyor. Sıcaklık 0°C olduğuna göre (a) Telin birim uzunluğunun kütlesini bulunuz. (Yoğunluk, $7{,}86 \times 10^3$ kg/m^3 alınabilir). (b) Telin enine salınımlarının temel frekansı 200 Hz 'dir. Teldeki gerilmeyi hesaplayınız. (c) Sıcaklık 30°C ye yükseltiliyor. Teldeki gerilmeyi ve temel frekansını bulunuz. (Telin Young modülünü Tablo 12.1 ve ısıl genleşme katsayısını Tablo 19.2 den alabilirsiniz ve 0°C ile 30°C arasında değerlerin sabit kaldığını varsayınız).

70. 1.0 km uzunluğunda çelik bir demiryolu, 20 °C 'de iki ucundan sabitleştirilmiştir. Sıcaklık yükselirken, raylar bükülmeye başlar. Bükülmüş şekil dikey, dairesel bir yay şeklini almış ise, 25°C 'de bükümün merkezinden oluşan h yüksekliğini bulunuz. (Transendental denklem çözmeniz gerecektir.)

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

19.1 Fahrenheit ölçeğinde bir derecelik değişimi, Celsius ölçeğindeki $\frac{5}{9}$ derece değişime eşittir. Fahrenheit ölçeğinde 32 °F den 212 °F, Celsius ölçeğindeki 0°C'den 100°C aralığı ile eşdeğerdir. 19.2 Denklemindeki çarpan bu farkın karşılığıdır. 19.1 Denkleminde, Celsius derecesi ve Kelvin'in boyutu aynı olduğundan böyle bir düzeltme çarpanına gerek yoktur.

19.2 Önce civanın içinde bulunduğu kap ısınır, çünkü sıcak su ile önce cam kap ısıl temasa gelir. Dolayısıyla az bir miktar genleşir ve böylece hacmi artar. Bu durum, cam borudaki civa seviyesenin düşmesine sebep olur. Camın içindeki civa da ısındıkça genleşir. Sonunda, hacmi artarak cam boruda civa seviyesi yükselir.

19.3 Cam olarak, normal cama göre ortalama lineer genleşme katsayısı daha küçük olan Pyrex'i seçiniz. Sıvı olarak, ortalama hacimce genleşme katsayısı en büyük olan petrolü seçiniz.

19.4 Pay ve paydada aynı birimler bulundukça, basınç ve hacim birimlerini, SI birimlerine çevirmeye gerek yoktur. Bu varsayım sıcaklık birimi için geçerli değildir. Bu durumu 300 K/200 K ve 26,85°C/(−73,15°C) kanunlarını kullanırken, daima mutlak (Kelvin) sıcaklık değerleri kullanılmalıdır.

SİZCE NASIL?

Sıcak bir pizza ısırıldığında, nasıl yapıldığına bağlı olarak, ya zevk ya da acı verir. Ekmek kabuğunu yemek herhangi bir zarar vermezken, ağız dolusu sıcak peyniri yemeye çalışırsanız damağınız yanar. Ekmek kabuğu ve peynir aynı sıcaklıkta olmasına rağmen, niçin çok farklı hissederiz? (*Charles D Winters*)



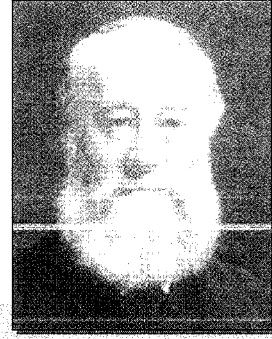
b ö l ü m

20 Isı ve Termodinamiğin Birinci Yasası

Bölüm İçeriği

1850'lere kadar, termodinamik ve mekanik, bilimin iki farklı dalı olarak görülüyor ve enerjinin korunumu da yalnızca bazı belirli mekanik sistemleri açıklayabileceği düşünülüyordu. Fakat, 19.yüzyılın ortalarında İngiliz James Joule ve diğer bilim adamları, deneysel olarak ısı vererek veya bir sistem üzerinde iş yaparak bir sisteme enerji verilebileceği veya sistemden enerji alınabileceğini gösterdiler. Bugün, bu bölümde de açıklanacağı gibi, iç enerjinin mekanik enerjiye dönüştürülebileceğini biliyoruz. Enerji kavramı,iç enerjiyi de içine alacak şekilde genişletilirse, enerjinin korunumu doğanın evrensel bir kanunu haline gelir.

Bu bölümde iç enerji kavramı,enerji aktarma işlemleri, termodinamiğin birinci kanunu ve birinci kanunun bazı önemli uygulamaları üzerinde durulacaktır. Bu kanun, sistemi içinde sadece iç enerji değişiminin olabildiği ve bu değişimin iş veya ısı yolu ile enerji aktarımı sayesinde olabileceğini ele alır. Üstelik bu kanun, iş ve ısı yolu ile varılan sonuçlar arasında bir ayırım yapmaz. Birinci kanuna göre, sistemin iç enerjisi ancak,ya sisteme ısı verilip yahut alınarak, ya da sistem üzerine veya sistem tarafından iş yaparak değiştirilebilir.



James Prescott Joule İngiliz fizikçi (1818-1889), Joule matematik, felsefe ve kimya konusunda biraz düzenli eğitim almakla beraber, daha ziyade kendi kendini yetiştirmiştir. Araştırmalarının sonucunda enerjinin korunumu ilkesine ulaşılmıştır. Isının elektriksel, mekaniksel ve kimyasal etkiler arasındaki nicel ilişkiyi veren çalışması ile; 1843 yılında bir birimlik enerji üretmek için yapılan işin, ısının mekanik enerji eşdeğeri olduğunu keşfederek ünü doruğa ulaşmıştır. *(The President and Council of Royal Society'nin izni ile)*

20.1 ISI VE İÇ ENERJİ

Daha başlangıçta, iç enerji ile ısı kavramı arasındaki büyük farkı ortaya koy-
10.3 mak çok önemlidir. **İç enerji, cisme göre durgun bir referans sisteminden bakıldığında, mikroskopik bileşenlerinin -atom ve moleküller- hareketleriyle ilgili enerjilerin toplamıdır.** Bu cümlenin son kısmında , bir sistemin uzaydaki hareketinden kaynaklanan hacimsel (bulk) kinetik enerjisinin iç enerjisine eklenmediği belirtilmektedir. İç enerji maddenin moleküllerinin öteleme, dönme ve titreşim enerjileri ile moleküllerdeki potansiyel enerjisi ile moleküller arasındaki potansiyel enerjinin toplamıdır. İç enerjiyi cismin sıcaklığına bağlamak yararlıdır; fakat bu bağıntı sınırlıdır. Kesim 20.3 de, sıcaklık değişmeleri olmadan iç enerji değişimlerinin olabileceğini göreceğiz.

Bölüm 21'de göreceğimiz gibi, tek atomlu ideal bir gazın iç enerjisi, gazın atomlarının öteleme hareketleriyle ilgilidir. Bu durum, sistemin mikroskopik bileşenlerinin sahip olduğu tek enerji türüdür. Bu özel durumda iç enerji, basitçe gaz atomlarının toplam kinetik enerjisidir. Gazın sıcaklığı arttıkça, gaz atomlarının kinetik enerjisi ve dolayısıyla gazın içi enerjisi artar. Daha genel olarak, katı, sıvı ve gazlarda, iç enerji molekülün diğer şekillerdeki enerjilerinin de toplamıdır. Örneğin iki atomlu bir molekül, titreşim enerjisi, potansiyel enerji ve dönme kinetik enerjisine sahip olabilir.

Isı, sistemle çevresi arasındaki sıcaklık farkından kaynaklanan ve sistemin sınırlarını geçen enerji transferi olarak tanımlanır. Bir cismi *ısıtırsanız,* bu cisimle temasta olan daha yüksek sıcaklıktaki çevresinden ona enerji aktarmış olursunuz. Bu durumda,örneğin, fırın üzerine konulan bir tava içine soğuk su doldurulursa, tavanın sıcaklığı suya göre yüksek olduğundan suyun sıcaklığı artmaya başlar ve su enerji kazanır. Isı kavramını ayrıca bu yolla aktarılan enerjinin miktarı için de kullanacağız. Isı

Bilim adamları eskiden, ısının cisimler arasında transfer edilen ve **kalorik** denilen bir akışkan olduğuna inanıyorlardı. Yani ısıyı, ısıtma sırasında cisimde oluşan sıcaklık değişimleri cinsinden tanımlamışlardı. Bugün iç enerji ve ısı arasındaki büyük farkı biliyoruz. Bununla beraber, fiziksel büyüklükleri

isimlendirmede bir gelenek olarak ilk fikirlere dayandırılır. Örneğin *hal değiştirme ısısı ve ısı kapasitesi* bu tür niceliklerdendir.

Isı ve iç enerji kavramları arasındaki farkı görmek için, bölüm 7 de tartıştığımız iş ve mekanik enerji arasındaki farkı düşününüz. Bir sistem üzerine yapılan iş, sisteme çevresinden verilen enerji miktarının bir ölçüsüdür. Halbuki bir sistemin mekanik enerjisi (kinetik, veya potansiyel veya her ikisi), hareketin ve sistemin elemanlarının bağıl konumlarının bir sonucudur. Dolayısıyla, bir kişi bir sistem üzerinde bir iş yaparsa, kişiden sisteme bir enerji aktarımı yapılmıştır. Sistemin işinden bahsetmenin bir anlamı yoktur. Yani bir sisteme veya sistemden dışarı enerji transferi söz konusu olduğundan sadece sistem üzerine bir iş yapılabilir veya sistem bir iş yapabilir. Benzer şekilde, bir sistemin ısısı kavramının da anlamı yoktur, ancak sıcaklık farkları nedeniyle bir enerji transferi söz konusu olduğunda, ısıdan sözedilir. Isı ve iş sistemin enerjisini değiştirmenin iki ayrı yoludur.

Bir sistemin iç enejisinin, ısı yolu ile enerji aktarılmasa bile değişebileceğini bilmek önemlidir. Örneğin, bir gaz piston yardımıyla sıkıştırılırsa, ısınır ve iç enerjisi artar, fakat gaza çevreden ısı yolu ile bir enerji transfer edilmemiştir. Sonra gaz çabucak genleştirilirse gaz soğur ve iç enerjisi azalır fakat gazın çevresiyle herhangi bir şekilde ısı alış-verişi olmamıştır. Gazın sıcaklığındaki değişim, gaz ve çevresi arasındaki sıcaklık farkından dolayı oluşmamıştır. Bu sıcaklık artışı gazın sıkıştırılması ve genleştirilmesi sonucu meydana gelmiştir. Her bir durumda, gaza veya gazdan dışarı *iş* yapılarak enerji aktarılmış; ve sistemdeki enerji değişimi, iç enerjinin artışı veya azalışı şeklinde olmuştur. Bu örneklerde, iç enerjideki değişimler, gazın sıcaklığındaki değişimler olarak ifade edilmiştir.

Isı birimleri

Daha önce de bahsettiğimiz gibi ısı üzerindeki çalışmalar maddelerin —çoğu kez su— sıcaklık, artışları üzerine yoğunlaşmıştır. "Kalorik"e dayalı eski ısı kavramında, akışkanın bir cisimden başka bir cisme akışı ile sıcaklıkta bir değişme olacağı önerilmişti. Bu hayali akışkanın adına izafeten enerji birimi olarak kalori (cal) yi kullanırız. Kalori, 1 gram suyun sıcaklığını 14.5° den 15.5°C ye çıkarmak için gerekli ısı miktarı olarak tanımlanır.[1] (*Not*: Büyük C harfi ile yazılan "Calorie" gıdaların kimyasal enerji miktarı olarak tanımlanır, gerçekde kilokaloridir.) İngiliz birim sistemlerinde ısı birimi **İngiliz ısı birimi (Btu) 1 lb suyun sıcaklığını 63°F dan 64°F'a çıkarmak için gerekli ısı miktarı** olarak tanımlanır.

Kalori

Bilim adamları, ısıl işlemleri incelerken genellikle SI birim sistemindeki ısı birimi olan **joule** kullanırlar. Bu kitapta, ısı ve iç enerji, genellikle joule ile ifade edilecektir. (*Not*: İş ve ısı enerji birimleriyle ölçülür. Bu iki enerji transferi, enerjinin kendisi ile karıştırılmamalıdır).

[1] Orijinal olarak, kalori 1 gram suyun sıcaklığının 1°C yükseltmek için gerekli enerjidir. Fakat hassas ölçümler göstermiştir ki, suyun sıcaklığını 1°C artırmak için gerekli enerji, suyun ilk sıcaklığına bağlıdır. Böylece daha da duyarlı bir tanım geliştirilmiştir.

Isının Mekanik Eşdeğeri



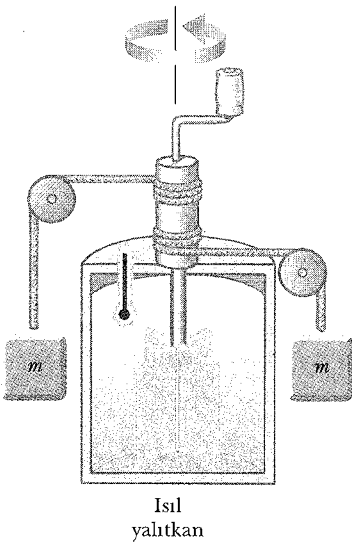
Benjamin Thompson (1753-1814). (*North Wind Pucture Arşivi*)

Bölüm 7 ve 8 de mekanik enerji kavramı verilmişti. Orada, bir mekanik sistemde sürtünme mevcut olduğu zaman, bir miktar mekanik enerjinin kaybolacağı veya korunmayacağı bulunmuştu. Çeşitli deneylerle görüldü ki kaybolan bu mekanik enerji, basitçe yok olmuyor, fakat ısıl enerjiye dönüşüyor. Evde basit bir deneyle bunu gösterebiliriz. Bir çekiç ile bir çiviyi bir odun parçasına çakarsak, çekicin kinetik enerjisi ne olur? Çivinin ısınmasından, bu enerjinin bir kısmının çiviye iç enerji halinde verildiği görülebilir. Bu mekanik ve termal (ısıl) enerji arasındaki ilişki ilk defa Thompson tarafından top namlusu deneyi sonucunda önerilmiştir. Ancak, enerjinin bu iki halinin eşdeğerliğini ilk defa Joule ortaya koymuştur.

Joule'ün bu meşhur deneyinin şematik diagramı Şekil 20.1 de gösterilmiştir. Bu sistemde termal olarak yalıtılan bir kabın içine bir miktar su konur. Pedalle teker çevirilerek su üzerinde bir iş yapılır. Bu işlemde ağırlık, aşağı doğru sabit bir hızla düşürülür. Pedal dönerken su ile pedal arasındaki sürtünmeden dolayı su ısınır. Duvarlar ve bilyalı yataklardaki enerji kaybı ihmal edilirse, ağırlığın potansiyel enerjisindeki kayıp, dönen pedalın su üzerinde yaptığı işe eşittir. Eğer iki cisim h kadar alçalmışsa, potansiyel enerjideki kayıplar 2 mgh olur yani, suyu ısıtan bu enerjidir. Deney şartları değiştirilerek Joule, mekanik enerjideki kaybın (2 mgh), suyun ΔT kadarlık sıcaklık artışı ile orantılı olduğunu bulmuştur. Orantı katsayısı 4,18 J/g·C° olduğu bulundu. Böylece, 4,18 J lük bir mekanik enerji 1g suyun sıcaklığını 1°C yükseltir. Daha duyarlı ölçümler gösteriyor ki, suyun sıcaklığı 14,5°C den 15,5°C'ye çıkarıldığında bu oranti sabiti 4,186 J/g·°C olmaktadır. Yani bu nicelik, tarihi nedenlerle *ısının mekanik eşdeğeri* olarak bilinir.

$$1 \text{ cal} \equiv 4{,}186 \text{ J} \qquad \textbf{(20.1)}$$

Isının mekanik eşdeğeri



Şekil 20.1 Joule'ün, Isının mekanik eşdeğirini hesapladığı deney düzeneği. Düşen ağırlıklar pedalı çevirirken, suyun sıcaklığı yükselir.

ÖRNEK 20.1 Kilo Verme

Bir öğrenci zengin bir yemekte 2000 (gıda) Kalori almaktadır. Bu miktar enerjiyi 50 kg lık bir kütleyi kaldırarak harcamak istemektedir. Bu kadar bir enerjiyi harcayabilmesi için kütleyi kaç defa kaldırmalıdır? Her seferinde bu kütleyi 2 m kaldırdığını ve ağırlığı aşağı (yere) indirirken herhangi bir iş yapmadığını farzediniz.

Çözüm 1 (gıda) Kalori (Clorie) = 10^3 cal olduğundan, bu işin ısı karşılığı 2×10^6 cal dır. Bunu J 'e çevirirsek, gerekli toplam işin

$$W = (2 \times 10^6 \text{ cal})\ (4{,}186 \text{ J/cal}) = 8{,}37 \times 10^6 \text{ J}$$

olduğu görülür. Ağırlığı h kadar bir defa kaldırmakla yapılan iş mgh olduğundan, bu cismi n defa kaldırmakla yapılan iş $nmgh$ dır. Bu ifadeyi gerekli toplam işe eşitlersek

$$W = nmgh = 8{,}37 \times 10^6 \text{ J}$$

ve m = 50 kg ve h = 2 m değerlerini kullanırsa

$$n = \frac{8{,}37 \times 10^6 \text{ J}}{(50 \text{ kg})\ (9{,}80 \text{ m/s}^2)\ (2 \text{ m})} = 8{,}54 \times 10^3 \text{ kere}$$

olduğu bulunur. Eğer öğrenci her 5 s de bir kaldırış yapabiliyorsa, bu işlem için 12 saat zamana ihtiyaç vardır. Kilo vermek için açıkça perhiz yapmanın daha kolay olacağı görülmektedir.

20.2 ISI SIĞASI VE ÖZGÜL ISI



10.3 İş yapılmaksızın bir cisme enerji verildiğinde, cismin sıcaklığı genellikle artar. (Farklı bir durum, madde hal değişimine uğradığında ortaya çıkar ve olaya *faz geçişi* denir- gelecek bölümde tartışılacaktır.)

Aynı miktarlardaki cisimlerin sıcaklıklarını belirli bir miktar yükseltmek için gereken enerji maddeden maddeye değişmektedir. Örneğin, 1 kg suyun sıcaklığını 1°C yükseltmek için gerekli enerji 4186 J dür. Oysa 1 kg lık bir bakır kütlenin sıcaklığını 1°C yüksetmek için gerekli enerji yalnızca 387 J dür. Aşağıdaki tartışmada, ısı transferi örneğimizdeki gibi ısıyı kullanacağız, fakat ancak üzerinde iş yaparak sistemin sıcaklığının değişebildiğini hatırda tutacağız.

Bir cismin **ısı sığası (kapasitesi)** C, o cismin sıcaklığını 1 Celsius derece yükseltmek için gerekli ısı enejisidir. Bu tanıma göre, cisme Q birimlik bir ısı verildiğinde, cismin sıcaklığı ΔT kadar değişir. O zaman,

Isı sığası

$$Q = C\Delta T \qquad \textbf{(20.2)}$$

olur.

Herhangi bir cismin **özgül ısısı** (c), birim kütle başına ısı sığası (kapasitesi) olarak tanımlanır. O halde, kütlesi m olan bir maddeye ısı yolu ile Q kadar enerji aktarılırsa, numunenin sıcaklığı ΔT kadar değişir. O zaman maddenin özgül ısısı

Özgül ısı

$$c \equiv \frac{Q}{m\,\Delta T} \qquad \textbf{(20.3)}$$

olur. Özgül ısı bir cismin, cisme verilen enerjiye karşı ısıl duyarlığının bir ölçüsüdür. Bir maddenin özgül ısısı ne kadar büyükse, belirli sıcaklık değişimini sağlamak için o kadar çok enerji vermek gerekir. Çizelge 20.1 de çeşitli maddelerin özgül ısıları verilmiştir.

Bu tanıma göre, m kütleli bir madde ile, bu maddenin çevresi arasında oluşan ısı enerjisi (Q) transferi, sıcaklık değişimi ΔT olmak üzere

$$Q = mc\Delta T \qquad \textbf{(20.4)}$$

olarak ifade edilebilir. Örneğin, 0,5 kg lık bir suyun sıcaklığını 3°C artırmak için gerekli ısı enerjisi (0,5 kg) (4186 J/kg°C) (3°C) = $6{,}28 \times 10^3$ J dür. Bir maddeye *ısı verildiğinde*, hem Q, hem de ΔT *pozitif alınır.* Maddenin sıcaklığı da

TABLO 20.1 Atmosfer Basıncı ve 25°C de Bazı Cisimlerin Özgül Isıları

	Özgül Isı, c	
Madde	**J/kg. °C**	**cal/g.°C**
Katı elementler		
Alüminyum	900	0,215
Berilyum	1 830	0,436
Kadmiyum	230	0,055
Bakır	387	0,0924
Germenyum	322	0,077
Altın	129	0,0308
Demir	448	0,107
Kurşun	128	0,0305
Silikon	703	0,168
Gümüş	234	0,056
Diğer katılar		
Pirinç	380	0,092
Odun	1 700	0,41
Cam	837	0,200
Buz (–5°C)	2 090	0,50
Mermer	860	0,21
Sıvılar		
Alkol (Etil)	2 400	0,58
Civa	140	0,033
Su (15°C)	4 186	1,00
Gaz		
Buhar (100°)	2 010	0,48

yükselir ve sisteme enerji akışı olur. Sıcaklık azalırken Q ve ΔT *negatif* olur ve sistemden enerji çıkar.

Özgül ısı sıcaklıkla değişir fakat sıcaklık aralığı çok büyük değilse, sıcaklık değişimi ihmal edilebilir ve c sabit alınabilir[2]. Örneğin,suyun özgül ısısı atmosfer basıncında 0°C ile 100°C arasında % 1 lik bir değişim gösterir. Aksi belirtilmedikçe, böyle değişimler dikkate alınmayacaktır.

Özgül ısıların ölçülen değerleri deney şartlarına da bağlı olduğu görülmüştür. Genellikle, sabit basınç altında ölçülen değerler, sabit hacim altında ölçülen değerlerden farklıdır. Katı ve sıvılarda, bu iki değer arasındaki fark, genellikle yüzde 1–3 mertebesinde olduğundan, çoğu kez dikkate alınmaz. Tablo 20.1 deki değerler, atmosfer basıncında ve oda sıcaklığında ölçülen de-

[2] 20.3 Eşitliği, ΔT sıcaklık aralığında özgül ısı değişimi ihmal edildiği hallerde geçerlidir. Genel olarak c, $\Delta T = T_s - T_i$ sıcaklık aralığında değişirse, Q nün gerçek ifadesi

$$Q = m\int_{T_i}^{T_s} c\, dT$$

olur.

ğerlerdir. Bölüm 21 de göreceğiz ki, gazların sabit basınçtaki özgül ısıları, sabit hacim altındaki değerlerinden çok farklıdır.

Sınama Sorusu 20.1

Herbirinin sıcaklığı 10°C olan 1 kg demir, 1 kg cam ve 1 kg su bulunsun. (a) Her birine 100 J enerji verildiğinde, sıcaklıklarını sıralayınız. (b) Her birinin sıcaklığını 20°C artırmak için, her birine verilmesi gereken enerji miktarını sıralayınız.

Ev Deneyi 

Park alanı gibi açık bir arazide, hava dolu bir balonu kibrit alevi ile kaldırmaya çalış. Sonra aynı işlemi su dolu bir balonla yap. Su dolu balon niçin havalanmadı?

Çizelge 20.1 den görüleceği gibi, suyun özgül ısısı, diğer maddeler arasında en yüksek olanıdır. Büyük su kütlelerinde, sıcaklığın çok düşük veya yüksek olmamasının nedeni, suyun özgül ısısının yüksek olmasıdır. Kış aylarında, suyun sıcaklığı düşerken, sudan havaya ısı transfer edilir; bu sulardan karalara doğru esen rüzgarların oluşmasına neden olur. Örneğin, Amerika nın batı kıyılarında rüzgarlar sürekli karaya doğrudur (Doğuya doğru). Böylece, Büyük Okyanusta açığa çıkan ısı, kıyıların, iç kısımlara göre daha ılık olmasını sağlar. Kışın bu olay, Batı kıyılarının, doğu kıyılarına göre daha ılık olmasının nedenini açıklar. Doğu kıyılarında rüzgarlar karaya doğru eserek ısı taşımazlar.

Cisimlerin özgül ısıları farklı olduğundan, aynı sıcaklıktaki bir pizza dilimindeki peynir, ağzı, bir ağız dolusu ekmek kırıntısından daha çok yakar. Hem ekmek hem de peynir ağızda ayni sıcaklığa yani 37°C ye düşer. Böylece aynı sıcaklığa erişinceye kadar peynir, ekmek parçasından daha çok enerji verir. Peynir ve ekmeğin kütlelerinin eşit olduğunu kabul edersek, 20.3 eşitliğine göre, içinde daha çok su bulunan peynirin özgül ısısı,içinde daha çok hava bulunan ekmek parçasınınkinden daha büyüktür.

Enerjinin Korunumu: Kalorimetri

Katı ve sıvıların özgül ısılarının ölçümünde kullanılan bir yöntem şöyle açıklanabilir. Sıcaklığı bilinen bir kaptaki belirli miktar suyun içine, yine sıcaklığı blinen bir madde atılır ve bunlar dengeye ulaştıktan sonra suyun sıcaklığı tekrar ölçülür. Bu işlemde yapılan mekanik iş ihmal edilebilir mertebede olduğundan, enerjinin korunumuna göre, sıcak maddenin verdiği ısı (özgül ısısı bilinmiyor), suya verilen ısıya eşittir.[3] Bu tekniğe **kalorimetri**, ölçümü yapmak için kullanılan aygıta **kalorimetre** denir. Enerjinin korunumuna göre

$$Q_{\text{soğuk}} = -Q_{\text{sıcak}} \quad \textbf{(20.5)}$$

yazılabilir. Yani, sıcak cismin verdiği enerji, soğuk cismin aldığı enerjiye eşittir. Eşitlikteki negatif işaret, ısının verilip alınmasına bağlıdır. $Q_{\text{sıcak}}$ enerjisinin işareti enerji verdiği için negatif alınmıştır. Böylelikle soğuk suya enerji girdi-

[3] Hassas ölçümler için, hesaplarda su kabının katkısı da dahil edilmelidir. Çünkü o da ısı alış verişinde bulunur. Bunun için kabın kütle ve bileşiminin bilinmesi gerekir. Bununla beraber, suyun kütlesi, içine konduğu kabın kütlesine göre çok büyükse, kabın kazandığı ısı ihmal edilebilir.

ğinden sağ tarafda pozitifleşmiş olur. Örneğin, Özgül ısısını ölçeceğimiz madde miktarı m_x, c_x onun özgül ısısı ve T_x ilk sıcaklığı olsun. Benzer şekilde m_{su}, c_{su} ve T_{su} suyun bilinen değerleri olsun. T_s, karışım sağlandıktan sonra erişilen denge sıcaklığı ise, 20.4 Eşitliğine göre, suyun kazandığı ısı $m_{su}\, c_{su}\,(T_s - T_{su})$ ve, özgül ısısı bilinmeyen maddenin kaybettiği ısı $-m_x\, c_x\,(T_s - T_x)$ dir. Sistem (su + bilinmeyen) dışarı ile bir ısı alış–verişi yapmıyorsa, enerjinin korunumuna göre suyun kazandığı ısı, maddenin kaybettiği ısıya eşit olmalıdır. Bu değerler 20.5 Eşitliğinde yerine yazıldığında

$$m_{su}c_{su}\,(T_s - T_{su}) = -m_x c_x\,(T_s - T_x)$$

olur. c_x çözülürse

$$c_x = \frac{m_{su}\, c_{su}\,(T_s - T_{su})}{m_x\,(T_x - T_s)}$$

bulunur.

ÖRNEK 20.2 Sıcak Bir Külçenin Soğutulması

0,05 kg lık bir metal parçası, 200°C ye kadar ısıtıldıktan sonra bir cam kaptaki ilk sıcaklığı 20°C olan 0,4 kg lık suyun içine atılıyor. Karışımın son denge sıcaklığı 22,4°C olduğuna göre, metal parçasının özgül ısısını hesaplayınız.

Çözüm 20.5 denklemine göre,

$$m_{su}c_{su}\,(T_s - T_{su}) = -m_x c_x\,(T_s - T_x)$$

$$(0{,}4\text{ kg})\,(4\,186\text{ J/kg}\cdot{}^\circ\text{C})\,(22.4^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) =$$

$$-\,(0{,}050\text{kg})\;(c_x)\;(22{,}4^\circ\text{C} - 200^\circ\text{C})$$

yazabiliriz. Buradan,

$$c_x = 453\text{ J/kg}\cdot{}^\circ\text{C}$$

bulunur. Tablo 20.1 deki verilerden metal parçasının Fe olabileceği sonucuna varılır.

Numunenin ilk sıcaklığının buharın sıcaklığından yüksek olduğuna dikkat ediniz. Böylece, suyun içine yüksek sıcaklıkta bir cisim atılırsa su bularlaşır. Sistem yalıtılmış olmalı ve buhar dışarı kaçmamaktadır. Son denge sıcaklığı, buharın sıcaklığından düşük olduğundan, kalan buhar tekrar yoğunlaşarak su haline gelir.

Alıştırma Metal parçası soğurken suya verilen ısı ne kadardır?

Cevap 4 020 J.

ÖRNEK 20.3 Bir Kovboyun Eğlencesi

Bir kovboy 2 g lık gümüş mermileri bir salonun cam duvarına, 200 m/s namlu hızıyla ateşler. Çarpışma enerjisinin tamamının mermiye transfer edilmesi durumunda, bu merminin sıcaklığındaki değişim ne olur?

Çözüm Merminin kinetik enerjisi

$$\tfrac{1}{2}\,mv^2 = \tfrac{1}{2}\,(2\times10^{-3}\text{ kg})\;(200\text{ m/s})^2 = 40\text{ J}$$

Bu kinetik enerjinin tamanı mermi duvarda tutulduğundan, ısı enerjisine dönüşür. 40J 'lik kinetik enerji, 40 J'lük ek bir iç enerji olduğundan merminin sıcaklığı artar. 40J 'lük bir enerjiyi ısı yolu ile bir fırından mermiye aktarmış olsa idik, sıcaklık değişimi aynı olurdu. Böyle bir işlemin olduğunu düşünecek olursak, ΔT yi Eş.20.4 'ten hesaplayabiliriz:

$$Q = m_c\,\Delta T$$

ifadesinden, gümüşün özgül ısısını 234 J/kg· °C (Tablo 20.1) alarak,

$$\Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{40\text{ J}}{(2\times10^{-3}\text{ kg})\;(234\text{ J/kg}\,^\circ\text{C})} = 85{,}5\ ^\circ\text{C}$$

bulunur.

Alıştırma Kovboy gümüş mermileri bitince, aynı kütlede ve aynı hızla kurşun mermiler ateşlerse, merminin sıcaklık değişimi ne olur?

Cevap 156C°

20.3 HÂL DEĞİŞTİRME ISISI

Bir maddeye ısı verildiğinde, madde ile çevresi arasında ısı alış–verişi olurken maddenin sıcaklığı değişir. Bununla birlikte, ısı alış–verişi sonucu maddenin sıcaklığının değişmeyeceği durumlar da vardır. Böyle bir durumda maddenin fiziksel özelliği, bir durumdan diğerine geçerken değişir. Bu olaya **faz değişmesi** denir. Katıdan–sıvıya (erime), sıvıdan – gaza (kaynama) ve bir katının kristal yapısının değişmesi bazı faz değişmelerine örnek gösterilebilir. Bütün bu faz değişmeleri, iç enerji değişimlerini gerektirir fakat sıcaklık değişmesini gerektirmez. Örneğin kaynama olayındaki iç enerji artışı, sıvı haldeki moleküller arasındaki bağların kırıldığını gösterir. Bu bağ kırılması, gaz halindeki moleküllerin birbirinden daha uzaklarda hareket etmeleri demektir. Bu durumda moleküllerin potansiyel enerjileri de artar.

Beklendiği gibi, farklı maddeler enerji verilirken veya onlardan enerji alınırken farklı tepkiler gösterirler. Çünkü moleküller arası düzenleri değişir. Ayrıca, faz değişimi sırasında aktarılan enerjinin miktarı, madde miktarına da bağlıdır. (Bir buz kübünü eritmek için gerekli enerji, donmuş bir gölü çözmek için gerekli olandan daha azdır). m kütleli saf bir maddenin faz değiştirmesi için gerekli enerji Q ise, $L \equiv Q/m$ oranı, o maddenin önemli bir ısıl özelliğini karakterize eder. Verilen veya alınan enerji, bir sıcaklık değişimi doğurmadığından, L ye o maddenin **hâl değiştirme ısısı** (gizli ısı) denir ve maddenin özelliğine ve faz değişmesinin doğasına bağlıdır.

Gizli ısının tanımını ve ısıyı yine enerji aktarma mekanizması olarak seçersek, m kütleli saf bir maddenin faz değiştirmesi için gerekli olan enerjiyi

$$Q = mL \quad \textbf{(20.6)}$$

olarak alırız. Katı–sıvı hal değişmesi sırasında erime ısısı (L_e) kullanılır. Sı-

TABLO 20.2 Erime ve Buharlaşma Isıları

Madde	Erime noktaları (°C)	Erime gizli ısısı (J/kg)	Kaynama noktası (°C)	Buharlaşma gizli ısısı (J/kg)
Helyum	–269,65	$5{,}23 \times 10^3$	–268,93	$2{,}09 \times 10^4$
Azot	–209,97	$2{,}55 \times 10^4$	–195,81	$2{,}01 \times 10^5$
Oksijen	–218,79	$1{,}38 \times 10^4$	–182,97	$2{,}13 \times 10^5$
Etil Alkol	–114	$1{,}04 \times 10^5$	78	$8{,}54 \times 10^5$
Su	0,00	$3{,}33 \times 10^5$	100,00	$2{,}26 \times 10^6$
Kükürt	119	$3{,}81 \times 10^4$	444,60	$3{,}26 \times 10^5$
Kurşun	327,3	$2{,}45 \times 10^4$	1750	$8{,}70 \times 10^5$
Alüminyum	660	$3{,}97 \times 10^5$	2450	$1{,}14 \times 10^7$
Gümüş	960,80	$8{,}82 \times 10^4$	2193	$2{,}33 \times 10^6$
Altın	1063,00	$6{,}44 \times 10^4$	2660	$1{,}58 \times 10^6$
Bakır	1083	$1{,}34 \times 10^5$	1187	$5{,}06 \times 10^6$

vı–gaz faz dönüşümünde[4] de **buharlaşma ısısı** L_b ifadesi kullanılır. Çeşitli maddelerin hâl değiştirme ısıları Tablo 20.2 de verilmiştir.

Sınama Sorusu 20.2

100°C taki sıvı su mu, yoksa aynı kütleli 100°C taki buhar mı ciddi bir yanmaya sebep olabilir?

Faz değişimlerinde gizli ısının rolünü daha iyi anlamak için; örneğin, –30°C deki 1 g lık bir buz bloğunu 120°C de buhar haline geçirmek için gerekli ısıyı düşünelim. Şekil 20.2 de, buza ısı verildiğinde meydana gelebilecek deneysel ısı–sıcaklık eğrisi görülmektedir. Bu kırmızı eğrinin her bölgesini ayrı ayrı ele alalım.

A bölgesi. Eğrinin bu kısmında, buzun sıcaklığını –30°C'den 0°C ye yükseltiyoruz. Buzun özgül ısısı 2090 J/kg·°C olduğundan, bu işlem için buza verilmesi gereken ısı Eş. 20.4 e göre

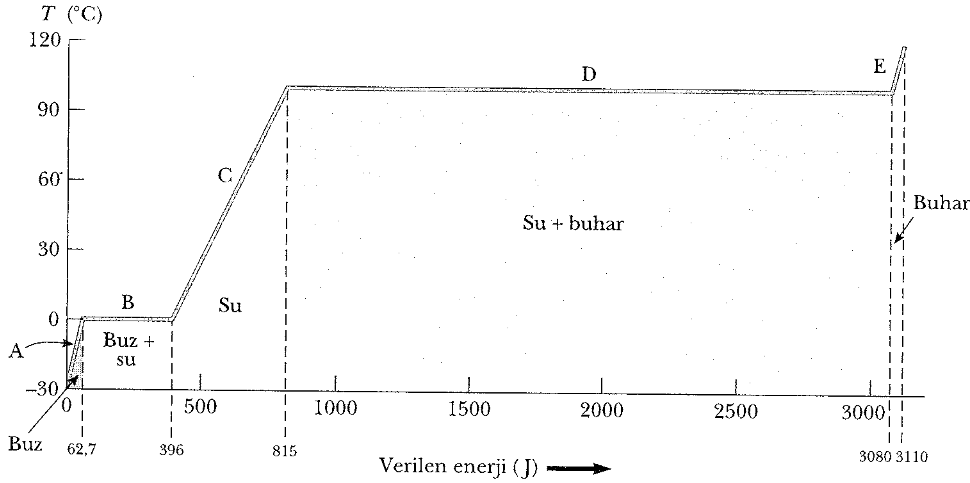
$$Q = m_i c_i \Delta T = (10^{-3}\text{ kg})\ (2090\text{ J/kg}\cdot{}^\circ\text{C})\ (30\ {}^\circ\text{C}) = 62{,}7\text{ J}$$

olarak bulunur.

B bölgesi. Buzun sıcaklığı 0°C ye yükseldiğinde buz-su karışımının sıcaklığı ısı verilmesine rağmen buzun tamamı su haline gelinceye kadar sabit kalır. 1 g kütleli 0°C deki buzu eritmek için gerekli ısı, Eş. 20.6 ya göre

$$Q = mL_s = (1 \times 10^{-3}\text{ kg})\ (3{,}33 \times 10^5\text{ J/kg}) = 333\text{ J}$$

olarak bulunur. Yani 396 J (= 62,7 + 333 J) olarak işaretlenen yere geldiler.



Şekil 20.2 İlk sıcaklığı – 30°C olan 1 g buzu buhar hale geçirmek için, sıcaklığın, verilen ısıya bağlı eğrisi.

[4] Bir gaz soğurken sıvı faza döner büyük olasılıkla *yoğunlaşır.* Birim kütle başına verilen ısıya yoğunlaşma gizli ısısı denir ve buharlaşma gizli ısısına eşittir. Benzer şekilde, bir sıvı soğumaya başlarsa, sonunda katılaşır. Katılaşma gizli ısısı, erime gizli ısısına eşittir.

C bölgesi. 0°C ile 100°C de arasında bilinmeyen bir olay meydana gelmez. Bu bölgede herhangi bir faz değişimi de olmaz. Suya verilen ısı, onun sıcaklığının artmasını sağlar. Sıcaklığı 0°C den 100°C ye çıkarmak için gerekli ısı

$$Q = m_{su}c_{su}\,\Delta T = (1 \times 10^{-3}\text{ kg})\ (4{,}19 \times 10^{3}\text{ J/kg}\cdot{}^{\circ}\text{C})(100^{\circ}\text{C}) = 419\text{ J}$$

olarak bulunur.

D bölgesi. 100°C deki su 100°C buhar haline gelirken başka bir faz değişimi meydana gelir. B deki buz-su karışımına benzer. Burada, -enerji ilave edilse bile- 100°C taki su-buhar karışımının sıcaklığı, sıvının tamamı buhara dönüşünceye kadar sabit kalır. 1 g suyu 100°C de buhar hale geçirmek için gerekli ısı

$$Q = mL_b = (1 \times 10^{-3}\text{ kg})\ (2{,}26 \times 10^{6}\text{ J/kg}) = 2{,}26 \times 10^{3}\text{ J}$$

olarak bulunur.

E bölgesi. Eğrinin bu bölümünde, A ve C deki gibi, buhara ısı verilirken herhangi bir faz değişimi olmaz. Verilen enerjinin tümü, buharın sıcaklığını artırmak için kullanılır. 100°C deki buharın sıcaklığını 120°C ye çıkarmak için gerekli enerji

$$Q = m_b c_b\,\Delta T = (1 \times 10^{-3}\text{ kg})\ (2{,}01 \times 10^{3}\text{ J/kg}\cdot\text{C}^{\circ})\ (20\ \text{C}^{\circ}) = 40{,}2\text{ J}$$

olur.

–30°C deki bir buzu 120°C de buhar hale geçirmek için gerekli toplam ısı enerjisi $3{,}11 \times 10^{3}$ J dur. Yani 1 g 120°C de buharı soğutarak –30 °C buz elde etmek için buhardan $3{,}11 \times 10^{3}$ J lük bir ısı alınmalıdır.

Faz değişimlerini, bir maddeye enerji verildiğinde/yahut alındığında, moleküllerinin yeniden düzenlenişleri vasıtası ile açıklayabiliriz. (Atomları, moleküller oluşturmak üzere birleşmeyen elementlerin oluşturduğu maddeler için, aşağıdaki tartışma atomlar vasıtası ile yapılmalıdır. Moleküller ve elementel maddelerin her ikisi için de **molekül** terimini kullanacağız.) Önce sıvı fazdan gaz fazına geçişi ele alalım. Sıvı molekülleri birbirine gazlarınkinden daha yakındır ve bunların birbirine uyguladıkları kuvvetler, gaz moleküllerinin birbiri üzerine uyguladıkları kuvvetlerden daha büyüktür. Bu nedenle, molekülleri birbirinden ayırıp uzaklaştırmak için, sıvı üzerine, bu çekici kuvvetleri yenecek kadar iş yapılmalıdır. Buharlaşma gizli ısısı, böyle bir ayırmayı yapmak üzere sıvıya verilmesi gereken birim kütle başına enerji miktarıdır.

Aynı şekilde, katılar için de bir ilave enerjinin gerekliliğini düşünebiliriz. Bu enerji de, moleküllerin denge konumu civarındaki titreşim genliğini sıcaklık arttıkça artırır. Katının erime noktasında genlik, moleküller arasındaki bağı kırabilecek kadar büyük olur ve moleküller yeni konumlara hareket edebilirler. Sıvılardaki moleküller de birbirine bağlarla bağlıdır, fakat bunlar katılarınkinden daha zayıftır. Erime gizli ısısı, moleküller arasındaki bağları, katı-türü bağlardan sıvı-türü bağlara dönüştürmek için birim kütle başına gerekli olan enerjiye eşit olur.

Çizelge 20.2 den görülebileceği gibi, verilen bir maddenin buharlaşma gizli ısısı, genellikle, erime gizli ısısından biraz daha büyüktür. Bu da bizi şaşırtmaz. Çünkü, gaz fazında moleküller arası ortalama uzaklık, sıvı veya katı fazdakine göre daha büyük olur. Katıdan sıvıya olan bir faz geçişini, moleküller arasındaki katı-türü bağlar yerine, az daha zayıf olan sıvı-türü bağları olarak açıklarız. Fakat sıvı fazdan gaz fazına olan bir değişimde, sıvı-tür bağlar kı-

rılınca, artık gaz moleküllerinin birbirine bağlı olmadığı bir durum ortaya çıkar. O halde, verilen bir miktar maddeyi buharlaştırmak için gerekli olan enerji, eritmek için gerekenden daha büyük olacaktır.

Sınama Sorusu 20.3

Şekil 20.2 de eğrinin A, C ve E bölgelerinin eğimlerini hesaplayınız. Eğimleri küçükten büyüğe doğru sıralayınız. Bu sıralama ne anlama gelir?

Problem Çözümünde İpuçları

Kalorimetri Problemleri

Kalorimetri problemlerinin çözümünde zorluklarla karşılaşırsanız, aşağıdaki noktalara dikkat ediniz:

- Birimler birbiriyle uyumlu olmalıdır. Örneğin, özgül ısı cal/g.°C olarak ifade edilmiş ise, kütleler gram, sıcaklıklar Celsius derece alınmalıdır.
- Faz değişimi olmadığı hallerde $Q = mc\Delta T$, faz değişimi olduğu durumlarında $Q = mL_e$ ve $Q = mL_b$ Eşitlikleri kullanılmalıdır.
- İşaret hataları genellikle $Q_{soğuk} = -Q_{sıcak}$ denkleminin kullanımında yapılmaktadır. Denklemde negatif işareti unutmayınız ve ΔT nin son sıcaklık ile ilk sıcaklık arasındaki fark olduğunu hatırlayınız.

ÖRNEK 20.4 Buharın Soğuması

100 g lık bir cam kaptaki 200 gramlık suyun sıcaklığını 20°C den 50°C ye çıkarmak için ilk sıcaklığı 130°C olan ne kadar buhar gereklidir?

Çözüm Buhar üç durumda enerji kaybeder. İlkinde buhar 1000°C 'a kadar soğur. Bu işlemde aktarılan enerji

$$Q_1 = m_b\, c_b\, \Delta T = m_b\,(2{,}01 \times 10^3\ \mathrm{J/kg.°C})\ (-30\ °\mathrm{C})$$
$$= -m_b\,(6{,}03 \times 10^4\ \mathrm{J/kg})$$

Burada mb buharın bilinmeyen kütlesidir. İkinci kademede buhar suya çevrilir. Bu durumda alınan ısıyı bulabilmek için, buharlaşma ısısını kullanırız; $Q = -mL_b$ den

$$Q_2 = -m_b\,(2{,}26 \times 10^6\ \mathrm{J/kg})$$

Buradaki negatif işaret, buharın enerji verdiğini gösterir. Son kademede, suyun sıcaklığı 50°C 'a düşer. Bu işlem sırasında açığa çıkan enerji

$$Q_3 = m_b\, c_{su}\, \Delta T = m_b\,(4{,}19 \times 10^3\ \mathrm{J/kg\cdot°C})\ (-50\ °\mathrm{C})$$
$$= -m_b\,(2{,}09 \times 10^5\ \mathrm{J/kg})$$

Buharın kaybettiği ısıyı, cam ve suyun aldığı ısıya eşitlersek,

$$Q_{sıcak} = Q_1 + Q_2 + Q_3$$
$$= -m_b\,(6{,}03 \times 10^4\ \mathrm{J/kg} + 2{,}26 \times 10^6\ \mathrm{J/kg}$$
$$+ 2{,}09 \times 10^5\ \mathrm{J/kg})$$
$$= -m_b(2{,}53 + 106\ \mathrm{J/kg})$$

Şimdi, cam kap ve suyun sıcaklığının artışına dikkat edelim. 20.4 Eşitliğini kullanarak

$$Q_{soğuk} = (0{,}2\ \mathrm{kg})\ (4{,}19 \times 10^3\ \mathrm{J/kg\cdot°C})\ (30\ °\mathrm{C})$$
$$+ (0{,}1\ \mathrm{kg})\ (837\ \mathrm{J/kg\cdot°C})\ (30\ °\mathrm{C})$$
$$= 2{,}77 \times 10^4\ \mathrm{J}$$

bulunur. 20.5 denklemini kullanarak, bilinmeyen kütleyi bulabiliriz.

$$Q_{soğuk} = -\,Q_{sıcak}$$
$$2{,}77 \times 10^4\ \mathrm{J} = -\,[-m_b(2.53 \times 10^6\ \mathrm{J/kg})]$$
$$m_b = 1.09 \times 10^{-2}\ \mathrm{kg} = 10{,}9\mathrm{g}$$

ÖRNEK 20.5 **Sıvı Helyumun Kaynaması**

Sıvı helyumun kaynama noktası (4, 2 K) ve buharlaşma gizli ısısı ($2{,}09 \times 10^4$ J/kg) çok düşüktür. İçinde sıvı helyum bulunan bir kaba, sabit 10 *W* (1 *W* = 1 J/s) gücündeki bir elektrik ısıtıcısı ile ısı verilirse bu ısı veriş hızıyla, 1 kg sıvı helyum ne kadar sürede kaynar?

Çözüm Sıvı helyum için $L_b = 2{,}09 \times 10^4$ J/kg olduğundan, 1 kg sıvı helyumu kaynatmak için $2{,}09 \times 10^4$ J enerji gereklidir. Helyuma verilen güç 10 W = 10 J/s dir. Yani helyuma her 1 s de 10 J enerji transfer edilir. Şu halde 1 kg lık sıvı helyuma $2{,}09 \times 10^4$ J ısı aktarmak için geçen süre:

$$t = \frac{2{,}09 \times 10^4 \text{ J}}{10 \text{ J/s}} = 2{,}09 \times 10^3 \text{ s} \approx 35 \text{ dak}$$

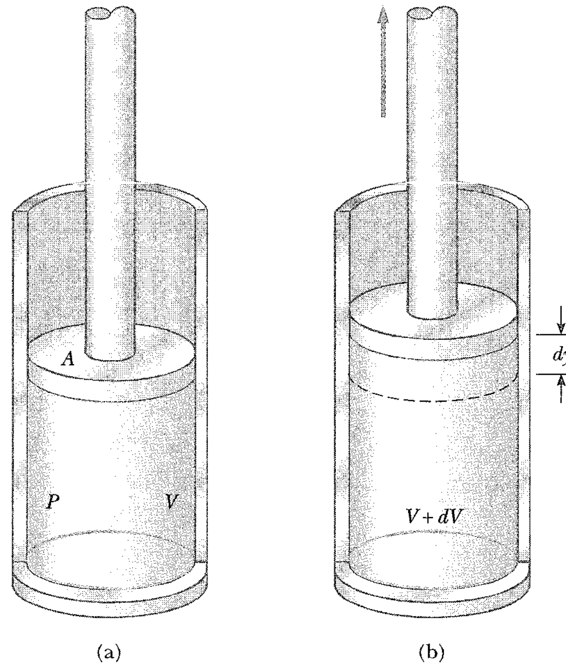
Alıştırma 1 kg lık 100°C suya 10 W lık bir güç verilirse, suyun tamamı ne kadar zamanda kaynar?

Cevap 62,8 saat.

20.4 TERMODİNAMİK SÜREÇLERDE İŞ VE ISI

10.6 Termadinamiğe makroskopik açıdan yaklaşıldığında, bir sistemin *durumu* basınç, hacim, sıcaklık ve iç enerj değişkenleriyle açıklanır. Bir sistemi karakterize etmek için gerekli makroskopik değişkenlerin sayısı, sistemin tabiatına bağlıdır. Homojen bir sistem için, örneğin yalnızca tek tip molekül içeren gazlarda, genellike, yalnızca basınç ve hacim gibi iki değişken yeterlidir. Fakat, yalıtılmış bir sistemin *makroskopik durumu,* sistem kendi iç termal dengesine ulaşmışsa belirlenebilir. Bir kab ve içindeki gaz, kendi iç termal dengesine ulaşabilmesi için, kabın içinde her yerde basınç ve sıcaklık aynı olmalıdır.

Hareketli bir pistonla bağlantılı bir silindirik kap içindeki gazı inceleyelim (Şekil 20.3). Denge halinde iken, hacmi *V* olan gaz, silindir çeperlerine ve pis-



Şekil 20.3 Silindir içindeki bir gazın hacmi *V* den *V* + *dV* olacak şekilde genleşirken, *P* basıncındaki gaz hareketli piston üzerinde bir iş yapar.

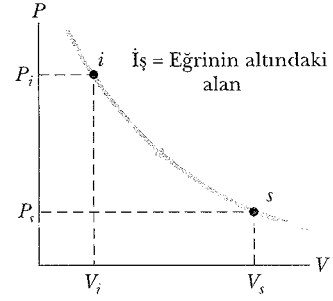
tona aynı P basıncını uygular. Pistonun kesit alanı A ise, gazın pistona uyguladığı kuvvet $F = PA$ dır. Şimdi de gazın **yarı–statik** olarak genleştiğini varsayalım. Yani, genleşme, ısıl denge bozulmayacak şekilde yavaş yavaş olsun. Piston dy mesafesi kadar hareket ederken, gazın piston üzerine yaptığı iş,

$$dW = F\,dy = PA\,dy$$

dir. $A\,dy$ gazın hacmindeki dV artışına eşit olduğundan, yapılan işi

$$dW = P\,dV \tag{20.7}$$

şeklinde ifade edebiliriz. Gaz Şekil 20.3b deki gibi genleşirse, dV pozitiftir ve gazın yaptığı iş de pozitiftir. Gaz sıkıştırılırsa, dV negatif olur, dolayısıyle gazın yaptığı iş de negatiftir. (Daha sonraki durumlarda, sistem üzerinde iş yapılıyorsa negatif alınacaktır).



Şekil 20.4 Bir gaz tersinmez olarak (yavaşca) i durumundan s durumuna genleşirken gazın yaptığı iş, PV eğrisinin altında kalan alana eşittir.

Termodinamik problemlerde, sistemin çevresi ile enerji alış-verişi değerlendirilmelidir. Ancak, çok sayıdaki problemde, maddenin her üç halide göz önüne alınmalıdır. Termodinamiğin gelişimine bağlı olarak sistem iş yaparsa, yapılan iş pozitif alınır mekanikte ise bunun tersi kabul edilir. Buna göre, **termodinamikte, sistemden dışa bir enerji verilirse, yapılan iş pozitif alınır.**

Termodinamik işlemlerde biz de bu anlaşmaya uyacağız. Gazın hacmi V_i değerinden V_s değerine artarken gazın yaptığı toplam iş, 20.7 Eşitliğinin integrali ile bulunur:

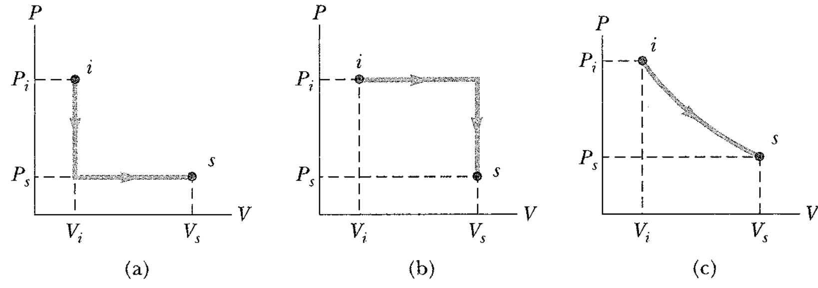
$$W = \int_{V_i}^{V_s} P\,dV \tag{20.8}$$

Bu integrali alabilmek için, işlem sırasında basıncın nasıl değiştiğinin bilinmesi gerekir. Sadece başlangıç ve son durumların verilmesi yetmez. Ya da P nin Vye bağlılığı bilinmelidir. Bu önemli nokta, sadece genleşme için değil, herhangi türden bir işlem için de doğrudur. Bir işlemi tamamen belirleyebilmek için, ilk ve son durumlar arasındaki her durum için, termodinamik değişkenlerin değerleri bilinmelidir. Eğer, işlemin her kademesinde basınç ve hacim bilinirse, gazın durumu Şekil 20.4 deki gibi PV eğrisi ile gösterilebilir. 20.8 denklemindeki integralin değeri; eğrinin sınırladığı alana eşittir. Buna göre;

Bir ilk durumdan bir son duruma genleşirken gaz tarafından yapılan iş, PV diyagramındaki eğrinin altında kalan alana eşittir.

İş, PV diyagramındaki eğrinin altında kalan alana eşittir.

Şekil 20.4 den görüldüğü gibi, yapılan iş; sistem i durumundan s durumuna genleşirken iki durum arasında takip edilen yola bağlıdır. PV diyagramındaki yol sözünden, sistemin uğradığı termodinamik süreci anlarız. Bu önemli noktayı açıklayabilmek için i ve s yi birleştiren çeşitli farklı yolları inceleyelim (Şekil 20.5). Şekil 20.5a da gösterilen işlemde gazın basıncı, önce V_i sabit hacimde, soğutularak P_i den P_s a düşürülür. Sonra P_s sabit basınç altında V_i den V_s hacmine genleşir. Bu yol boyunca yapılan iş $P_s\,(V_s - V_i)$ dir. Şekil 20.5b de, gaz önce P_i sabit basınç altında, V_i hacminden V_s hacmine genleşir ve sonra,

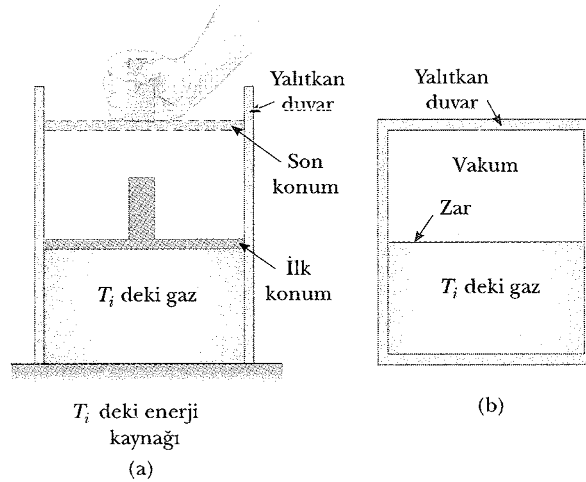


Şekil 20.5 Bir gazı, bir durumdan diğer bir duruma götürürken yapılan iş, bu iki durum arasında takip edilen yola bağlıdır.

Yapılan iş, ilk ve son durumlar arasındaki yola bağlı olur.

V_s hacmi sabit tutulurken basınç P_s değerine düşürülür. Bu yol boyunca yapılan iş P_i ($V_s - V_i$) dir ve Şekil 20.5.a da anlatılan işlemdekinden büyüktür. Son olarak Şekil 20.5c de gösterilen işlemde, P ve V nin her ikisi de sürekli değişirken yapılan iş, ilk iki işlemde yapılan işlerin arasında bir değer alır. **Bir sistemin yaptığı iş, sistem ilk ve son durumuna ve bu durumlar arasında sistemin izlediği yola bağlıdır.**

Benzer şekilde, sisteme giren veya sistemden çıkan Q ısısı da işleme bağlıdır. Bu, Şekil 20.6 da anlatılan durum incelenerek gösterilebilir. Her iki durumda da, başlangıçta gazın hacmi, sıcaklığı ve basıncı aynı ve gaz ideal farzediliyor. Şekil 20.6a da, gaz çevresinden yalıtılmıştır, gaz dolu bölgenin alt kısmı hariç; çünkü burası enerji kaynağı ile ısıl temastadır. Isı *deposu* (veya kaynağı) nun çok çok büyük olduğu ve sonlu miktarda enerji vermekle kendi sıcaklığının değişmeyeceği düşünülür. Piston bir dış etken-meselâ elle- tarafından başlangıç konumunda tutulur. Pistona aşağı doğru hafifçe bir kuvvet uygulanırsa; piston sonra yavaşça son konumuna kadar yükselir. Piston yukarıya hareket ettiğinden, gaz, piston üzerinde iş yapar. Bu V_s son hacmine kadar olan

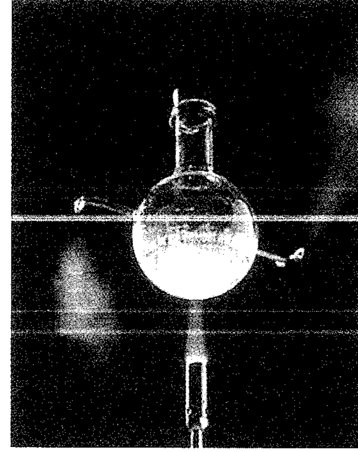


Şekil 20.6 (a) T_i sıcaklığındaki bir gaz, aynı sıcaklıktaki kaynaktan ısı soğurarak yavaş yavaş genleşir. (b) Boşluk ara zarı yırtıldığında gaz aniden (hızlı olarak) boş bölgeye genleşir.

genleşme esnasında, sıcaklığı sabit tutmak için kaynaktan yeteri kadar ısı gaza transfer edilir.

Şimdi Şekil 20.6b de gösterilen ısıl olarak yalıtılmış sistemi inceleyelim. Zar yırtıldığı zaman gaz vakuma doğru genleşerek V_s hacmine ve P_s basıncına sahip olur. Bu durumda herhangi bir hareketli piston olmadığından gaz herhangi bir iş yapmaz. Yani termal olarak yalıtılmış duvardan bir ısı transferi olmaz.

Şekil 20.6a daki ideal gazın ilk ve son durumları ile, Şekil 20.6b deki gazın ilk ve son durumları aynıdır. Yalnızca yollar farklıdır. Birinci durumda, gaza yavaş yavaş ısı transfer edilirken, gaz piston üzerine iş yapar. İkinci durumda, herhangi bir ısı transferi söz konusu değildir ve yapılan iş sıfırdır. Buna göre **ısı, işe benzer şekilde, sistemin başlangıç, son ve ara durumlarına bağlıdır.** Başka bir deyişle, ısı ve iş yola bağlı olduğundan, hiç bir nicelik, termodinamik sürecin son değeri ile tayin edilemez.



Bu cihaz, İskenderiye'li Hero tarafından M.Ö.150 yılında keşfedildiğinden adına **Hero makinası** denir. İple asılı şişede su kaynatılırsa,yanlardaki borulardan buhar çıkar, (zıt yönlerde) ve şişeyi döndürücü bir tork oluşur. (*Central Scientific Company'nin izniyle*)

20.5 TERMODİNAMİĞİN BİRİNCİ KANUNU

10.6 8. Bölümde mekanik enerjinin korunumu yasası ilk defa verildiğinde, bir sistemin mekanik enerjisi sürtünme gibi korunumlu olmayan kuvvetlerin bulunmaması halinde geçerlidir demiştik. Yani mekanik modelde, bir sistemin iç enerji değişimi eklenmemişti. Termodinamiğin birinci kanunu, enerji korunumu kanununun bir genelleştirilmesidir ve iç enerjideki muhtemel değişmeleri de kapsar. Termodinamiğin birinci kanunu bütün işlemlere uygulanabilen evrensel bir yasadır. Ayrıca, mikroskobik ve makroskobik nicelikler arasında ilişki de kurar.

Bir sistem ile çevresi arasındaki enerji alış verişinin iki yolla olduğunu gördük. Bunlardan biri, sistem tarafından iş yapmaktır. Bu tür enerji değişiminde, sistemin makroskobik değişkenlerinde, yani basınç veya kuvvetin uygulama noktasının yerinde kayda değer bir değişme olur. Diğeri ise mikroskobik düzeydeki sistemin molekülleri arasındaki rastgele çarpışmalardan ileri gelen ısı transferidir. Her iki mekanizma, sistemin iç enerjisinde bir değişmeye yol açar ve bu nedenle de, sistemin basınç, sıcaklık ve hacim gibi makroskobik değişkenlerinde ölçülebilir değişmeler oluşur.

Bu düşünceleri daha nicel bir temele oturtmak için, termodinamik bir sistemin bir ilk halden son hale Q birimlik ısı alış verişi yaparak ve sistem tarafından veya sistem üzerinde W işi yapılarak geçtiğini farzedelim. Örneğin sistem, basınç ve hacmi P_i, V_i den P_s, V_s ye değişen bir gaz olsun. Eğer $Q - W$ nicelikleri, ilk ve son denge durumlarını birleştiren çeşitli yollar boyunca ölçülmüş ise, görülür ki ilk ve son durumu birleştiren *bütün* yollar boyunca bulunan $Q - W$ değerleri aynıdır. Buradan, bir sistemin ilk ve son durumu vasıtası ile, $Q - W$ niceliğinin tamamen belirlenebilir olduğu sonucuna varırız. $Q - W$ niceliği bir **sistemin iç enerjisindeki değişmedir.** Q ve W nin her ikisi de yola bağlı olmasına rağmen, **$Q - W$ niceliği yoldan bağımsızdır.** İç enerji fonksiyonunu $E_{iç}$ harfi ile gösterirsek, iç enerjideki $\Delta E_{iç}$ değişimi

$Q - W$ iç enerjideki değişme

$$\Delta E_{iç} = Q - W \qquad (20.9)$$

Birinci Kanun

şeklinde ifade edilebilir[5]. Buradaki bütün nicelikler aynı enerji birimi ile ifa-

[5] Bölüm 8 de verildiği gibi, genel olarak potansiyel enerji için kullanılan U gösteriminin iç enerji için kullanılması talihsiz bir kazadır. Bu kitapta potansiyel enerji ve iç enerji arasındaki karışıklığı önlemek için iç enerji $E_{iç}$ ile temsil edilmiştir. Eğer ileri termodinamik dersi alırsanız, U gösteriminin iç enerji için kullanılacağını göreceksiniz.

de edilmelidir.[6] 20.9 Eşitliği, **termodinamiğin birinci kanunu** olarak bilinir. Kanun bu biçimi ile kullanıldığında, sisteme bir enerji girerse Q pozitif, sistem çevresi üzerine bir iş yaparsa W pozitif alınır. Sistem üzeride çevresi bir iş yaparsa W negatif olur.

Bir sistem, sonsuz küçük bir hal değişimine maruz kalırsa, çok küçük miktarda dQ enerjisi transfer edilir ve çok küçük bir dW işi yapılır ve iç enerji değişimi $dE_{iç}$ de çok küçük olur. Böylece, birinci kanun sonsuz küçük işlemler[7] için

Sonsuz küçük değişmeler için birinci-yasa

$$dE_{iç} = dQ - dW$$

şeklinde ifade edilir. Birinci kanundaki eşitlik, bir enerji korunumu ifadesidir; ve sistemde değişen tek enerji türünün $E_{iç}$ olacağını söyler. Şimdi bu şatları taşıyan bazı özel durumlara bakalım.

Yalıtılmış sistem

Önce, *yalıtılmış bir sistem* inceliyelim. Yani, sistem çevresi ile etkileşmiyor olsun. Bu durumda, bir ısı akışı yoktur ve yapılan iş sıfırdır. Dolayısıyla, iç enerji sabit kalır. Yani, $Q = W = 0$ olduğundan $\Delta E_{iç} = 0$ dır ve böylece $E_{iç,\,i} = E_{iç,\,s}$ olur. Buradan, **yalıtılmış bir sistemin iç enerjisi $E_{iç}$ sabit kalır** sonucuna varırız.

İkinci olarak, *çevrimli* (devirli) *işlem* yapan bir sistemi (çevresinden yalıtılmış) ele alalım. Yani, sistem bir durumda iken, belirli bir işlem başlar ve biter. Bu durumda, iç enerjideki değişim *sıfırdır* ve çevrim sırasında yapılan iş, sisteme verilen ısı miktarına eşit olmalıdır. Yani, çevrimli işlemlerde (süreçlerde)

Çevrimli işlem

$$\Delta E_{iç} = 0 \quad \text{ve} \quad Q = W$$

yazılabilir. PV diyagramında bir çevrim, kapalı bir eğri olarak görünür (Şek. 20.5'te gösterilen süreçler açık eğrilerle temsil edilmiştir. Çünkü ilk ve son durumlar farklıdır.) **Buna göre çevrim sürecinde, çevrim başına sistem tarafından yapılan iş PV diyagramındaki kapalı yolun çevrelediği alana eşittir.**

Herhangi bir süreçte sistemin yaptığı iş sıfır ise, iç enerjideki $\Delta E_{iç}$ değişimi, sisteme verilen veya ondan alınan Q enerjisine eşittir:

$$\Delta E_{iç} = Q$$

Sisteme bir enerji girerse, Q pozitif olur ve sistemin iç enerjisi artar. Gazlarda, sistemin iç enerjisi arttıkça gaz moleküllerinin kinetik enerjisi artar. Tersine, işlem sırasında enerji transferi yok ise, fakat sistem tarafından bir iş yapılırsa, iç enerjideki değişim sistemin yaptığı işin negatif işaretlisine eşit olur:

$$\Delta E_{iç} = -W$$

[6] Mekanik çalışmalarımızdaki iş tanımını kullanarak, iş veya ısı ile bir sisteme enerji aktarıldığında, sistemin iç enerjisi değişebileceğinden, birinci kanun $\Delta E_{iç} = Q + W$ olarak yazılabilir. Kesim 20.4 te tartışılan pozitif iş tanımı yüzünden, 20.9 Eşitliği ile verilen birinci kanunda negatif işaret konulmuştur.

[7] $dE_{iç}$ tam diferansiyel değer iken, dQ ve dW nın tam diferansiyel değerler olmadığına dikkat ediniz. Gerçekte, dQ ve dW tam olmayan diferansiyel değerlidir ve sık sık dQ ve dW şeklinde ifade edilirler. Bu noktada daha fazla açıklama, M.W Zemansky ve R.H. Dittman, Isı ve Termodinamik, New York, Graw–Hill, 1981, gibi termodinamik ders kitaplarında bulunabilir.

Örneğin; Bir gaz, yalıtılmış bir silindirdeki pistonu hareket ettirerek sıkıştırılırsa, ısı yolu ile transferi almaz ve gazın yaptığı iş negatif olur. O halde, piston hareket ettirilerek gaz moleküllerine bir kinetik enerji transferi olduğundan iç enerji artacaktır.

Mikroskobik ölçekte ısı ve iş arasında gerçekte bir fark yoktur. Her ikisi de sistemin iç enerjisinde bir değişmeye neden olur. Q ve W makroskobik niceliklerinden her ikisi de sistemin bir özelliği *değilse* de, termodinamiğin birinci kanunu yolu ile sistemin iç enerjisi ile ilişkilidirler. Bir işlemde Q ve W bir kez ölçülür veya hesaplanırsa, termodinamiğin Birinci kanununu kullanarak iç enerji değişimi bulunabilir.

Birinci Kanunun en önemli sonuçlarından birisi, *iç enerji* denilen bir niceliğin var oluşudur. İç enerjinin değeri, sistemin durumundan tayin edilir. Dolayısıyla, iç enerji fonksiyonuna *durum* (hâl) *fonksiyonu* denir.

20.6 TERMODİNAMİĞİN BİRİNCİ YASASININ BAZI UYGULAMALARI

Termodinamiğin birinci kanununu özel sistemlere uygulamaya başlamadan, önce bazı yaygın termodinamik işlemleri tanımlamak yararlı olur. Bir sistemin ısıl değişim sürecinde, hiç bir ısı girişi veya ısı çıkışı olmuyarsa, yani $Q = 0$ ise, böyle bir sürece adyabatik süreç denir. Adiyabatik bir süreç, ya çevreden yalıtılmış bir sistem kullanılarak ya da ısı yolu ile enerji kaçamayacak kadar kısa bir süre yapılırsa gerçekleştirilebilir (Şekil 20.6b). Termodinamiğin birinci kanunu böyle bir sürece uygulandığında

Adyabatik süreçte $Q = 0$

$$\Delta E_{iç} = -W \qquad \text{(adyabatik süreç)} \qquad \textbf{(20.10)}$$

Adyabatik süreç için birinci kanun eşitliği

olur.

Bu sonuçdan görüldüğü üzere, gaz adyabatik olarak genleşirse W pozitif olur. Dolayısıyle $\Delta E_{iç}$ in değeri de negatif olur ve gazın sıcaklığı düşer. Ters bir işlemde, yani bir gaz, adyabatik olarak sıkıştırılırsa gazın sıcaklığı artar.

Adyabatik işlemler mühendislik uygulamasında çok önemlidir. İçten yanmalı bir motorda sıcak gazın genleşmesi, soğutma sistemlerinde gazların sıvılaşması ve dizel motorlarda sıkıştırma vuruşu adyabatik işlemlere gösterilebilecek örneklerden bazılarıdır.

Şekil 20.6b'de anlatılan *adyabatik serbest genleşme işlemi,* gerçekleşen tek işlemdir. İşlem, yalıtılmış bir kap içinde gerçekleştiği için adyabatiktir. Gaz boşluk içinde genleştiği için, Şekil 20.6a'da olduğu gibi pistona kuvvet uygulamaz ve sonuç olarak ne gaz, üzerine, ne de gaz tarafından iş yapılır. Sonuç olarak bu adyabaltik işlemde $Q = 0$ ve $W = 0$ olduğundan birinci kanuna göre $\Delta E_{iç} = 0$ olduğunu görürüz. Yani, **adyabatik serbest genleşmelerde bir gazın ilk ve son iç enerjileri birbirine eşittir.** Bir sonraki bölümde göreceğiz ki, ideal bir gazın iç enerjisi yalnızca gazın sıcaklığına bağlıdır. Böylece, serbest adyabatik genleşmelerde gazın sıcaklığında bir değişme beklenmez. Bu kestirim düşük basınçlarda yapılan deneylerle uyum halindedir (Gerçek bir gazla yüksek basınç altında dikkatlice yapılan deneylerde, genleşmeden sonra gaz sıcaklığının biraz azaldığı görülür. Bu değişme, moleküllerarası etkileşmelerden kaynaklanır ve ideal gaz modelinden olan bir sapmayı temsil eder).

Bir adyabatik serbest genleşmede, $\Delta E_{iç} = 0$.

Sabit basınç altında meydana gelen işlemlere **isobarik işlemler** denir. Böyle bir işlem meydana geldiğinde, transfer edilen ısı ve yapılan iş sıfırdan farklıdır. Yapılan iş, kısaca,

Bir izobarik işlemde P sabiti kalır

$$W = P(V_s - V_i) \quad \text{(izobarik işlem)} \tag{20.11}$$

burada P sabit basınçtır.

Sabit hacim altında meydana gelen işlemlere **eş hacimli işlemler** denir. Böyle bir işlemde yapılan iş açıkça sıfırdır. Çünkü hacim değişmiyor. O halde, Birinci kanuna göre $W = 0$ olduğundan

Bir sabit hacimli işlem için Birinci Kanun

$$\Delta E_{iç} = Q \quad \text{(eşhacimli işlem)} \tag{20.12}$$

olur.

Bu bize, **hacmi sabit tutulan bir sisteme ısı verildiğinde, verilen ısının tamamının sistemin iç enerjinin artışına gittiğini** söyler. Örneğin, bir sprey kutusu ateşe atıldığında, sisteme (kutudaki gaza) kutunun metal duvarlarından ısı yoluy ile enerji girer. Sonunda, kutudaki sıcaklık, dolayısı ile de basınç, kutu patlayıncaya kadar artar.

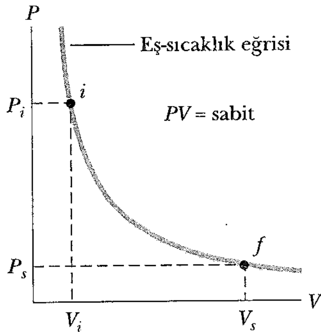
Bir izotermal işlemde, T sabit kalır.

Sabit sıcaklıkta meydana gelen işlemlere **eşsıcaklık (izotermal) işlemleri** denir. Bir ideal gazın, sabit sıcaklık işlemlerinde P–V eğrisi hiperbolik bir eğridir ve buna *izoterm* adı verilir. İdeal bir gazın iç enerjisi yalnızca sıcaklığın bir fonksiyonudur. Buna göre, bir ideal gazın izotermal işleminde $\Delta E_{iç} = 0$ olur. Yani, gaza verilen Q kadarlık enerji, gaz tarafından yaplan işe eşit olur; yani $Q = W$dir. Demek ki, ısı yolu ile giren enerji, sistemden iş olarak çıkar. Sonuçta, sistemin iç enerjisinde bir değişme olmaz.

Sınama Sorusu 20.4

Aşağıdaki tabloda son üç sütunu -, + veya 0 şeklinde doldurunuz. Herbir durumda göz önüne alınan sistem tarif edilmiştir.

Durum	Sistem	Q	W	$\Delta E_{iç}$
(a) Hızlıca bir bisiklet tekerinin şişirilmesi	Pompadaki hava			
(b) İçinde oda sıcaklığında su bulunan bir tavanın sıcak bir soba üzerine yerleştirilmesi	Tavada su			
(c) Bir balondan hızlıca hava kaçması	Balondaki hava			



Şekil 20.7 Bir ideal gazın iki durum arasında izotermal genleşmesine ait, PV diagramı. Eğri bir hiperboldur.

Bir İdeal Gazın İzotermal Genleşmesi

Bir ideal gazın Şekil 20.7 deki P–V eğrisi ile verilen şekilde sabit sıcaklık altında yarı-kararlı olarak genleştiğini farzedelim. Eğri bir hiperboldür (Bak ek B, B.23 eşitliği) ve T sabit iken bir ideal gazın hâl denklemine göre bu eğrinin denklemi PV = sabit olur.

Gazların eşsıcaklıkta genleşmesi, Şekil 20.6a daki gibi, gazın aynı sıcaklıkta bir ısı kaynağı ile eşsıcaklıkta teması ile sağlanır.

İdeal gaz i durumundan s durumuna yapılan işi hesaplayalım. Gaz, 20.8 Eşitliği ile verilen ifadeye göre iş yapar. Gaz ideal ve işlem yarı-kararlı olduğundan yolun her noktası için $PV = nRT$ eşitliğini kullanabiliriz. Buna göre

$$W = \int_{V_i}^{V_s} P\,dV = \int_{V_i}^{V_s} \frac{nRT}{V}\,dV$$

yazabiliriz. Bu işlemde, T de sabit olduğundan integral dışına alınabilirler. Böylece

$$W = nRT \int_{V_i}^{V_s} \frac{dV}{V} = nRT \ln V \Big|_{V_i}^{V_s}$$

elde edilir. İntegrali alabilmek için $\int (dx/x) = \ln x$ ifadesini kullandık. İntegrali, ilk ve son hacimlerde hesaplayarak,

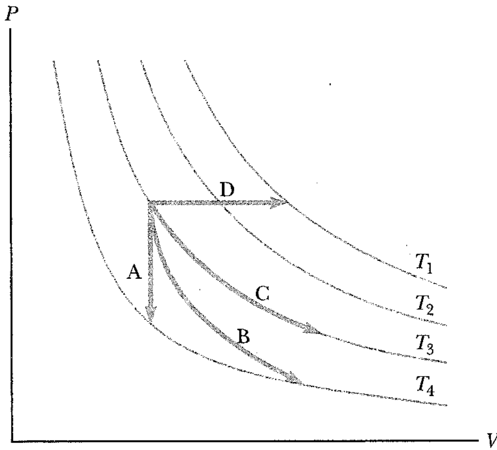
$$W = nRT \ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right) \quad \textbf{(20.13)}$$

Bir eşsıcaklık işleminde ideal gaz tarafından yapılan iş

ifadesini elde ederiz. Sayısal olarak, yapılan bu iş, Şekil 20.7 deki PV eğrisinin altında kalan gölgeli alana eşittir. Gaz genişlerse, $V_s > V_i$ olur ve beklenildiği gibi gazın yaptığı iş pozitiftir. Gaz sıkıştırılırsa, $V_s < V_i$ ve gazın yaptığı iş negatiftir

Sınama Sorusu 20.5

Şekil 20.8 de verilen eğrilerin eş basınç, eş hacim eş sıcaklık veya adiyabalik oluşlarına göre belirtiniz. B yolu için $Q = 0$ dır.



Şekil 20.8 A, B, C ve D yollarının yapısını sınıflandırınız.

ÖRNEK 20.6 Eşsıcaklıkta Genleşme

(a) Hacmi 3 litreden 10 litreye çıkan 0°C deki 1 mol ideal gazın yaptığı işi hesaplayınız.

Çözüm Verilen değerleri 20.13 Eşitliğine yerleştirirsek,

$$W = nRT \ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right)$$

$$W = (1\text{ mol})\,(8{,}31\text{ J/mol·K})\,(273\text{ K})\,\ln\left(\frac{10}{3}\right)$$

$$= 2{,}73 \times 10^3\text{ J}$$

bulunur.

(b) Bu işlemde çevreye ısı yolu ile ne kadar enerji yayılır?

Çözüm Birinci kanundan

$$\Delta E_{iç} = Q - W$$

$$0 = Q - W$$

$$Q = W = 2{,}7 \times 10^3\,\text{J}$$

(c) Gaz sabit basınçlı bir işlemle, ilk hacmine geri dönerse, gazın yapacağı işi bulunuz.

Çözüm Sabit basınçlı işlemlerde yapılan iş 20.11 Eşitliği ile verilmektedir. Basınç verilmediğinden P 'nin ideal gaz konumundaki iadesini kullanmalıyız:

$$W = P(V_s - V_i) = \frac{nRT_i}{V_i}(V_s - V_i)$$

$$= \frac{(1\text{ mol})\ (8{,}31\,\text{J/mol·K})\ (273\text{ K})}{10 \times 10^{-3}\text{m}^3}$$

$$\times\ (3 \times 10^{-3}\text{m}^3 - 10 \times 10^{-3}\text{m}^3)$$

$$= -1{,}6 \times 10^3\text{J}$$

Son sıcaklık bilinmediğinden, sabit basıncı bulabilmek için başlangıçtaki sıcaklık ve hacmi aldığımıza dikkat ediniz. Gaz sıkıştığı için gazın yaptığı iş negatiftir.

ÖRNEK 20.7 Suyun Kaynaması

Atmosfer basıncında (1.013×10^5 Pa) 1g suyun sabit basınçta buharlaştığını farzediniz. Sıvı haldeki hacmi $V_i = V_{sıvı} = 1$ cm^3 buhar halindeki hacmi 1671 cm^3 tür. Bu genleşmede yapılan işi ve iç enerji değişimini hesaplayınız. Oluşabilecek herhangi bir buhar-hava karışımını ve çevrede hava hareketlerini ihmal ediniz.

Çözüm Genleşme sabit basınç altında gerçekleştiği için, sistem tarafından yapılan iş (20.11 Eşitliği kullanılarak)

$$W = P(V_s - V_i)$$

$$= (1{,}013 \times 10^5\,\text{N/m}^2)\ [(1671 - 1) \times 10^{-6}\,\text{m}^3)$$

$$= 169\,\text{J}$$

Buna göre, iç enerjideki değişmeyi bulabilmek için buharlaşan suya aktarılan Q enerjisine ihtiyaç duyarız. 20.6 eşitliği ve buharlaşma için haldeğiştirme ısısı kullanılarak

$$Q = mL_b = (1 \times 10^{-3}\,\text{kg})\ (2{,}26 \times 10^6\,\text{J/kg}) = 2260\,\text{J}$$

Böylece, birinci yasadan iç enerjideki değişme

$$\Delta E_{iç} = Q - W = 2260\,\text{J} - 169\,\text{J} = 2{,}09\text{kJ}$$

$\Delta E_{iç}$ pozitif olduğu için, sistemin iç enerjisi artar. Görüyoruz ki sıvıya verilen ısının çoğu (% 93 ü) iç enerjiyi artırmak için harcanır. Sadece küçük bir kesri (% 7 si) dış iş yapar.

ÖRNEK 20.8 Bir Katının Isınması

Bir kg lık bakır çubuk atmosfer basıncında ısıtılıyor. Çubuğun sıcaklığı 20°C den 50°C ye çıkıyorsa, (a) Bakır tarafından çevresindeki atmosfer üzerine yapılan işi bulunuz.

Çözüm İşlem sabit basınçlı olduğundan, bakırın yaptığı işi Eş. 20.11 den yani $W = P(V_s - V_i)$den bulunabilir. Bakırın hacmindeki değişim Eş. 19.6 dan hesaplanabilir. Bakırın çizgisel genleşme katsayısı Tablo 19.2 den alınır (hatırlatma $\beta = 3\alpha$).

$$\Delta V = \beta V_i \Delta T$$

$$= [5{,}1 \times 10^{-5}\,(\text{C°})^{-1}]\ (50\text{ °C} - 20\text{ °C})\,V_i$$

$$= 1{,}5 \times 10^{-3}\,V_i$$

Fakat hacim m/ρ ya eşittir ve bakırın yoğunluğu $8{,}92 \times 10^3$ kg/m^3 'tür. Buradan

$$\Delta V = (1{,}5 \times 10^{-3})\left(\frac{1\text{ kg}}{8{,}92 \times 10^3\text{ kg/m}^3}\right)$$

$$= 1{,}7 \times 10^{-7}\text{m}^3$$

olur. Yapılan iş

$$W = P\Delta V = (1{,}013 \times 10^5\,\text{N/m}^2)\ (1{,}7 \times 10^{-7}\,\text{m}^3)$$

$$= 1{,}7 \times 10^{-2}\,\text{J}$$

ile verilir.

(b) Bakıra aktarılan ısının miktarı nedir?

Çözüm Tablo 20.1'den bakırın özgül ısısı alınır ve Eşitlik 20.4 kullanılarak aktarılan ısıyı

$Q = mc\Delta T = (1\ \text{kg})\ (387\ \text{J/kgC°})\ (30\ \text{C°})$
$= 1{,}2 \times 10^4\ \text{J}$
olarak buluruz.

c) Bakırın iç enerjisindeki artış nedir?

Çözüm Termodinamiğin birinci kanundan, iç enerjideki artış

$\Delta E_{iç} = Q - W = 1{,}2 \times 10^4\ \text{J} - 1.7 \times 10^{-2}\ \text{J} = 1.2 \times 10^4\ \text{J}$

olarak bulunur.

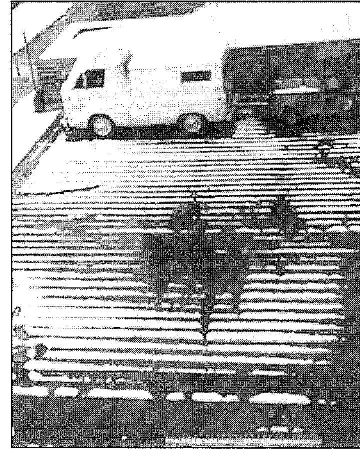
Aktarılan ısının hemen hemen toplamı iç enerjinin artmasını sağladığına dikkat ediniz. Isı enerjisinin atmosfere karşı iş yapmak için kullanılan kısmı yaklaşık sadece 10^{-6} dır. Böylece, bir katının veya sıvının termal genleşmesinde, yapılan küçük miktardaki iş genellikle ihmal edilir.

20.7 ENERJİ AKTARMA MEKANİZMALARI

Pratikte, sistem ile çevresi arasındaki enerji aktarma(transfer) hızını ve ısı aktarımını sağlayan işleyimleri (mekanizmalar) bilmek önemlidir. Bu nedenle sistemin iç enerji değişimine neden olan üç enerji transferi sürecini gözden geçirelim.

Isıl İletim

Sıcaklık farkları nedeniyle enerji aktarımına (transferine) **ısıl iletimi** denir. Bu işlemde, ısı transferine, atomik ölçekte, moleküller, atomlar ve elektronlar arasındaki kinetik enerji değiş-tokuşu olarak bakılabilir. Burada, düşük enerjili parçacıklar, daha yüksek enerjili parçacıklarla çarpışarak enerji kazanırlar. Örneğin, bir ucundan tutulan metal bir çubuk ateşe sokulursa, elinizdeki metalin sıcaklığının arttığını göreceksiniz. Isı, iletim yoluyla elinize ulaşır. Metalin atomları ve elektronlarına neler olduğunun incelenmesiyle, ateşten elinize çubuk aracılığı ile ulaşan ısı iletimi konusu anlaşılabilir. Metal çubuk ateşe sokulmadan önce, atomlar ve elektronlar kendi denge konumlarında titreşmektedirler. Alev metal çubuğu ısıtırken metalin ateşe yakın olan atom ve elektronları gittikçe büyüyen genlikte titreşmeye başlar. Bu şekilde hareket ederken, komşularıyla çarpışırlar ve enerjilerinin bir kısmını aktarırlar. Büyük-genlikli titreşim elin tuttuğu uca ulaşıncaya kadar, metalin daha uzaktaki atom ve elektronlarının titreşim genliği yavaş yavaş artar. Bu artan titreşimin etkisi metalin sıcaklığının artışını sağlar ve belki de eliniz yanar.



Bu park yerinde eriyen kar deseni, karları eritmek amacıyla kullanılan yeraltı buhar borularının varlığını gösterir. Buharın verdiği ısı, borular vasıtası ile kaldırıma iletilerek buzun erimesine neden olur. (*Dr. Albert A. Bartlett, University of Colorado, Boulder, CO, izniyle.*)

Bir metalin ısı iletim hızı, ısıtılan maddenin özelliklerine bağlıdır. Örneğin, bir parça asbesti sonsuza dek alevin içinde tutmak mümkündür. Bu, asbestin içinde ısı iletiminin çok az olduğunu gösterir. Genelde, metaller çok iyi ısı iletkenidir ve asbest, mantar, kağıt ve fiber gibi malzemeler ise zayıf iletkenlerdir. Gazlar da seyreltik yapılarından dolayı zayıf iletkendir. Metaller, içinde hareket eden ve enerjiyi bir bölgeden diğerine taşıyabilen serbest elektronlardan çok sayıda içerdikleri için iyi ısı iletkenidirler. O halde, bakır gibi iyi bir iletkende ısı iletimi, atomların titreşmesi ve serbest elektronların hareketi ile oluşur.

Isı iletimi sadece, iletim ortamının iki noktası arasında sıcaklık farkı varsa oluşur. A kesitinde, sıcaklıkları farklı ($T_2 > T_1$) iki yüzeye ve Δx kalınlığına sahip dikdörtgenler prizması şeklindeki bir dilimi gözönüne alalım (Şek. 20.9). Isının sıcak uçtan soğuk uca doğru aktığı deneylerle bulunmuştur. Buna gö-

re, Δt süresince sıcak yüzden soğuk yüze Q kadar ısı aktarılır. Isının akış hızı olan $Q/\Delta t$; kesit alanı ve sıcaklık farkı $\Delta T = T_2 - T_1$ ile doğru, kalınlık ile ters orantılıdır. Yani,

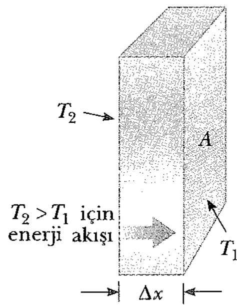
$$\frac{Q}{\Delta t} \propto A\frac{\Delta T}{\Delta x}$$

Isı aktarma hızını $\mathcal{P}$ sembolü ile göstermek uygun olur. Yani, $\mathcal{P} = Q/\Delta t$ olarak alınır. (*Not*: Q Joule ve Δt saniye cinsinden ise $\mathcal{P}$ nin birimi wattır. (1W = 1 J/s). dx gibi sonsuz küçük bir kalınlığa ve dT sıcaklık farkına sahip bir dilim için, **Isı iletimi kanunu**

Isı iletim kanunu

$$\mathcal{P} = -kA\left|\frac{dT}{dx}\right| \tag{20.14}$$

şeklinde yazılabilir. Buradaki, k sabitine malzemenin **ısıl iletkenliği**, $|dT/dx|$ ye de **sıcaklık gradiyenti** denir (Sıcaklığın konumla değişimi).



Şekil 20.9 Kesiti A, kalınlığı Δx olan bir dilimden ısının geçişi karşılıklı yüzler, T_1 ve T_2 gibi farklı sıcaklıklardadır.

Şekil 20.10'daki uzun çubuğun iki ucu, T_1 ve T_2 sıcaklıklarındaki ısı kaynaklarıyla ısıl temastadır $T_2 > T_1$. Malzemenin, L uzunluğunda bir çubuk olduğunu ve uçları haricinde yüzeylerinden sıcaklık kaçışını önlemek için yalıtıldığını varsayalım. Kararlı, duruma ulaşıldığında, çubuk boyunca her noktadaki sıcaklık sabit olacaktır. Bu durumda k 'nın sıcaklığa bağlı olmadığını kabul edelim. Çubuk boyunca sıcaklık gradyenti aynı ve

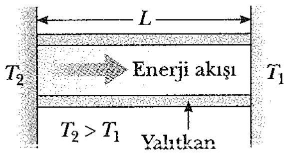
$$\left|\frac{dT}{dx}\right| = \frac{T_2 - T_1}{L}$$

olur. Böylece çubukta ısının (enerjinin) aktarılma hızı

$$\mathcal{P} = kA\frac{(T_2 - T_1)}{L} \tag{20.15}$$

olur.

Malzemeler büyük ısıl iletkenlik değerlerine sahipse, iyi ısıl iletkenleri, küçük iletkenlik değerine sahipseler iyi bir ısıl yalıtkanıdırlar. Değişik malzemelerin ısıl iletkenlikleri Tablo 20.3 de listelenmiştir. Metallerin, genellikle metal olmayanlara göre daha iyi ısıl iletken olduklarını görebiliyoruz.



Şekil 20.10 L uzunluklu, düzgün, yalıtılmış bir çubuk boyunca ısı iletimi. Çubuğun uçları, iki farklı sıcaklıktaki ısı kaynağı ile ısıl temas halindedir.

Sınama Sorusu 20.6

Yün battaniyeye sarılmış bir buz parçası, (a) Kısa bir süre sonra erimeden kalır mı? Benzer bir buz parçası (b) aynı sürede veya (c) uzunca bir süre oda sıcaklığında açık havada kalsa erir mi?

Kalınlıkları L_1, L_2, ... ve ısıl iletkenlikleri k_1, k_2, ... olan birkaç malzemeden oluşan birleşik bir dilimden, kararlı durumda iken ısı aktarma hızı

$$\mathcal{P} = \frac{A(T_2 - T_1)}{\sum_i (L_i/k_i)} \tag{20.16}$$

TABLO 20.3 Isıl İletkenlikler

Madde	Isıl İletkenlik (W/m°C)
25 °C deki Metaller	
Alüminyum	238
Bakır	397
Altın	314
Demir	79,5
Kurşun	34,7
Gümüş	427
Metal olmayanlar (yaklaşık değerleriyle)	
Asbest	0,08
Beton	0,8
Elmas	2 300
Cam	0,8
Buz	2
Lastik	0,2
Su	0,6
Odun	0,08
20°C deki gazlar	
Hava	0,0234
Helyum	0,138
Hidrojen	0,172
Azot	0,0234
Oksijen	0,0238

ile verilir. Buradaki T_1 ve T_2 tüm dilimin uçlarındaki sabit sıcaklıklardır. Toplam ise tüm malzemeler üzerindendir. Aşağıdaki örnekte, iki malzeme üzerinden yapılan ısı aktarımı bu sonucun bir ispatıdır.

ÖRNEK 20.9 İki Dilim Üzerinden Isı Transferi

L_1, L_2 kalınlıklarında ve k_1, k_2 ısıl iletkenliklerine sahip iki dilim Şekil 20.11 daki gibi birbiri ile ısıl temas halindedir. En dış yüzeylerindeki sıcaklıkları T_1 ve T_2 olup $T_2 > T_1$ dir. Ara yüzeylerindeki sıcaklığı ve kararlı durumda ısı aktarım hızını bulunuz.

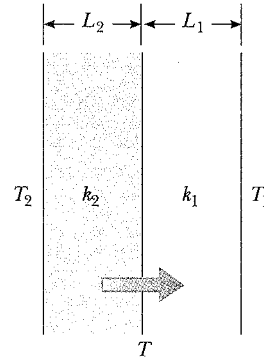
Çözüm Ara yüzeydeki sıcaklık T ise birinci dilimde ısı aktarma hızı

$$(1) \qquad \mathcal{P}_1 = \frac{k_1 A\,(T - T_1)}{L_1}$$

ile verilir. Benzer şekilde, ikinci dilimde ısının aktarılma hızı

$$(2) \qquad \mathcal{P}_2 = \frac{k_2 A (T_2 - T)}{L_2}$$

dır. Kararlı duruma ulaşıldığında, bu iki hız eşit olmalıdır. Buna göre,



Şekil 20.11 Isıl temastaki iletken iki dilim boyunca ısı transferi. Kararlı durumda, 1. dilim üzerindeki ısı transfer hızı, 2. dilim üzerindekine eşittir.

$$\frac{k_1 A(T - T_1)}{L_1} = \frac{k_2 A(T_2 - T)}{L_2}$$

olur. Buradan T çekilirse,

$$T = \frac{k_1 L_2 T_1 + k_2 L_1 T_2}{k_1 L_2 + k_2 L_1} \quad (3)$$

bulunur. (3) eşitliği, (1) veya (2) de yerine konursa

$$\mathcal{P} = \frac{A(T_2 - T_1)}{(L_1/k_1) + (L_2/k_2)}$$

elde edilir. Bu model çok sayıda dilimden oluşan bir malzemeye genelleştirilince 20.16 Eşitliğine ulaşılır.

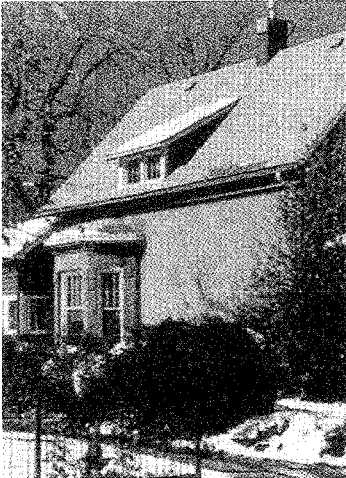
Ev Yalıtımı

Mühendislik uygulamalarında belirli bir maddenin L/k terimi malzemenin **R değeri** olarak verilir. O halde, Eşitlik 20.16,

$$\mathcal{P} = \frac{A\ (T_2 - T_1)}{\sum_i R_i} \quad \textbf{(20.17)}$$

şekline dönüşür. Burada $R_i = L_i/k_i$ dir. Tablo 20.4 de bazı temel inşaat malzemelerinin R değerleri verilmiştir (birimlere dikkat). Amerika Birleşik Devletleri'nde, binalarda kullanılan yalıtım malzemelerinin özellikleri SI birimleri yerine mühendislik birimleri cinsinden ifade edilir. Tablo 20.4 de, ölçülen R değerleri İngiliz ısı birimleri, ayak, saat ve derece Fahrenheit cinsinden verilmiştir.

Ayrıca, bir duvarın toplam R değeri bulunurken, her hangi dış cephe yüzeyine yakın çok ince hava yalıtım tabakaları gözönüne almak gerekir. Dış cephelerdeki bu hava yalıtım tabakasının kalınlığı rüzgarın hızına göre değişir. Sonuç olarak, bir evin rüzgar çok estiği zamanki ısı kaybı, rüzgâr hızı sıfır olduğu zamanki ısı kaybından daha fazladır. Bu hava yalıtım tabakasının bazı malzemeler için R değerleri Tablo 20.4 de verilmiştir.



Evin üzerinde karlar eridikçe evin içinden dışına doğru hızlı bir enerji akışı olur. Çatı arası penceresi yalıtılmıştır. Ancak çatı çok iyi yalıtılmamıştır. *(Dr. Albert A. Bartlett'in, Colorado Üniversitesi, Boulder, CO)*

TABLO 20.4 Bazı temel inşaat malzemeleri için R değerleri

Malzeme	R değeri (ft^2 · °F · h/Btu)
Sert kereste(1 in. kalınlığında)	0,91
Tahta kereste	0,87
Tuğla (4 in. kalınlığında)	4,00
Beton blok	1,93
Cam elyafı (3,5 in. kalınlığında)	10,90
Cam elyafı (6 in. kalınlığında)	18,80
Cam elyaf tahta (1 in. kalınlığında)	4,35
Selülozik elyaf (1 in. kalınlığında)	3,70
Düz cam (0,125 in. kalınlığında)	0,89
Yalıtım camı (0,25 in. kalınlığında)	1,54
Hava boşluğu (3,5 in. kalınlığında)	1,01
İnce hava tabakası	0,17
Kuru duvar (0,5. in kalınlığında)	0,45
Sıva malzemesi (0,5. in kalınlığında)	1,32



Bu termogram evi, soğuk havalarda, beyaz ve portakal renginden (enerji kaybının en çok olduğu bölge), mavi ve mor (En az enerji kaybının olduğu bölge) rengine kadar değişik renk gösterir. *(Daedalus Enterprises, Inc./Peter Arnold.Inc)*

ÖRNEK 20.10 Tipik Bir Duvar İçin *R* Değeri

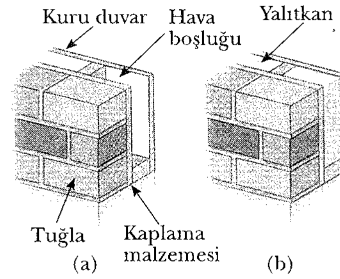
Şekil 20.12a da gösterildiği gibi yapılmış olan duvarın toplam *R* değerini hesaplayın. Evin dışından içine doğru sırasıyla, tuğla, 0,5 inç sıva; 3,5 inç kalınlığında düşey hava boşluğu ve 0,5 inç kalınlığında kuru duvardan oluşan duvarı var. Evin içindeki ve dışındaki durgun hava tabakalarını da unutmayın.

Çözüm Tablo 20.4 den yararlanılarak, duvarın toplam *R* değeri şu şekilde hesaplanır:

R_1 (dışarıdaki durgun hava tabakası)	$= 0{,}17\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu
R_2 (Tuğla)	$= 4{,}00\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu
R_3 (Sıva)	$= 1{,}32\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu
R_4 (Hava boşluğu)	$= 1{,}01\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu
R_5 (Kuru duvar)	$= 0{,}45\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu
R_6 (İçerideki durgun hava tabakası)	$= 0{,}17\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu
R_{toplam}	$= 7{,}12\ ft^2 \cdot °F \cdot$saat/Btu

Alıştırma Duvarın içindeki hava boşluğunun yerine Şekil 20.12b deki gibi 3,5 inç kalınlığındaki bir cam elyafından yalıtım tabakası yerleştirilirse, duvarın toplam *R* değeri ne olur? Isı kaybını kaç kat düşürecektir?

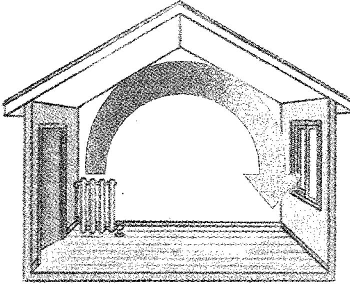
Cevap $R = 17\ ft^2 \cdot °F \cdot$ saat/Btu; 2,4 kat azaltacaktır.



Şekil 20.12 (a) da hava boşluğu, (b) de yalıtım maddesi ihtiva eden bir dış duvarın kesiti

Konveksiyon

Herhangi bir zamanda ellerinizi ateşin üzerine tutarak onları ısıtmışsınızdır. Bu durumda, ateşin üstündeki hava ısınır ve genleşir. Sonuç olarak, havanın yoğunluğu azalır ve hava yükselir. Bu ısınmış hava kütlesi hareketiyle eliniz ısınır. **Isıtılan maddenin hareketiyle aktarılan ısıya konveksiyon ile aktarılma denir.** Ateşin çevresindeki hava örneğindeki gibi yoğunluk farkıyla hareket oluştuğu zaman, buna *doğal konveksiyon* denir. Sahilde hava akımının oluşturacağı durum konveksiyona bir örnektir. Benzer şekilde, sulu bir karışımın soğutulması sonucunda yüzeyinin donması da *doğal konveksiyona* bir örnektir (Bölüm 19). Bazı ısıtma sistemlerindeki sıcak hava veya sıcak su gibi ısıtılan madde, bir



Şekil 20.13 Radyatörle ısıtılan odada konveksiyon akımları oluşur

pervane veya pompa aracılığı ile hareket etmeye zorlanırsa, bu işleme de *zorlanmış konveksiyon* denilir.

Eğer konveksiyon akımları olmasaydı, suyu kaynatmak çok zor olurdu. Bir çaydanlıkta su ısıtıldığında, önce alt tabaka ısınır. Isıtılan bölgeler genleşir ve yoğunlukları azaldığı için yukarıya doğru yükselirler. Aynı anda, daha yoğun olan soğuk su, ısıtılmak için çaydanlığın dibindeki ılık suyun yerini alır.

Bir odanın radyatör ile ısıtılmasında da aynı olay görünür. Sıcak radyatör, odanın alt seviyelerindeki havayı ısıtır. Isınan hava genleşir ve düşük yoğunluğundan dolayı tavana doğru yükselir. Daha yüksek yoğunluğa sahip olan üstteki tabaka ise, ısıtılmış havanın yerini alır ve Şekil 20.13 de görünen sürekli hava akımı düzeni kurulur.

Işınım

Isıyı iletmenin üçüncü yolu ise **ışınımdır** (ışıma/radyasyon). Otuzdördüncü bölümde ele alınacağı gibi, bütün cisimler sürekli olarak elektromanyetik dalgalar şeklinde enerji yayarlar. Elektromanyetik dalgaların üretimi moleküllerinin ısıl titreşimleri ile olur. Portakal rengi haline gelmiş elektrik sobası, elektrik ısıtıcısı ve tost makinasının her birinden elektromanyetik dalgaların yayıldığına aşinasınızdır.

Bir cismin çevreye verdiği ışınım (ışıma) enerjisi, kendi sıcaklığının dördüncü kuvveti ile doğru orantılıdır. Bu **Stefan Kanunu** olarak bilinir ve aşağıdaki şekilde ifade edilir:

Stefan kanunu

$$\mathcal{P} = \sigma A e T^4 \qquad \textbf{(20.18)}$$

Burada; $\mathcal{P}$, watt olarak (veya J/s) cisimden yayılan güç; σ Sabit ($5{,}6696 \times 10^{-8}$ W/m^2·K^4, A, Yüzey (m^2); e **yayınlama** katsayısı diye bilinen bir sabit ve T ise (°K) cinsinden sıcaklığı gösteriyor. e nin değeri yüzeyin özelliklerine bağlı olarak 0 ile 1 arasında değişir. Yayınlanma katsayısı, gelen enerjinin soğurulma enerjisine oranıdır.

Elektromanyetik ışınım aracılığı ile güneşten, yer atmosferinin 1 metrekaresine yaklaşık olarak her saniye 1340 J ısı enerjisi ulaşmaktadır. Bu ışınım temel de görünür ve kırmızı ötesi bölgesinde bulunur ve anlamlı bir oranda mor ötesindekilerde eşlik eder. Bu tip ışınımlar 34. Bölümde ayrıntılı olarak incelenecektir. Bu enerjinin bir kısmı uzaya geri yansır, bir kısmı da atmosfer tarafından soğurulur. Fakat, yüzlerce yıldan fazla zamandır, bu gezegende ihtiyaç duyduğumuz enerjinin tamamını sağlayacak kadarı, her gün yeryüzüne ulaşmaktadır ama keşke depolanıp verimli şekilde kullanılabilselerdi. Güneş evlerinin sayısındaki artış, bu bedava enerjiyi yararlı hale getirmek için yapılan çalışmalara bir örnektir.

Güneşten yayılan enerji, herhangi bir yolla yaşantımızı hergün etkiliyor. Dünyanın ortalama sıcaklığını, okyanus akıntılarını, tarımı, yağış durumlarını ve bunun gibi pek çok şeyi etkiliyor. Örneğin, geceleyin hava sıcaklığına neler olduğunu düşünelim. Gökyüzünde bulutlar kaplıysa, bulutlardaki su buharı, yeryüzünün yaydığı kızıl ötesi ışınımın bir kısmını geri yansıtır ve bu nedenle sıcaklık orta seviyede kalır. Bu bulut tabakası kalktığında ise, uzaya kaçan ışınımı engelleyecek bir şey olmaz ve böylece, bulutsuz gecelerdeki sıcaklık, bulutlu gecelerdekinden daha düşük olur.

Bir cisim, 20.18 Eşitliğinde verilen şekilde enerji yayar. Aynı zamanda elektromanyetik ışınım da soğurur. Eğer bu son işlem yani soğurma olmasaydı, cisim tüm enerjisini yayacaktı ve sıcaklığı da mutlak sıfıra ulaşacaktı. Bir cismin soğurduğu enerji, enerji yayan çevredeki öteki cisimlerden gelir. Eğer, bir

cismin sıcaklığı T ve çevresinin sıcaklığı T_0 ise, her saniyede cisim tarafından ışınım yolu ile kazanılan veya kaybedilen net enerji şu formül ile verilir:

$$\mathcal{P}_{net} = \sigma A e (T^4 - T_0^4) \quad \textbf{(20.19)}$$

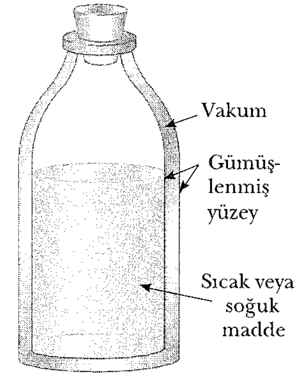
Bir cisim çevresi ile ısıl dengede olduğu zaman, cismin enerji soğurması ve yayması aynı hızda olur ve sıcaklığı da sabit kalır. Cisim çevresinden daha sıcak olduğunda, soğurduğundan fazla enerji yayar ve soğur. İdeal **bir soğurucu,** üzerine düşen tüm enerjiyi soğuran bir cisim olarak tanımlanır. İdeal soğurucunun yayınlama katsayısı 1'e eşittir. Böyle bir cisim çoğu kez **siyah cisim** olarak bilinir. İdeal bir soğurucu aynı zamanda ideal enerji yayıcıdır. Bunun tam tersi olan bir durumda, yayınlama katsayısı sıfır olan bir cisim, üzerine düşen enerjiyi hiç soğurmaz. Böyle bir cisim, üzerine düşen tüm enerjiyi yansıtır ve **kusursuz bir yansıtıcı** olmuş olur

Dewar Şişesi

İletim, konveksiyon ve ışınım yolu ile oluşan ısı kaybını en aza indirmek için tasarlanmış bir kap olan termoslar, bilimsel çevrelerde *Dewar şişesi*[8] olarak bilinir. Böyle bir kap, uzun zaman boyunca hem soğuk hem de sıcak sıvıyı saklamak için kullanılır. Standart yapısı (Şekil 20.14), içleri gümüşlenmiş, çift duvarlı, kapalı ateşe dayanıklı bir cam kaptır. İletim ve konveksiyon ile ısı aktarımını en düşük seviyeye indirmek için, duvarlar arası boşaltılmıştır. Gümüşlenmiş yüzeyler, ışınım yolu ile aktarılan ısının çoğunu yansıtarak ısı transferini en aza indirir. Cam iyi bir ilekten olmadığı için, şişenin boyun kısmından çok az ısı kaybolur, yani cam kapağın içinden geçen iletim küçüktür. Boyun kısmı ne kadar küçük olursa, ısı kaybının o kadar azaldığı gözlenir. Dewar şişeleri genelde sıvı azot (kaynama noktası 77°K) ve sıvı oksijen (kaynama noktası 90°K) depolamak için kullanılır.

Sıvı Helyum gibi kaynama noktası (4,2 K) çok düşük olan başka bir düşük sıcaklık sıvısı için, çift Dewar sistemini kullanmak çoğunlukla gereklidir. Burada içinde sıvı bulunan Dewar şişesi ikinci bir Dewar şişesi içindedir. İki şişe arasındaki boşluğa sıvı azot konulur.

Şimdilerde, yeni tasarım ısı kaplarında fiberglaslarla birbirinden ayrılmış, çok tabakalı yansıtıcı malzemelerden oluşan "süper yalıtkan" kullanılır.



Şekil 20.14 Sıcak veya soğuk sıvıları yahut başka maddeleri olduğu gibi koruyan Dewar şişesinin kesiti.

ÖRNEK 20.11 Termostat'ı Kim Kapattı?

Bir öğrenci, 20°C deki bir odanın içindedir ve ne giyeceğine karar vermeye çalışmaktadır. Eğer öğrencinin cilt sıcaklığı 35°C ise, 10 dakikada vücudunun kaybettiği ısıyı, derisinin yayınlama katsayısının 0,90 olduğunu varsayarak bulunuz. Öğrencinin yüzeyinin 1,5 m^2 olduğunu varsayın.

Çözüm 20.19 Eşitliğine göre, cildin ısı kaybetme hızı

$$\mathcal{P}_{net} = \sigma A e (T^4 - T_0^4)$$
$$= (5{,}67 \times 10^{-8}\ W/m^2 \cdot K^4)(1{,}5\ m^2)$$
$$\times (0{,}900)\ [(308\ K)^4 - (293\ K)^4] = 125\ W$$

(Neden sıcaklık kelvin olarak verilmiştir?) Bu ısı kayıp hızı ile cildin 10 dakikadaki ısı kaybı

$$Q = \mathcal{P}_{net} \times \Delta t$$
$$= (125\ J/s)(600\ s) = 7{,}5 \times 10^4\ J$$

olur. Öğrencinin yaydığı enerji kabaca iki tane 60-W lık lambanın enerjisine eşittir.

[8] Sir James Dewar (1842–1923) tarafından icat edilmiştir.

ÖZET

Bütün sistemlerin *iç enerjisi* sistemin mikroskopik bileşenlerine bağlıdır. Bir maddenin iç enerjisi dönme, öteleme kinetik enerjisi, moleküllerinin titreşimleri, molekülün potansiyel enerjisi ve moleküller arası potansiyel enerjisinin toplamıdır.

Isı, sistem ve çevresi arasındaki sıcaklık farklılıklarından dolayı akan enerjidir. Bu süreçte geçen enerji miktarı için Q sembolü kullanılır.

kalori, bir gram suyun sıcaklığını 14,5°C den 15.5°C ye çıkarmak için gereken ısı miktarıdır. **Isının mekanik eşdeğeri** olarak 1 cal = 4,186 J'dür.

Herhangi bir maddenin **ısı sığası** olan C, maddenin sıcaklığını 1°C arttırmak için gereken ısı enerjisi miktarı olarak tanımlanır. Bir maddenin sıcaklığını ΔT kadar değiştirmek için gereken ısı

$$Q = mc\Delta T \qquad (20.4)$$

ile verilir. Burada, m maddenin kütlesi, c ise onun **özgül ısısıdır.**

m kütleli saf bir maddenin fazını değiştirmek için gerekli ısı

$$Q = mL \qquad (20.6)$$

ile verilir. L malzemenin **gizli ısısı** (hâl değiştirme ısısı) olarak bilinir ve faz değişiminin doğasına ve maddenin özellikleri ne bağlı olur.

Hacmi V_i den V_s ye değişen bir **gaz tarafından yapılan iş**

$$W = \int_{V_i}^{V_s} P\, dV \qquad (20.8)$$

olarak verilir. P, işlem süresince değişebilen basınçtır. W'ı hesaplayabilmek için, işlemin niteliği belirtilmelidir. Yani, işlemin her basamağındaki P ve V değerleri bilinmelidir. Yapılan iş, ilk, son ve ara durumlara bağlı olduğundan, W ilk ve son durumlar arasında seçilen yola göre de değişir.

Termodinamiğin birinci yasasına göre, sistem bir durumdan diğerine geçiş yaparken, kendi iç enerjisindeki değişme

$$\Delta E_{iç} = Q - W \qquad (20.9)$$

olur. Buradaki, Q sisteme aktarılan ısı, W ise sistem tarafından yapılan iştir. Q ve W nin her ikisi de seçilen yola bağlı olmasına rağmen, $\Delta E_{iç}$ niceliği seçilen yoldan bağımsızdır. Bu eşitlik, iç enerji değişimlerini içeren enerji korunumunun bir ifadesidir.

Bir çevrimlik süreçte (sürecin başlangıç ve bitiş noktaları aynıdır) $Q = W$ olduğu için $\Delta E_{iç}$ sıfıra eşittir. Yani, sisteme aktarılan ısı, çevrim boyunca yapılan işe eşittir.

Sistem ve çevresi arasında ısı transferinin olmadığı ($Q = 0$) işlem (süreç) **adyabatik bir işlemdir.** Bu durumda birinci yasa, $\Delta E_{iç} = -W$ formülünü verir. Yani, sistem tarafından uygulanan işin bir sonucu olarak iç enerji değişir. Bir **gazın adyabatik serbest genleşmesinde,** $Q = 0$, $W = 0$ ve dolayısıyla $\Delta E_{iç} = 0$ dır. Yani, böyle bir işlemde gazın iç enerjisinde değişme olmaz.

Bir **eş-hacimli** süreç, sabit hacimde oluşan bir süreçtir. Böyle bir süreçte iş yapılmaz. $\Delta E_{iç} = Q$'dir.

Bir **eşbasınçlı işlem**, sabit basınçta oluşan bir süreçtir. Böyle bir süreçte yapılan iş basitçe $W = P(V_s - V_i)$ dir.

Bir **eşsıcaklıklı (isothermal) süreç,** sabit sıcaklıkta oluşan bir süreçtir. Bu süreç süresince bir ideal gazın yaptığı iş şöyledir:

$$W = nRT\ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right) \quad \textbf{(20.13)}$$

Enerji, Bölüm 7'de anlatıldığı gibi iş ile ve ayrıca, iletim, konveksiyon ve ışınım yolu ile aktarılabilir **İletim** sürecine, carpısan moleküller veya elektronlar arasındaki kinetik enerjinin değiş-tokuşu olarak bakılabilir. Kesiti A olan bir dilimin içinde iletim yolu ile geçen ısı akışı hızı şu şekilde verilir:

$$\mathcal{P} = kA\left|\frac{dT}{dx}\right| \quad \textbf{(20.14)}$$

Burada, k **ısıl iletkenlik,** $|dT/dx|$ ise **sıcaklık gradiyentidir.**

Bu denklem, madde içinde enerji aktarma hızının önemli olduğu durumlarda kullanılabilir

Konveksiyonda, ısınan madde bir yerden başka bir yere hareket eder.

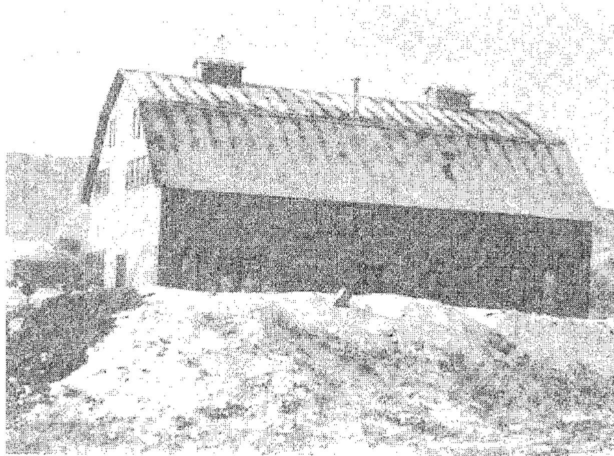
Bütün cisimler, elektromanyetik dalga şeklinde

$$\mathcal{P} = \sigma A e T^4 \quad \textbf{(20.18)}$$

hızı ile **ışınım** yayarlar. Çevresinden daha sıcak olan bir cismin, soğurduğundan daha fazla enerji yayar; çevresinden daha soğuk olan bir cisim ise, yaydığından daha fazla enerji soğurur.

SORULAR

1. Etil alkolün özgül ısısı, suyun özgül ısısının yaklaşık yarısı kadardır. Farklı cam kaplarda bulunan kütleleri eşit alkol ve suya aynı miktarlarda ısı verildiğinde, bu iki sıvıdaki sıcaklık artışlarını karşılaştırınız.
2. Deniz kıyılarının, kıyıdan daha içerdeki kara parçalarına göre daha ılıman iklimde olmasının nedenini söyleyiniz.
3. 200°C deki bir fırından küçük bir pota alınıp oda sıcaklığında bulunan bir küvetteki suya daldırılıyor (genellikle su ile soğutma olarak isimlendirilir). Yaklaşık son denge sıcaklığı ne kadardır?
4. Sıcaklığı 100°C üzerinde bulunan bir madde, suya daldırılırsa bu maddenin özgül ısısının ölçülmesinde karşılaşılan en büyük problem ne olur?
5. İddialı bir uygulama dersinde, öğretim elemanı ıslak parmağını kurşun eriyiğine (327°C) ani olarak daldırır ve parmağı yanmadan hızlıca geri çeker. Bu nasıl mümkün olur? (Bu tehlikeli bir deney olduğundan denemeye kalkışmayınız).
6. Bir araştırıcı, çok soğuk gecelerde depodaki yiyeceklerinin donmaması için depoya büyükçe içi su dolu bir küvet yerleştirilmesinin yeterli olduğunu düşünüyor. Bunun nasıl mümkün olduğunu açıklayınız.
7. "İki cisimden sıcaklığı yüksek olan daha çok ısıya sahiptir" ifadesinde yanlışlık neredeydir?
8. Yanmakta olan bir kiprite parmak ucu 1–2 mm yanmadan yaklaşabilir. Bu nasıl mümkün olur?
9. İçerisinde sıcak çay bulunan bir kabı, parmaklarınızla kabın etrafından tutmak yerine kabın sapından tutmak niçin daha rahattır?
10. Aşağıdaki fotograftaki kulübenin çatısında, karın meydana getirdiği şekiller görülmektedir. Kar kaplı veya karlı bir çatıda bu şekiller nasıl meydana gelir?



Şekil Q20.10 Kar kaplı çatıdaki sıralı desen (*Dr. Albert A. Bartlett, University of Colorado, CO, Boulder'in izniyle*)

11. Sıcak bir fırında bulunan ince alüminyum yaprak el yanmadan alınabilirken, ıslak bir alüminyum yaprak alınırken niçin yanma olur? Açıklayınız.
12. Fayans döşeli bir banyonun tabanı, halı döşeli aynı sıcaklıktaki bir oda tabanından daha soğuk hissedilir niçin?

13. Şişe geçirilmiş bir patetes niçin daha kolay pişer?

14. Termos şişeşi, çift katlı gümüşlenmiş camlar ve bunlar arasında boşluk bulunacak şekilde yapılır. Duvarların arası niçin boşluk yapılır ve niçin cam duvarlar gümüşlenir?

15. Yarısı odun, diğer yarısı bakırdan yapılmış bir çubuk, kağıt parçalarına sarılıyor. Bu çubuk alev üzerine tutulursa, çubuğun odun kısmı ile temasta olan kağıt yanarken, bakırla temasta olan kısmı kalır. Açıklayınız.

16. Niçin sıvı azot ve oksijen ya çift–boşluklu bir kapta veya köpükle yalıtılmış bir kapta depolanır?

17. Niçin evi kışın sıcak, yazın serin tutmak için pencereler kalın kumaş perdelerle kapatılır?

18. Açıkta yanmakta olan bir ateşte bir parça et pişirmek için niçin yüksek bir alev tercih edilmez? (*Not:* karbon iyi bir yalıtkandır).

19. Bir evi kereste ile yalıtabilmek için, kereste dış soğuk yüzeye mi konmalıdır, yoksa sıcak iç yüzeyemi? (Her iki durumda da, hava engelenin varlığını gözönüne alınız).

20. Bir deney evinde, kış aylarında çift katlı bir pencerenin camlar arası hava boşluğuna köpük tanecikleri pompalanmış ve gündüzleri köpük tanecikleri dışarı alınmıştır. Bu işlemde evde ısı kazancı sağlanabilir mi?

21. İnsanlar Buzdolabının keşfinden önce yiyeceklerini yeraltı kilerlerinde muhafaza ederlerdi. Böyle yerlerin depo olarak kullanılıp kullanılamıyacağını tartışınız.

22. Betonun özgül ısısı toprağınkinden daha büyüktür. Bu gerçeği kullanarak yüksek binalı şehirlerin geceleri şehir dışı alanlardan daha sıcak olduğunu açıklayınız. Eğer şehir içleri, şehir dışı alanlardan daha sıcak ise, rüzgarların şehirden dışa mı, yoksa dışardan şehre doğru mu esmesini beklersiniz? Açıklayınız.

23. Gece bir vadide kamp yapan birisi, güneş karşı tepelere doğar doğmaz, bir serin havanın oluşduğuna şahit olur. Bu meltemin oluşmasının nedeni nedir?

24. Havanın yukarı doğru yükseldiği bütün pilotlarca bilinen bir gerçektir. Bu akıma ne sebep olur?

25. Eğer su kötü bir ısı iletkeniyse, alevin üzerine tutulduğunda niçin çabucak ısınır?

26. U.S. kuruşu, çinko kaplı bakırdan yapılır. Kuruşlardaki bakır miktarını tayin etmek için bir kalorimetrik test deneyi yapılabilir mi? Eğer yapılabilirse, kullanılması gereken metodu açıklayınız?

27. Kağıt bir kap içine konulan su aleve tutulursa, kap yanmadan su kaynar hale getirilebilir. Bu nasıl mümkün olur?

28. Kahve dolu kapalı termos bir kap çalkalandığında bir değişiklik oluyorsa bu değişiklik nedir? (a) Kahvenin sıcaklığı, (b) kahvenin iç enerjisi.

[29.] Termodimaniğin birinci kanununu kullanarak, yalıtılmış bir sistemin toplam enerjisinin daima niçin korunacağını açıklayınız?

30. İç enerjiyi mekanik enerjiye dönüştürmek mümkün müdür? Örnekler vererek açıklayınız.

31. Misafirlere sıcak kahve verdiğinizi farzediniz. Misafirlerden bir tanesi kahveyi fincanda birkaç dakika bekletdikten sonra içsin. Sıcak bir kahve elde etmek için, krema, kahve fincana hemen konulduktan sonra mı ilave edilmelidir, yoksa içmeden az önce mi? Açıklayınız.

32. Oda sıcaklığında iki özdeş kaba aynı miktarda sıcak kahve konuluyor. Kahve kaplarından birinin içinde metal bir çay kahve kaşığı varken, diğerinde herhangi bir şey olmasın. Birkaç dakika bekledikten sonra, kahvelerden hangisi daha sıcak kalır? Cevabınızı hangi ısı transferi işlemi ile açıklayabilir siniz?

33. Otoyollarda köprüye varmadan az önce "dikkat köprü yüzeyi, yol yüzeyinden önce donar" uyarısı görülür. Üç ısı transferi işleminden hangisi soğuk günlerde köprü yüzeyinin yol yüzeyinden daha çabuk donacağını açıklamada daha önemlidir?

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; □ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir □ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 20.1 Isı ve İç Enerji

[1.] Niagara çağlayanının üzerinde suyun sıcaklığı 10°C dir. Su 50 m aşağıya düşer ve bu düşmedeki potansiyel enerjinin tamamı suyu ısıtmaya harcanırsa, çağlayanın dibindeki suyun sıcaklığını hesaplayınız?

Şekil 20.1 de gösterilen Joule deneyini düşününüz. Her biri 1,5 kg olan iki kütle ve içinde 200 g su dolu bir tank vardır. Kütleler 3m yükseklikten tankın içine düşerlerse, suyun sıcaklığındaki artış ne olur?

Kesim 20.2 Isı Sığası ve Özgül Isı

[3.] Gümüş bir çubuk 1,23 kJ ısı soğurduğunda sıcaklığı 10°C artıyor. Gümüş çubuğun kütlesi 525 g dir. Gümüşün özgül ısısını bulunuz.

4. 25 °C de 50 g lık bir bakır numune vardır. Isı yoluyla bu bakıra 1200 J enerji verilirse,bakırın son sıcaklığı ne olur?

WEB □ Sıcaklığı 600°C olan 1,5 kg lık bir at nalı, içinde 25°C da 20 kg su bulunan bir kovanın içine düşürülüyor. Son sıcaklık nedir? (Kabın ısı sığasını ve buharlaşan suyu ihmal ediniz)

Kütlesi 200 g olan Aluminyum bir kap içerisinde ısıl dengede 80°C de 800 g su vardır. Kap ve suyun sıcaklığı düzgün olarak 1,50°C/dak hızı ile soğutulmaktadır. Isı yolu ile enerji alınma hızı (güç) nedir? Cevabınızı watt olarak ifade ediniz.

Kütlesi 100 g olan alüminyum bir kalorimetrenin içinde 250 g su vardır. Sistem 10 °C de termal dengedir. Suyun içine 80 °C de 50 g lık bir bakır parçası ve 100 °C de 70 gramlık iki metal parçası atılıyor. Sistemin tamamının kararlı denge sıcaklığı 20 °C oluyor (a) Bilinmeyen numunenin özgül ısısını bulunuz (b) Tablo 20.1 i kullanarak bilinmeyen numuneyi belirleyin.

Erie gölünde kabaca 4×10^{11} m^3 su bulunmaktadır. (a) Bu miktar suyun sıcaklığını 11°C den 12°C ye çıkarmak için ne kadar ısı gereklidir? (b) Yaklaşık bu miktar enerjiyi 1000 MW gücünde bir santral kaç yılda verir?

25°C de 3 g bakır kuruş 50 m yüksekten yere düşürülüyor. (a) Başlangıçdaki potansiyel enerjinin % 60 'ı kuruşun iç enerjisini artırmaya harcanırsa, son sıcaklığını bulunuz. (b) Sonuç kuruşun kütlesine bağlı mıdır? Açıklayınız.

Kütlesi m_{Al} olan bir Aluminyum kap içinde kütlesi m_c ve sıcaklığı T_c olan su vardır. Bu suyun üstüne, kütlesi m_h sıcaklığı T_h, $T_h > T_c$ olan su dökülürse sistemin denge sıcaklığı ne olur?

Bir su ısıtıcısı güneş enerjisi ile çalıştırılmaktadır. Güneş enerjisi kollektörünün alanı 6 m^2 ve güneşten 550 W/m^2 güç sağlanıyorsa, 1 m^3, 20°C deki suyun sıcaklığını 60°C ye çıkarmak için ne kadar zamana ihtiyaç vardır?

Kesim 20.3 Hal Değiştirme Isısı

12. –10°C deki 40 g buzu , 110°C de buhar haline dönüştürmek için ne kadar enerjiye gerek vardır?

30°C de, 3 g lık kurşun bir mermi 240 m/s hızla 0°C de büyük bir buz kütlesine ateşleniyor. Kurşun buz blokunun içinde kalıyor. Ne kadar buz erir?

0°C de bir buz blokuna 100°C de buhar veriliyor. Buharın kütlesi 10 g ve buzun kütlesi 50 g ise (a) ne kadar buz erir ve son sıcaklığı ne olur? (b) Bu işlemi, buharın kütlesi 1 g ve buzun kütlesi 50 g için tekrarlayınız?

Sıcaklığı 77,3 K olan büyük bir sıvı azot kabının içine sıcaklığı 20°C olan 1 kg lık bir bakır blok düşürülüyor. Bakırın sıcaklığı 77,3 K oluncaya kadar ne kadar azot buharlaşır? (Bakırın özgül ısısı 0,0920 cal/g °C ve azotun buharlaşma ısısı 48 cal/g dır.)

16. Kütlesi 50 g olan bakır bir kalorimetre içinde sıcaklığı 20°C olan 250 g su vardır. Sistemin son sıcaklığının 50°C ye ulaşması için ne kadar su buharı yoğunlaşır?

WEB Yalıtılmış bir kapta, 0°C de 250 g buz üzerine 18°C de 600 g su ekleniyor. (a) Sistemin son sıcaklığı nedir? (b) Sistem denge sıcaklığına eriştiğinde geride ne kadar buz kalır?

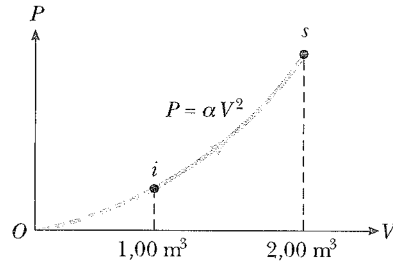
Tarama Problemi. Hızları 500 m/s, sıcaklıkları 20°C, ve kütlesi 5 g olan iki kurşun mermi kafa kafaya çarpışırlar. Çarpışmanın esnek olmadığını ve atmosfere herhangi bir ısı yayılmadığını kabul ederek, iki mermili sistemin son halini açıklayınız.

İlk sıcaklığı 20°C olan 300 g dökme demir bloğun üzerine 327,3 °C de 90 g kurşun eriyiği dökülürse, sistemin son sıcaklığı ne olur? (Isı kayıplarını ihmal ediniz).

Kesim 20.4 Termodinamik Süreçlerde İş ve Isı

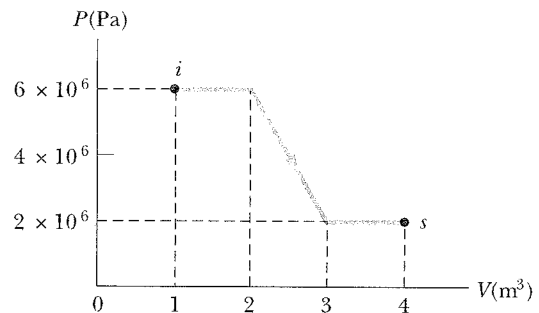
20. Bir kap içinde 1,5 atm lik basınç altında 4 m^3 gaz bulunmaktadır. Gazın yaptığı işi şu durumlarda hesaplayınız: (a) gazın hacmi, sabit basınç altında ilk hacminin iki katına çıkarsa, (b) gazın hacmi, sabit basınç altında ilk hacminin 1/4 'ü olacak şekilde sıkıştırılırsa

WEB Bir ideal gaz numunesinin, 1 m^3 'lük orijinal hacmi, Şekil P20.21 da gösterildiği gibi yarı-kararlı bir işlemle, $P = \alpha V^2$ 'ya göre (α = 5 atm/m^6) iki kat genleşiyor. Genleşen gazın yaptığı iş ne kadardır?



Şekil P20.21

(a) Şekil P20.22 'de gösterildiği gibi, bir sıvı i durumundan s durumuna genleşirken ne kadarlık bir iş yapar?



Şekil P20.22

(b) Sıvıyı, s 'yi, i 'ye birleştiren yol boyunca sıkıştırmak için ne kadarlık iş yapılmalıdır?

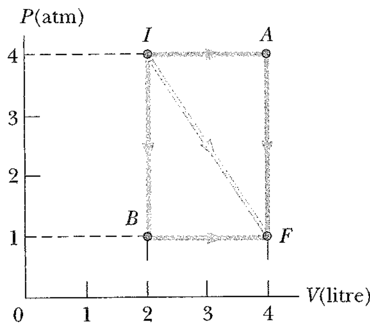
23. 1 mollük bir ideal gaz yavaş yavaş ısıtılarak (P_i, V_i) durumundan ($3P_i$, $3V_i$) durumuna getirilmektedir. Gazın basıncı hacmi ile doğru orantılı olarak değişmektedir. (a) Bu işlemde ne kadarlık iş yapılır? (b) Bu işlem sırasında gazın sıcaklığı hacmine nasıl bağlıdır?

24. Bir helyum numunesinin sabit basınç altında sıcaklığını 273 K çıkarmak için enerji verilirken, helyum bir ideal gaz gibi davranmaktadır. Bu işlem sırasında gaz 20 J 'lük iş yaparsa, helyumun kütlesi ne kadardır?

WEB 25. Bir silindirin içinde bir ideal gaz vardır. Silindirin tepesinde hareketli bir piston bulunmaktadır. Aşağı–yukarı serbestçe hareket ettirilirek gazın başıncını sabit tutmaya yarayan pistonun kütlesi 8000 g ve alanı 5 cm^2 'dir. 0,2 mollük gazın sıcaklığını 20°C'den 300°C 'ye çıkarmak için ne kadarlık iş yapmak gerekir?

26. İdeal bir gaz tepesinde hareketli piston bulunan bir silindirin içinde hapsedilmiştir. Pistonun kütlesi m, alanı A olup gazın basıncını sabit tutmak için aşağı yukarı serbestçe hareket edebilmektedir. n mol gazın sıcaklığını T_1 den T_2 'ye yükseltmek için ne kadarlık iş yapmak gerekir?

27. Bir gaz Şekil P20.27 'deki gibi I 'dan F 'ye üç farklı yolla genleşebilir. Gazın yaptığı işi, IAF, IF ve IBF yolları boyunca hesaplayınız.



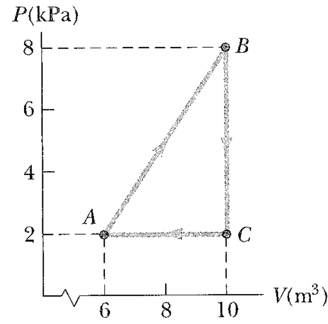
Şekil P20.27

Kesim 20.5 Termodinamiğin Birinci Kanunu

28. Bir gaz, sabit 0,8 atm lik basınç altında hacmi 9 L 'den 2 L 'ye ininceye kadar sıkıştırılıyor. İşlem sırasında gazdan 400 J 'lük ısı dışarı çıkıyor. (a) Gazın yaptığı iş ne kadardır? (b) Gazın iç enerjisindeki değişme ne kadardır?

29. Bir termodinamik sistemde bir işlem sonucu sistemin iç enerjisi 500 J azalıyor. Aynı zamanda, sistem üzerinde 200 J 'lük bir iş yapılırsa, sisteme verilen veya sistemden alınan ısıyı bulunuz.

30. Bir gaza yaptırılan çevrim işlemi Şekil 20.17 'de gösterilmiştir. (a) Tam bir çevrimde sisteme verilen

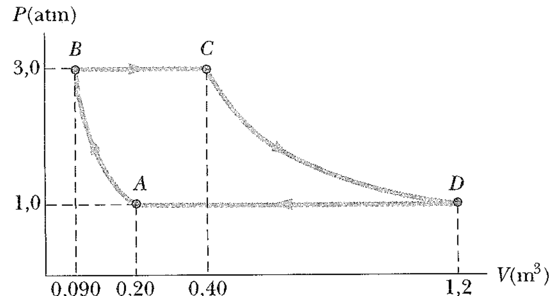


Şekil P20.30 Problem 30 ve 31

net ısıyı hesaplayınız. (b) Çevrim ters çevrilirse yani, işlem $ACBA$ yolunu takip ederse, çevrim başına aktarılan net ısıyı bulunuz.

31. Şekil P20.30 ile gösterilen çevrim veriliyor. BC işlemi için Q negatif ve CA işlemi için $\Delta E_{iç}$ negatif ise, her bir işlem için Q, W ve $\Delta E_{iç}$ 'in işaretini belirleyiniz.

32. Bir ideal gaz numunesi Şekil P20.32 'de gösterilen süreçten geçmektedir. A dan B ye kadar olan süreç adiyabatik, B 'den C 'ye kadar isobariktir ve ısı yoluyla sisteme 100 kJ enerji verilmektedir. C 'den D 'ye süreç isotermal; D 'den A 'ya isobarik ve sistemden ısı olarak 150 kJ enerji salınmaktadır. Sistemin iç enerjisindeki $E_{iç,B} - E_{iç,A}$ değişimini, hesaplayınız.



Şekil P20.32

Kesim 20.6 Termodinamiğin Birinci Kanununun Bazı Uygulamaları

33. İlk sıcaklığı 300 K olan ideal bir gaz, 2,5 kPa basınçda isobarik bir değişime uğruyor. Gazın hacmi 1 m^3 'den 3 m^3 'e geçer ve gaza 12500 J lük bir ısı eklenirse, (a) gazın iç enerjisindeki değişimi, (b) gazın son sıcaklığını bulunuz.

34. Bir mol ideal gaz çevresine 3000 J enerji vererek isotermal olarak genleşiyor. Son hacmi 25 L ve basıncı 1 atm'dir. (a) Başlangıç hacmini, (b) gazın sıcaklığını bulunuz.

35. 1 atm basınç altında, 100°C deki 1 mol su, kaynayarak 100 °C'ta 1 mol buhar haline geçtiği zaman,

buharın yaptığı işi bulunuz. Buharlaşma esnasında buharın iç enerjisindeki değişmeyi hesaplayınız. Buharı ideal gaz olarak düşününüz.

Atmosfer basıncında, 1 kg 'lık bir alüminyum 22°C 'den 40°C 'ye kadar ısıtılıyor. (a) Alüminyumun yaptığı işi, (b) alüminyuma verilen ısıyı, (c) alüminyumun iç enerjisindeki değişmeyi hesaplayınız.

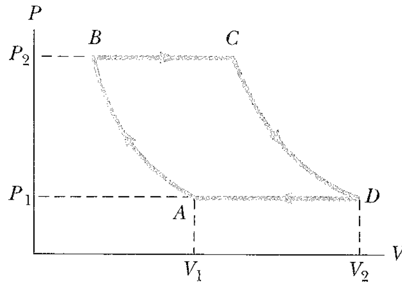
37. Başlangıç sıcaklığı 300 K, basıncı 0,4 atm olan iki mol helyum gazı izotermal olarak 1,2 atm basınca kadar sıkıştırılıyor. (a) Gazın son hacmini, (b) gazın yaptığı işi ve (c) transfer edilen ısıyı bulunuz. Helyumu ideal bir gaz olarak alınız.

373 K 'de bir mol su buharının sıcaklığı soğuyarak 283 K düşüyor. Soğuma sırasında salınan enerji 10 mol ideal bir gaz tarafından soğurularak 273 K sabit sıcaklık altında genleşiyor. İdeal gazın son hacmi 20 L ise, ideal gazın başlangıç hacmi nedir?

Şekil P20.39 'da gösterildiği gibi, bir ideal gaz iki isobarik ve iki izotermal süreçten meydana gelen termodinamik bir çevrimden geçiyor. Tüm çevrimde yapılan net işin

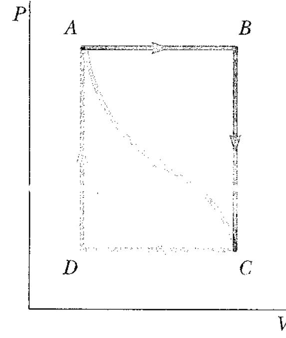
$$W_{net} = P_1(V_2 - V_1)\ln\frac{P_2}{P_1}$$

denklemi ile verildiğini gösteriniz.



Şekil P20.39

Şekil P20.40 'daki bir gazı A 'dan C durumuna götürürken gazın iç enerjisindeki değişim +800 J 'dür. ABC yolu boyunca yapılan iş +500 J 'dür. (a) Sistem B yolu ile A 'dan C 'ye geçerken sisteme verilen ısı ne kadardır? (b) A noktasındaki basınç C noktasındakinin 5 katı ise, sistemin C 'den D 'ye geçerken yaptığı iş ne kadardır? (c) Çevrim C 'den A 'ya giderken çevre ile olan ısı alış verişi ne kadardır? (d) D noktasından A noktasına giderken iç enerji değişimi +500 J ise, sistem C noktasından D noktasına giderken sisteme ne kadar ısı verilmelidir?



Şekil P20.40

Kesim 20.7 Enerji Transfer Mekanizmaları

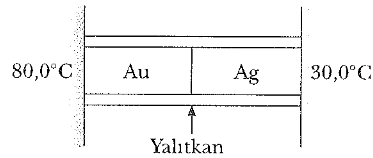
İçinden buhar geçen bir boru ısıl iletkenliği 0,200 cal/cm°C · s olan yalıtkan bir madde ile 1,50 cm kalınlığında kaplanmıştır. Çevre sıcaklığı 20°C iken bu borunun içinden 200°C 'de buhar geçirildiğinde bir saniyede kaybolan enerjiyi bulunuz. Borunun çevresi 20 cm ve boyu 50 m'dir. Borunun uçlarındaki kayıpları ihmal edin.

42. Yalıtkan bir maddeden yapılan bir kutunun toplam alanı 1,2 m^2 ve duvar kalınlığı 4 cm 'dir. 10 W lık bir elektrik ısıtıcısı, kutu içi sıcaklığını dışarı sıcaklığının 15°C üzerinde olacak şekilde ısıtmaktadır. Yalıtkan maddenin ısıl iletkenlik katsayısı k 'yı hesaplayınız.

43. Bir pencere camının alanı 3 m^2 ve kalınlığı 0,600 cm 'dir. Camın yüzeyleri arasındaki sıcaklık farkı 25° C ise, pencereden birim zamanda iletimle aktarılan enerjiyi bulunuz.

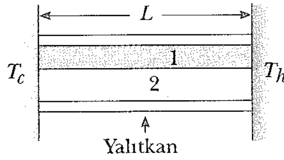
44. Bir ısıcamlı pencerenin alanı 6 m^2, her bir camın kalınlığı 4 mm ve aralarındaki uzaklık 5 mm olacak şekilde iki tabaka camdan yapılmıştır. Odanın içi 20°C odanın dışı –30°C ise, pencerede kaybedilen ısı ne kadardır?

45. Altın bir çubuk, aynı uzunluk ve aynı kesitteki bir gümüş çubuk ile ısıl temastadır (Şekil P20.45). Sistemin bir ucu 80°C 'de tutulurken öteki uç 30°C 'dedir. Isı akışı kararlı hale geldiğinde eklem yerindeki sıcaklığı bulunuz.



Şekil P20.45

46. Eşit uzunlukta, fakat farklı iki maddeden yapılmış kesitleri farklı iki çubuk, Şekil P20.46 'daki gibi yan yana yerleştirilmiştir. Isı akış hızını her bir çubu-



Şekil P20.46

ğun ısıl iletkenlikleri ve alanlarına bağlı olarak bulunuz. Bu ifadeyi çok sayıdaki çubuk için genelleyiniz.

(a) Kalınlığı 1/8 inç olan tek bir camdan yapılmış pencerenin, (b) herbirinin kalınlığı 1/8 inç ve aralarında 1/4 inç hava boşluklu, iki panelli ısı cam için *R* değerini hesaplayınız. (c) Tek camlı pencere yerine iki panelli ısı cam kullanılırsa ısıl iletimi hangi oranda düşer?

48. Güneşin yüzey sıcaklığı yaklaşık 5800 K 'dir. Güneşin yarıçapını $6{,}96 \times 10^8$ m alarak, günlük yaydığı toplam enerjiyi hesaplayınız ($e = 0{,}965$ farzediniz).

Çok geniş, sıcak bir pizza uzayda dolaşmaktadır. (a) Enerji kaybının büyüklüğü nedir? (b) Sıcaklık değişme hızı nedir? Tahmin yürütürken kullandığınız büyüklükleri listeleyiniz. Her bir büyüklükteki tahmini değerinizi veriniz.

50. 100 W 'lık tungsten filamanlı bir lamba 2 W ışık yaymaktadır. (Geriye kalan 98 W, konveksiyon ve iletimle harcanmaktadır.) Filamanın yüzey alanı 0,250 mm^3 ve yayma katsayısı 0,950 'dir. Filamanın sıcaklığını bulunuz. (Tungstanın erime sıcaklağı 3683 K 'dir).

Öğle vakti siyah bir yolun 1 metre kare alanına güneşten 1000 W ısı düşmektedir. Sıcak asfaltın denge sıcaklığı nedir?

Yer yüzünde güneş radyasyon enerjisi 1340 W/m^2 'dir. Dünyanın sıcaklığı atmosferle dengelenmektedir. Sera özelliği gibi. Dolayısıyla atmosfer kırmızı ötesi ışından çok görünür bölge aydınlanması sağlamaktadır. Karşılaştırma yapabilmek için, atmosferi bulunmayan, güneşe uzaklığı dünya-güneş uzaklığında bulunan küresel bir cisim düşününüz. Bu cismin yayma katsayısını her çeşit elektromanyatik dalga için aynı olduğunu ve yüzey sıcaklığının homojen olduğunu kabul ediniz. Güneş ışınlarını soğuran ve yayan alanını belirleyiniz. Denge sıcaklığını hesaplayınız. Soğuk değil mi? Hesaplamalarınız, (a) ayın ortalama sıcaklığının bulunması, (b) Apollo 13 uzay aracının dışındaki tehlikeli durumdaki astronot ve (c) yeryüzünde büyük bir yangın sonucu oluşan dumanların atmosferi kaplayarak, güneş ışınlarını yere ulaşmadan soğurması durumunda da geçerlidir.

EK PROBLEMLER

53. Sıcaklığı 77,3 K, 100 gram sıvı azot ve sıcaklığı 500 °C 200 gram su cam bir kap içinde karıştırılıyor. Azot gaz haline gelince karışımdan ayrılıp uçuyor ise ne kadar su donar? (Azotun buharlaşma ısısı 48 cal/g ve suyun donma ısısı 79 cal/g 'dır.)

75 kg'lık bir adam kar üzerinde kaymaktadır. (Şek P20.54). Kayaklar ve kar arasındaki sürtünme katsayısı 0,200 'dir. Kayakların üzerinden geçtiği karların sıcaklığı 0°C ve sürtünmeyle üretilen iç enerjinin tamamı kara verilmektedir ve karlar eriyinceye kadar kayağa yapışmaktadır. 1 kg kar eriyinceye kadar adam ne kadar yol alır?



Şekil P20.54 Bir arazi kayakçısı (*Nathan Bilow/Leode Wys, Inc.*)

Uzunluğu 0,5 m, kesit alanı 2,5 cm^2 olan alüminyum bir çubuğun bir ucu ısı yalıtımlı, içinde 4,2 K sıcaklığında sıvı helyum bulunan bir kaba daldırılır. Çubuğun başlangıçta sıcaklığı 300 K 'dir. (a) Çubuğun yarısı sıvı helyuma daldırılmış ise, çubuğun sıvı helyuma batırılan kısmının sıcaklığı 4,2 K 'e erişinceye kadar ne kadar sıvı helyum buharlaşır (Çubuğun diğer yarısının soğumadığını kabul ediniz) (b) Çubuğun üst kısmının sıcaklığı 300 K 'de tutulursa, alt ucu 4,2 K sıcaklığına soğuduğunda sıvı helyumun buharlaşma hızını hesaplayınız. (*NOT*: Alüminyumun 4,2 K 'de termal iletkenliği 31 J/s·cm·K, özgül ısısı 0,21 cal/g°C ve yoğunluğu 2,7 g/cm^3 'dür. Helyumun yoğunluğu 0,125 g/cm^3 'tür.)

Soğuk bir kış gününde, sokak satıcısından bir sıcak sosisli sandviç aldığınızı farzediniz. Pardüsenizin cebine sosisciden aldığınız - 12°C de 900 gramlık bozuk demir paraları koyduğunuzu kabul ediniz. Cebimizde daha önceden 30°C 'de 14 gramlık gümüş paralar vardır. Kısa bir zaman sonra, bakır paraların sıcaklığı 0,500 °C/s hızla ısınarak 4 °C olmaktadır. Bu sürede, (a) gümüş paraların sıcaklığı ne olur? (b) Sıcaklığın değişim hızı nedir? (Çevre ile ısı alış-verişini ihmal ediniz.)

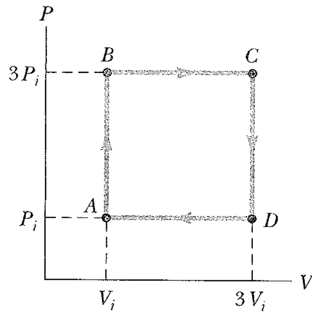
Bir sıvının özgül ısısını ölçmek için, akış kalorimetresi denen aygıt kullanılmaktadır. Bu ölçüm tekniğinde kalorimetreye giren ve çıkan sıvı sıcaklıkları farkı, sıvıya belli bir hızda ısı verilirken ölçülür. Böyle bir düzenekte kalorimetrede kullanılan sıvının yoğunluğu 0,78 g/cm^3 ve akış hızı 4 cm^3/s dir. Kararlı durumda sıvıya 30 J/s ısı verilirken giren ve çıkan sıvı sıcaklıkları farkı 4,8 C° 'dır. Sıvının özgül ısısı nedir?

Akmakta olan bir sıvıya belirli bir oranda ısı verilirken meydana gelen sıcaklık değişimlerini ölçmek için akış kalorimetresi olarak bilinen bir aygıt kullanılır. Özel bir deneyde, yoğunluğu ρ olan bir sıvı, hacim değişme oranı R olan bir sıvı kalorimetreden geçmektedir. Kararlı durumda, $\mathcal{P}$ hızı ile enerji verildiğinde kalorimetreye giren ve çıkan sıvının sıcaklıkları arasındaki fark ΔT 'dir. Sıvının özgül ısısı nedir?

Başlangıç sıcaklığı 300 K olan bir mol ideal gaz hacmi sabit tutularak basıncı, başlangıç basıncının dörtte birine düşürülüyor. Sonra gaz, basıncı sabit tutularak,sıcaklığı, ilk sıcaklığına eşit oluncaya kadar genleştiriliyor. Gazın yaptğı işi bulunuz.

Hareketli piston takılı bir silindirin içinde 1 mol ideal gaz vardır. Sırasıyla, başlangıç basıncı, sıcaklığı ve hacmi P_i, T_i,V_i 'dır. Aşağıdaki işlemler için gazın yaptığı işi bulunuz ve herbir işlemi PV diagramında gösteriniz: (a) Son hacmi, ilk hacminin yarısı olacak şekilde isobarik (sabit basınçta) sıkışma, (b) Son basıncı, başlangıç basıncının 4 katı olacak şekilde izotermal sıkışma (c) Sabit hacimde, son basıncı ilk basıncının 3 katı.

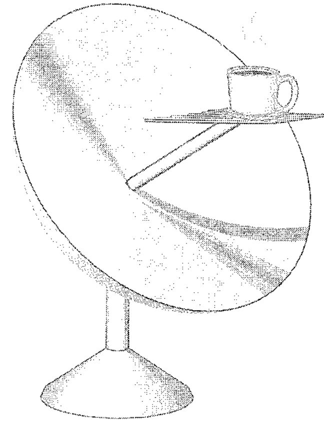
Banlangıç basıncı P_i, hacmi V_i ve sıcaklığı T_i olan ideal bir gaz, Şekil P20.61 'de gösterilen çevrim işlemine tabi tutulmuştur. (a) Her çevrim başına gazın yaptığı net işi hesaplayınız. (b) Çevrim başına sisteme verilen net ısı miktarı ne kadardır? (c) Başlangıç sıcaklığı 0 °C olan 1 mole gaz için, çevrim başına yapılan net işi nümerik olarak hesaplayınız.



Şekil P20.61

Tarama Problemi. Bir demir levha bir demir tekere karşı tutuluyor. İki metal parçası arasındaki kayma sürtünme kuvveti 50 N 'dur. İki yüzeyin birbiri üzerinde bağıl kayma hızı 40 m/s 'dir. (a) Mekanik enerjinin ısı enerjisine dönüşme hızını hesaplayınız. (b) Levha ve tekerin herbirinin kütlesi 5 kg ve her biri termal enerjinin % 50 'sini alıyor. Sistem tarif edildiği gibi 10 s çalışırsa, her bir cisim homojen bir iç enerji sıcaklığına erişmişse, son sıcaklık yükselmesi ne kadardır?

WEB **63.** "Güneş ocağı" güneş ışınlarını ısıtılacak cisim üzerine odaklayan yanstıcı bir aynadan ibarettir (Şekil P20.63). Yer yüzüne erişen güneş enerji gücü 600 W/m^2 ve küçük güneş ocağı kabının çapı 0,6 m 'dir. Gelen enerjinin % 40 'ının ısı enerjisine dönüştüğünü farzederek, başlangıç sıcaklığı 20°C olan 0,5 litre suyun tamamının buharlaşması için geçecek zamanı hesaplayınız (Kabın ısı sığasını ihmal ediniz).



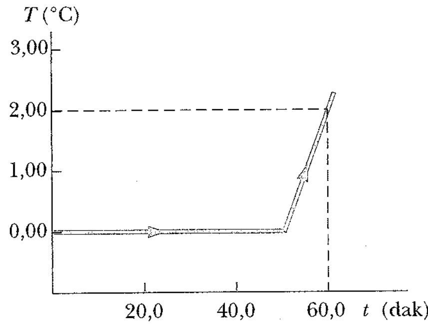
Şekil P20.63

Elektrikli bir çaydanlıkta su kaynamaktadır. Su 1 kW güç soğurmaktadır. Çaydanlıktaki suyun basıncını atmosfer basıncına eşit alarak, çaydanlığın ülüğünden çıkan buharın hızını bulunuz. Ülüğün kesit alanı 2 cm^2 'dir.

Su çevre sıcaklığına bağlı olarak 100°C 'den farklı sıcaklıklarda da buharlaşır veya kaynar. Tablo 20.2'deki bularlaşma gizli ısısının, bütün sıcaklıklarda, sıvı-buhar geçiş değerlerini verdiğini varsayınız. Piston takılmış bir kapta 0°C 'de 1 kg su bulunmaktadır. Sonra piston hızla yükseltilirse, suyun bir

kısmı buharlaşır ve geri kalan kısmı donar (sıvı kalmaz). Sıcaklığın değişmediğini (0°C) kabul ederek silindirde meydana gelen buz miktarını bulunuz.

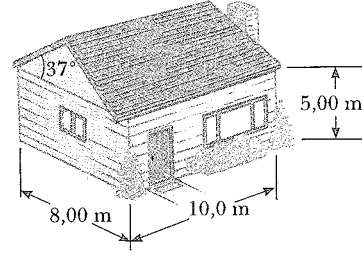
66. Büyük bir tencerenin içinde, $t = 0$ anında denge sıcaklığı 0°C olan 10 kg su ve bilinmeyen miktarda buz vardı. Karışımın sıcaklığı farklı zamanlarda ölçülüyor ve sonuç şekil P20.66 'daki gibi bir eğri ile gösteriliyor. İlk 50 dakika içerisinde, karışımın sıcaklığı 0°C 'de aynı kalır. Sonra 50 ile 60 dakikalar arasında sıcaklık 2°C artar. Kabın ısı sığasını ihmal ederek, buzun başlangıçtaki kütlesini bulunuz.



Şekil P20.66

67. **Tarama Problemi.** (a) 0°C havada, 0°C, 1,60 kg 'lık bir bakır blok 2,50 m/s hızla, 0°C 'deki buz tabakası üzerinde kaymaktadır. Sürtünmeden dolayı blok duruyor. Eriyen buzun kütlesini bulunuz. İşlemi tarif etmek için, enerji girişini Q, çıkış işini W, iç enerjideki değişmeyi $\Delta E_{iç}$ ve mekanik enerjideki değişimi hem buz hem de blok için ΔK alınız. (b) 0°C 'de 1,60 kg 'lık buz bloku 2,50 m/s hızla 0°C bir bakır levha üzerinde kaymaktadır. Sürtünme nedeniyle blok duruyor. Eriyen buz kütlesini bulunuz. İşlem sırasında blok ve metal levha için Q, W, $\Delta E_{iç}$ ve ΔK'yı belirleyiniz. (c) İnce, sıcaklığı 20°C olan, 1,60 kg 'lık bir bakır blok, 2,50 m/s hızla aynı sıcaklıkta benzer bir sabit levha üzerinde kaymaktadır. Sürtünme hareketi durduruyor. Isı olarak çevreye herhangi bir enerji kaybı olmamışsa, her iki cismin sıcaklıklarındaki değişmeyi bulunuz. İşlem sonrasında her bir cisim için Q, W, $\Delta E_{iç}$ ve ΔK ne olur?

68. Şekil P20.68 'de gösterilen evin çatı ve duvarlarının ısıl iletkenliği (pencereler dahil) ortalama 0,480 W/m °C ve ortalama kalınlığı 21 cm 'dir. Ev doğal gaz ile ısıtılmaktadır. Kullanılan gazın kalorisi 9300 kcal/m^3 'dür. Atmosfer sıcaklığı 0°C olduğu bir günde evin içinin sıcaklığını 25°C tutabilmek için



Şekil P20.68

günde kaç m^3 gaz yakılmalıdır? Işınım ve zeminden kaybolan ısı enerjisi ihmal edilecektir.

69. Sıcıklığı 0°C olan bir su havuzu 4 cm kalınlığında buz tabakası ile kaplıdır. Hava sıcaklığı sabit −10 °C deyken, buz kalınlığının 8 cm ye çıkması için ne kadar zaman gereklidir? *İpucu:* Bu problemi çözmek için

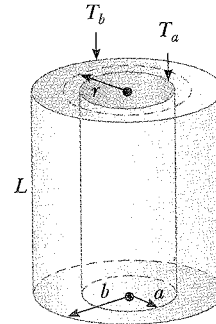
$$\frac{dQ}{dt} = kA\,\frac{\Delta T}{x}$$

şeklindeki 20.14 Eşitliğini kullanışlı hale getiriniz. Isıyı, x buz kalınlığından transfer ederek, sudan dx kalınlığında buz elde etmek için dQ kadar ısı çekmek gerekir. Yani, $dQ = L\rho A dx$ 'dir. Burada ρ buzun yoğunluğu, A alan ve L donma ısısıdır.

70. İçi boş bir silindirin dış sıcaklığı (düşük) T_b iken iç sıcaklığının T_a olması arzu ediliyor (Şekil P20.70). Silindir duvarının ısı iletkenlik katsayısı k dir. Uç olayları ihmal ederek, içten dışa doğru yarıçap doğrultusunda ısı akış hızının

$$\frac{dQ}{dt} = 2\pi Lk\left[\frac{T_a - T_b}{\ln(b/a)}\right]$$

olduğunu gösteriniz. (*İpucu:* Sıcaklık gradienti dT/dr ile verilir. *Not:* Radyal ısı akımı, $2\pi rL$ alanlı silindirden geçer.



Şekil P20.70

71. Bir Jet uçağının yolcu kısmı, uzunluğu 35 m, iç yarıçapı 2,5 m silindirik bir tüp şeklindedir. Duvarları, 6 cm kalınlığında ısı ilekenlik katsayısı 4×10^{-5} cal/s·cm·C° olan yalıtkan bir madde ile kaplanmıştır. Atmosfer sıcaklığı –35 °C iken uçağın içinin sıcaklığı 25°C 'de tutulmaktadır. Bu sıcaklık farkını koruyabilmek için, ısı akış hızı ne olmalıdır? (Problem 70 'de bulunan sonucu kullanınız)

72. Bir öğrenci, Aluminyumun özgül ısısını ölçmek için yaptığı deneyde aşağıdaki değerleri elde eder.

Suyun ve kalorimetrenin ilk sıcaklığı	70°C
Suyun kütlesi	0,400 kg
Kalorimetrenin kütlesi	0,040 kg
Kalorimetrenin özgül ısısı	0,63 kJ/kg°C
Aluminyumun ilk sıcaklığı	27°C
Aluminyumun kütlesi	0,200 kg
Karışımın son sıcaklığı	66,3°C

Bu verileri kullanarak Aluminyumun özgül ısısını bulunuz. Cevabınız, Tablo 20.1 'de verilen değerden en fazla % 15 'i kadar farklı olmalıdır.

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

20.1 (a) Su, cam, demir. Suyun özgül ısısı en yüksek olduğundan (4186 J/kg °C) sıcaklığı en az değişir. Sonra cam (837 J/kg °C) ve son olarak demir (448 J/kg °C) (b) Demir, cam, su. Verilen sıcaklık artışında ısı ile enerji aktarımı (transferi) cismin özgül ısısı ile orantılıdır.

20.2 Buhar. Tablo 20.2 'ye göre, 100°C 1 kg buhar, 100°C'de 1 kg su haline dönüşürken $2{,}26 \times 10^6$ J enerji verdikten sonra 100°C'de su gibi hala yakmaya devam eder.

20.3 C.A.B. Eğrinin eğimi enerji giriş miktarındaki sıcaklık değişimlerinin oranlarına eşittir. Buna göre, eğim özgül ısıların tersleri ile orantılıdır. Su, özgül ısısı en yüksek olandır, dolayısıyla eğimi en az olandır.

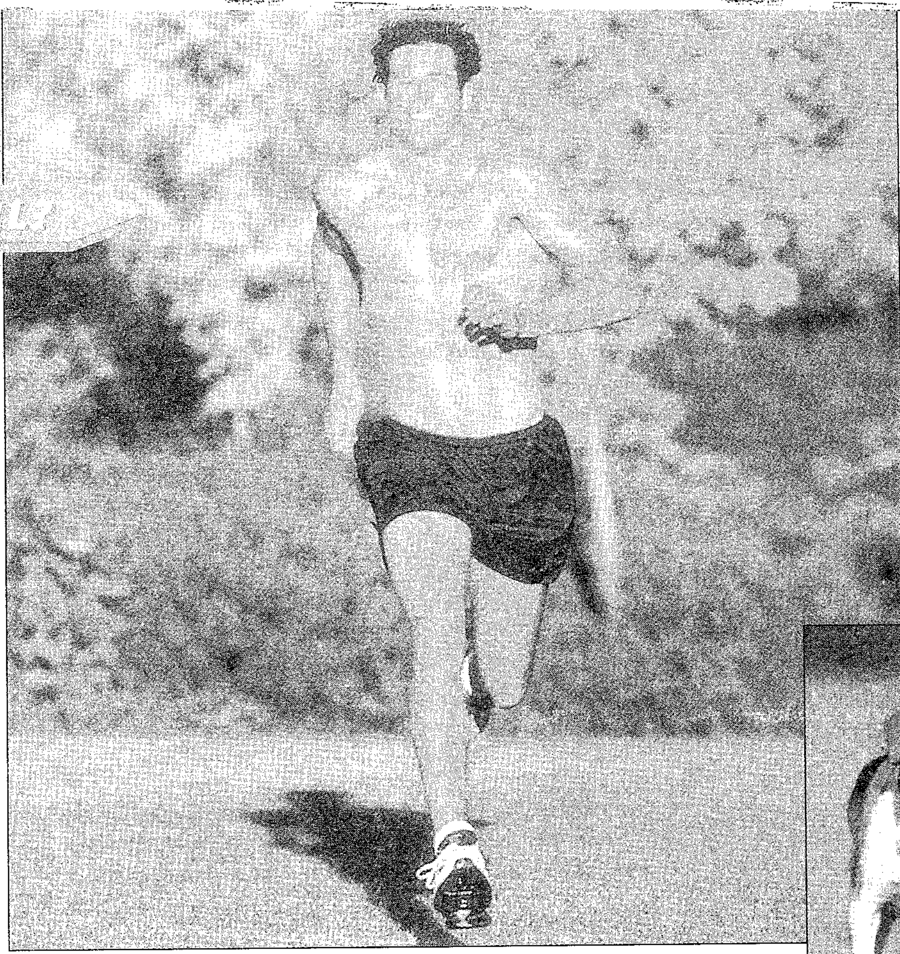
20.4.

Durum	**Sistem**	Q	W	$\Delta E_{iç}$
(a) Hızla bisiklet tekerinin şişirilmesi	Pompada hava	0	–	–
(b) Fırın üzerine yerleştirilen içi su dolu oda sıcaklığındaki tava	Tavada su	+	0	–
(c) Balondan hızla çıkan hava	Hava önce balonunun içindedir	0	+	–

(a) Pompalama hızlı olduğundan, ısı olarak ne sisteme enerji verilmektedir ne de sistemden dışa enerji çıkmaktadır. Yani, $Q = 0$ 'dır. Sistem üzerine iş yapıldığından, iş negatiftir. Buna göre $\Delta E_{iç} = Q - W$ pozitif olmalıdır. Pompadaki hava ısınır. (b) Sistem üzerine veya sistem tarafından iş yapılmaz. Fakat suya sıcak ısıtıcı tarafından ısı enerjisi verilmektedir. Dolayısıyla hem Q hem de $\Delta E_{iç}$ pozitiftir. (c) Sızıntı hızlı olduğundan ısı olarak ne sisteme, ne de sistemden dışarı enerji verilmektedir. Buna göre, $Q = 0$ 'dır. Balondan kaçan hava molekülleri çevredeki hava moleküllerini iterek iş yaparlar. Böylece, W pozitiftir ve $\Delta E_{iç}$ negatiftir. İç enerjideki azalma, kaçan havanın daha soğuk olacağının bir kanıtıdır.

20.5 *A* Eş-hacimlidir. *B*, adiyabatiktir. *C*, Eş-sıcaklıktadır ve *D* eş basınçta (izobarik).

20.6 *c*. Battaniye ısıl yalıtım aracı görevi görür. Havadan küpe akan ısı enerjisini yavaşlatır.





Sizce Nasıl?

Yorucu çabalar sırasında vücudumuz, çevremize salıverilen aşırı iç enerji üretir. Bu salıvermeyi kolaylaştırmak üzere insanlar terler. Köpek ve diğer hayvanlar da aynı amaçla çok sık nefes alıp verirler. Her iki etkinlik sıvı buharlaşması gerektirir. Bu işlem vücudun soğumasına nasıl yardımcı olur? *(Koşucunun fotoğrafı Jim Cummins tarafından/uluslararası FPG; av köpeğinin fotoğrafı Renee Lynn tarafından/ Fotoğraf araştırmacıları, Inc.)*

b ö l ü m

21 Gazların Kinetik Teorisi

19. Bölümde basınç, hacım ve sıcaklık gibi makroskopik değişkenleri kullanarak, bir ideal gazın özelliklerini tartıştık. Şimdi bu bölümde bu özelliklerin, maddenin moleküllerden oluşması nedeni ile, mikroskopik düzeyde tanımlanabileceğini göstereceğiz. Newton'un hareket yasalarının parçacıklar topluluğuna bir istatistik yöntemi ile uygulanması, termodinamik işlemlerin uygun bir şekilde tanımlanmasını sağlar. Olayın matematiğini mümkün olduğu kadar basit tutabilmek için, gazların yalnız moleküler davranışını düşüneceğiz. Gazlardaki moleküller arası etkileşmelerin, katı ve sıvılara göre zayıf olması sorunu basitleştirmektedir. Gaz moleküllerinin rastgele hareketi, birbirleri ile çarpışmaları ve içinde bulundukları kabın kenarlarına çarpmaları gibi davranışlar *kinetik teori* olarak adlandırılır. Belki de bu teorinin en önemli sonucu; moleküler hareketin kinetik enerjisinin, sistemin iç enerjisine eşit olduğunu göstermesidir. Ayrıca kinetik teori, sıcaklık kavramını fiziksel bir temele oturtarak onun daha iyi anlaşılmasını sağlar.

En basit gaz modelinde, herbir molekül, sert bir küre olarak düşünülür. Moleküllerin birbirleri ile çarpışmaları veya içinde bulunduğu kabın duvarlarına çarpmaları, esnek çarpışma olarak kabul edilir. Katı-küre modeli, moleküllerin çarpışma dışında birbirleri ile etkileşmediklerini ve çarpışma ile moleküllerde hiç bir bozulmanın olmadığını varsayar. Bu tanım, enerjisi yalnızca tamamen öteleme kinetik enerjisi olan tek-atomlu gazlar için uygun olmaktadır. Bu teori, O_2 ve CO_2 gibi daha karmaşık moleküller için titreşim ve dönme ile ilgili enerjileri de içerecek tarzda düzeltilmelidir.

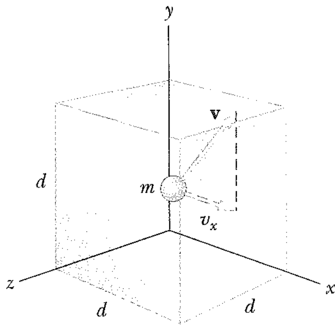
21.1 BİR İDEAL GAZIN MOLEKÜLER MODELİ

10.5 Bu bölüme, bir ideal gazın mikroskopik modelini geliştirerek başlayacağız. Bu model, bir gazın içinde bulunduğu kabın duvarlarına uyguladığı basıncın, gaz moleküllerinin bu duvarlara çarpmalarından ortaya çıktığını kabul eder. Göreceğimiz gibi bu model, 19. bölümdeki makroskopik tanım ile uyum içindedir. Bu modeli geliştirmek için aşağıdaki yaklaşımlar yapılacaktır:

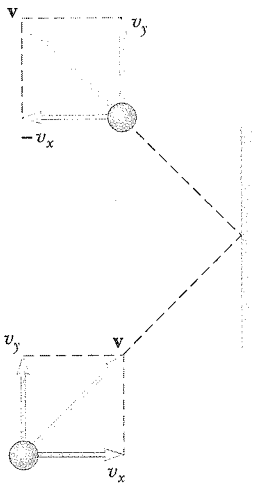
Bir ideal gazın moleküler modeli için kabuller

- Moleküllerin sayısı büyüktür. Moleküller arasındaki ortalama uzaklık, moleküllerin boyutlarına göre büyüktür. Bu nedenle moleküllerin işgal ettikleri hacım, bulundukları kabın hacmının yanında önemsenmeyebilir.
- Moleküller, Newton'un hareket yasalarına uyarlar; fakat herbir molekül, rastgele hareket eder. Rastgele ile ifade etmek istediğimiz, moleküllerin her yönde ve değişik hızlarda aynı olasılıkla hareket etmeleridir. Ayrıca, hız dağılımının moleküller arası çarpışmalara rağmen, zamanla değişmeyeceğini varsayacağız. Bu demektir ki, verilen bir anda moleküllerin belirli bir yüzdesi yüksek hızla, belirli bir yüzdesi düşük hızla ve belirli bir yüzdesi de bunlar arasındaki bir hızla hareket eder.
- Moleküller birbirleri ile ve kabun duvarıyla esnek çarpışmalar yaparlar. Çarpışmalarda hem kinetik enerji hem de momentum korunur.
- Moleküller arası kuvvetler, birbirleri ile çarpışma süresi dışında önemsenmez. Bu kuvvetler kısa mesafelidir. Bu nedenle, moleküller arası etkileşme yalnız çarpışma süresince vardır.
- İncelenen gaz saftır. Yani tüm moleküller özdeştir.

Genellikle, bir ideal gazın tek atomlu olduğunu düşünmemize karşın, Moleküler gazların davranışının alçak basınçlarda ideal gaza yaklaştığını varsaya-



Şekil 21.1 d kenar uzunluklu bir kübik kap ideal gaz içermektedir. Şekildeki molekül v hızı ile hareket etmektedir.



Şekil 21.2 Kabın kenarına esnek olarak çarpan bir molekül. Momentumun x-bileşeni ters çevrilir ve bu arada kabın kenarına momentum verirken y bileşeni sabit kalır. Bu düzende, molekülün xy düzleminde hareket ettiğini kabul ettik.

biliriz. Burada gözönüne alacağımız hareketlerde, dönüş veya titreşim hareketleri, ortalama olarak hiçbir etki yapmaz.

V hacimli bir kap içerisindeki, N sayıda moleküle sahip bir ideal gazın basıncı için bir ifade türetelim. Kap, d uzunlukta kenarları olan küp şeklinde kabul ediliyor (Şekil 21.1). Kabın sağ kenarına $\mathbf{v}$ hızı ile çarpan bir molekül düşünelim. Molekül v_x, v_y ve v_z hız bileşenlerine sahip olsun. Önceki bölümlerde cismin kütlesi için m simgesini kullandık. Bu bölümde ise, m simgesini bir molekülün kütlesi için kullanacağız. Molekül, kabın kenarına esnek olarak çarptığında hızın x bileşeni yön değiştirirken y ve z hız bileşenleri değişmez (Şekil 21.2). Molekülün momentumunun x bileşeni mv_x, çarpışmadan sonra $-mv_x$ olur. Dolayısıyle molekülün momentumundaki değişim,

$$\Delta p_x = -mv_x - (mv_x) = -2mv_x$$

olur. Moleküler impuls-momentum teoremini (Eş, 9.9) uygularsak,

$$F_1 \, \Delta t = \Delta P_x = -2mv_x$$

yazılabilir. Burada F_1, Δt zaman aralığında molekül üzerine duvar tarafından uygulanan ortalama kuvvetin büyüklüğüdür. Alt indis 1, bu anda yalnız bir molekülü gözönüne aldığımızı gösterir. Bir molekülün, kabın aynı duvarına ard arda iki kere çarpması için, x-ekseni boyunca $2d$ yolunu Δt zamanında alır. İki çarpışma arasında geçen bu zaman $\Delta t = 2d/v_x$ tir. Δt ile karşılaştırıldığında daha uzun olan zaman aralığında her bir çarpışmada molekül üzerine uygulanan ortalama kuvvet,

$$F_1 = \frac{-2m\,v_x}{\Delta t} = \frac{-2m\,v_x}{2d\,/v_x} = \frac{-m\,v_x^2}{d} \qquad \textbf{(21.1)}$$

olur. Newton'un üçüncü yasasına göre molekül tarafından duvara uygulanan ortalama kuvvet, 21.1 eşitliğinde verilen kuvvete büyüklük olarak eşit fakat zıt yöndedir. Böylece;

$$F_{1,\,\text{duvar}} = -F_1 = -\left(\frac{-m\,v_x^2}{d}\right) = \frac{m\,v_x^2}{d}$$

yazılabilir. Gazın herbir molekülü duvar üzerine bir F_1 kuvveti uygular. Bütün moleküllerin duvar üzerine uyguladığı toplam F kuvvetini bulmak için, tüm moleküllerce uygulanan kuvvetleri toplarız :

$$F = \frac{m}{d} = (v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots)$$

Bu eşitlikte v_{x1}, 1 molekülünün hızının x bileşeni, v_{x2}, 2 molekülünün hızının x bileşeni vb. dir. Kapta N molekül olduğundan, bu toplam N molekülde son bulur.

İşi daha ileriye götürmek için, x doğrultusundaki N molekülün hızının karesinin ortalama değerini gözönüne almalıyız :

$$\overline{v_x^2} = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + \cdots + v_{xN}^2}{N}$$

O halde duvar üzerine uygulanan toplam kuvvet,

$$F = \frac{Nm}{d}\,\overline{v_x^2}$$

şeklinde yazılabilir.

Şimdi de, hız bileşenleri v_x, v_y, ve v_z olan kap içindeki bir molekülü düşünelim. Pisagor teoremine göre, bu molekülün hızının karesi bu hız bile-

şenlerinin kareleri toplamına eşittir:

$$v^2 = v_x^{\,2} + v_y^{\,2} + v_z^{\,2}$$

Buna göre, kaptaki bütün moleküller için v^2 nin ortalama değeri $v_x^{\,2}$, $v_y^{\,2}$ ve $v_z^{\,2}$ nin ortalama değerine ifade aşağıdaki ile bağlı olur:

$$\overline{v^2} = \overline{v_x^{\,2}} + \overline{v_y^{\,2}} + \overline{v_z^{\,2}}$$

Hareket tamamen rastgele olduğundan, $\overline{v_x^{\,2}}$, $\overline{v_y^{\,2}}$ ve $\overline{v_z^{\,2}}$ nin ortalama değeri birbirlerine eşittir. Bu olguyu ve önceki eşitliği kullanarak

$$\overline{v^2} = 3\overline{v_x^{\,2}}$$

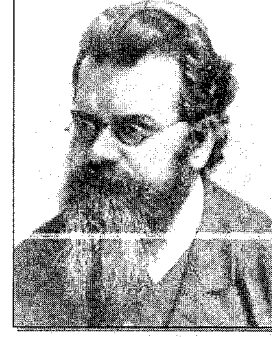
yazabiliriz. O halde duvara uygulanan toplam kuvvet

$$F = \frac{N}{3}\left(\frac{m\,\overline{v^2}}{d}\right)$$

olur. Bu eşitliği kullanarak duvara uygulanan toplam basıncı bulabiliriz:

$$P = \frac{F}{A} = \frac{F}{d^2} = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{d^3}\,m\overline{v^2}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{N}{V}\right)m\overline{v^2}$$

$$P = \frac{2}{3}\left(\frac{N}{V}\right)\left(\frac{1}{2}\,m\overline{v^2}\right) \qquad \textbf{(21.2)}$$



Ludwig Boltzmann (1844-1906), Avusturyalı fizikçi. Boltzmann, gazların kinetik teorisinin, elektromagnetizmanın ve termodinamiğin gelişmesine çok önemli katkılarda bulunmuştur. Onun kinetik teori alanındaki çalışmaları, istatistik mekanik olarak bilinen fiziğin bir alanına öncülük etti. *(Lande kolleksiyonu, AIP Niels Bohr kütüphanesinin izniyle)*

Basınç ve moleküler kinetik enerji arasındaki ilişki

Bu sonuç gösteriyor ki **basınç, birim hacimdeki molekül sayısı ve moleküllerin, $\frac{1}{2}\,m\overline{v^2}$ şeklindeki ortalama öteleme kinetik enerjileri ile orantılıdır.** İdeal gaz için türetilen bu basitleştirilmiş modelden çıkan önemli sonuç şudur: Burada basınç değerleri, moleküler hızın karesinin otalama değeri şeklinde ifade edilen bir atomik niceliğe bağlanmaktadır. Böylece, atomik dünya ile büyük ölçekli (makro) dünya arasında bağ kuran bir ifade elde ettik.

21.2 Eşitliğine dikkat edilirse, belki de alıştığınız bazı basınç özellikleri doğrulanır. Kabın içindeki basıncı artırmanın bir yolu, kaptaki birim hacimdeki molekül sayısını artırmaktır. Bir otomobil lastiğine hava basarken yaptığınız şey budur. Lastik içindeki basınç lastik içindeki hava moleküllerinin öteleme kinetik enerjilerinin ortalama değerini artırarak da artırılabilir. Biraz ilerde göreceğiz ki bu, lastik içindeki havanın sıcaklığını artırarak başarılabilir. Uzun bir seyahat sırasında lastiğin ısınması sonucu, içindeki basınç artar. Yolda hareket eden lastiğin devamlı esnekliği, lastiğin büzülen kısımlarının iş yapmasına ve lastiğin iç enerjisinin artmasına yol açar. Lastiğin sıcaklığının artması sonucu, lastiğin içindeki havaya ısı yoluyla enerji aktarılması sağlanır. Bu aktarılan enerji, havanın sıcaklığını ve dolayısı ile basınçta bir artışa yol açar.

Sıcaklığın Moleküler Açıklaması

10.3 21.2 Eşitliğini daha genel ve bilinen tarzda yazarak, sıcaklığın anlamı hakkında bazı görüşler elde edebiliriz; Yani

$$PV = \frac{2}{3}\,N\left(\frac{1}{2}\,m\overline{v^2}\right)$$

bağıntısını, bir ideal gazın hal denklemi (19.10 Eşitliği) olan

$$PV = Nk_BT$$

ile karşılaştıralım. Bu hâl (durum) denkleminin, Gazların makroskopik davranışları ile ilgili deneysel gerçeklere dayandığını hatırlayalım. Bu bağıntıların sağ taraflarını eşitleyerek

Sıcaklık ortalama kinetik enerji ile orantılıdır

$$T = \frac{2}{3k_B}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \tag{21.3}$$

bulunuz. Yani, **sıcaklığın, ortalama moleküler kinetik enerjinin doğrudan bir ölçüsü** olduğunu görürüz.

21.3 Eşitliğini yeniden düzenleyerek, öteleme moleküler kinetik enerjiyi sıcaklığa bağlayabiliriz:

Molekül başına ortalama kinetik enerji

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2}\ \frac{3}{2}k_BT \tag{21.4}$$

Yani, molekül başına ortalama öteleme kinetik enerji $\frac{3}{2}kT$ olur. $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$ olduğundan aşağıdaki bağıntı yazılabilir:

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2}\ \frac{3}{2}k_BT \tag{21.5}$$

Benzer tarzda, y ve z yönündeki hareketler için

$$\frac{1}{2}m\overline{v_y^2} = \frac{1}{2}k_BT \quad \text{ve} \quad \frac{1}{2}m\overline{v_z^2} = \frac{1}{2}k_BT$$

bağıntıları yazılır. Böylece, herbir öteleme serbestlik derecesinin, gaza eşit miktarda enerji katkısında bulunduğu görülür. Bu enerji $\frac{1}{2}k_BT$ dir. (Genellikle serbestlik derecesi, herbir molekülün sahip olacağı ortalama enerji değerinin sayısını ifade eder.) Bu sonucun genelleştirilmesine, **enerjinin eş bölüşüm teoremi** denir.

Enerjinin eşbölüşüm teoremi

ve her bir serbestlik derecesi, sistemin enerjisine $\frac{1}{2}k_BT$ kadar katkıda bulunacağını ifade eder.

N moleküllü gazın toplam öteleme kinetik enerjisi basitçe, 21.4 Eşitliği ile verilen molekül başına ortalama enerjinin *N* katıdır:

N tane molekülün öteleme kinetik enerjisi

$$E_{\text{öteleme}} = \left(N\ \frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) = \frac{3}{2}Nk_BT = \frac{3}{2}nRT \tag{21.6}$$

Burada, Boltzmann sabiti için $k_B = R/N_A$ ve gazın mol sayısı için $n = N/N_A$ yı kullandık. Moleküllerinin enerjisi yalnızca öteleme kinetik enerjisi olan bir

TABLO 21.1 Bazı kök Hızları

Gaz	Molekül Ağırlığı (g/mol)	$v_{kök}$ 20 °C ta (m/s)
H_2	2,02	1902
He	4,0	1352
H_2O	18	637
Ne	20,1	602
N_2 veya CO	28	511
NO	30	494
CO_2	44	408
SO_2	64,1	338

gaz gözönüne alırsak, gazın iç enerjisini ifade etmek için 21.6 eşitliğini kullanabiliriz. Bu sonuç, bir ideal gazın iç erjisinin yalnızca sıcaklığa bağlı olduğunu ifade eder.

$\overline{v^2}$ nin kare köküne, moleküllerin *hızlarının karelerinin ortalamasının karekökü* (rms) denir. 21.4 Eşitliğinden, kök hızı (veya *rms* hızı) için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$v_{\text{kök}} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} \quad \textbf{(21.7)}$$

Kare-ortalama-kök hızı

Burada M, kilogram olarak mol başına molar kütledir. Kök hızına ait bu eşitlik, belirli bir sıcaklıkta, genel olarak; daha hafif moleküllerin, ağır moleküllere göre daha hızlı hareket ettiğini gösterir. Örnek olarak, molekül ağırlığı 2×10^{-3} kg/mol olan hidrojen, molekül ağırlığı 32×10^{-3} kg/mol olan oksijene göre 4 kat hızlı hareket eder. Tablo 21.1 de, 20°C da değişik moleküllerin kök hızları listelenmiştir.

ÖRNEK 21.1 Helyum Dolu Bir Tank

Hacmı 0,3 m^3 olan bir tankta, 20 °C ta 2 mol helyum gazı vardır. Helyum gazının ideal gaz gibi davrandığını kabul ederek (a) Gaz moleküllerinin toplam öteleme kinetik enerjisini bulunuz.

Çözüm 21.6 Eşitliğini kullanarak ve $n = 2$ mol ve $T =$ 293 K alarak

$$E_{\text{öte}} = \frac{3}{2} nRT = \frac{3}{2} (2 \text{ mol}) (8{,}31 \text{ J/mol K}) (293 \text{ K})$$

$$= 7{,}30 \times 10^3 \text{ J}$$

bulunur.

(b) Molekül başına ortalama kinetik enerji nedir?

Çözüm 21.4 Eşitliğinden, molekül başına ortalama kinetik enerji

$$\frac{\overline{mv^2}}{2} = \frac{3}{2} k_B T = \frac{3}{2} (1{,}38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) (293 \text{ K})$$

$$= 6{,}07 \times 10^{-21} \text{ J}$$

olur.

Alıştırma Helyumun molekül ağırlığının 4 g/mol olduğunu düşünerek, 20 °C ta atomların kök hızını hesaplayınız.

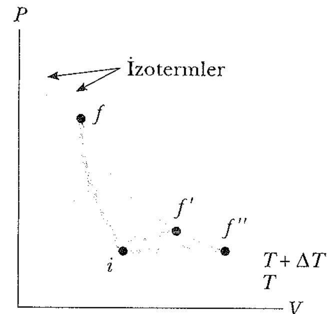
Cevap $1{,}35 \times 10^3$ m/s

Sınama Sorusu 21.1

Oda sıcaklığında bir hava molekülünün ortalama hızı saniyede bir kaç yüz metredir. Bu hızla giden bir molekül, odanın bir ucundan diğer ucuna saniyenin küçük bir kesrinde geçer. Bu bakışa göre, parfüm kokusu (veya diğer kokular aynı odada niçin birkaç dakikada yayılır?

21.2 BİR İDEAL GAZIN MOLAR ÖZGÜL ISISI

10.5 Gazın n molünün sıcaklığının T_i den T_s a yükselmesi için gerekli enerji, başlangıç ve son durum arasında alınan yola bağlıdır. Bunu anlamak için çeşitli işlemlere uğrayan ve bütün işlemlerde $\Delta T = T_s - T_i$ şeklinde bir sıcaklık değişimi oluşan bir ideal gazı ele alalım. Sıcaklık değişimi, şekil 21.3 te gösterildiği gibi bir eşsıcaklık eğrisinden (izoterm) diğerine bir yol değişimiyle başarılabilir. Her bir yol için ΔT aynı olduğundan, iç enerjideki $E_{\text{iç}}$ değişimi, bütün yollar için aynıdır. Termodinamiğin 1. yasasından biliyoruz ki $Q = \Delta E_{\text{iç}} + W$ dur. Burada Q ısısı her bir yol için farklıdır, çünkü W (eğrinin altındaki alan) her bir yol için farklıdır. O halde verilen bir sıcaklık değişimine ait olan ısı, tek bir değere sahip değildir.



Şekil 21.3 Bir ideal gaz, T sıcaklıktaki eşsıcaklık eğrisinden, $T + \Delta T$ sıcaklıktaki diğer eşsıcaklık eğrisine üç farklı yolla götürülür.

Sabit hacimde değişmeler ve sabit basınçta değişmeler şeklinde sıkça karşılaşılan iki işlem için özgül ısıları tanımlayarak, bu zorlukları giderebiliriz. Mol sayısı gaz miktarını ölçmek için uygun oluduğundan aşağıdaki eşitliklerle bu işlemlere ait **molar özgül ısıları** tanımlayabiliriz:

$$Q = nC_V \Delta T \quad \text{(Sabit hacim)} \qquad \textbf{(21.8)}$$

$$Q = nC_P \Delta T \quad \text{(Sabit basınç)} \qquad \textbf{(21.9)}$$

Burada C_V **sabit hacimdeki molar özgül ısı**, C_P **sabit basınçtaki molar özgül ısıdır**. Gazı sabit basınçta ısıtırsak, gazın yalnız iç enerjisi artmaz, hacminin değişmesi nedeniyle gaz aynı zamanda iş yapar. Buna göre,iç enerjinin artışı ve iş yapılması ile sistemden dışarı enerji aktarımının her ikisi için de $Q_{sabit\ p}$ ısısı hesaplanmalıdır. Dolayısı ile $Q_{\text{sabit }P}$, $Q_{\text{sabit }V}$den daha büyük olacaktır. O halde C_P nin değeri C_V den daha büyük olur.

Önceki kesimde, gazın sıcaklığının, gaz moleküllerinin öteleme kinetik enerjilerinin ortalamasının bir ölçüsü olduğunu bulmuştuk. Bu kinetik enerji herbir molekülün kütle merkezinin hareketiyle ilişkilidir. Bu, kütle merkezinin titreşim ve dönmesi ile ilgili olan, molekülün iç hareketine ait enerjisini içermez. Bu sürpriz olmamalıdır, çünkü basit kinetik teori modeli yapısız bir molekül varsayar.

Bu görüşle önce helyum, neon veya argon gibi, molekül başına bir atom içeren bir gazı, ideal tek atomlu gazın en basit durumu olarak ele alalım. Sabit hacimli kap içindeki tek atomlu gazın enerjisi arttığı zaman (örneğin ısıtarak), ek enerjinin tamamı, atomların öteleme kinetik enerjilerinin artırılmasına harcanır. Tek atomlu bir gaz içinde enerji depolamanın başka bir yolu yoktur. O halde 21.6 Eşitliğinden görürüz ki, ideal tek atomlu bir gazın N molekülünün (veya n mol'ünün) toplam iç enerjisi $E_{iç}$

Tek atomlu ideal bir gazın iç enerjisi, sıcaklığı ile orantılıdır.

$$E_{iç} = \tfrac{3}{2} Nk_B T = \tfrac{3}{2} nRT \qquad \textbf{(21.10)}$$

şeklindedir. Tek atomlu bir ideal gazın $E_{iç}$ enerjisinin, yalnızca T nin fonksiyonu olduğuna ve fonksiyonel ilişkinin 21.10 eşitliği ile verildiğine dikkat ediniz. Bir ideal gazın içi enerjisi genellikle yalnızca T nin fonksiyonudur ve biraz sonra inceleyeceğimiz gibi tam bağıntı gazın cinsine bağlıdır.

Sınama Sorusu 21.2

Şekil 21.4 te işaretlenen eşsıcaklıkları takibeden işlemler sonucunda, gazın hacminin artması sırasında basıncı azalırken, gazın iç enerjisi nasıl değişir?
(a) $E_{iç}$ artar (b) $E_{iç}$ azalır (c) $E_{iç}$ aynı kalır (d) $\Delta E_{iç}$ değerini tayin için yeterli bilgi yoktur.

Isı, *sabit hacimde* sisteme transfer edilirse, sistem tarafından yapılan iş sıfırdır. Yani, sabit-hacim işlemi için $W = \int P\,dV = 0$ dır. O halde termodinamiğin birinci yasasından,

$$Q = \Delta E_{iç} \qquad \textbf{(21.11)}$$

olduğu görülür. Başka söyleyişle, verilen ısının tamamı, sistemin iç enerjisinin (ve sıcaklığının) artmasına harcanır. Sabit-hacim işlemi, i den s ye, Şekil 21.3 te gösterilmiştir. Burada iki eşsıcaklık eğrisi (izoterm) arasındaki sıcaklık farkı ΔT dir. 21.8 Eşitliği ile verilen Q değeri, 21.11 de yerleştirilirse,

$$\Delta E_{\text{iç}} = nC_V \Delta T \qquad \textbf{(21.12)}$$

bulunur.

Molar özgül ısı sabitse, gazın iç enerjisini,

$$E_{\text{iç}} = nC_V T$$

şeklinde ifade edebiliriz. Bu denklem bütün ideal gazlara uygulanır. Molekül başına birden daha fazla atoma sahip gazlara da, tek atomlu gazlara uygulandığı gibi uygulanır.

Sonsuz küçük değişim sınırında, sabit hacimde molar özgül ısıyı ifade etmek için 21.12 eşitliğini,

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{\text{iç}}}{dT} \qquad \textbf{(21.13)}$$

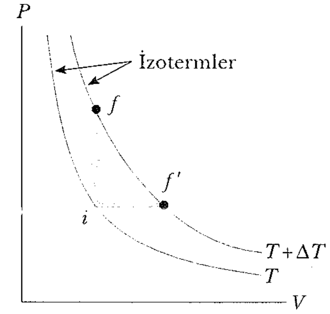
şeklinde kullanabiliriz.

Şimdi üzerinde çalıştığımız tek atomlu gazlara bu tartışmanın sonuçlarını uygulayalım. 21.10 eşitliğindeki iç enerjiyi 21.13 eşitliğinde yerine yazarak

$$C_V = \tfrac{3}{2} R \qquad \textbf{(21.14)}$$

bağıntısını buluruz. Bu ifade, bütün tek atomlu gazlar için $C_V = \frac{3}{2} R = 12{,}5$ J/mol·K olacağını gösterir. Bu, geniş bir sıcaklık aralığında helyum, neon, argon ve ksenon gibi gazlar için molar özgül ısının ölçülen değerleriyle mükemmel bir uyum göstermektedir. (Tablo 21.2)

Şimdi, gazın Şekil 21.4 deki gibi, sabit-basınçta $i \rightarrow f'$ yolunu aldığını kabul edelim. Bu yol boyunca sıcaklık tekrar ΔT kadar artar. Bu süreç süresince, gaza verilmesi gereken ısı $Q = nC_P\Delta T$ dir. Burada C_P sabit basınçtaki molar özgül ısıdır. Bu işlemde hacim arttığı için, gaz tarafından yapılan işin $W = P\Delta V$ olduğunu görürüz. Burada P işlem sırasındaki sabit basınçtır. Birinci yasa bu işleme uygulanırsa,



Şekil 21.4 İdeal bir gaza ısı iki yolla verilir. $i \rightarrow f$ sabit-hacım yolunda, hiçbir iş yapılmadığından, verilen ısının tamamı gazın iç enerjisinin artmasını sağlar. $i \rightarrow f'$ sabit - basınç yolunda, verilen ısının bir kısmı gaz tarafından işe gider.

TABLO 21.2 Bazı Gazların Molar Özgül Isıları

	Molar Özgül Isıları (J/mol·K)[a]			
	C_P	C_V	$C_P - C_V$	$\gamma = C_P/C_V$
Tek Atomlu Gazlar				
He	20,8	12,5	8,33	1,67
Ar	20,8	12,5	8,33	1,67
Ne	20,8	12,7	8,12	1,64
Kr	20,8	12,3	8,49	1,69
İki Atomlu Gazlar				
H_2	28,8	20,4	8,33	1,41
N_2	29,1	20,8	8,33	1,40
O_2	29,4	21,1	8,33	1,40
CO	29,3	21,0	8,33	1,40
Cl_2	34,7	25,7	8,96	1,35
Çok-Atomlu Gazlar				
CO_2	37,0	28,5	8,50	1,30
SO_2	40,4	31,4	9,00	1,29
H_2O	35,4	27,0	8,37	1,30
CH_4	35,5	27,1	8,41	1,31

[a] Su hariç bütün değerler 300 K'de elde edilmiştir.

$$\Delta E_{iç} = Q - W = nC_P\Delta T - P\Delta V \tag{21.15}$$

ifadesini buluruz. Bu halde gaza verilen ısı iki şekilde dağıtılır. Bu enerjinin bir kısmı, pistonu hareket ettirerek dış iş yapmak için kullanılır. Geri kalan enerji, gazın iç enerjisini arttırır. Bir ideal gazın iç enerjisi $E_{iç}$, yalnız sıcaklığa bağlı ve her iki işlemde ΔT değişimi aynı olduğundan, $i \rightarrow f'$ işleminde gazın iç enerjisindeki değişim, $i \rightarrow f$ işlemindeki değişime eşittir. Ayrıca, $PV = nRT$ eşitliğinden sabit-basınç işleminde $P\Delta V = nR\Delta T$ olur. Bunu 21.15 Eşitliğinde yerine koyarak ve $\Delta E_{iç} = nC_V\,\Delta T$yi kullanarak

$$nC_V\Delta T = nC_P\Delta T - nR\Delta T$$

veya

$$C_P - C_V = R \tag{21.16}$$

bulunur. Bu ifade herhangi bir ideal gaza uygulanabilir. O halde bir ideal gazın sabit-basınçtaki molar ısı sığası, sabit-hacımdeki molar ısı sığasından R kadar daha büyüktür. R, evrensel gaz sabitidir ve değeri 8,31 J/mol·K dır. Bu sonuç, 0°C ve atmosfer basıncındaki (normal şartlardaki) gerçek gazlarla uyumludur (Tablo 21.2).

Tek atomlu ideal gaz için $C_V = \frac{3}{2}R$ olduğundan, sabit-basınçta tek atomlu gazın molar özgül ısısı, 21.16 Eşitliğine göre $C_P = \frac{5}{2}\cdot R = 20{,}8$ J/mol·K bulunur. Bu iki özgül ısısının oranı boyutsuz bir büyüklük olan γ ile verilir:

Bir tek atomlu gaz için molar özgül ısıların oranı

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{(5/2)R}{(3/2)R} = \frac{5}{3} = 1{,}67 \tag{21.17}$$

Tek atomlu gazlar için C_P ve γ nin değerleri deneysel sonuçlarla mükemmel uyuşmasına karşın, daha kompleks gazlar için bu değerler deneysel verilerden önemli ölçüde sapmaktadır (Tablo 21.2). Bu sonuç şaşırtıcı olmamalıdır. Çünkü $C_V = \frac{3}{2}R$ değeri ideal tek atomlu gazlar için çıkarılmıştı. Daha karmaşık moleküller için özgül ısıya, moleküllerin iç yapısından kaynaklanan bazı eklemeler yapmamız gerekmektedir. Kesim 21.4 de, bir gazın özgül ısısına, moleküler yapının etkilerini tartışacağız. Karmaşık bir gazın özgül ısısı ve iç enerjisine, moleküllerin titreşim ve dönme hareketlerinin katkılarını da eklemek gerektiğini bulacağız.

Gazların sabit basınçtaki özgül ısılarının, sabit hacımdaki özgül ısılarından büyük olduğunu görmüştük. Bu fark aşağıdaki olaydan kaynaklanır. Sabit hacimdeki işlemde bütün ısı, gazın iç enerjisi ve sıcaklığının artmasını sağlar. Buna karşın sabit basınçtaki işlemde, ısının bir kısmı gazın iç iş yapmasına gider. Sabit basınçta ısıtılan katı ve sıvılarda termal genleşmenin küçük olması nedeni ile, yapılan iş çok küçük olur. Sonuçta, sıvı ile katıların C_P ve $C_V$leri hemen hemen eşit olur.

ÖRNEK 21.2 Helyum Dolu Bir Silindirin Isıtılması

Bir silindirde 300 K sıcaklıkta 3 mol helyum vardır. (a) Gaz sabit hacimde ısıtılırsa, gazın sıcaklığının 500 K ne yükseltilmesi için ne kadarlık ısı verilmelidir?

Çözüm Sabit-hacimdeki işlemlerde

$$Q_1 = nC_V\Delta T$$

dir. He için $C_V = 12{,}5$ J/mol·K ve $\Delta T = 200$ K, bu nedenle

$Q_1 = (3\text{ mol})\ (12{,}5\text{ J/mol·K})\ (200\text{ K})$

$= 7{,}50 \times 10^3\text{ J}$

(b) Sabit-basınçta sıcaklığı 500 K 'e yükseltmek için gaza verilmesi gereken ısı miktarı ne olmalıdır?

Çözüm Tablo 21.2 kullanılarak,

$Q_2 = nC_P\Delta T = (3\text{ mol})\ (20{,}8\text{ J/mol·K})\ (200\text{ K})$

$= 12{,}5 \times 10^3\text{ J}$

bulunur.

Alıştırma Bu sabit basınçlı işlemde gaz tarafından yapılan iş nedir?

Cevap $W = Q_2 - Q_1 = 5 \times 10^3\text{ J}$.

21.3 BİR İDEAL GAZDA ADYABATİK İŞLEMLER

Kesim 20.6 da söylendiği gibi, bir adyabatik işlemde sistem ve onun çevresi arasında ısı yoluyla hiç bir enerji aktarımı olmaz. Örneğin çok ani gaz genleşmesinde veya sıkıştırılmasında sistemde çok az ısı alış-verişi olur. Bu nedenle böyle bir işlem yaklaşık olarak adyabatik kabul edilir. (Unutulmamalıdır ki, bir adyabatik işlemde ısı yolu ile hiçbir enerji aktarılmasa bile, sistemin sıcaklığı değişir) Böyle bir işlem, bir benzin motorunun çalışmasında vardır. Bu durumu, daha ayrıntılı olarak gelecek bölümde inceleyeceğiz.

Adyabatik işleme başka bir örnek, termal (ısıl) olarak çevresinden yalıtılan bir gazın çok yavaş genleşmesi olayıdır. Genel olarak,

Adyabatik işlem, sistemle çevresi arasında ısı yolu ile enerji değiş tokuşu olmayan bir işlemdir.

Adyabatik işlemin tanımı

Bir ideal gazın *adyabatik* genleşme yaptığını düşünelim. İşlem süresince herhangi bir anda gazın denge durumunda olduğunu kabul edersek, hâl denklemi $PV = nRT$ geçerli olur. Biraz sonra göreceğimiz gibi, adyabatik işlem sırasında basınç ve hacim arasında aşağıdaki bağıntı vardır:

$$PV^\gamma = \text{sabit} \qquad \textbf{(21.18)}$$

Bir ideal gazda adyabatik işlem P ve V arasındaki ilişki

Burada $\gamma = C_P/C_V$ işlem sırasında sabit kabul edilir. Böylece adyabatik işlem sırasında ideal gaz kanunundaki üç termodinamik parametre, yani P, V ve T nin değiştiğini görürüz.

Adyabatik işlemlerde PV^γ = sabit oluşunun ispatı

Termal olarak yalıtılmış bir silindirdeki gaz, adyabatik olarak genişlediği zaman, gaz ve çevresi arasında ısı alış-verişi olmaz ve bu yüzden $Q = 0$ olur. Çok küçük hacim değişimi dV, sıcaklık değişimi dT olsun. Gaz tarafından yapılan iş $P\,dV$ olur. Gazın iç enerjisindeki değişim yalnızca sıcaklığa bağlı olduğundan, bir adyabatik genleşmede iç enerjideki değişme, aynı sıcaklık aralığında eş hacimli işlemler için olan ile aynıdır, yani $dE_{iç} = nC_V dT$ dir. (21.12 eşitliği). Böylece termodinamiğin birinci yasası, $\Delta E_{iç} = Q - W$ denklemi $Q = 0$ için aşağıdaki şekli alır:

$$dE_{iç} = nC_V\,dT = -P\,dV$$

Bir ideal gazın hâl denklemi olan $PV = nRT$ nin diferansiyeli alınarak

Ev Deneyi

Bir bisiklet tekerini hızlıca şişirdikten sonra sibobuna dokunun Niçin sibop ısınmıştır?

$$P\,dV + V\,dP = nR\,dT$$

elde edilir. Bu iki eşitlikten dT yi yok edersek

$$P\,dV + V\,dP = -\frac{R}{C_V}\,P\,dV$$

elde ederiz. $R = C_V - C_V$ yi yerine koyup PV ile bölersek

$$\frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = -\left(\frac{C_P - C_V}{C_V}\right)\frac{dV}{V} = (1-\gamma)\,\frac{dV}{V}$$

veya

$$\frac{dP}{P} + \gamma\frac{dV}{V} = 0$$

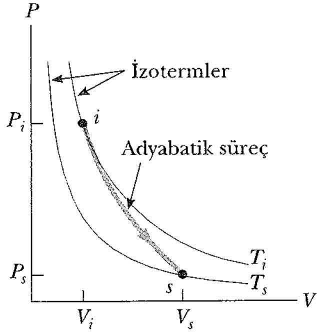
olarak yazılabilir. Son ifadenin integrali alınırsa

$$\ln P + \gamma \ln V = \text{sabit}$$

elde edilir. Bu sonuç da, (Eş. 21.18) yani

$$PV^{\gamma} = \text{sabit}$$

bağıntısı ile aynıdır.



Şekil 21.5 Bir adyabatik işlemin PV diagramı. Bu işlemde $T_s < T_i$ olduğuna dikkat ediniz.

Bir adyabatik genleşmenin PV diyagramı Şekil 21.5 de gösterilmiştir. $\gamma > 1$ olduğundan adyabatik genleşmedeki PV eğrisi, izotermal eğrilerden daha diktir. Tanımdan dolayı gaz, adyabatik olarak genleşirken, sisteme giren ve çıkan ısı yoktur. Bu nedenle birinci yasadan, $\Delta E_{iç}$ ve ΔT nin negatif olduğunu görürüz. (Gaz iş yapar, böylece iç enerjisi azalır.) O halde adyabatik genleşmede gaz soğur ($T_s < T_i$). Ters olayda yani, gaz, adyabatik olarak sıkıştırıldığında sıcaklık artar. 21.18 Eşitliğini ilk ve son haller için uygularsak,

Adyabatik işlem

$$P_iV_i^{\gamma} = P_sV_s^{\gamma} \qquad \textbf{(21.19)}$$

olur. İdeal gaz yasasını kullanarak, 21.19 eşitliğini aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$T_iV_i^{\gamma-1} = T_sV_s^{\gamma-1} \qquad \textbf{(21.20)}$$

ÖRNEK 21.3 Bir Dizel Motor Silindiri

Bir dizel motorunun silindirindeki 20 °C ve 1 atm basınçtaki hava, 800 cm^3 ten 60 cm^3'e sıkıştırılıyor. Havayı bir ideal gaz farzedip (γ = 1,40) sıkışmanın adyabatik olduğunu varsayarak havanın son basınç ve sıcaklığını bulunuz.

Çözüm 21.19 Eşitliğini kullanarak

$$P_s = P_i\left(\frac{V_i}{V_s}\right)^{\gamma} = (1\,\text{atm})\left(\frac{800\,\text{cm}^3}{60\,\text{cm}^3}\right)^{1,40}$$

$$= 37{,}6\ \text{atm}$$

bulunur. Gaz kaçağı olmadığından ve $PV = nRT$ daima geçerli olduğundan

$$\frac{P_i\,V_i}{T_i} = \frac{P_s\,V_s}{T_s}$$

$$T_s = \frac{P_s\,V_s}{P_i\,V_i}\,T_i = \frac{(37{,}6\,\text{atm})\,(60\,\text{m}^3)}{(1\,\text{atm})\,(800\,\text{cm}^3)}\,(293\,\text{K})$$

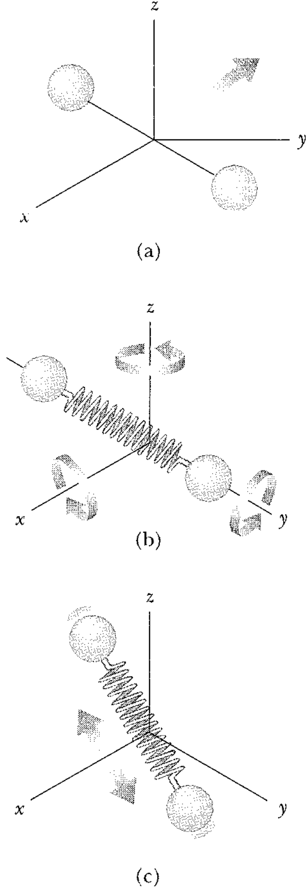
$$= 826\ \text{K} = 553°\text{C}$$

Dizel motorda yüksek bir sıkıştırma, bujisiz yanmayı sağlayacak kadar yakıtın sıcaklığını artırır.

21.4 ENERJİNİN EŞBÖLÜŞÜMÜ

Molar özgül ısı üzerine oluşturulan model, tek atomlu gazların davranışı ile oldukça iyi uyum içinde olmasına rağmen, çok-atomlu gazların davranışları için böyle olmadığını bulmuştuk (Tablo 21.2). Dahası, bu model, $C_P - C_V = R$ farkının, bütün gazlar için aynı olmasını öngörür. Bu sonuç da sürpriz sayılmaz; çünkü bu fark, gaz tarafından yapılan işten kaynaklanır ve iş de gazın moleküller yapısından bağımsızdır.

Tek atomlu gazlardan, karmaşık gazlara doğru gidildikçe, C_P ve C_V deki değişimi açıklamak üzere, özgül ısının esasını açıklamak ilginç olur: Şimdiye kadar bir gazın iç enerjisine sadece moleküllerin öteleme kinetik enerjisinden katkı geldiğini kabul ettik. Halbuki, bir gazın kinetik enerjisi, moleküllerin öteleme, titreşim ve dönme hareketlerinin katkılarını içerir. Belirli bir yapıya sahip moleküllerin dönme ve titreşim hareketleri, moleküllerin çarpışması sonucu aktif hale gelebilir ve moleküllerin öteleme hareketleriyle "çiftlenebilir" (coupled). Fiziğin *istatistiksel mekanik* dalı göstermiştir ki; Newton mekaniğinin kurallarına uyan pekçok parçacık, var olan enerjiyi, ortalama olarak her bir bağımsız serbestlik derecesi, eşit şekilde paylaşır. Kesim 21.1 den anımsanacağı gibi, eşbölüşüm teoremine göre; denge halinde, herbir serbestlik derecesi, molekül başına yaklaşık $\frac{1}{2}k_BT$ kadarlık bir enerji ile katkıda bulunur.



Şekil 21.6 İki atomlu bir molekülün mümkün olan hareketleri: (a) kütle merkezinin öteleme hareketi, (b) değişik eksenler etrafında dönme hareketleri, (c) molekül ekseni boyunca titreşim hareketi

Şekil 21.6'da gösterildiği gibi, halter şeklindeki moleküllerden oluşan iki-atomlu bir gazı ele alalım. Bu modelde, molekülün kütle merkezi *x*, *y* ve *z* doğrultularında öteleme hareketi yapar (Şekil 21.6a). Ayrıca molekül, biribirine dik üç eksen etrafında döner (Şekil 21.6b). *y* ekseni etrafındaki dönme ihmal edilebilir. Çünkü, bu eksene göre eylemsizlik momenti ve dönme enerjisi $\frac{1}{2}I\omega^2$, *x* ve *z* eksenlerine göre elde edilecek olanlardan çok küçük olur. (Molekül iki atomu noktasal kütleler olarak alınırsa, I_y sıfır olur.) Böylece beş serbestlik derecesi kalır. Bunların üçü öteleme, ikisi de dönme hareketi ile ilgilidir. Enerjiye, herbir serbestlik derecesinin katkısı molekül başına ortalama olarak $\frac{1}{2}k_BT$ olduğundan, N molekülün toplam enerjisi

$$E_{iç} = 3N\left(\tfrac{1}{2}k_BT\right) + 2N\left(\tfrac{1}{2}k_BT\right) = \tfrac{5}{2}Nk_BT = \tfrac{5}{2}nRT$$

olur. Bu sonucu ve 21.13 bağıntısını kullanarak, sabit hacimde molar özgül ısı

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{iç}}{dT} = \frac{1}{n}\frac{d}{dT}\left(\frac{5}{2}nRT\right) = \frac{5}{2}R$$

olarak bulunur. 21.16 ve 21.17 bağıntılarından aşağıdakiler yazılabilir:

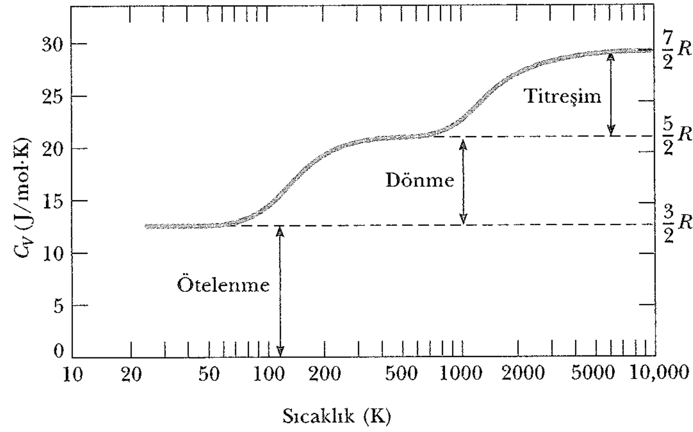
$$C_P = C_V + R = \tfrac{7}{2}R$$

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{\frac{7}{2}R}{\frac{5}{2}R} = \frac{7}{5} = 1{,}40$$

Bu sonuçlar, iki-atomlu moleküller için Çizelge 21.2 de verilen sonuçlarla iyi uyuşurlar. Şu ana kadar moleküllerin titreşimlerini hesaba katmamamıza rağmen bu uyum biraz şaşırtıcıdır. Titreşim modelinde, iki atom birbirine hayalî bir yayla bağlıdır (bak şekil 21.6c). Titreşim hareketi; molekülün uzunluğu boyunca oluşan titreşime bağlı olarak, kinetik ve potansiyel enerjiye tekabul eden fazladan iki serbestlik derecesi getirir. Böylece klasik fizik ve eşbölüşüm kuramı iç enerji için,

$$E_{iç} = 3N\left(\tfrac{1}{2}k_BT\right) + 2N\left(\tfrac{1}{2}k_BT\right) + 2N\left(\tfrac{1}{2}k_BT\right) = \tfrac{7}{2}Nk_BT = \tfrac{7}{2}nRT$$

ve sabit hacimdeki molar özgül ısı için



Şekil 21.7 Hidrojenin molar özgül ısısı sıcaklığın fonksiyonu olarak gösterilmiştir. Yatay ölçek logaritmiktir. Hidrojenin 20 K de sıvılaştığına dikkat ediniz.

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{iç}}{dT} = \frac{1}{n}\frac{d}{dT}\left(\frac{7}{2}\,nRT\right) = \frac{7}{2}\,R$$

olmayı öngörür. Bu değer H_2 ve N_2 gibi moleküller için deneyle uyuşmamaktadır (bak 21.2) ve klasik model üzerine kurulan modelinizin çöktüğünü akla getiriyor.

İkiden fazla atomlu moleküllerde serbestlik derecesi daha yüksektir ve titreşimler daha karmaşıktır. Bu da bizi, deneylerle nitel uyum içinde olan daha yüksek molar özgül ısı öngörüşüne götürür. Molekülün daha yüksek serbestlik derecesi varsa iç enerjinin depolanabileceği daha çok "yollar" vardır demektir. Bu da daha yüksek özgül ısı oluşması anlamına gelir.

Eş bölüşüm teoreminin, moleküllerin yapılarıyla, özgül ısıların bazı özelliklerini açıklamada başarılı olduğunu gördük. Fakat bu teorem, molar özgül ısının sıcaklıkla değişimini açıklamaz. Böyle sıcaklıkla değişimin bir örneğini verelim: 250K – 750K arasında hidrojen molekülünün $C_V$si $\frac{5}{2}$ Riken, 750 K nin üzerindeki sıcaklıklarda bu değer, yavaş yavaş $\frac{7}{2}$ Rye yükselir (Şekil 21.7). Bu da yüksek sıcaklıklarda oldukça önemli titreşimlerin meydana geldiğini söyler. 259 K nin epeyce altında, $C_V$nin değeri $\frac{3}{2}$ Rye düşer ve bu, düşük sıcaklıklarda molekülün yalnızca öteleme enerjisine sahip olduğu anlamına gelir.

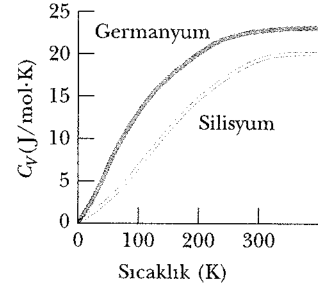
Enerji Kuantumlanmasına İpucu

Böyle bir olayın açıklanmasında eşbölüşüm teoreminin başarısızlığı, moleküler sisteme uygulanan klasik mekaniğin yetersizliğindendir. Daha tatmin edici bir açıklama için, herbir molekülün enerjisinin kuantumlandığını kabul eden kuantum mekaniksel bir model gereklidir. Bir molekülün, komşu titreşim enerjisi seviyeleri arasındaki fark; H_2 molekülünün oda sıcaklığındaki ortalama kinetik enerjisine kıyasla on kez büyüktür. Bu nedenle düşük sıcaklıklarda; moleküller arasındaki çarpışmalar, moleküllerin titreşim durumunda değişiklik yapacak kadar enerji sağlayamaz. Böyle serbestlik dereceleri sık sık "yok"(frozen out) olarak ifade edilir. Bu ifade, titreşim enerjisinin düşük sıcaklıklarda moleküllerin molar özgül ısılarına niçin katkıda bulunmadığını açıklar.

Dönme enerji seviyeleri de kuantumlanır. Fakat, normal sıcaklıklarda, bu seviyelerin aralığı, kT ile kıyaslandığında oldukça küçüktür. Çünkü kuantize (kesikli) enerji düzeyleri arasındaki boşluk, mevcut enerjiyle karşılaştırıldığında küçüktür. Bu nedenle sistem klasik mekaniğe uyumlu davranır. Bununla birlikte, yeterince düşük sıcaklıklarda (50 K den daha az), kT enerjisi; dönme seviyelerine ait enerji aralığından küçük olur ve moleküller arası çarpışmalar, dönme durumlarını değiştirecek ölçüde enerjitik olmayabilir. Bu da, H_2 için C_V nin 20 K ile 100 K arasında niçin $\frac{1}{2}R$ ye düştüğünü açıklar.

Katıların Molar Özgül Isıları

Katıların molar özgül ısıları da sıcaklığa belirgin bir bağlılık gösterir. Katıların molar özgül ısıları genellikle azalan sıcaklıkla doğrusal olmayan bir tarzda azalır ve sıcaklık, mutlak sıcaklığa düşerken sıfıra yaklaşır. Yüksek sıcaklıklarda (300 K nin üstünde) bu molar özgül ısıları yaklaşık olarak $3R \approx 25$ J/mole, K değerine yakındır. Bu sonuç *DuLong-Petit kanunu* olarak bilinir. Şekil 21.8 deki veriler, silisyum ve germanyum yarıiletkenlerinin molar özgül ısılarının sıcaklığa bağlı olarak nasıl değiştiğini göstermektedir.



Şekil 21.8 Silisyum ve germanyumun molar özgül ısıları. T sıfıra doğru giderken özgül ısıları da sıfıra yaklaşır. (*C. Kittel, Introduction to Solid State Physics, New York, John Wiley 1971 den*)

Yüksek sıcaklıklarda katıların molar özgül ısıları eşbölüşüm teoremini kullanarak açıklanabilir. Bir atom, denge konumu civarında küçük yerdeğiştirmeler yaptığında, x, y ve z doğrultularında basit harmonik hareket yapar. Örneğin x-ekseni boyunca olan titreşim hareketinin enerjisi

$$E = \tfrac{1}{2}\, mv_x^2 + \tfrac{1}{2}\, kx^2$$

olur. Benzer bağıntılar E_y ve E_z için de vardır. O halde katının herbir atomunun altı serbestlik derecesi vardır. Eşbölüşüm teoremine göre bu, atom başına $6(\frac{1}{2}kT) = 3kT$ lik ortalama titreşim enerjisine karşılık gelir. Buna göre, N atomlu bir katının toplam iç enerjisi

$$E_{\text{iç}} = 3Nk_BT = 3nRT \qquad \textbf{(21.21)}$$

Katının toplam iç enerjisi

ile verilir. Bu sonuçtan sabit hacimde, bir katının molar özgül ısısı için aşağıdaki bağıntıyı buluruz:

$$C_V = \frac{1}{n}\frac{dE_{\text{iç}}}{dT} = 3R \qquad \textbf{(21.22)}$$

Sabit hacimde bir katının molar özgül ısısı

Bu sonuç deneysel Du Long-Petit yasasıyla uyumludur. Bu modelin sonuçlariyle, düşük sıcaklıklardaki deneysel sonuçlar arasındaki farklılıklar, klasik fiziğin mikroskopik alemde yetersizliğinden kaynaklanır.

21.5 BOLTZMANN DAĞILIM YASASI

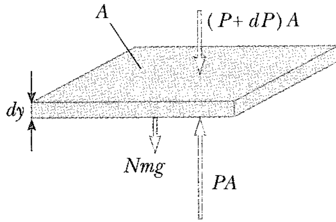
Buraya kadar, gaz içindeki bütün moleküllerin aynı hız ve enerjiye sahip olmamasını önemsemedik. Gerçekte moleküllerin hareketi aşırı derecede karmaşıktır. Herhangi bir molekül tipik olarak diğerleriyle saniyede 1 milyar civarında çarpışma yaparlar. Her çarpışmada, olaya karışan her bir molekülün hareket doğrultusu ve hızında bir değişme olur. 21.7 Eşitliğinden görürüz ki, ortalama moleküler hızlar, sıcaklık arttıkça artar. Toplam enerji veya hızın belirli bir yüzdesi gibi, moeküllerin sahip olduğu bazı özelliklerin bağıl sayısını da bilmek isteriz. İstenen özelliğe sahip molekül sayısının toplam molekül sayısı-

na oranı molekülün bu özelliğe sahip olma olasılığıdır.

Atmosferde Üstel Davranış

Atmosfer içindeki molekül dağılımlarını inceleyelim. Birim hacimdeki molekül sayısının, yükseklikle nasıl değiştiğini tayin edelim. Modelemiz, atmosferin sabit sıcaklıkta olduğunu varsayar. (Bu varsayım tam olarak doğru değildir, çünkü atmosferin scaklığı, yükseklik her 300 m arttıkça yaklaşık 2°C azalır. Yine de model, dağılımın temel özelliklerini yansıtır.

İdeal gaz yasasına göre, temel dengedeki N molekül içeren bir gaz $PV = Nk_B T$ bağıntısına uyar. Gazın birim hacmindeki molekül sayısını ifade eden $n_V = N/V$ yi ki **sayı yoğunluğu** olarak tekrar yazmak uygun olur. Bu nicelik önemlidir, çünkü bir noktadan diğerine gidildikçe değişir. Doğrusu amacımız, n_V nin atmosferimizde nasıl değiştiğini belirlemektir. İdeal gaz yasasını n_V cinsinden $P = n_V k_B T$ şeklinde ifade edebiliriz. O halde n_V sayı yoğunluğu bilinirse, basıncı bulabiliriz veya bunların tersi atmosfer basıncı yükseklik arttıkça azalır; çünkü belirli bir hava tabakasına üstündeki havanın ağırlığı karşı koyar, yani yükseklik arttıkça tabakanın üstündeki havanın ağırlığı ve dolayısı ile basıncı azalır.



Şekil 21.9 Dengedeki bir atomsfer gaz tabakası

Yükseklikle basıncın değişmesini tayin etmek için,şekil 21.9 da gösterildiği gibi kalınlığı dy ve kesit alanı A olan bir hava tabakasını ele alalım. Hava durgun dengede olduğundan, bu tabakanın altına uygulanan yukarı doğru kuvvetin PA büyüklüğü, tabakanın üstündeki aşağı yönlü $(P + dP)A$ büyüklüğündeki kuveti, bu tabakadaki gazın ağırlığına eşit miktarda aşmalıdır. Tabaka içindeki gaz moleküllerinin kütlesi m ise ve tabaka içindeki moleküllerin toplam sayısı N ise, o zaman tabakanın ağırlığı $mgN = mgn_V V = mgn_V A dy$ ile verilir. Buradan

$$PA - (P + dP)\ A = mgn_V A\ dy$$

olduğunu görebiliriz. Bu denklem aşağıdaki eşitliğe indirgenir:

$$dP = -\ mgn_V dy$$

$P = n_V k_B T$ olduğundan ve T nin sabit kaldığını varsaydığımızdan, $dP = k_B T\, dn_V$ olur. Bu sonucu önceki dP denkleminde yerine yazarak ve terimleri yeniden düzenleyerek

$$\frac{dn_V}{n_V} = -\frac{mg}{k_B T}\ dy$$

buluruz. Bu denklemin integralini alarak

Atmosfer kanunu

$$n_V(y) = n_0 e^{-mgy/k_B T} \qquad \textbf{(21.23)}$$

eşitliğini elde ederiz. Burada n_0 sabit, $y = 0$ daki sayı yoğunluğudur. Bu bağıntı **atmosfer yasası** olarak bilinir.

21.23 Eşitliğine göre sayı yoğunluğu sıcaklık sabit olduğunda yükseklik arttıkça üstel (exponansiyel) olarak azalır. Deniz düzeyinde atmosferimizin sayı yoğunluğu yaklaşık $n_0 = 2{,}69 \times 10^{25}$ molekül /m^3 tür. $P = n_V k_B T$ olduğundan, 21.23 Eşitliğinden görürüz ki atmosferimizin basıncı aşağıdaki ifadeye göre yükseklikle değişir:

$$P = P_0 e^{-mgy/k_B T} \qquad \textbf{(21.14)}$$

Burada $P_0 = n_0 k_B T$ dir. Yüksekliğin fonksiyonu olarak gerçek atmosfer basıncı ile bu modelin karşılaştırılması gösterir ki, üstel biçim, Dünya atmosferi için akla uygun bir yaklaşımdır.

ÖRNEK 21.4 Yüksekten Uçan Moleküller

11 km yükseklikteki (ticari jetlerin uçuş yüksekliği) havanın sayı yoğunluğunun, deniz düzeyindeki sayı yoğunluğu ile karşılaştırılması ne sonuç verir? Varsayalım ki bu yükseklikteki hava sıcaklığı deniz düzeyi ile aynı ve 20°C tır.

Çözüm Atmosferimizin sayı yoğunluğu 21.23 eşitliği ile verilen atmosfer yasasına göre yükseklikle üstel olarak azalır. Ortalama moleküler kütle 28,9 u = $4{,}80 \times 10^{-26}$ kg olsun. y = 11 km olarak 21.23 Eşitliğindeki üstel kısmı aşağıdaki gibi hesaplarız:

$$\frac{mgy}{k_B T} = \frac{(4{,}80\times 10^{-26}\text{kg})\,(9{,}80/\text{s}^2)\,(11000\text{m})}{(1{,}38\times 10^{-23}\text{J/K})\,(293\text{ K})} = 1{,}28$$

Buna göre 21.23 Eşitliğinden ;

$$n_V = n_0 e^{-mgy/k_B T} = n_0 e^{-1{,}28} = 0{,}278 n_0$$

bulunur. Yani 11 km yükseklikteki havanın sayı yoğunluğu, sabit sıcaklıkta olduğunu varsayarak, deniz düzeyindeki sayı yoğunluğunun yalnızca % 27,8 idir. Sıcaklık, yükseklikle gerçekte azaldığından, havanın sayı yoğunluğu da bundan daha azdır.

Bu yükseklikteki basınç da aynı tarzda azalır. Bu nedenle yüksekten uçan hava taşıtları, yolcuların konfor ve emniyetini sağlamak için kabinlerin basıncı ayarlanmalıdır.

Ortalama Değerlerin Hesabı

21.23 Eşitliğinde görülen $e^{-mgy/k_B T}$ üstel fonksiyonu gaz molekülünün bir y yükseklikte bağıl bulunma olasılığını veren, bir olasılık dağılımı olarak yorumlanabilir. O halde $P(y)$ olasılık dağılımı sayı yoğunluk dağılımı $n_V(y)$ ile orantılıdır. Bu kavram bize atmosferin belirli bir yüksekliğin altındaki molekül kesri veya bir molekülün ortalama potansiyel enerjisi gibi bir çok özelliklerini tayin olanağını verir,

Bir örnek olarak, T sıcaklığındaki atmoferde bir molekülün ortalama y yüksekliğini tayin edelim. Ortalama yükseklik ifadesi

$$\bar{y} = \frac{\int_0^\infty y\, n_V(y)\, dy}{\int_0^\infty n_V(y)\, dy} = \frac{\int_0^\infty y\, e^{-mgy/k_B T}\, dy}{\int_0^\infty e^{-mgy/k_B T}\, dy}$$

şeklindedir. Burada molekül yüksekliği 0 dan ∞ kadar değişebilir. Bu denklemin payı molekül yüksekliği kere onların sayısının toplamını ifade ederken, paydası molekül sayısının toplamını verir. Yani paydası toplam molekül sayısıdır. İntegraller alındığında

$$\bar{y} = \frac{(k_B T/mg)^2}{k_B T/mg} = \frac{k_B T}{mg}$$

bulunur. Bu ifadeye göre beklendiği gibi, molekülün ortalama yüksekliği, T arttıkça artar.

Benzer yöntemi, bir gaz molekülünün ortalama potansiyel enerjisini tayin etmek için de kullanabiliriz. y yüksekliğindeki molekülün kütle- potansiyel enerjisi $U = mgy$ olduğundan, ortalama potansiyel enerji $mg\bar{y}$ ye eşittir.

$\bar{y} = k_B T/mg$ olduğundan, $\overline{U} = mg\,(k_B T/mg) = k_B T$ olduğunu görebiliriz. Bu önemli sonuç, molekülün ortalama kütle-çekimi potansiyel enerjisinin m veya g ye değil,yalnızca sıcaklığa bağlı olduğunu gösterir.

Boltzmann Dağılımı

y yüksekliğindeki bir molekülün kütle-çekimi potansiyel enerjisi $U = mgy$ olduğundan, atmosfer yasasını (21.23 Eşitliği) aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$n_V = n_0 e^{-U/k_B T}$$

Yani termal dengedeki gaz molekülleri uzayda, kütle-çekimi potansiyel enerjisine $e^{-U/k_B T}$ üstel çarpanına bağlı bir olasılıkla dağılır.

Atmosferdeki moleküllerin dağılımını gösteren bu üstel ifade çok yararlıdır ve herhangi tipteki bir enerjiye uygulanabilir. Genel olarak, E enerjili moleküllerin sayı yoğunluğu,

Boltzmann dağılım yasası

$$n_V(E) = n_0 e^{-E/k_B T} \qquad \textbf{(21.25)}$$

dir. Bu denklem **Boltzmann dağılım yasası** olarak bilinir ve çok sayıda molekülün istatistiksel mekaniğinin tanımlanmısında önemlidir. Yani **moleküllerin belirli bir enerji düzeyinde bulunma olasılığı, enerjnin $k_B T$ ye bölümünün negatifi şeklinde üstel olarak değişir.** Eğer T sıcaklıağındaki termal etken, molekülü daha üst enerji düzeyine çıkarmak üzere uyarmadıysa, bütün moleküller en düşük enerji düzeyine düşecekti.

ÖRNEK 21.5 Atomik Enerji Düzeylerinin Termal Uyarımı

Kesim 8.10 da kısaca tartıştığımız gibi atomlar yalnızca belirli ve kesikli enerji düzeylerininde bulunabilir. Atomları 1,50 eV aralıklı iki enerji düzeyinde bulunan 2500 K sıcaklığında bir gaz alalım (Şekil 21.10). 1 eV (elektron volt), $1{,}6 \times 10^{-19}$ J'a eşit bir enerji birimidir. Yüksek enerji düzeyindeki atom sayısının, daha düşük enerji düzeyindekine oranını bulunuz.

Çözüm 21.25 Eşitliği, verilen bir enerji düzeyindeki atomların bağıl sayısını verir. Bu durumda atom E_1 ve E_2 gibi iki mümkün enerji düzeyine sahiptir. Burada E_1 daha düşük düzeyin enerjisidir. Buna göre, daha yüksek enerji düzeyindeki atom sayısının, daha düşük enerji düzeyindekilerin sayısına oranı

$$\frac{n_V(E_2)}{n_V(E_1)} = \frac{n_0 e^{-E_2/k_B T}}{n_0 e^{-E_1/k_B T}} = e^{(-E_1 - E_2)/k_B T}$$

olur. Burada $E_2 - E_1 = 1{,}50$ eV ve üstel ifadenin paydası,

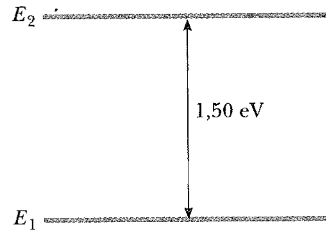
$$k_B T = (1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})\ (2500\ \text{K})\ /1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}$$

$$= 0{,}216\ \text{eV}$$

bulunur. Buradan gerekli oran

$$\frac{n(E_2)}{n(E_1)} = e^{-1{,}50\text{eV}/0{,}216\text{eV}} = e^{-6{,}94} = 9{,}64 \times 10^{-4}$$

olur. Bu sonuç gösteriyor ki, $T = 2500$ K de atomların ancak küçük bir bölümü daha yüksek enerji düzeyindedir. Gerçekte yüksek enerji düzeyindeki her bir atoma karşılık, daha düşük enerji düzeyinde 1000 atom vardır. Yüksek enerji düzeyindeki atom sayısı, yüksek sıcaklıklarda daha da artar. Ancak denge halinde, dağılım yasasının belirttiği gibi daha düşük enerji düzeyinde daima daha fazla atom vardır.

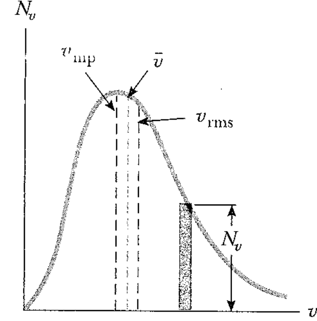


Şekil 21.10 İki enerji düzeyine sahip bir gazın enerji düzeyleri çizgesi.

21.6 MOLEKÜLER HIZ DAĞILIMI

1860 yılında James Clerk Maxwell (1831-1879) moleküler hız dağılımını oldukça doğru tahmin eden bir bağıntı türetmiştir. Maxwell ve diğer araştırmacılar tarafından yapılan çalışmalar çelişkiler içindeydi. Çünkü o yıllarda molekülleri doğrudan algılayabilecek yeterli deneyler yapılamıyordu. Fakat 60 yıl sonra yapılan deneyler Maxwell'in öngörülerini doğruluyordu.

Bir kap içindeki gaz molekülleri aynı hız dağılımına sahip olsun. Örneğin hızları 400-410 m/s aralığında olan kaç tane gaz molekülü olduğunu tayin etmek istediğimizi varsayalım. Sezgisel olarak,hız dağılımının sıcaklığa bağlı olmasını, hatta $v_{kök}$ yakınında dağılımın bir tepe noktasının bulunmasını bekleriz. Yani hızları $v_{kök}$ değerinden çok az veya çok fazla olan sadece birkaç molekül beklenir. Çünkü böyle aşırı büyük ve küçük hızlar ancak, olası görünmeyen zincirleme çarpışmalardan ortaya çıkar.



Şekil 21.11 Belirli bir sıcaklıkta gaz moleküllerin hız dağılımı. dv aralığındaki molekül sayısı, taralı dikdörtgenin alanı $N_v dv$ ye eşittir. v hızı sonsuza giderken N_v fonksiyonu sıfıra yaklaşır.

Isıl dengeye ulaşan gaz moleküllerinde gözlenen hız dağılımı Şekil 21.11 de gösterilmiştir. **Maxwell-Boltzmann dağılım fonksiyonu** denilen N_v niceliği aşağıdaki gibi tanımlanır: Eğer moleküllerin toplam sayısı N ise, hızları v ile $v + dv$ arasında olan moleküllerin sayısı $dN = N_v dv$ dir. Bu sayı aynı zamanda Şekil 21.11 deki gölgeli dikdörtgenin alanına eşittir. Üstelik hızı v ile $v + dv$ arasında olan moleküllerin kesri $N_v\, dv/N$ dir. Bu oran aynı zamanda, bir molekülün hızının v ile $v + dv$ arasındaki olasılığına eşittir.

N sayıdaki gaz moleküllerinin hız dağılımını ifade eden temel ifade,

$$N_v = 4\pi N \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_BT} \qquad (21.26)$$

Maxwell hız dağılım fonksiyonu

şeklindedir. Burada m bir gaz molekülünün kütlesi, k_B Boltzmann sabiti ve T mutlak sıcaklıktır.[1] $E = \frac{1}{2} mv^2$ olmak üzere Boltzmann çarpanı olan e^{-E/k_BT} nin görüşünü inceleyiniz.

Şekil 21.11 den de görüleceği gibi, $\bar{v}$ ortalama hızı, $v_{kök}$ (v_{rms}) hızından biraz küçüktür. v_{mp} *en muhtemel hızdır.* Bu hızda, dağılım eğrisinin tepe değerine ulaşılır. 21.26 Eşitliği kullanılarak aşağıdaki eşitlikler bulunur:

$$v_{kök} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3k_BT/m} = 1{,}73\ \sqrt{k_BT/m} \qquad (21.27)$$

Kök (rms) hızı

$$\bar{v} = \sqrt{8k_BT/\pi m} = 1{,}60\sqrt{k_BT/m} \qquad (21.28)$$

Ortalama hız

$$v_{mp} = \sqrt{2k_BT/m} = 1{,}41\ \sqrt{k_BT/m} \qquad (21.29)$$

En muhtemel hız

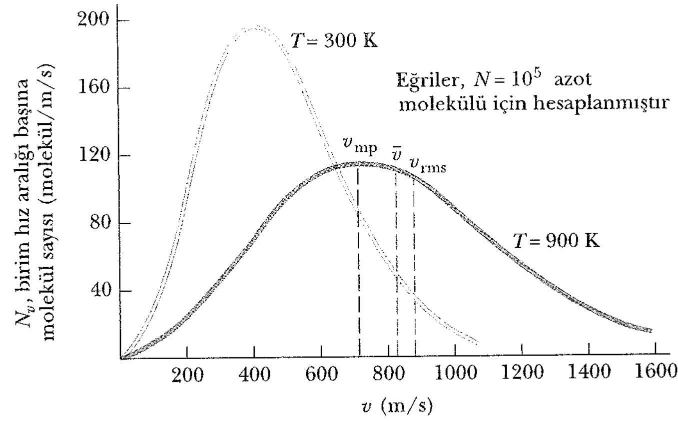
Bu hesaplamaların ayrıntısı, öğrencilere bırakılmıştır (Problem 41 ve 62). Bu eşitliklerden

$$v_{kök} > \bar{v} > v_{mp}$$

olduğu görülür.

Şekil 21.12, N_2 moleküllerinin karakteristik hız dağılım eğrilerini göstermektedir. 21.26 Eşitliği kullanılarak, 300 K ve 900 K gibi değişik iki sıcaklıkta, farklı hızlardaki N_v değerleri hesaplanarak bu eğriler çizilmiştir. Sıcaklık artar-

[1] Bu denklemin çıkarılışı için, daha ileri termodinamik ders kitaplarına bakınız. Örneğin R.P.Bauman'ın *"Modern Thermodynamics with statistical Mechanics,"* Newyork, Macmillan Publishing Co., 1992



Şekil 21.12 10^5 azot molekülü için, 300 K ve 900 K de hız dağılım fonksiyonu. Her iki eğri altında kalan toplam alan, toplam molekül sayısına eşittir. Bu da 10^5 tir. $v_{kök} > \bar{v} > v_{mp}$ olduğuna dikkat ediniz.

ken eğrinin sağa kaydığına dikkat ediniz. Bu, beklendiği gibi artan sıcaklıklarla ortalama hızın arttığını gösterir. En düşük hız olasılığı sıfıra giderken, en yüksek hız sınırı sonsuza gittiği için, eğrilerin şekli simetrik değildir.

Sınama Sorusu 21.3

Şekil 21.12 deki iki eğriyi inceleyiniz. Yatay eksende 800 m/s ile 1000 m/s arasında, herbir eğirinin altında kalan alan neyi ifade eder?

Bir Deneyi

Bir bardağı çok sıcak musluk suyu ile, diğerini çok soğuk su ile doldurunuz. Her bir bardağa tek bir damla yiyecek boyası damlatın. Hangi damla daha hızlı dağılır? Niçin?

21.26 Eşitliği, bir gazda moleküler hız dağılımının hem kütleye hem de sıcaklığa bağlı olduğunu gösterir. Verilen bir sıcaklıkta, belli bir hız değerini aşan parçacıkların oranı, kütle azaldıkça artar. Bütün bunlar, hidrojen ve helyum gibi daha hafif moleküllerin, azot ve oksijen gibi daha ağır atomlara nazaran niçin daha hızlı bir şekilde dünya atmosferinden kaçtığını açıklar. (Bölüm 14 teki kurtulma hızı tartışmasına bakınız. Gaz molekülleri Ay yüzeyinden daha kolay kaçarlar. Çünkü Ay yüzeyinden kurtulma hızı daha düşüktür).



Bir sıvı içindeki moleküllerin hız dağılımı, Şekil 21.12 de gösterilen eğrilere benzer. Bir sıvının buharlaşma olayı, sıvıdaki bazı moleküllerin diğerlerine göre daha enerjetik olma gerçeğini kullanan hız dağılımından anlaşılabilir. Sıvı içinde daha hızlı hareket eden bazı moleküleller, kaynama noktasının epeyce altındaki sıcaklıklarda bile, yüzeyi aşarak sıvıyı terkeder. Buharlaşma yoluyla sıvıyı terkeden moleküller, sıvı-fazdaki moleküllerin çekim kuvvetlerini yenecek kadar enerjiye sahip olanlardır. Netice olarak sıvı fazda, geride kalan moleküller daha düşük ortalama kinetik enerjiye sahiptirler ve bu, sıvının sıcaklığının düşmesine neden olur. O halde, buharlaşma bir soğuma olayıdır. Örneğin, alkol emdirilmiş bir kumaş parçası veya pamuk, yüksek ateşli bir hastanın sıcaklığını düşürmek ve onu rahatlatmak için kullanılır.

Buharlaşma süreci

ÖRNEK 21.6 Dokuz Parçacıklı Sistem

Dokuz tane parçacık, 5, 8, 12, 12, 12, 14, 14, 17 ve 20 m/s lik hızlara sahiptir. (a) ortalama hızı bulunuz.

Çözüm Ortalama hız, hızlar toplamının, parçacık sayısına oranıdır.

$$\bar{v} = \frac{(5+8+12+12+12+14+14+17+20)\,\text{m/s}}{9} = 12{,}7\,\text{m/s}$$

(b) Kök (rms) hızı nedir?

Çözüm Hızların karelerinin ortalama değeri

$$\overline{v^2} = \frac{(5^2+8^2+12^2+12^2+12^2+14^2+14^2+17^2+20^2)\,\text{m}}{9} = 178\,\text{m}^2/\text{s}^2$$

Buradan kök hızı:

$$v_{kök} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{178\,\text{m}^2/\text{s}^2} = 13{,}3\,\text{m/s}$$

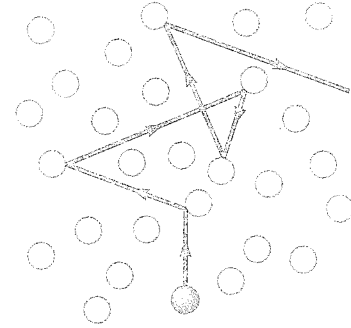
c) Parçacıkların en olası hızı nedir?

Çözüm Parçacıklardan üçünün hızı 12 m/s, ikisininki 14 m/s, geriye kalanlar farklı farklıdır. O halde en muhtemel hız 12 m/s olur.

Seçmeli Kesim

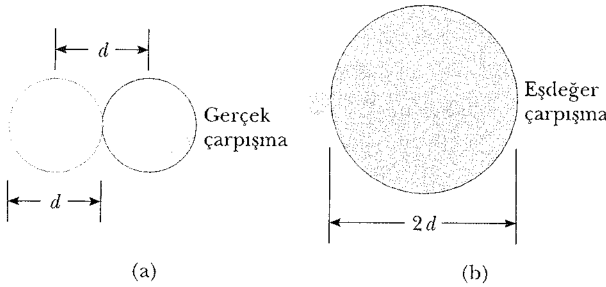
21.7 ORTALAMA SERBEST YOL

Amonyak gibi kötü kokulu bir gazın, bir oda içinde yayılmasının dakikalarca zaman aldığına birçoğumuz tanık olmuşuzdur. Halbuki, oda sıcaklığında, ortalama molekül hızı yüzlerce m/s olduğundan, ilgili zamanın, bir saniyeden çok daha az olmasını bekleriz. Fakat kısa Sınama Sorusu 21.1 de gördüğümüz gibi, moleküller geometrik noktalar olmadığından, birbiriyle çarpışırlar. Bu nedenle, moleküller odanın bir ucundan diğerine düz bir yolda gidemezler. İki çarpışma arasında, moleküller düz bir yolda sabit hızla hareket ederler. Ardışık çarpışmalar arasındaki ortalama yola **ortalama serbest yol** denir. Herbir molekülün yolu rastgeledir ve Şekil 21.13 dekine benzer. Bu tanımdan beklenildiği üzere ortalama serbest yol, moleküllerin çapı ve gazın yoğunluğuna bağlıdır.

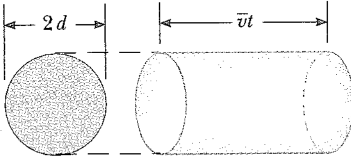


Şekil 21.13 Gaz içerisinde hareket eden bir molekül, diğer moleküllerle rastgele tarzda çarpışır. Bu davranış bazen *rastgele-yürüyüş* olarak adlandırılır. Birim hacimdeki molekül sayısı azalırsa, ortalama serbest-yol uzar. Hareketin kağıt düzleminde sınırlanmadığına dikkat ediniz.

Şimdi bir gaz molekülünün ortalama serbest yolunun nasıl kestirileceğini öğrenelim. Bu hesaplar için, molekülleri d çaplı küreler olarak kabul edeceğiz. İki molekülün merkezleri arasındaki uzaklık d den daha küçük olmazsa bu



Şekil 21.14 (a) d çaplı iki küresel molekül, merkezleri arasındaki uzaklık d den küçükse çarpışır. (b) İki molekül arasındaki çarpışma, $2d$ çaplı bir molekülle noktasal bir kütlenin çarpışmasına eşdeğerdir.



Şekil 21.15 Bir t süresince $2d$ etkin çaplı ve v hızlı bir molekül, $v\,t$ boylu bir silindiri tarar. Bu süre içinde molekül, silindir içindeki tüm moleküllerle çarpışır.

moleküllerin çarpışmıyacaklarını Şekil 21.14a dan görebiliriz. Çarpışmanın diğer bir tanımı, moleküllerden birini $2d$ çaplı ve diğerlerini geometrik noktalar şeklinde tasarlamaktır (Şekil 21.14b). Bir t süresince, hızını ortalama $\bar{v}$ hızı kabul ettiğimiz bir molekül $\bar{v}\,t$ yolunu alacaktır. Aynı zaman süresinde, $2d$ çaplı molekül πd^2 kesit alanlı ve $\bar{v}\,t$ boylu bir silindiri geçer (Şekil 21.15). Buradan silindirin hacmi $\pi d^2\,\bar{v}\,t$ olur. Birim hacımdeki parçacık sayısı n_V ise, silindirin içindeki parçacık sayısı $(\pi d^2\,\bar{v}\,t)n_V$ olur. $2d$ çaplı molekül, t zamanında bu silindirin içindeki tüm parçacıklarla çarpışır. Bu nedenle t zamanı süresince oluşan çarpışma sayısı, silindir içindeki parçacık sayısı olan $(\pi d^2\,\bar{v}\,t)n_V$ ye eşittir.

Ortalama serbest yol, ℓ, t süresince alınan ortalama $\bar{v}\,t$ yolunun, bu sürede oluşan çarpışma sayısına bölümüne eşittir:

$$\ell = \frac{\bar{v}t}{(\pi d^2\,\bar{v}t)n_V} = \frac{1}{\pi d^2 n_V}$$

t süresindeki çarpışması sayısı $(\pi d^2\bar{v}\,t)n_V$ olduğundan, birim zamandaki çarpışma sayısı veya **çarpışma frekansı** f,

$$f = \pi d^2\bar{v}\,n_V$$

ile verilir. Çarpışma frekansının tersi, çarpışmalar arasında geçen ortalama zamanı verir. Buna **ortalama serbest zaman** denir.

İncelememizde, silindir içindeki parçacıkların durduğu kabul edilmiştir. Hesaplara parçacıkların hareketi de katılırsa, doğru sonuç aşağıdaki gibi olur:

Ortalama serbest yol

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_V} \quad \textbf{(21.30)}$$

Çarpışma serbest yol

$$f = \sqrt{2}\pi d^2\bar{v}n_V = \frac{\bar{v}}{\ell} \quad \textbf{(21.31)}$$

ÖRNEK 21.7 Havada Çarpışma

Çevrenizdeki hava, yaklaşık olarak herbiri 2×10^{-10} m yarıçaplı azot molekülleri topluluğudur. (a) Bir molekül, diğer bir moleküle çarpışana kadar ne kadar yol alır?

Çözüm Gazı, ideal gaz kabul edip $PV = Nk_BT$ bağıntısını kullanarak, tipik oda koşullarında birim hacimdeki molekül sayısını bulalım:

$$n_V = \frac{N}{V} = \frac{P}{k_BT} = \frac{1{,}01\times10^5\ \text{N/m}^2}{(1{,}38\times10^{-23}\ \text{J/K})\ (293\ \text{K})}$$

$$= 2{,}5\times10^{25}\ \text{molekül/m}^3$$

Buradan ortalama serbest yol:

$$\ell = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_V}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}\pi\ (2\times10^{-10}\ \text{m})^2\left(2{,}50\times10^{25}\ \text{molekül/m}^3\right)}$$

$$= 2{,}25\times10^{-7}\ \text{m}$$

olur. Bu, yaklaşık olarak, molekül çapından 10^3 kez büyüktür.

(b) ortalama olarak bir molekül diğeriyle hangi sıklıkta çarpışır?

Çözüm 20°C te bir azot molekülünün kök hızı 511 m/s olduğundan (Tablo 21.1 e bakınız), 21.27 ve 21.28 Eşitliklerinden $\bar{v}$ = (1,60/ 1,73) (511 m/s) = 473 m/s olur. Buna göre çarpışma frekansı

$$f = \frac{\bar{v}}{\ell} = \frac{743\ \text{m/s}}{2{,}25\times10^{-7}} = 2{,}10\times10^9/\text{s}$$

bulunur. Bir molekül, diğer moleküllerle ortalama olarak saniyede iki milyar kez çarpışır.

Ortalama serbest yol, ℓ, parçacıklar arasındaki ortalama uzaklıkla aynı değildir. Gerçekte, ortalama uzaklık d, yaklaşık olarak $n_V^{-1/3}$ ile verilir. Bu örnekte, parçacıklar arası ortalama uzaklık,

$$d = \frac{1}{n_V^{1/3}} = \frac{1}{(2{,}5\times10^{25})^{1/3}} = 3{,}4\times10^{-9}\ \text{m}$$

dir.

ÖZET

Bir V hacmindeki N tane ideal gaz molekülünün basıncı

$$P = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\left(\frac{1}{2}m\overline{v^2}\right) \qquad \textbf{(21.2)}$$

ile verilir.

Bir gazın molekül başına ortalama öteleme kinetik enerjisi olan $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ gazın T sıcaklığına

$$\frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{3}{2}k_B T \qquad \textbf{(21.4)}$$

eşitliği ile bağlıdır. Burada k_B Boltzmann sabitidir. x, y veya z doğrultularındaki her bir öteleme serbestlik derecesine ait enerji $\frac{1}{2}k_B T$ dir.

Enerjinin eşbölüşüm teoremi, ısıl (thermal) dengedeki bir sistemin enerjisinin, bütün serbestlik dereceleri arasında eşit bölündüğünü ifade eder.

Tek atomlu ideal gazın N molekülünün (veya n molünün) toplam enerjisi

$$E_{iç} = \frac{3}{2}Nk_B T = \frac{3}{2}nRT \qquad \textbf{(21.10)}$$

ile verilir.

ΔT kadar sıcaklık değişimine uğrayan herhangi bir n mol ideal gazın iç enerjisindeki değişme

$$\Delta E_{iç} = nC_V\Delta T \qquad \textbf{(21.12)}$$

ile verilir. Burada C_V sabit hacimde *molar özgül ısıdır.*

Tek atomlu ideal gazın sabit hacimdeki molar özgül ısı $C_V = \frac{3}{2}R$ ve sabit basınçtaki molar özgül ısısı $C_P = \frac{5}{2}R$ dir. Molar özgül ısıların oranı $\gamma = C_P/C_V = \frac{5}{3}$ tür.

Bir ideal gaz adyabatik genleşme veya sıkışma yaparsa, hal denklemi ve termodinamiğin birinci yasasından

$$PV^\gamma = \text{Sabit} \qquad \textbf{(21.18)}$$

elde edilir.

Boltzmann dağılım yasası, mevcut enerji durumları arasında parçacık dağılımını anlatır. E enerjisine sahip parçacıkların bağıl sayısı

$$n_V(E) = n_0 e^{-E/k_B T} \qquad \textbf{(21.25)}$$

şeklindedir.

Maxwell-Boltzmann dağılım fonksiyonu, bir gaz içindeki molekül hızlarının dağılımını verir:

$$N_v = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2k_B T} \qquad \textbf{(21.26)}$$

Bu ifade kullanılarak kök hızı $v_{kök}$ (v_{rms}), ortalama hız $\bar{v}$ ve en muhtemel hız v_{mp} bulunabilir

$$v_{kök} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{3k_B T/m} = 1{,}73\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(21.27)}$$

$$\bar{v} = \sqrt{8k_B T/\pi m} = 1{,}60\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(21.28)}$$

$$v_{mp} = \sqrt{2k_B T/m} = 1{,}41\sqrt{k_B T/m} \qquad \textbf{(21.29)}$$

SORULAR

1. Kısmî basınçla ilgili Dalton Kanunu'nun ifadesi: Gaz karışımlarının toplam basıncı, karışımı oluşturan gazların kısmî basınçları toplamına eşittir. Kinetik teoriyi kullanarak bu kanunu açıklayınız.
2. Bir kap helyum gazı ile, diğer bir kap argon gazı-ile doludur. Her iki kap aynı sıcaklıkta ise, hangi moleküller daha yüksek kök hızına sahip olur?
3. Bir gaz, He ve N_2 moleküllerinin karışımıdır. Daha hafif olan He moleküllerinin, N_2 moleküllerinden neden daha hızlı hareket ettiğini açıklayınız.
4. Belirli bir sıcaklıkta, ısıl dengedeki gaz moleküllerinin, ortalama hızları (süratleri) sıfırdan büyük olmasına rağmen, ortalama vektörel hız sıfırdır. Bu durumu açıklayınız.
5. Alkol, içildiği zaman insanı ısıtır. Fakat vücudun üzerine sürüldüğü zaman insanın vücut sıcaklığını düşürür. Niçin?
6. Bir kap kısmen bir sıvı ile doludur. Kabın havası kısmen alındığında, sıvının sıcaklığının niçin düştüğünü açıklayınız. (Bu teknikle, 0°C nin üstündeki sıcaklıklarda suyu dondurmak mümkündür.)
7. Hacmi sabit tutulan bir kaptaki gaz soğutuluyor. Bu soğumada ortalama serbest yol artar mı, azalır mı yoksa sabit mi kalır? Çarpışma frekansına ne olur?
8. Bir gaz sabit sıcaklıkta sıkıştırılıyor. Bu işlemde moleküllerin ortalama serbest yolu ne olur?
9. Helyum dolu bir balon buzdolabına konursa hacmi artar mı, azalır mı, aynı mı kalır?
10. Helyum dolu bir balon havada serbest bırakılırsa ne olur? Genleşir mi, yoksa büzüşür mü? Belirli bir yükseklikte, yukarı çıkması durur mu?
11. Kuru hava mı yoksa buhara doymuş hava mı daha ağırdır? Açıklayınız.
12. Bir iki-atomlu gazın mol başına enerjisi, aynı sıcaklıktaki bir mol tek-atomlu gazın enerjisinden niçin daha büyüktür?
13. 300 K de bir kapta ideal gaz vardır. Sıcaklık 900 K 'e yükseltilirse (a) herbir molekülün kök hızındaki değişim ne olur? (b) Kaptaki basınç kaç kat artar?
14. İçi gaz dolu bir kap, basınç-sıcaklık dengesindedir. Kaptaki bütün moleküller aynı hızda mı olur?
15. Gazların kinetik teorisi modelimizde, moleküllerin sert küreler şeklinde ve kabın duvarları ile esnek çarpışma yaptıkları kabul edilmiştir. Bu model gerçekçi midir?
16. Sıcak havanın yükseleceği gerçeğinin ışığında, bir dağa tırmandığımızda niçin hava genellikle soğur? (Havanın kötü bir ısı iletkeni olduğuna dikkat ediniz).

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir
WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 21.1 Bir İdeal Gazın Moleküler Modeli

1. Avagadro sayısının tanımını kullanarak helyum atomunun kütlesini bulunuz.
2. Bir kenarı 20 cm olan küp şeklinde kapalı bir kap, 20°C ta Avagadro sayısının 3 katı molekül içermektedir. Kabın duvarlarından birinin üzerine gaz tarafından uygulanan kuvveti bulunuz.
3. 30 s içinde 500 dolu tanesi, 0,60 m^2 alana sahip bir cam pencereye, pencere yüzeyi ile 45° açı yapacak şekilde çarpıyorlar. Her bir dolu tanesinin kütlesi 5 g ve hızı 8 m/s dir. Çarpışmalar esnek ise pencereye uygulanan ortalama kuvvet ve basınç nedir?
4. t zamanı içinde N dolu tanesi, alanı A olan pencere camına, pencere yüzeyi ile θ açısı yapacak şekilde çarpıyor. Her bir dolu tanesi m kütlesine ve v hızına sahiptir. Çarpışma esnek ise pancere üzerindeki ortalama kuvvet ve basınç nedir?
5. 1 s aralıklarla 5×10^{23} azot molekülü yüzey alanı 8 cm^2 olan bir duvara çarpıyorlar Moleküller 300 m/s hızla hareket ediyorlar ve duvarla kafa kafaya tam esnek bir çarpışma yapıyorlar. Duvara uygulanan basınç nedir? (N_2 molekülünün kütlesi $4{,}68 \times 10^{-26}$ kg.)
6. 5 L 'lik bir kap, 8 atm basınçta 2 mol oksijen içeriyor. Bu koşullarda bir oksijen molekülünün ortalama öteleme kinetik enerjisini bulunuz.
7. 4000 cm^3 'lük bir küresel balonun içinde, basıncı $1{,}2 \times 10^5$ Pa olan helyum vardır. Herbir helyum atomunun $3{,}6 \times 10^{-22}$ J ortalama kinetik enerjisi varsa, balonun içindeki helyumun mol sayısı ne kadardır?
8. Belirli bir sıcaklıkta bir helyum atomunun kök hızı 1350 m/s dir. Bu sıcaklıkta bir oksijen molekülünün kök hızını bulunuz. (Oksijenin molar kütlesi 32 g/mol ve helyumun molar kütlesi 4 g/mol dür.)
9. (a) Yarıçapı 30 cm olan bir balon içine, 20°C ve 1 atm de kaç helyum gazı atomu doldurulabilir? (b) Helyum atomlarının ortalama kinetik enerjileri nedir? (c) Her bir helyum atomunun kök hızı nedir?

10. Bir 5 litrelik kap 27°C te ve 3 atm basınçta azot gazı içeriyor. (a) Gaz moleküllerinin toplam öteleme kinetik enerjisini, (b) Molekül başına düşen ortalama kinetik enerjiyi bulunuz.

WEB **11.** Bir silindir 150°C te denge halinde helyum ve argon gazlarının bir karışımını içeriyor. (a) Gaz moleküllerinin her cinsi için ortalama kinetik enerji nedir? (b) Her bir cins molekül için kök hızı nedir?

12. (a) 1 Pa = 1 J/m^3 olduğunu gösteriniz. (b) Bir ideal gazın öteleme kinetik enerjisinin uzaydaki yoğunluğunun $3P/2$ olduğunu gösteriniz.

Kesim 21.2 Bir İdeal Gazın Molar Özgül Isısı

(*Not*: Tablo 21.2 de verilen verileri kullanınız.)

13. 3 mol helyum gazının sıcaklığı 2 K artırıldığı zaman, iç enerjideki değişimi hesaplayınız.

300 K sıcaklığında ve ağır bir piston altında bir silindire hapsedilmiş bir mol hava ($C_V = 5R/2$) 5 L 'lik hacme sahiptir. Isı yoluyla havaya aktarılan enerji 4,40 kJ ise gazın yeni hacmini bulunuz.

WEB **15.** Bir mol hidrojen gazı, sabit basınçta 300 K den 420 K e kadar ısıtılıyor. (a) Gaza verilen ısı miktarını, (b) gazın iç enerjisindeki artmayı ve (c) gaz tarafından yapılan işi hesaplayınız.

16. Sabit–hacimli bir işlemde, 300 K deki bir molekül ideal tek atomlu gaza 209 J luk ısı veriliyor. (a) Gazın iç enerjisindeki artışı, (b) gaz tarafından yapılan işi, (c) gazın son sıcaklığını bulunuz.

17. Bir ev iyi yalıtılmış duvarlara sahiptir. Ev 300 K de 100 m^3 hava içermektedir. (a) Bu havanın sıcaklığını 1 °C artırmak için gerekli enerjiyi hesaplayınız. (b) Bu enerji m kütleli bir cismi 2 m yüksekliğe kaldırmak için kullanılırsa, m 'nin değeri nedir?

18. Ağır bir pistona sahip düşey bir silindir, 300 K de hava içeriyor. Başlangıç basıncı 200 kPa ve başlangıç hacmi 0,35 m^3 tür. Havanın molar kütlesini 28,90 g/mol alarak ve $C_V = 5\,R/2$ olduğunu varsayarak (a) Sabit hacimde J/kg birimleri cinsinden havanın özgül ısısını bulunuz. (b) Silindir içindeki havanın kütlesini hesaplayınız. (c) Pistonun sabitleştirildiğini varsayalım. Havanın sıcaklığını 700 K ne yükseltmek için gerekli enerjiyi bulunuz. (d) Tekrar başlangıç koşullarına döndüğümüzü ve ağır pistonun serbestçe hareket edebildiğini varsayalım. Sıcaklğı 700°K ne yükseltmek için gerekli enerjiyi bulunuz.

Bir litrelik termos şişesi 90°C te çay ile doludur. Termostan bir fincana çay doldurduktan hemen sonra kapağını kapatın. Oda sıcaklığında havanın girişi sonucu termos içinde kalan çayın sıcaklığındaki değişmeyi tahmin etmek üzere bir yöntem bulunuz. Ölçeceğiniz veya tahmin edeceğiniz veri ve değerler olarak alacağınız nicelikleri söyleyiniz.

20. İki atomlu bir ideal gaz için $C_V = 5\,R/2$ 'dir. Bu gazın bir molünün basıncı P ve hacmi V dir. Gaz ısıtıldığı zaman basıncı 3 katına ve hacmi 2 katına çıkıyor. Bu ısıtma işlemi, birincisi sabit basınç ve ikincisi sabit hacimde olmak üzere iki adımda yapılayorsa, ısı yoluyla gaza aktarılan enerji miktarını hesaplayınız.

Tek atomlu bir ideal gazın bir molü 300 K lik başlangıç sıcaklığındadır. Gaz 500 J lük ısı enerjisi kazanarak sabit hacimli işleme tabi tutuluyor. Gaz daha sonra aynı miktar ısı enerjisi kaybederek izobarik işleme tabi tutuluyor. (a) Gaz üzerinde yapılan işi bulunuz. (b) Gaz üzerinde yapılan işi bulunuz.

22. Bir kap, içinde iki gazdan oluşan bir karışım içermektedir. Molar özgür ısısı C_1 olan 1 gazın mol sayısı n_1 ve molar özgül sısı C_2 olan 2. gazın mol sayısı n_2 dir. (a) Karışımın molar özgül ısısını bulunuz. (b) Karışım, molar özgül ısıları sırasıyla C_1, C_2, C_3, . . . ,C_m olan ve mol miktarı n_1, n_2, n_3, . . . ,n_m olan m gaz içeriyorsa, karışımın molar özgül ısısı nedir?

$C_V = 5R/2$ olan bir ideal iki atomlu gazın bir molu P_i basıncında V_i hacmine sahiptir. Gaz, basıncın hacimle orantılı olduğu bir işleme tabi tutuluyor. İşlemin sonunda gaz moleküllerinin kök hızının başlangıç değerinin iki katına çıktığı bulunuyor. Isı yoluyla gaza aktarılan enerji miktarını bulunuz.

Kesim 21.3 Bir ideal gazda adyabatik işlemler

24. Bir benzinli motorun sıkışma süresince basıncı 1 atm 'den 20 atm 'e artar. İşlemin adyabatik ve gazın ideal ($\gamma = 1{,}40$) olduğunu varsayınız. (a) Hacim ne kadar değişir? (b) Sıcaklık ne kadar değişir? (c) Sıkışma 27°C teki gazın 0,016 molü ile başlarsa, işlemi niteleyen Q, W ve $\Delta E_{iç}$ değerlerini bulunuz.

25. Bir ideal gazın iki molü ($\gamma = 1{,}40$), yarı-kararlı ve adyabatik olarak 5 atm basınç ve 12 litre hacimden 30 litre hacme genişliyor. (a) Gazın son basıncı ne olur? (b) İlk ve son sıcaklık nedir? (c) Q, W ve $E_{iç}$ bulun.

27°C ve atmosfer basıncındaki hava ($\gamma = 1{,}40$) içi yarıçapı 2,50 cm ve uzunluğu 50 cm olan bir silindire sahip bir bisiklet pompası içine çekiliyor. Pompa içindeki hava, lastiğe girmeden önce 800 kPa basıncına ulaşana kadar sıkıştırılıyor. (a) Sıkıştırılan havanın hacmini, (b) sıkıştırılan havanın sıcaklığını bulunuz. (c) Pompa çelikten yapılmıştır ve 2 mm 'lik iç duvar kalınlığına sahiptir. Varsayalım ki silindir uzunluğunun 4 cm 'si havayla ısıl dengeye gelsin. Duvar sıcaklığı ne kadar artacaktır?

27. Bir karabulut havada yükseldiği zaman hacmi genişler. Eğer ilk sıcaklık 300 K ise ve genleşmede ısı kaybı yoksa, ilk hacmi iki katına çıktığında, sıcaklık ne olur?

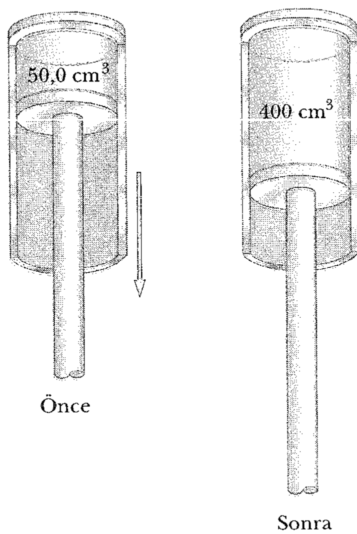
28. 20°C ve 1 atm basıntaki 5 mol havayı ilk hacminin onda birine indirmek için aşağıdaki durumlarda ne kadar iş yapılması gerekir? (a) Bir izotermal işlem-

le, (b) bir adyabatik işlemle, (c) bu iki durumun her birinde son basınç ne olur?

29. Bir silindire hapsedilmiş 4 litrelik iki atomlu ideal bir gaz ($\gamma = 1,40$), bir devirlik işlemine maruz kalıyor. Başlangıçta 1 atm ve 300 K 'dedir. İlk olarak, basınç sabit hacimde üç katına çıkarılıyor. Daha sonra adyabatik olarak başlangıçtaki basıncına kadar genleşiyor. Son olarak gaz sabit basınçta başlangıçtaki hacmine sıkıştırılıyor. (a) Bu işlemin *PV* çizgisini (diyagramını) çiziniz. (b) Adyabatik genleşmenin başlangıcında gazın sıcaklığını bulunuz. (d) Bir devirlik işleminin sonunda sıcaklığı bulunuz. (e) Bir devirlik işlemde yapılan net iş ne olacaktır?

30. Bir silindire hapsedilen iki atomlu bir ideal gaz (γ = 1,40), bir devirlik işlemine maruz kalıyor.Başlangıçta gaz P_i, V_i ve T_i değerlerine sahiptir. İlk olarak basınç sabit hacimde üç katına çıkarılıyor. Daha sonra adyabatik olarak başlangıçtaki basınca kadar genleşiyor. Son olarak gaz sabit basınçta başlangıçtaki hacmine kadar sıkıştırılıyor. (a) Bu bir devirlik işleminin *PV* diyagramını çiziniz. (b) Adyabatik genleşme sonunda gazın hacmini bulunuz.(c) Adyabatik genleşmenin başlangıcında gazın sıcaklığını bulunuz. (d) Bir devirlik işleminin sonunda sıcaklığı bulunuz. (e) Bir devirlik işlemde yapılan net işi bulunuz.

31. Dört zamanlı otomobil motorunda güç zamanı sırasında, gaz ve hava karışımı adyabatik bir genleşme yaparken, piston kuvvet üretir. Varsayalım ki, (1) motor dakikada 2500 devir yapıyor. (2) genleşmeden önceki basınç 20 atmosferdir (3) karışımın hacmi genleşmeden önce 50 cm^3, sonra 400 cm^3 tür (Şekil P21.31). (4) genleşme zamanı toplam devrin dörtte biridir, (5) karışım $\gamma = 1,40$ bir ideal gaz gibi davranır. Bu koşullarda genleşme sırasında üretilen ortalama gücü bulunuz.



Şekil P21.31

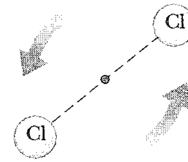
Kesim 21.4 Enerjinin Eş Bölüşümü

32. Bir molekül, f serbestlik derecesine sahipse, böyle moleküllere sahip bir gazın aşağıdaki özellikleri olduğunu gösteriniz: (1) Toplam iç enerjisi $fnRT/2$ dir. (2) Sabit hacimdeki molar özgül ısısı $fR/2$ dir; (3) sabit basınçta molar özgül ısısı $(f + 2)\ R/2$ dir. (4) $\gamma = C_P / C_V = (f + 2)/f$ dir.

WEB 33. 2 mol'lük iki atomlu ideal bir gazı gözönüne alalım. (a) Molekül dönüyor fakat titreşim yapmıyorsa, (b) molekül dönme ve titreşim hareketlerinin ikisini yapıyor ise, sabit basınç ve sabit hacimdeki toplam ısı sığasını bulunuz.

34. Tablo 21.2 de iki atomlu ve çok atomlu gazlar için verilen C_V ve C_P nin büyüklüklerini incelediğimizde, artan moleküler kütle ile bu değerlerin büyüdüğünü görürüz. Bu gözlem için nitel bir açıklama getiriniz.

35. Şekil P21.35 deki kaba modelde, iki atomlu bir klor molekülünün (Cl_2), iki atomu arasındaki uzaklık 2×10^{-10} m dir ve molekül, kütle merkezi etrafında $\omega = 2 \times 10^{12}$ rad/s lik açısal hızla dönmektedir. Molekül ağırlığı 70 g/mol olan Cl_2 molekülünün dönme kinetik enerjisi nedir?



Şekil P21.35

Kesim 21.5 Boltzmann Dağılım Yasası
Kesim 21.6 Moleküler Hızların Dağılımı

36. 0°C de bir metreküp atomik hidrojen, atmosfer basıncında yaklaşık $2,70 \times 10^{25}$ atom içerir. Hidrojen atomunun ilk uyarılmış durumu, taban durumu olarak bilinen en düşük enerji düzeyinin üzerinde 10,2 eV enerjiye sahiptir. 0°C ve 10 000 °C te ilk uyarılmış düzeydeki atom sayısını Boltzmann çarpanını kullanarak bulunuz.

37. Konveksiyon akımları (havanın) Dünyanın en alt atmosferindeki hareketliliği sürdürmezse, çeşitli moleküller farklı kütlelere sahip olduğundan,onların kimyasal bileşimi yükseklikle değişecektir. Atmosfer yasasını kullanarak, deniz düzeyi ile 10 km yükseklikte oksijenin azot moleküllerine denge durumunda oranının nasıl değiştiğini tayin ediniz. Sıcaklığın her yerde 300 K olduğunu varsayın ve oksijenin kütlesini 32,0 u, azotun kütlesini 28,0 u olarak alınız.

38. İki gazın bir karışımı, gazların kök hızları ile orantılı olarak bir filitre içinden yayılıyorlar. (a) Klorun ^{35}Cl ve ^{37}Cl şeklindeki iki izotopunun, hava içine yayılması durumunda hızlarının oranını bulunuz. (b) Hangi izotop daha hızlıdır?

39. Onbeş tane özdeş parçacık aşağıdaki hızlara sahiptir: Bir tanesi 2 m/s; iki tanesi 3 m/s; üç tanesi 5 m/s; dört tanesi 7 m/s; üç tanesi 9 m/s ve iki tanesi 12 m/s. Bu taneciklerin, (a) ortalama hızını, (b) kök hızını, (c) en muhtemel hızını bulunuz.

40. Helyum gazı 4,20 K de sıvı helyum ile sıcaklık dengesindedir. Yoğunlaşma noktasının üzerinde bile ideal bir gaz gibi davranır. Bu sıcaklıkta helyum atomunun (kütlesi = 6,64 × 10^{-27} kg) en olası hızını bulunuz.

41. Maxwell-Boltzmann hız dağılımından, gaz molekülünün en olası hızının 21.29 eşitliği ile verildiğini gösteriniz. En olası hızın, hız dağılım eğrisinde dN_v/d_v eğiminin sıfır olduğu noktaya karşılık geldiğine dikkat ediniz.

42. **Tarama Problemi.** Hangi sıcaklıkta helyum atomlarının ortalama hızı aşağıdaki seçeneklere eşit olacaktır? (a) 1,12 × 10^4 m/s lik dünyadan kurtulma hızına (b) 2,37 × 10^3 m/s lik aydan kurtulma hızına (kurtulma hızı tartışması için 14. bölüme bakınız ve helyum atomunun kütlesinin 6,64 × 10^{-27} kg olduğuna dikkat ediniz.)

43. Bir gaz 0°C 'tadır. Gaz molekülünün kök hızını iki katına çıkarmak istersek, sıcaklığını ne kadar yükseltmeliyiz?

44. Oda sıcaklığında suyun buharlaşma gizli (hal değiştirme) ısısı 2430 J/g dır. (a) Buharlaşmadan önce, herbir su molekülünün buharlaşma işleminde ne kadar kinetik enerji gerekir? (b) Buharlaşan bir su molekülünün buharlaşma öncesi hızını bulunuz. (c) Bu moleküllerin etkin sıcaklığı nedir? (Seyrek bir gaz olarak düşünün). Bu moleküller niçin sizi yakmıyorlar?

(Seçmeli)

Kesim 21.7 Ortalama Serbest Yol

45. Çok yüksek vakum sisteminde ölçülen basınç 10^{-10} torr dur (1 torr = 133 Pa). 300K de, moleküllerinin çapı 3A° = 3 × 10^{-10} m olan bir gaz için, (a) 1 m^3 hacimdeki molekül sayısını, (b) moleküllerin ortalama serbest yolunu ve (c) ortalama hızı 500 m/s kabul ederek çarpışma frekansını bulunuz.

46. Uzayın derinliklerinde bir metreküpte yalnızca bir parçacık olduğu rapor edilmiştir. Sıcaklığın 3 K ve parçacığın, yarıçapı 0,20 nm olan H_2 olduğunu varsayarak (a) Parçacığın ortalama serbest yolunu ve çarpışmalar arasındaki ortalama zamanı hesaplayınız, (b) bir santimetre küpte yalnızca bir parçacığın olduğunu varsayarak (a) 'daki hesapları tekrarlayınız.

47. T sıcaklığında ve P basıncında olan bir ideal gaz molekülü için ortalama serbest yolun;

$$\ell = \frac{k_B T}{\sqrt{2}\,\pi d^2 P}$$

olduğunu gösteriniz. Burada d moleküler yarıçaptır.

48. Bir tank, moleküler çapı yaklaşık 3,6 × 10^{-10} m olan O_2 ile doludur. 1 atm ve 20°C ta, bir oksijen molekülü, diğer moleküllerle çarpışmadan önce, kaç oksijen molekülü d çapı (ortalama) kadar hareket eder?

49. 20°C ve atmosfer basıncındaki argon gazı, 1 m^3 hacimli kap içine hapsedilmiştir. Argon atomunun etkin yarıçapı 3 × 10^{-10} m dir. (a) ortalama serbest yol ℓ yi tayin ediniz. (b) Ortalama serbest yol ℓ = 1 m olduğu zaman basıncı bulunuz. (c) ℓ = 3,1 × 10^{-10} m olduğunda basıncı bulunuz.

EK PROBLEMLER

50. Bir odanın boyutları 4,20m × 3 m × 2,50 m dir. (a) Atmosfer basıncı ve 20°C sıcaklık için odadaki hava moleküllerinin sayısını bulunuz. (b) Havayı, molar kütlesi 28,9 g/mol olan iki atomlu moleküllerden oluştuğunu varsayarak, havanın kütlesini bulunuz. (c) Bir molekülün ortalama kinetik enerjisini bulunuz. (d) Moleküllerin kök hızını bulunuz. (e) Özgül ısının sıcaklıktan bağımsız bir sabit olduğunu varsayarak $E_{iç} = 5nRT/2$ elde ettik. Havanın iç enerjisini bulunuz. (f) 25 °C ta odada havanın iç enerjisini bulunuz.

51. $E_{iç}$ = 3,50 nRT fonksiyonu belirli bir ideal gazın iç enerjisini betimler. Bir numune daima 100 kPa basınç ve 300 K 'le başlayan 2 mol gaz içeriyor. Aşağıdaki işlemlerin her biri için son basınç, hacim ve sıcaklığı, gazın iç enerjisindeki değişmeyi, ısı yoluyla gazın enerji artışını ve gaz tarafından yapılan işi hesaplayınız. (a) Gaz sabit basınçta 400 K ne kadar ısıtılıyor? (b) Gaz sabit hacimde 400 K kadar ısıtılıyor. (c) Gaz sabit sıcaklıkta 120 kPa a kadar sıkıştırılıyor (d) Gaz adyabatik olarak 120 kPa a kadar sıkıştırılıyor.

52. Herbirinin kütlesi m ve hacmi V olan yirmi parçacık aşağıdaki hızlara sahiptir: İki tanesi v; üç tanesi $2v$; beş tanesi $3v$; dört tanesi $4v$; üç tanesi $5v$; iki tanesi $6v$; bir tanesi $7v$. (a) Ortalama hızı, (b) kök hızı, (c) en olası hızı, (d) kabın duvarlarına etki eden basıncı ve (e) her bir taneciğin ortalama kinetik enerjisini bulunuz.

WEB **53.** Bir silindirdeki n mol ideal gaza, yarı-kararlı adyabatik işlem uygulanıyor. (a) $W = \int P\,dV$ bağıntısın-

dan başlayarak ve PV^{γ} = sabit ifadesini kullanarak yapılan işin aşağıdaki gibi olduğunu gösteriniz.

$$W = \left(\frac{1}{\gamma - 1}\right)(P_iV_i - P_sV_s)$$

(b) Termodinomiğin birinci kanunun diferansiyel şeklini kullanarak, bu işin $nC_V(T_i - T_s)$ olacağını ispatlayın ve bunun (a) şıkkında bulunan ifadeyle uyumlu olduğunu gösterin.

54. Bir kap 500 K de 10^4 oksijen molekülü içermektedir. (a) 100 m/s hız aralıkları ile Maxwell hız dağılım fonksiyonu, ile hız arasında uygun bir grafik çiziniz. (b) Bu grafikten en olası hızı bulunuz (c) moleküllerin ortalama ve kök hızlarını hesaplayıp, bunları grafikte ilgili yerlere koyun. (d) Bu grafikten, hızları 300 m/s ile 600 m/s arasında olan moleküllerin sayılarının oranını bulunuz.

55. **Tarama Problemi.** 1 atm lik basıncın çok üstündeki basınçlarda oksijen, akciğer hücreleri için zehirleyici olmaktadır. Ağırlıkça, hangi oranda He gazı O_2 ye katılmalıdır ki, 50 m derinlikteki bir denize dalan dalgıç için sorun çıkmasın?

56. Pistonlu bir silindir, 25 °C ve 200 kPa da 1,20 kg hava içeriyor. Basınç 400 kPa a yükseltilerek ve genleşmeye izin verilerek, ısı yoluyla sisteme enerji aktarılıyor. Genleşme sırasında basınç ve hacim arasındaki ilişki

$$P = CV^{1/2}$$

şeklinde veriliyor. Burada C bir sabittir. (a) Başlangıç hacmini bulunuz. (b) Son hacmini bulunuz. (c) Son sıcaklığı bulunuz. (d) Hava tarafından yapılan işi bulunuz. (e) Isı olarak aktarılan enerjiyi bulunuz. M = 28,9 g/mol alınız.

WEB 57. Bir maddenin sıkışabilirliği (κ)

$$\kappa = -\frac{1}{V}\frac{dV}{dP}$$

ile verilir. Burada V hacim P basınçtır. (a) Bu ifadedeki negatif işaretin, κ yı daima niçin pozitif yaptığını açıklayınız. (b) Eğer bir ideal gaz izotermal olarak sıkıştırılırsa, sıkışabirliğinin $\kappa_1 = 1/P$ olacağını gösteriniz. (c) Adyabatik sıkışmada $\kappa_2 = 1/\gamma P$ olacağını ispatlayınız. (d) 2 atm deki tek atomlu ideal bir gaz için κ_1 ve κ_2 değerlerini bulunuz.

58. **Tarama Problemi.** (a) Bir ideal gaz içindeki ses hızının

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

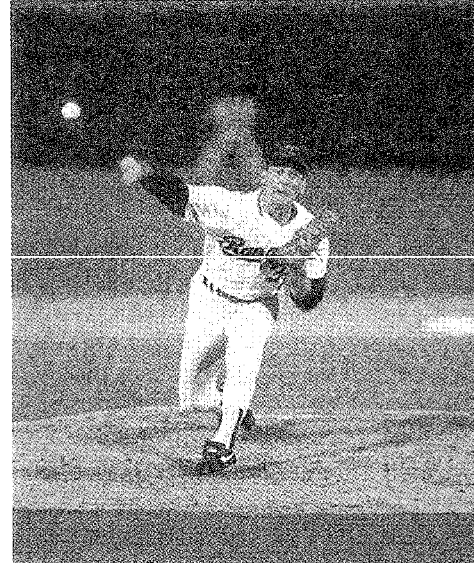
şeklinde olduğunu gösteriniz. Burada M molar kütledir. Kesim 17.1 de bir sıvı içindeki ses hızı için verilen genel ifadeyi Kesim 12.4 te verilen hacim (bulk) modülü tanımını; ve bu bölümde 57. problemin sonucunu kullanınız. Ses dalgalarının bir gaz içinden geçişi sırasında sıkışmalar o kadar hızlı veya o kadar ayrıdır ki, zaman gereksinimi veya etkin yalıtım kalınlığı nedeniyle ısı yoluyla enerji akışı önlenmiştir. Sıkışmalar ve basınç azalmaları adyabatiktir. (b) 20°C ta hava içindeki kurumsal ses hızını hesaplayınız ve bunu Tablo 17.1 de verilen değerle karşılaştırınız. M = 28,9 g/mol alınız. (c) İdeal gaz içindeki ses hızının

$$v = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{M}}$$

olduğunu gösteriniz. Burada m bir molekülün kütlesidir. Sonucunuzu molekülün en olası, ortalama ve kök hızlarıyla karşılaştırınız.

59. Bir Maxwell gazının aşağıda verilen hız değerleri için $N_v(v)/N_v(v_{mp})$ oranını sayısal olarak hesaplayınız: $v = v_{mp}/50)$, $(v_{mp}/10)$, $(v_{mp}/2)$, v_{mp}, $2v_{mp}$, $10\,v_{mp}$, $50\,v_{mp}$ sonuçları üç basamak yürütünüz.

60. Bir beyzbol oyuncusu 0,142 kg lık beyzbol topunu 47,2 m/s hızla fırlatır (Şekil P21.60). Top havanın direnci nedeniyle 19,4 m den geçerken hızı 42,5 m/s ye düşüyor. Top geçerken hava sıcaklığındaki değişmeyi bulunuz. Mümkün olan en büyük sıcaklık değişmesini bulmak için aşağıdaki kabulleri yapınız: Hava $C_p = 7R/2$ molar ısı sıgasına ve 28,9 g/mol lük eşdeğer molar kütleye sahiptir. İşlem o kadar hızlıdır ki beyzbol topunun kılıfı ısı yalıtıcısı gibi davranır ve topun sıcaklığı değişmez. Sıcaklık değişimi başlangıçta yalnızca 19,4 m uzunluk ve 3,70 cm yarıçaplı hava silindirinde oluşur. Bu havanın başlangıç sıcaklığı 20°C tır.



Şekil P21.60 Nolan Ryan, 5000 inci vuruşu için topu fırlatıyor. (*Joe Patronite /ALLSPORT*)

61. Bir *gaz santrifüjü* içindeki bir parçacığı gözönüne alalım. Bu aygıt r yarıçaplı dairesel yörüngede ω açısal hazıyla dönerek farklı kütledeki parçacıkları ayırır. Newton'un ikinci yasasını dairesel harekete uyguladığında, parçacığa etkiyen kuvvet $m\omega^2 r$ kadar olur. (a) Gaz santrafüjünün, farklı kütledeki parçacıkları nasıl ayırabildiğini tartışınız. (b) r nin fonksiyonu olarak parçacığın yoğunluğunun

$$n(r) = n_0 e^{mr^2\omega^2/2k_BT}$$

şeklinde olduğunu gösteriniz.

62. T sıcaklığındaki bir gaz molekülünün kök ve ortalama hızlarını veren 21.27 ve 21.28 Eşitliğini ispatlayınız. v^n nin ortalama değeri

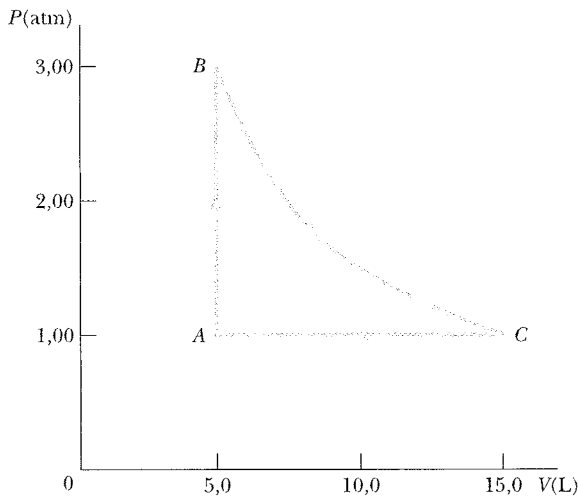
$$\overline{v^n} = \frac{1}{N}\int_0^{\infty} v^n N_v \, dv$$

dir. Çözüm için

$$\int_0^{\infty} x^3 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2a^2}; \qquad \int_0^{\infty} x^4 e^{-ax^2} dx = \frac{3}{8a^2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

integrallerini kullanınız.

63. Bir tek atomlu ideal gaz numunesi, atmosfer basıncında ve 300 K de 5 L hacime sahiptir. (Şekil P21.63 te A noktası) Gaz sabit hacimde 3 atmosfere kadar ısıtılıyor. (B noktası) Daha sonra 1 atm kadar izotermal olarak genleşmeye bırakılıyor. (C noktası) ve son olarak sabit basınçta başlangıç durumuna sıkıştırılıyor. (a) örnek içindeki mol sayısını bulunuz. (b) B ve C noktalarındaki sıcaklığı ve C noktasındaki hacmi bulunuz. (c) Varsayalım ki özgül ısı sıcaklığa bağlı değildir, öyle ki $E_{iç} = 3nRT/2$ dir. A, B ve C noktalarındaki iç enerjiyi bulunuz. (d) A, B ve C noktkalarındaki P, V, T ve $E_{iç}$ değerlerini çizelgeye geçiriniz. (e) Şimdi $A \to B$, $B \to C$ ve $C \to A$ işlemlerini göz önüne alalım. Her işlemin deneysel olarak nasıl yapılacağını ifade ediniz. (f) İşlemlerin herbiri için Q, W ve $\Delta E_{iç}$ değerlerini bulunuz. (g) $A \to B \to C \to A$ şeklindeki tam bir çevrim için Q, W ve $\Delta E_{iç}$ değerlerini bulunuz.



Şekil P21.63

64. *Eğer dış uzayda yürüyemezseniz, en azından yarı yolda yürüyebilir misiniz?* (a) Atmosferde h yüksekliğinin altındaki parçacık kesrinin

$$f = 1 - e^{(-mgh/k_BT)}$$

olduğunu gösteriniz. (b) Bu sonucu, parçacıkların yarısının $h' = k_BT \ln(2)/mg$ yüksekliğinin altında olduğunu göstermekte kullanınız. Dünya için h' 'nün değeri nedir? (Sıcaklığın 270 K olduğunu varsayın ve havanın ortalama molar kütlesini 28,9 g/mol olarak alınız.)

65. Bu problem, molekülün büyüklüğü hakkında düşünmenize yardımcı olacaktır. Pekin şehrinde bir lokanta, devamlı kaynayan bir piliç çorbası kabı bulundurur. Her sabah o, taze piliç, sebze, bahartla beraber 10 L su ile tepeleme dolduruluyor. Çorba adamakıllı karıştırılıyor. Suyun molar kütlesi 18 g/mol dür. (a) Kaptaki suyun molekül sayısını bulunuz. (b) Belirli bir ayda çorbanın % 90 nı, hergün içen insanlara dağıtılıyor. Ayın ilk gününde kapta bulunan su moleküllerinin, muhtemelen son birisi ne zaman kaptan kepçeyle dışarı alınacaktır? (c) Çorba, savaşlar,yer sarsıntıları ve ocak tamirlerine rağmen yüzyıllarca kaynıyor. Varsayalım ki uzun süre önceden beri kapta bulunan su, kütlesi $1{,}32 \times 10^{21}$ kg olan dünyanın su küresine tamamen karışmıştır. Kapta başlangıçtaki su moleküllerinin ne kadarı muhtemelen bugün onun içinde mevcuttur?

66. **Tarama Problemi.** (a) Yeterince kinetik enerjiye sahip bir molekül, dünyanın çekiminden kurtulabilir. Enerji korunumunu kullanarak, yerden kurtulmak için gerekli minimum kinetik enerjinin mgR olacağını gösteriniz. Burada m molekülün kütlesi, g yerçekimi ivmesi ve R dünyanın yarıçapıdır. (b) Mimimum kurtulma kinetik enerjisinin, bir oksijen molekülünün ortalama kinetik enerjisinin 10 katına eşit olduğu enerjideki sıcaklığı hesaplayınız.

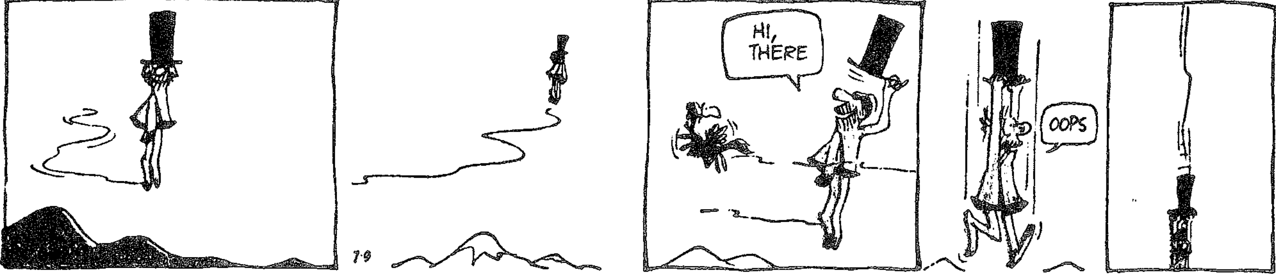
67. Fizikçiler, laser ışığı kullanarak Sodyum atomlarını soğutabilmekte ve dar bir bölgeye hapsedebilmektedir. Bir deneyde, atomların sıcaklığı $2{,}4 \times 10^{-4}$ K ne düşürülmüştür. (a) Bu sıcaklıkta sodyum atomlarının kök hızını bulunuz. Atomlar 1 cm 'lik bir lineer bölgeye 1s 'de hapsedilebilmektedir. (b) Hapsedilme işlemi olmasa idi, atomun bu bölgeden çıkması yaklaşık ne kadar zaman alırdı?

Sınama Sorularının Cevapları

21.1 Moleküller çok hızlı hareket etmelerine rağmen, diğer moleküllerle çarpışmaları nedeniyle çok uzağa gidemez. Çarpışma, molekülü başlangıç yolundan saptırır. Sonunda, bir parfüm molekülü odanın bir tarafından diğer tarafına gitmek isteyecektir, ancak parfüm şişesinden sizin burnunuza kadar olan düz uzaklığa göre, çok daha uzun bir yol gidecektir.

21.2 (c) $E_{iç}$ aynı kalıyor. 21.10 eşitliğine uygun olarak $E_{iç}$ yalnızca sıcaklığın fonksiyonudur. İzoterm boyunca tanım olarak T sabittir. Bu nedenle gazın iç enerjisi değişmez.

21.3 Her eğrinin altındaki alan, özel hız aralığı içindeki molekül sayısını temsil eder. $T = 900$ K eğrisi, $T = 300$ K eğrisine göre, 800 m/s ile 1000 m/s arasında hareket eden çok daha fazla molekül içerir.







SİZCE NEDİR?

Buz dolabının amacı içindekileri soğuk tutmaktır. Elektrik faturanızdaki artıştan başka, sıcak bir günde buzdolabınızın kapısını açık bırakarak mutfağı soğutmayı denememeniz için, başka iyi bir sebep vardır. Bu sebep ne olabilir? (*Charles D. Winters*)

bölüm 22

Isı Makinaları, Entropi ve Termodinamiğin İkinci Yasası

Bölüm İçeriği

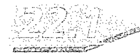
20. Bölümde incelediğimiz termodinamiğin Birinci Kanunu, aslında bir enerji korunumu kanunudur ve iç enerjiyi de kapsayacak şekilde genelleştirilmiştir. Bu kanun, bir sistemin iç enerjisindeki değişimin; ısı, iş veya her ikisi tarafından enerji transferi sonucunda meydana gelebileceğini ifade eder. 20. Bölümde de söylediğimiz gibi bu kanun, ısı veya işin hangisinin iç enerjide bir değişmeye sebep olacağına bakmadığından, bunların sonuçları arasında herhangi bir ayrım yapmaz. Fakat ikisi arasındaki önemli ayrım bu ilk kanunda açıkça görülemez. Bu farklılığın bir kanıtı, bu bölümde inceleyeceğimiz *ısı makinasında* olduğu gibi, bir termodinamik çevirim boyunca, bir maddeyi alarak iç enerjiyi tamamen mekanik enerjiye çevirmenin imkansız oluşudur.

Termodinamiğin birinci kanunu oldukça önemli olmakla birlikte kendiliğinden meydana gelen ve gelmeyen işlemler (süreçler) arasında ayırım yapmaz. Bununla birlikte, gerçekte sadece belli türlerde enerji korunumu ve enerji aktarımı (transferi) işlemlerinin oluştuğunu görürüz. Bu bölümde incelediğimiz *Termodinamiğin İkinci Kanunu* doğada hangi işlemlerin meydana geleceğini ve hangilerinin meydana gelemeyeceğini anlatır. Sadece bir yönde ilerleyen aşağıdaki işlemler İkinci Kanuna uyarlar:

- Sıcaklığı farklı iki cisim, termal olarak temas ettirilirse, sıcak cisimden soğuk cisme doğru ısı akışı olur, fakat soğuktan sıcağa doğru asla ısı akışı olmaz.
- Bir lastik top yere düştüğü zaman birçok kez sıçradıktan sonra sonuçta durgun hale gelir fakat yerde bulunan bir top asla kendi kendine sıçramaz.
- Bir sarkacın salınım genliği, destek noktasındaki sürtünme ve hava molekülleri ile çarpışmadan dolayı zamanla azalır ve sonuçta durur. Burada sarkacın başlangıç mekanik enerjisi havada, sarkaçta ve askı noktasında iç enerjiye çevrilir. Burada enerjinin ters dönüşümü asla mümkün olmaz.

Bu örnekler, tek yönlü süreçlerdir ve *tersinmez süreçler (veya işlemler)* olarak adlandırılır. Bu olaylardan hiçbiri kendiliğinden ters yönde oluşmaz, eğer oluşsaydı, termodinamiğin ikinci kanununa aykırı olurdu.[1]

Mühendislik açısından bakıldığında bu ikinci kanunun belki de en önemli sonucu, ısı motorlarının (makinalarının) veriminin sınırlı olacağı gerçeğidir. İkinci kanun bir çevrim sürecinde, sürekli olarak iç enerjiyi tamamen başka bir enerji şekline dönüştürebilecek bir makinanın yapılamayacağını ifade eder.



ISI MAKİNALARI VE TERMODİNAMİĞİN İKİNCİ YASASI

Bir **ısı makinası**, iç enerjiyi mekanik enerjiye çeviren aygıttır. Örneğin, elekt-
10.8 rik üreten bir santralde tipik bir süreç (işlem), kömür veya başka cins yakıtlar yakılır ve üretilen yüksek sıcaklıktaki gazlar, sıvı haldeki suyu buhara çevirmede kullanılırlar. Bu buhar bir türbinin kanatlarına püskürtülerek dönmesi sağlanır. Bu dönmeyle ilgili mekanik eneji, bir elektrik generatörünü çalıştırır. Bir başka ısı makinası-otomobildeki içten yanmalı motor-otomobilin hareketiyle sonuçlanan işi gerçekleştirmek üzere yakıtın yanmasından elde edilen enejiyi kullanır.

[1] Zamanın tersine işlediği anlamda bir süreci hiçbir zaman gözleyemeyişimize rağmen, bunun oluşması mümkündür. Fakat, bu bölümün daha sonraki kısımlarında göreceğimiz gibi, böyle bir işlem muhtemelen olmaz. Bu açıdan bakıldığında işlemlerin sadece bir yönde oldukça büyük ihtimalle oluştuklarını söyleriz.



Şekil 22.1 Buharla çalışan bu lokomotif, Durango ile Silverton/Colorado arasında işlemektedir. Enerjisini yanan odun veya kömürden sağlamaktadır. Üretilen enerji, suyu lokomotife güç sağlayan buhar haline çevirir (bu lokomotif bacadan kaçan su buharının yerini doldurmak için, yolu boyunca yerleştirimiş depolardan su almak zorundadır). Modern lokomotifler, odun veya kömür yerine dizel yakıt kullanırlar. Eki veya yeni olsun, bu lokomotifler enerjiyi yanan bir yakıttan alıp bir miktarını mekanik enerjiye çeviren ısı makinalarıdırlar *(© Phil Degginger/Tony Stone Images)*.



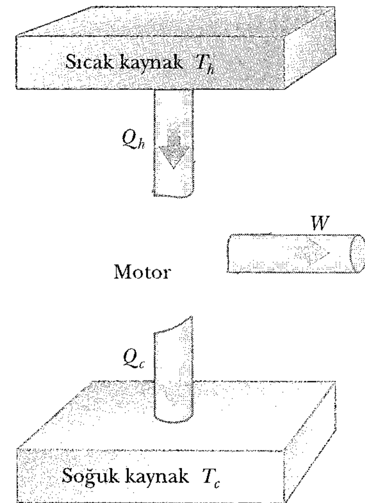
Lord Kelvin İngiliz Fizikçi ve Matematikçi (1824-1907). Belfasta doğan William Thomson Kelvin, mutlak sıcaklık ölçeğini ilk teklif eden kişidir. Kelvin sıcaklık ölçeği (eşeli) onun adına saygı olarak konmuştur. Kelvin'in termodinamikteki çalışması, bir soğuk cisimden daha sıcak bir cisme kendiliğinden enerjinin geçemeyeceği fikrine götürmüştür *(J.L. Charmest/SPL/ Photo Recearchers Inc.)*.

Herhangi bir ısı makinasının çalışmasında (1), yüksek sıcaklıktaki ısı kaynağından bir miktar ısı alınır (2), bir miktar mekanik iş yapılır ve (3) bir miktar ısı da alçak sıcaklık kaynağına verilir. Örnek olarak iş yapan nesnenin su olduğu, bir buhar motorunun (Şekil 22.1) çalışmasını ele alalım. Kazandaki su, enerjiyi yanan yakıttan alır ve su buharına dönüşüp, daha sonra bir pistonu genişleterek iş yapar. Buhar soğuyup yoğunlaştıktan sonra, oluşan sıvı hadeki su kazana geri döner ve işlem böylece tekrarlanır.

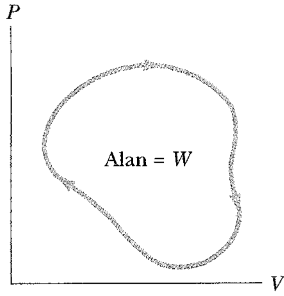
Bir ısı motorunu Şekil 22.2 de görüldüğü gibi göstermek uygundur. Motor (makina) Q_h kadar enerji sıcak kaynaktan soğurur, W işini yapar ve Q_c kadar enerjiyi soğuk kaynağa atar. Bir çevrim boyunca iş yapar nesnenin başlangıç ve son iç enerjisi eşit olduğundan $\Delta E_{iç} = 0$. Termodinamiğin ilk konumundan iç enerjide değişme olmadığından, $\Delta E_{iç} = Q - W$ olur. **Isı makinası tarafından yapılan net W işi, makinanın içinden geçen Q net enerjisine eşittir**. Şekil 22.2 den göreceğimiz gibi $Q_{net} = Q_h - Q_c$ olduğundan

$$W = Q_h - Q_c \tag{22.1}$$

olur. Bu ve bölüm boyunca karşılaşılacak olan eşitliklerde ısı makinalarının geleneksel işlenişi ile uyum içinde hem Q_h hem de Q_c yi pozitif nicelikler olarak alacağız. Isı makinalarını tartışırken sistemden çıkan enerjiyi tanımlamak için eksi (–) işaretini, Eşitlik 22.1 'deki gibi kullanacağız. Burada ayrıca, ener-



Şekil 22.2 Bir ısı makinasının şematik gösterimi. Makina sıcak kaynaktan (depodan) Q_h ısınını alıp, Q_c kadarlık kısmını soğuk kaynağa atar ve W işini yapar.



Şekil 22.3 Rastgele bir çevrim süresince *PV* diyagramı. Net iş, eğrinin çevrelediği kapalı alana eşittir.

ji transferi başka bir mekanizmayla gerçekleşmekle beraber, başka mekanizmalarla da enerji transferi mümkündür. Isı makinası için enerji giriş ve çıkışını, sıkça yapıldığı gibi, ısı olarak modellediğimizi belirtmeliyiz.

Bir çevrimlik süreçte yapılan net iş, bir *PV* diyagramında bu süreci temsil eden kapalı eğrinin alanına eşittir. Bu, Şekil 22.3 de rastgele bir çevrim süreci için gösterilmiştir.

Bir ısı makinasının *e* **ısıl verimi**, bir çevirim boyunca makina tarafından yapılan net işin, çevrim boyunca daha yüksek sıcaklıkta soğurulan enerjiye oranı olarak tanımlanır:

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \qquad \textbf{(22.2)}$$

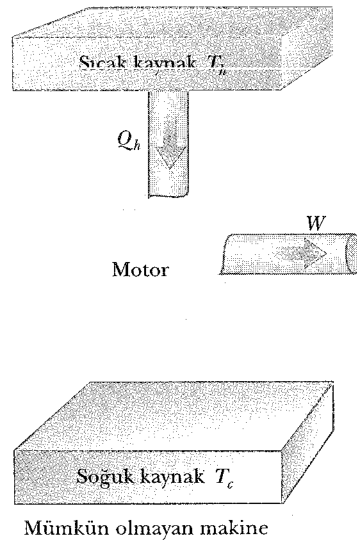
Verimliliği, aldığımızın (mekanik iş) verdiğimize (yüksek sıcaklıktan transfer edilen enerji) oranı olarak düşünebiliriz. Pratikte, bütün ısı makinalarının soğurdukları enerjinin ancak bir kesrini mekanik işe çevirdikleri ve sonuçta verimin %100 'den daha az olduğunu buluruz. Örneğin, iyi bir otomobil motoru % 20 civarında ve dizel motorları %35 ile %40 arasında bir verime sahiptirler.

22.2 Eşitliği, eğer dışarı atılan ısı $Q_c = 0$ ise, verimin %100 ($e = 1$) olduğunu söyler. Yani, soğuk kaynağa (depoya) hiçbir enerji transferi olmazsa başka bir söyleyişle, bir ısı makinası, soğurduğu tüm ısı enerjisini (Q_h) mekanik işe çevirebilirse mükemmel bir verime sahiptir. Gerçek makinaların verimlerinin % 100 'ün oldukça altında olması gerçeği düşünüldüğünde termodinamiğin ikinci kanununun Kelvin-Planck ifadesi şöyle olur:

Termodinamiğin ikinci kanununun kelvin-Planck ifadesi

Bir çevirimde çalışan ve bir kaynaktan (depodan) soğurduğu enerjiye eşit miktarda iş yapan bir makina yapmak mümkün değildir.

İkinci Kanunun bu ifadesine göre, bir ısı makinasının çalışması sırasında W 'nın asla Q_h ' ye eşit olamayacağını veya birbaşka deyişle, Q_c miktarında bir



Şekil 22.4 Sıcak kaynaktan Q_h ısısını alan ve eşit miktarda iş yapan bir ısı makinasının şematik diagramı. Böyle mükemmel bir makina yapmak mümkün değildir.

enerjinin çevreye verilmesi gereğini söyler Şekil 22.4 te, mümkün olmayan "mükemmel" bir ısı makinasının şeması görülmektedir.

Termodinamiğin bir ve ikinci kanunları aşağıdaki gibi özetlenebilir: Birinci Kanun, **verdiğimiz miktardan daha büyük bir enerjiyi iş olarak bir çevrimlik işlem sonucunda geri alamayacağımızı** ve ikinci kanun ise, yapılacak işe eşdeğer enerjiden daha fazla bir enerjinin, daha yüksek bir sacaklıkta verilmesi gerektiğini söyler.

ÖRNEK 22.1 Bir Makinanın Verimi

Bir sıcak depodan 2000 J 'lük enerji soğuran ve 1500 J 'lük kısmını bir soğuk depoya (egzosta) veren bir ısı makinasının verimini bulunuz.

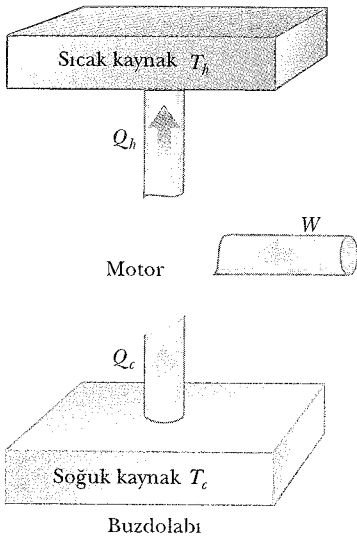
Çözüm Makinanın verimini hesaplamak için Eşitlik 22.2 'yi kullanırız:

$$e = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{1500\,\text{J}}{2000\,\text{J}} = 0{,}25 \quad \text{veya} \quad \%25$$

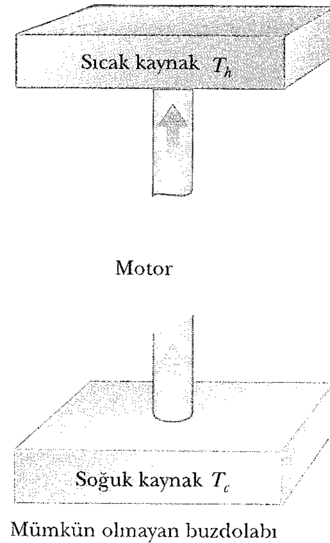
Buzdolapları ve Isı Pompaları

Buzdolapları ve **ısı makinaları** birbiri ile ters çalışan ısı makinalarıdırlar. Burada, bunları ikinci kanunun bir alternatif söyleyiş şeklini geliştirme amacıyla kısaca tanıtacağız. Bunları, daha sonra Kesim 22.5 'te daha geniş şekilde tartışacağız.

Bir buzdolabı veya ısı pompasında motor, Q_c enerjisini bir soğuk kaynaktan (depodan) soğurur ve Q_h enerjisini bir sıcak kaynağa atar (Şekil 22.5). Bu ancak, motor *üzerinde* dışardan iş yapılırsa başarılabilir. Birinci kanuna göre, sıcak kaynağın verdiği ısı, yapılan işle soğuk kaynaktan alınan ısının toplamına eşit olmalıdır. Böylece, buzdolabı veya ısı pompası soğuk bir cisimden (örneğin mutfak buzdolabının içindekiler veya binanın dışındaki kış ayı soğuğundan) aldığı enerjiyi bir sıcak cisme (örneğin mutfaktaki hava veya binadaki bir odaya) aktarır. Pratikte, istenen, bunun bir minimum işle yapılmasıdır. Eğer bu hiçbir iş yapmadan gerçekleştirilebilseydi, *"mükemmel"* bir buzdolabına sa-



Şekil 22.5 Soğuk kaynaktan Q_c ısısını alan ve Q_h kadarını sıcak kaynağa veren bir buzdolabının şematik diyagramı. W işi buzdolabı üzerinde yapılır. Bir binayı ısıtma veya soğutmada kullanılabilen bir ısı pomposı aynı yolla çalışır.



Şekil 22.6 Yapılması mümkün olmayan bir buzdolabı veya ısı pompası, yani soğuk kaynaktan Q_c enerjisi soğurulup, hiç iş yapılmadan (W= 0), sıcak kaynağa aynı enerji aktarılacak, bu ise mümkün değildir.

hip olacaktık (Şekil 22.6). Bu da yine termodinamiğin ikinci kanununa aykırıdır. Bununla ilgili **Clausius ifadesi**[2] aşağıdaki biçimde verilir:

Termodinamiğin ikinci kanununun Clausius ifadesi

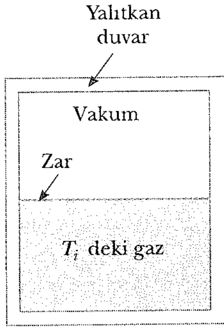
Dışarıdan bir enerji girişi olmadan, düşük sıcaklıktaki bir cisimden, yüksek sıcaklıktaki başka bir cisme sürekli olarak ısı transferi yapabilecek bir makina yapmak mümkün değildir.

Daha basit söyleyişle, **enerji soğuk bir cisimden sıcak bir cisme kendiliğinden akamaz.** Örneğin, yazın evler, *klima* ile ısı dışarı pompalanarak soğutulur; Klima, enerjiyi evdeki soğuk odadan dışardaki daha sıcak havaya pompalar. Enerjinin bu yönlü aktarımı, elektrik santrallerince sağlanan bir giriş enerjisinin klimaya verilmesini gerektirir.

Clausius ve Kelvin Planck'ın ikinci kanun ifadeleri, ilk bakışta ilgisiz gibi görülür. Gerçekte, bu ifadeler her bakımdan özdeştir. Bunu burada ispatlamayacağız fakat bu ifadelerden biri yanlışsa, diğerinin de yanlış olduğu gösterilebilir.[3]



TERSİNİR VE TERSİNMEZ İŞLEMLER



Şekil 22.7 Bir gazın adyabatik serbest genleşmesi.

Bir sonraki kesimde teorik olarak en yüksek verimde çalışan ısı makinasını tartışacağız. Bunun doğasını anlamak için ilk olarak tersinir ve tersinmez işlemleri incelemeliyiz. Bir **tersinir** işlemde (süreçte) sistem, *PV* diyagramı üzerinde gösterilen aynı yol boyunca başlangıç şartlarına geri döndürülebilir ve bu yol üzerindeki her nokta bir eşdeğer hali gösterir. Bu şartları sağlamayan bir süreç **tersinmezdir**.

Bütün doğal süreçler tersinmez olarak bilinirler. Seçilebilecek sonsuz sayıda örnekten, Kesim 20.6 'da bahsettiğimiz bir gazın adyabatik serbest genleşmesini inceleyelim ve bunun tersinir olamayacağını gösterelim. Ele alacağımız sistem, Şekil 22.7'de de gösterildiği gibi ısıl olarak yalıtılmış bir kaptaki gazdır. Zar gazı vakumdan ayırır. Zar delinirse (veya patlarsa) gaz vakuma doğru serbestce genleşir. Patlama sonucu sistem, genişleyerek daha büyük bir hacmi kaplayacağından değişecektir. Gaz, etrafına bir kuvvet uygulamayacağından, genleşirken çevresi üzerinde bir iş yapmayacaktır. Ayrıca, kap çevresinden yalıtıldığından, ısı yoluyla gaza veya gazdan dışarıya enerji transferi olmayacaktır. O halde bu adyabatik işlemde sistem değişmiş fakat çevresi sabit kalmıştır.

Bu işlemin tersinir olabilmesi için gazı, çevresini değiştirmeden ilk hacim ve sıcaklığına döndürebilmemiz gerekir. Bunu yapabilmek için, kaba bir piston koyar ve pistonu içe doğru sürecek bir makina kullanırız. Ayrıca, bu işlem sırasında sistem üzerinde dış etken tarafından iş yapıldığından çevre değişir. Ayrıca sıkıştırılan gazın sıcaklığı artırdığından sistem de değişecektir. Gazı, bir dış enerji deposu, ile temas haline getirerek sıcaklığını azaltabiliriz. Bu adım

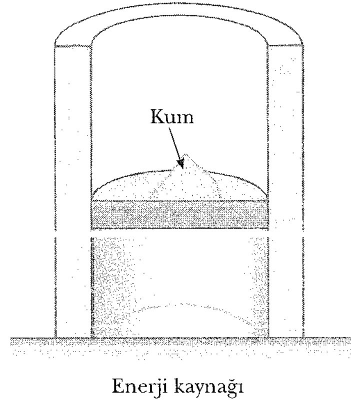
[2] İlk olarak Rudolf Clasius (1822-1888) tarafından ifade edilmiştir.
[3] Örneğin bakınız; N.P. Bauman, *Modern Thermodynamiccs and Statistical Mechanics*, New York, Macmillan Publishing Co., 1992.

gazı ilk şartlarına geri getirilmesini sağlamakla birlikte, gazdan çevreye enerji aktarımı olduğundan yine çevre etkilenmiş olacaktır. Bu enerji, bir yolla gazı sıkıştırmada kullandığımız motoru sürmede kullanılsa idi, bu durumda çevreye olan enerji aktarımı sıfır olurdu. Bu yolla sistem ve çevresi başlangıç koşullarına geri döndürülebilir ve işlemi tersinir olurdu. Fakat, ikinci kanunla ilgili Kelvin-Planck'ın ifadesi, gazı ilk sıcaklığına getirmek için ondan alınan enerji, gazın sıkışmasında motorun yaptığı iş olarak tamamen mekanik enerjiye çevrilemeyeceğini söyler. O halde, bu işlemin tersinmez olduğu sonucunu çıkarmak zorundayız.

Denge durumlarını gösteren tersinir süreçlerin tanımının bir kısmına dayanarak serbest adyabatik genleşmenin tersinmez olduğunu da tartışabilirdik. Örneğin, genleşme sırasında gazın basıncında önemli değişmeler gözlenir. O halde ilk ve son durumlar arasındaki herhangi bir zamanda basıncın tamamen belli bir değeri yoktur. Aslında işlem, *PV* diyagramında bir yol olarak bile temsil edilemez. Bir adyabatik serbest genleşmenin PV diyagramı, ilk ve son şartları birer nokta olarak gösterecekti, fakat bu noktalar bir yolla birbirlerine bağlanamayacaktı. O halde ilk ve son durumlar arasındaki ara şartları, denge durumları olmayacağından işlem tersinmez olacaktır.

Bütün gerçek işlemler daima tersinmez olmakla beraber, bazı işlemler de hemen hemen tersinirdir. Örneğin, Şekil 22.8'de gösterildiği gibi, sürtünmesiz bir piston üzerine kum taneleri düşürülerek bir gazı yavaşça sıkıştırdığımızı düşünelim. Bu işlem, gazı bir enerji deposu ile ısıl temasa getirerek izotermal olarak yapabilir; ve sıcaklığı sabit tutmak için işlem sırasında yeterince enerjiyi gazdan depoya aktarabiliriz. Gazın basınç, hacim ve sıcaklığı izotermal sıkışma sırasında iyice tanımlanır; böylece işlem sırasındaki her bir durum, bir denge durumu olur. Her seferinde pistona bir kum tanesi eklenir ve böylece basınç hafifçe artarken gazın hacmi hafifçe azalır. Eklediğimiz her bir kum tanesi yeni bir denge haline geçişi temsil eder. Bu işlemi, taneleri tek tek piston üzerinden kaldırarak tersine çevirebiliriz.

Tersinir bir işlemin genel özelliği, mekanik enerjiyi iç enerjiye çeviren harcayıcı etkilerin (sürtünme veya türbülans gibi) bulunmamasıdır. Bu tür etkileri tamamen ortadan kaldırmak imkansızdır. Dolayısıyla doğadaki gerçek süreçlerin tersinmez olmaları da şaşırtıcı değildir.

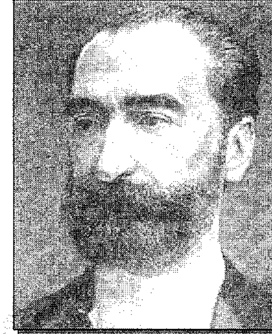


Şekil 22.8 Bir enerji kaynağı ile temasta bulunan gaz, piston üzerine kum tanecikleri düşürülerek yavaşça sıkıştırılıyor. Sıkışma, eş-sıcaklıkta (izotermal) ve tersinirdir.

22.3 CARNOT MOTORU

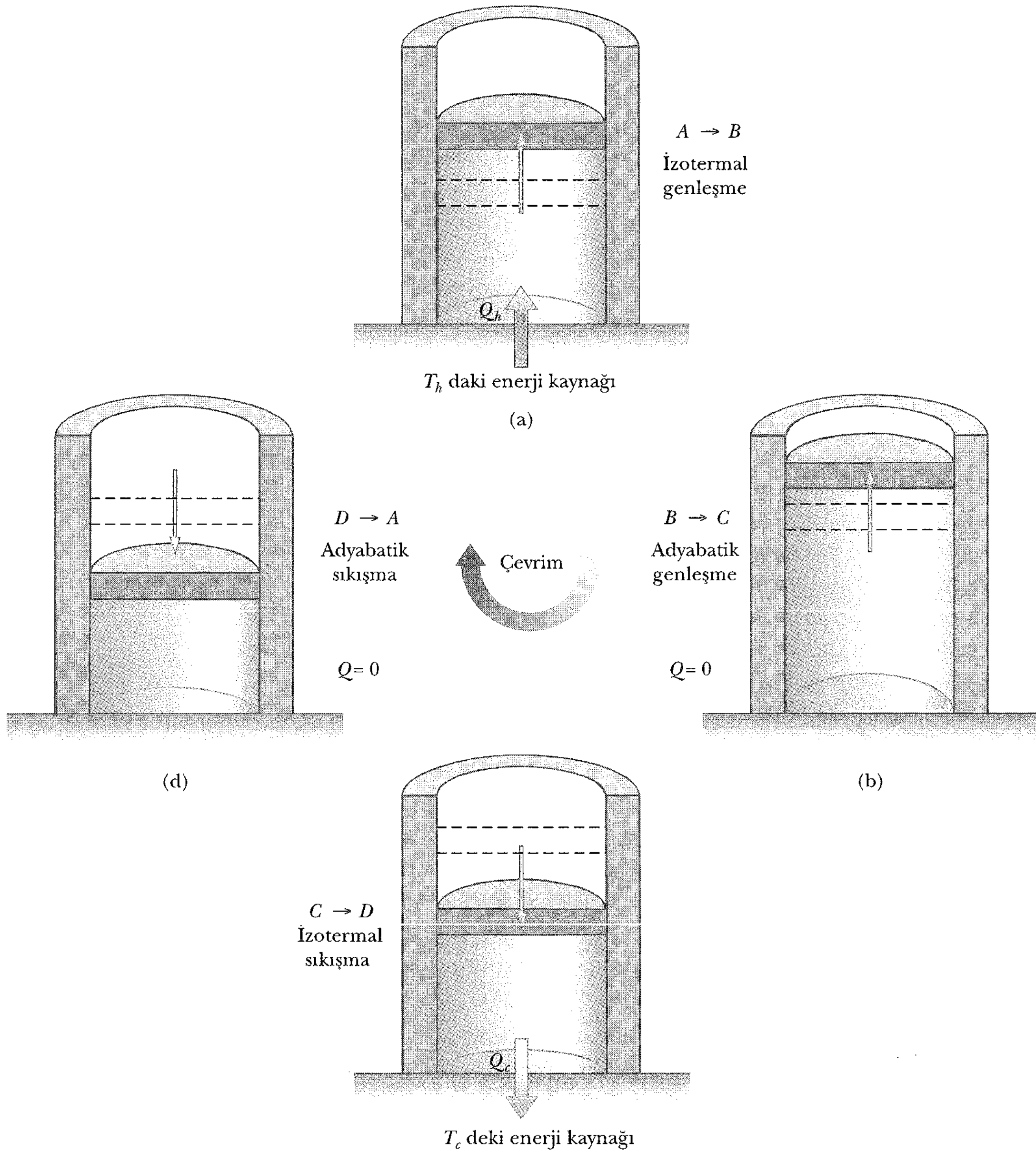
10.9 1824'te Fransız mühendis Sadi Carnot, şimdi **Carnot motoru** denilen hem teoride hem de pratikte çok önemli olan bir çevrim tanımlamıştır. Carnot, bu çevirime göre iki ısı kaynağı arasında tersinir olarak çalışan bir ısı makinasının, mümkün olan en yüksek verime sahip olduğunu göstermiştir. Yani, Carnot çevrimi boyunca ilerleyen bir maddenin yaptığı net iş, maddeye yüksek sıcaklıkta verilen enerji miktarı ile, sağlanan mümkün olan en büyük iştir. **Carnot teoremi** aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

İki ısı kaynağı arasında çalışan bir ısı motorunun verimi, aynı ısı kaynakları arasında çalışan Carnot motorunun veriminden daha büyük olamaz.



Sadi Carnot **Fransız fizikçi (1796-1832)** Carnot, ısı ve iş arasında nicel bir bağıntı olduğunu ilk gösteren Fransız fizikçidir. Isı makinalarının endüstriyel, politik ve ekonomik önemini ortaya koyan tek eseri "ısının hareket ettirici gücü üzerine düşünceler" adlı çalışması 1824 'de yayınlanmıştır. Bu eserinde işi "bir yüksekliğe kaldıran ağırlık" olarak tanımlamıştır. (FPG)

Bu teoremin geçerliliğini tartışmak için, aynı enerji kaynakları arasında çalışan iki ısı makinamız olsun. Bunlardan birisi Carnot motoru olsun. Carnot motorunun verimi e_C, diğerinin verimi e olsun. e nin e_C den büyük olduğunu düşünelim. Daha verimli motoru, Carnot matorunun bir Carnot buzdolabı olarak çalıştırmakta kullanalım. Böylece daha yüksek verimli motorunun iş çı-

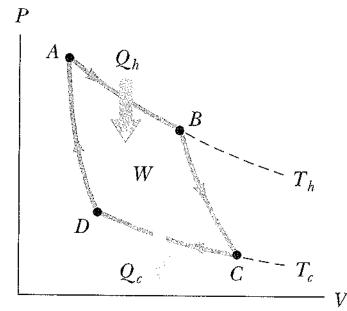


Şekil 22.9 Carnot çevirimi. $A \rightarrow B$ işleminde, T_h sıcaklığındaki kaynakla temastaki gaz, sıcaklığı değişmeden genleşmektedir. $B \rightarrow C$ işleminde, gaz adyabatik olarak genleşir ($Q = 0$). $C \rightarrow D$ işleminde T_c'deki ($T_c < T_h$) kaynakla temasta iken gaz, sıcaklığı değişmeden sıkıştırılır. $D \rightarrow A$ işleminde, gaz adyabatik olarak sıkıştırılır. Piston üzerindeki yukarı doğru ok, genleşmede ağırlığın azaldığını gösterir. Aşağı yönlü ok da, sıkışma sırasında ağırlığın arttığını gösterir.

kışı, Carnot buzdolabının iş girişine eşitlenir. O halde makina (motor) ile buzdolabı *bileşiminin* çevresiyle hiçbir iş alışverişi oluşmaz. Makina, buzdolabından daha verimli olduğu varsayıldığından, bu bileşimin net sonucu, bileşim üzerinde iş yapılmaksızın soğuk kaynaktan sıcak kaynağa enerji transferi oluşmasıdır. Clasiuis'un ikinci kanun ifadesine göre bu imkansızdır. **Bütün gerçek makinalar (motorlar), tersinir bir çevrim boyunca çalışmadıklarından verimleri, Carnot makinesinin veriminden daha azdır.** Gerçek makinaların verimi, sürtünme ve iletim yoluyla enerji kaybı gibi güçlüklerden dolayı daha da azalır. Bu nedenle, $e > e_C$ kabulü yanlıştır.

Carnot çevrimini açıklamak üzere, T_h ve T_c sıcaklıkları arasında kullanılan maddeyi bir ideal gaz kabul edeceğiz. Bu gazı, bir ucunda hareket edebilen bir piston bulunan bir silindir içinde düşüneceğiz. Silindir duvarları ve piston ısı bakımından iletken değildir. Carnot çevriminin dört kademesi Şekil 22.9 'da gösterilmiştir. Şekil 22.10, bu çevrimin *PV* diagramıdır. Carnot çevrimi, iki adyabatik, iki de izotermal işlem (süreç) içerir ve bunların tümü tersinir işlemlerdir:

1. $A \rightarrow B$ işlemi (Şekil 22.9a), T_h sıcaklığında, izotermal bir genleşmedir. Gaz T_h sıcaklığındaki bir enerji kaynağı ile ısıl temastadır. Genleşme sırasında gaz Q_h enerjisini silindirin tabanı yoluyla kaynaktan soğurur ve pistonu yükselterek W_{AB} işini yapar.
2. $B \rightarrow C$ işleminde (Şekil 22.9b), silindirin tabanı termal olarak yalıtılır ve gaz adyabatik olarak genleşir. Yani sistemden ayrılan veya sisteme giren ısı yoktur. Bu işlem süresince sıcaklık T_h den T_c ye düşer ve yine gaz pistonu yükselterek W_{BC} işini yapar.
3. $C \rightarrow D$ işleminde, gaz T_c sıcaklığındaki kaynak ile ısıl temasdadır (Şekil 22.9c). Gaz T_c sıcaklığında, izotermal olarak sıkıştırılır. Bu sürede gaz, kaynağa Q_c enerjisini verir ve gaz üzerinde W_{CD} işi yapılır.
4. Son $D \rightarrow A$ işleminde, silindir tabanı termal olarak yalıtılır (Şekil. 22.9d) ve gaz adyabatik olarak sıkıştırılır. Gazın sıcaklığı T_h ye yükseltilir ve gaz üzerine dıştan W_{DA} işi yapılır.



Şekil 22.10 Carnot çevriminin *PV* diagramı. Yapılan net iş *W*, bir çevirim boyunca alınan net ısıya (Q_h - Q_c) eşittir. Çevrim boyunca $\Delta E_{iç} = 0$ olduğuna dikkat ediniz.

Bu tersinir, kapalı çevrimde yapılan net iş, Şekil 22.10 daki *PV* diagramında *ABCDA* yolu ile çevrelenen alana eşittir. Kesim 22.1 de gösterildiği gibi, bir çevrimde yapılan net iş, sisteme aktarılan net ısı $Q_h - Q_c$'ye eşittir. Böylece makinanın ısıl (termal) verimi 22.2 Eşitliği ile verilir:

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}$$

Örnek 22.2 de, bir Carnot çevirimi için Q_c/Q_h ısı oranlarının

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \qquad \textbf{(22.3)}$$

Carnot çevrimi için enerji oranı

ile verildiği gösterilecektir. Böylece, bir Carnot motorunun ısıl verimi

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} \qquad \textbf{(22.4)}$$

Carnot motorunun verimliliği

dir. Bu sonuç **eşdeğer iki sıcaklık arasında çalışan bütün Carnot motorlarının aynı verime sahip olacağını gösterir.**

22.4 Eşitliği, iki ısı deposu arasındaki Carnot çeviriminde kullanılan herhangi bir maddeye uygulanabilir. Bu sonuca göre, $T_c = T_h$ ise, beklendiği gibi verim sıfırdır. T_c küçülürken ve T_h yükseltilirken verim artar. $T_c = 0K$ olursa verim 100% olur. Böyle bir depo (kaynak) olmadığından verim daima 1 den küçüktür. Pekçok pratik halde, soğuk kaynak oda sıcaklığına (300K) yakındır. Bu nedenle sıcak kaynağın sıcaklığını yukarı çekerek verimi artırmak uygun olur.

ÖRNEK 22.2 Carnot Motorunun Verimi

Bir ideal gaz kullanarak, Carnot çevrimi ile çalışan bir ısı makinasının veriminin, 22.4 Eşitliği ile verildiğini gösteriniz.

Çözüm $A \rightarrow B$ izotermal genleşmesi süresince (Şekil 22.9a), sıcaklık değişmez, bu yüzden iç enerji sabit kalır. Bir izotermal genleşme sırasında gaz tarafından yapılan iş 20.13 Eşitliği ile verilir. Birinci kanuna göre, soğurulan Q_h ısısı yapılan işe eşittir:

$$Q_h = W_{AB} = nRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Benzer tarzda, $C \rightarrow D$ izotermal sıkışma süresince soğuk kaynağa verilen ısı

$$Q_c = |W_{CD}| = nRT_c \ln \frac{V_C}{V_D}$$

ile verilir. Daha önce bahsettiğimiz gibi, bir ısı makinası için Q'nun bütün değerlerini pozitif olarak tanımladığımızdan burada işin mutlak değerini alıyoruz. Bu ifadeleri taraf tarafa bölersek aşağıdaki sonuç bulunur:

$$(1) \qquad \frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h} \frac{\ln (V_C / V_D)}{\ln (V_B / V_A)}$$

Şimdi, hacimların oranı arasında bir bağıntı elde ederek logaritmik büyüklüklerin oranının 1 'e eşit olduğunu göstereceğiz. Herhangi bir yarı kararlı adyabatik işlem için basınçla hacim arasındaki ilişki (21.18) 'e göre

$$(2) \qquad PV^\gamma = \text{sabit}$$

dir. Herhangi bir tersinir, yarı kararlı işlemde, ideal gaz $PV = nRT$ hâl denklemine uymalıdır. Bu sonucu yukarda yerine koyup basıncı yok edersek

$$\frac{nRT}{V} V^\gamma = \text{sabit}$$

ifadesini elde ederiz. Bu ifade

$$TV^{\gamma-1} = \text{sabit}$$

şeklinde de yazılabilir. Burada nR 'yi sağdaki sabitlerin içine soktuk. Bu sonucu $B \rightarrow C$ ve $D \rightarrow A$ adyabatik işlemlerine uygularsak

$$T_h V_B^{\gamma-1} = T_c V_C^{\gamma-1}$$

$$T_h V_A^{\gamma-1} = T_c V_D^{\gamma-1}$$

bulunur. Bu eşitlikleri taraf tarafa bölerek aşağıdaki ifadeler elde edilir:

$$(V_B / V_A)^{\gamma-1} = (V_C / V_D)^{\gamma-1}$$

$$(3) \qquad \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_C}{V_D}$$

(3) ifadesi (1) 'de yerine konursa, logaritmik terimlerin birbirini götürdüğünü görürüz ve

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

eşitliğini elde ederiz. Bu sonucu ve 22.2 Eşitliğini kullanarak, Carnot motorunun verimi için

$$e_C = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

buluruz. Bu ifade, aradığımız 22.4 Eşitliğidir.

ÖRNEK 22.3 Buhar Makinası

Bir buhar makinası 500 K 'de çalışan bir kazana sahiptir. Yanan yakıttan gelen enerji, suyu buhara çevirir ve bu buhar daha sonra pistonu hareket ettirir. Dışardaki havanın sıcaklığı (eksoz sıcaklığı), yaklaşık 300 K 'dır. Bu buhar makinasının maksimum termal (ısıl) verimi nedir?

Çözüm Carnot motorunun verim ifadesinden, söz konusu sıcaklıklar arasında çalışan, herhangi bir makinanın maksimum ısıl verimini bulabiliriz:

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} = 1 - \frac{300\text{ K}}{500\text{ K}} = 0{,}4 \quad \text{veya} \quad \%40$$

Bu rakam, makinanın en yüksek teorik verimdir. Pratikte verim çok daha düşüktür.

Alıştırma Her bir çevrim boyunca sıcak kaynaktan 200J ısı soğuran bu makinanın yapabileceği maksimum işi bulunuz.

Cevap 80 J.

ÖRNEK 22.4 **Carnot Verimi**

Carnot çevrimi yapan bir motorun en büyük teorik verimi %30 'dur. Bu makina soğuk depo olarak sıcaklığı 300K olan atmosferi kullanırsa, sıcak kaynağın sıcaklığı nedir?

Çözüm T_h 'yi bulmak için Carnot verimi kullanılır:

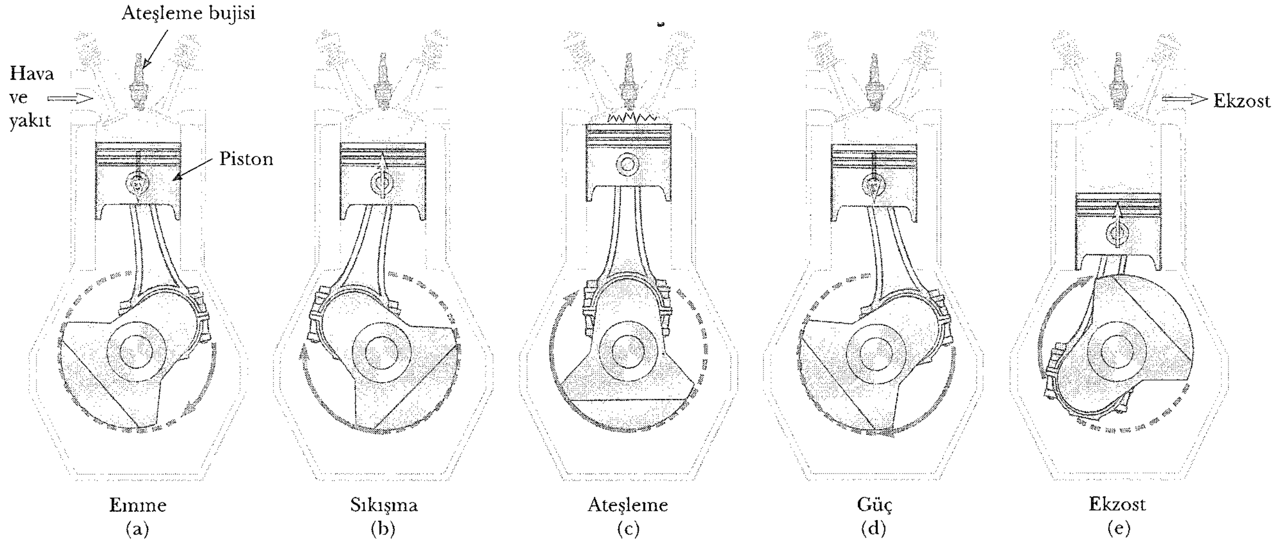
$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

$$T_h = \frac{T_c}{1 - e_C} = \frac{300\,\text{K}}{1 - 0{,}3} = 430\text{K}$$

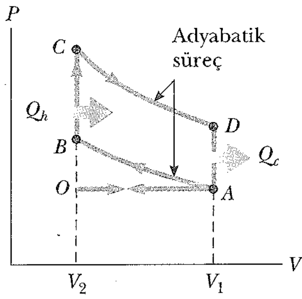
22.4 BENZİNLİ VE DİZEL MOTORLAR

Bir benzinli motorda her bir cevrimde altı işlem meydana gelir; bunların beş tanesi Şekil 22.11'de gösterilmiştir. Bu tartışmamızda sistemimiz, pistonun üstünde kalan silindirin iç kısmıdır ve burada, motorun çalışması sırasında tekrarlanan çevrim oluşur. Verilen bir çevrimde piston, iki kez yukarıya ve aşağıya hareket eder. Bu iki aşağı ve iki de yukarı vuruş içeren bir dört vuruşlu çevrimi temsil eder. Çevrimdeki bu işlemler, *PV* diyagramı Şekil 22.12 'de gösterilen bir **Otto çevrimine** yaklaştırılabilir:

1. *O → A emme zamanında* (Şekil 22.11a), piston aşağı hareket eder ve hava ile yakıttan oluşan gaz karışımı atmosfer basıncında silindir içine çekilir, Bu işlemde hacim V_2 'den V_1 'e yükselir. Bu, yakıtta depolanan iç enerjinin sisteme (silindir içine) girmesi nedeni ile çevrimin enerji giriş kısmını oluşturur. Bu, enerjinin *kütle transferi* ile aktarımıdır, yani enerji bir maddede taşınmaktadır. Bu, Bölüm 20 'de tartıştığımız konveksiyona benzer.
2. *A → B sıkıştırma zamanında* (Şekil 22.11b) piston yukarı hareket eder, hava yakıt karışımı V_1 hacminden V_2 hacmine adyabatik olarak sıkıştırılır ve sıcaklık T_A ' dan T_B 'ye yükselir. Gazın yaptığı iş negatiftir ve değeri Şekil 22.12 'deki *AB* eğrisinin altındaki alana eşittir.
3. *A → B* işleminde buji ateşleme yaptığında yanma oluşur (Şekil 22.11c). Bu, piston en yüsek konumda iken çok kısa bir sürede oluştuğundan, çevrimin bir parçası değildir. Yanma, yakıttaki kimyasal bağlarda depolanan iç enerjinin sıcaklığa bağlı moleküler hareketin içe enerjisine hızlı bir dönüşümü temsil eder. Bu zaman süresince silindir içindeki basınç ve sıcaklık hızla artar, sıcaklık T_B 'den T_C 'ye yükselir. Fakat zaman aralığı kısa olduğundan hacim hemen hemen sabit kalır. Sonuç olarak gaz hemen hemen hiçbir iş yapmaz. Bu işlemi, Q_h ısı enerjisinin sisteme girdiği bir *PV* diyagramı ile modelleyebiliriz (Şekil 22.12). Fakat, gerçekte bu işlem bir transferden çok, (*O → A* işlemi sebebiyle) silindirde bulunan enerjinin dönüşmesi işlemidir.
4. *Güç verme zamanında* (Şekil 22.11d) gaz adyabatik olarak V_2'den V_1'e genle-



Şekil 22.11 Standard bir benzin motorunun dört zamanlı çevrimi. (a) Emme zamanında hava ve yakıt karıştırılır. (b) Emme vanası kapanır ve karışım pistonla sıkıştırılır. (c) Karışım bir buji ile ateşlenir ve daha yüksek sıcaklığa çıkar. (d) Güç verme zamanında gaz pistonu iterek genişler. (e) Son olarak artık gaz (egzost gazı) dışarı atılır ve çevrim tekrarlanır.



Şekil 22.12 Bir içten yanmalı motorda meydana gelen işlemleri yaklaşık olarak temsil eden otto çevrimi için *PV* diyagramı

şir. Bu genleşme, sıcakılğın T_C'den T_D'ye düşmesine sebep olur. Pistonu aşağı iterek iş yapar ve bu işin değeri *CD* eğrisi altında kalan alana eşittir.

5. (Şekil 22.11 'de gösterilmeyen) $D \rightarrow A$ işleminde, bir çıkış (egzost) vanası, piston, yolunun en alt kısmına ulaştığında açılır ve basınç bu kısa zaman aralığında aniden düşer. Bu zaman aralığında piston hemen hemen durgundur ve hacim yaklaşık olarak sabit bir değerdedir. Enerji silindirin içinden dışarıya atılır ve bir sonraki işlem sırasında atılmaya devam eder.
6. Son işlemdeki *$A \rightarrow O$ egzost zamanında* (Şekil 22.11e) çıkış vanası açık kalmaya devam ederken piston yukarı doğru hareket eder. Kalan gazlar atmosfer basıncında dışarı atılır ve hacim V_1 'den V_2 'ye düşer. Çevrim böylece tekrarlanır.

Hava-yakıt karışımı ideal gaz olarak kabul edilirse, Otto çevriminin verimi,

Otto çevriminin verimi

$$e = 1 - \frac{1}{(V_1 / V_2)^{\gamma - 1}} \tag{22.5}$$

olur. Burada γ yakıt-hava karışımı için molar ısı sığalarının C_P/C_V oranı ve V_1/V_2 ise **sıkışma oranıdır**. Örnek 22.5 'te türettiğimiz Eşitlik 22.5, verimin sıkışma oranı arttıkça artacağını gösterir. Tipik sıkışma oranı 8 ve $\gamma = 1{,}4$ için, ideal bir Otto çevirimine göre çalışan bir makinanın beklenen teorik verimi %56 dır. Bu, gerçek motorlarda ulaşılan verimden (%15'den %20'ye) çok büyüktür. Bunun nedeni sürtünme, silindir duvarlarından ısı kaçakları ve tam yanmamış hava-yakıt karışımıdır.

Dizel motorlar Otto çevrimine benzer bir çevrimde çalışır, fakat ateşleyici buji kullanılmaz. Bir dizel motorunun sıkışma oranı benzinli motora göre ol-

dukça yüksektir. Silindirdeki hava çok küçük bir hacme sıkıştırılır ve bunun sonucunda silindirir sıcaklığı oldukça yüksektir. Bu noktada yakıt silindire püskürtülür sıcaklık, yakıt-hava karışımını bujiye ihtiyaç duymadan eteşleyecek kadar yüksektir. Dizel motorları, benzinli motorlara göre yüksek sıkışma oranları ve bundan doğan yüksek sıkışma sıcaklıkları nedeni ile daha verimlidir.

ÖRNEK 22.5 Otto Çevriminin Verimi

İdeal bir Otto çevirimine göre çalışan (Şekil 22.11 ve 22.12 'ye bakın) bir makinanın termal veriminin 22.5 eşitliği ile verildiğini gösteriniz. Çalışma maddesini ideal gaz olarak alınız.

Çözüm Önce her çevrim için gaz tarafından yapılan işi hesaplayalım. $B \rightarrow C$ ve $D \rightarrow A$ işlemleri boyunca iş yapılmaz. $A \rightarrow B$ adyabatik sıkışması sırasında gaz tarafından yapılan iş negatif, $C \rightarrow D$ adyabatik genleşmesi sırasında gazın yaptığı iş pozitiftir. Yapılan net iş, Şekil 22.12 'deki kapalı eğrinin oluşturduğu alana eşittir. Kapalı bir çevrim boyunca iç enejideki değişme sıfır olduğundan, her çevrim için yapılan net iş, birinci kanuna göre sisteme verilen net enerjiye eşittir:

$$W = Q_h - Q_c$$

$B \rightarrow C$ ve $D \rightarrow A$ işlemleri sabit hacimde ve gaz ideal olduğundan, molar ısı sığalarının tanımından (Eşitlik 21.8)

$$Q_h = nC_V(T_C - T_B) \quad \text{ve} \quad Q_c = nC_V(T_D - T_A)$$

yazılabilir. Bu ifadeleri ve 22.2 Eşitliğini kullanarak termal verim için

$$(1) \qquad e = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

elde edilir. $A \rightarrow B$ ve $C \rightarrow D$ işlemleri adyabatik olduğundan Örnek 22.2 'de elde ettiğimiz $TV^{\gamma-1}$ = sabit Eşitliğini kullanarak yukardaki bağıntıyı basitleştirebiliriz. Bu durumda

$$A \rightarrow B: \qquad T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$$

$$C \rightarrow D: \qquad T_C V_C^{\gamma-1} = T_D V_D^{\gamma-1}$$

olur. $V_A = V_D = V_1$ ile $V_B = V_C = V_2$ olduğunu da gözönüne alırsak

$$T_A V_1^{\gamma-1} = T_B V_2^{\gamma-1}$$

$$(2) \qquad T_A = T_B\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{g-1}$$

$$T_D V_1^{\gamma-1} = T_C V_2^{\gamma-1}$$

$$(3) \qquad T_D = T_C\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

olduğunu buluruz. (2), (3) 'ten çıkarılır ve yeniden düzenlenirse,

$$(4) \qquad \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1}$$

buluruz. (4), (1) 'de yerine konulursa ısıl verim için

$$(5) \qquad e = 1 - \frac{1}{(V_1 / V_2)^{\gamma-1}}$$

elde ederiz. Bu, aradığımız Eşitlik 22.5 'tir. Bu verimi aynı zamanda sıcaklık cinsinden (2) ve (3) eşitliklerinden

$$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_A}{T_B} = \frac{T_D}{T_C}$$

olduğuna dikkat ederek ifade edebiliriz. Böylece (5),

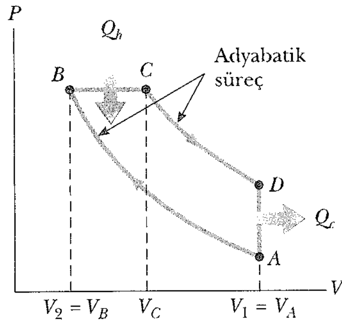
$$(6) \qquad e = 1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_C}$$

halini alır. Otto çevrimi süresince, en düşük sıcaklık T_A, en yüksek sıcaklık T_C 'dır. O halde, bu iki uç sıcaklık arasında çalışan bir Carnot makinasının verim ($e_C = 1 - (T_A / T_C)$ (6) Eşitliği ile verilen Otto çeviriminin ara veriminden daha *büyüktür.*

UYUGULAMA Benzinli ve Dizel Motor Modelleri

Bu ve önceki bölümlerde tartışılan termodinamik ilkeleri, benzinli ve dizel motorların performansını modellemede kullanabiliriz. Her iki motor cinsinde, gaz, ilk olarak motorun silindirinde sıkıştırılır, sonra yakıt-hava karışımı ateşlenir. Gaz üzerinde iş sıkışma sırasında yapılır, fakat daha büyük bir iş, yanma sırasında silindir genleşeceğinden karışım tarafından piston üzerinde yapılır. Motorun gücü pistondan krank miline bir kolla aktarılır.

Her iki motorun iki önemli niceliği, piston silindirin dibinden tepesine hareket ettikçe yerdeğiştirdiği hacim olan **yerdeğiştirme hacmi** ve silindirin maksimum ve minimum hacimlerinin oranı olan r sıkıştırma oranıdır (sayfa 680'e bakınız). Bizim gösterimimizde Eşitlik 22.5 'te r =



Şekil 22.13 İdeal bir dizel motoru için *PV* diyagramı.

V_A/V_B veya V_1/V_2 'dir. Bir çok benzinli ve dizel motor, emme ve atma (egzost) zamanlarında yapılan net iş ihmal edilebilecek kadar küçük olduğundan bir dört-zamanlı işlemle (emme, sıkıştırma, güç sağlama, atma) çalışırlar. Böylece güç, krank milinin iki devrinden sadece birinde üretilir.

Bir dizel motorunda, sıkıştırma başlangıcında silindir içinde (yakıt olmaksızın) sadece hava bulunur. Şekil 22.13 'teki ideal dizel çevriminde, silindirdeki hava *A* 'dan *B* 'ye bir adyabatik sıkışmaya uğrar. *B* noktasında yakıt silindir o şekilde püskürtülür ki, yakıt karışımı sabit basınçta bir ara $V_C(B \rightarrow C)$ hacmine genleşir. Karışımın yüksek sıcaklığı yanmaya sebep olur ve güç zamanı $V_D = V_A(C \rightarrow D)$ 'ye doğru bir adyabatik genleşme olur. Çıkış sübapı açılır ve silindir boşaldıkça bir sabit hacimli enerji çıkışı $(D \rightarrow A)$ meydana gelir. Hesaplamalarımızı basitleştirmek için silindir içindeki karışımın hava dolu bir ideal gaz olduğunu varsayalım. *C* molar özgül ısısı yerine *c* özgül ısısını kullanacak ve bunun 300K 'de hava için sabit değerde olduğunu varsayacağız. Özgül ısı ve evrensel gaz sabitini mol yerine birim kütleler cinsinden ifade edeceğiz. Böylece, c_V = 0,718kJ/kg·K, c_P = 1,005kJ/kg·K, $\gamma = c_P/c_V = 1{,}40$ ve $R = c_P - c_V$ = 0,287kJ/kg·K = 0,287kPa·m^3/kg·K değerlerini elde ederiz.

3 L'lik Benzinli Motor

3 L 'lik bir yerdeğiştirme hacmine sahip 4000 rpm (devir/dk) da çalışan ve $r = 9{,}50$ 'lik bir sıkıştırma oranına sahip 6 silindirli benzinli bir motorun ürettiği gücü hesaplayalım. Hava-yakıt karışımı silindire atmosfer basıncında girer ve ortamın sıcaklığı 27°C 'dir. Patlama (yanma) sırasında karışımın sıcaklığı 1350°C 'a ulaşmaktadır.

Önce herbir silindirin yaptığı işi hesaplayalım. Başlangıç basıncını P_A = 100kPa ve sıcaklığı T_A = 300K alarak başlangıç hacmini ve hava-yakıt karışımının kütlesini hesaplayabiliriz. İlk ve son hacimlerinin oranının sıkıştırma oranı olduğunu biliyoruz:

$$\frac{V_A}{V_B} = r = 9{,}50$$

Ayrıca, hacim farkının yerdeğiştirme hacmi olduğunu da biliyoruz. 3 L 'lik bir motor hacmi, altı silindirin hepsinin kullandığı hacimdir. O halde silindir için

$$V_A - V_B = \frac{3L}{6} = \frac{3\times 10^{-3}\,\text{m}^3}{6} = 0{,}500\times 10^{-3}\,\text{m}^3$$

olur. Bu iki eşitliği birlikte çözerek ilk ve son hacimleri buluruz:

$$A_V = 0{,}559 \times 10^{-3}\,\text{m}^3 \qquad V_B = 0{,}588 \times 10^{-4}\,\text{m}^3$$

ideal gaz kanununu (mol yerine kütle cinsinden evrensel gaz sabitini kullandığınızdan $P_V = mRT$ formunda) kullanırsak, hava-yakıt karışımının kütlesini bulabiliriz:

$$m = \frac{P_A\ V_A}{RT_A} = \frac{(100\text{kPa})\,(0{,}559\times 10^{-3}\text{m}^3)}{(0{,}287\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})\ (300\text{K})}$$

$A \rightarrow B$ işlemi (Şekil 22.12 'ye bakınız) bir adyabatik sıkıştırmadır ve bu PV^γ = sabit anlamına gelir; buradan

$$P_B V_B^\gamma = P_A V_A^\gamma$$

$$P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma = P_A\,(r)^\gamma = (100\text{kPa})\,(9{,}50)^{1{,}40}$$

$$= 2{,}34 \times 10^3\ \text{kPa}$$

bulunur. İdeal gaz kanunu kullanılırsa sıkıştırma sonunda sıcaklık,

$$T_B = \frac{P_B\ V_B}{mR} = \frac{(2{,}34\times 10^3\text{kPa})\ (0{,}588 \times 10^4\text{m}^3)}{(6{,}49 \times 10^{-4}\text{kg})\,(0{,}287\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})}$$

$$= 739\ \text{K}$$

olur.

$B \rightarrow C$ işleminde yanma, kimyasal bağlardaki iç enerjiyi, sabit hacimde yani $V_C = V_B$ de moleküler hareketin iç enerjisine dönüştürür. Patlama, sıcaklığın T_C = 1350°C = 1623K 'e yükselmesine sabep olur. Bu değeri ve ideal gaz kanununu kullanarak P_C 'yi hesaplayabiliriz:

$$P_C = \frac{mRT_C}{V_C}$$

$$= \frac{(6{,}49\times 10^{-4}\text{kg})\,(0{,}287\text{kPa}\cdot\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{K})\ (1\,623\ \text{K})}{(0{,}588\times 10^{-4}\text{m}^3)}$$

$$= 5{,}14 \times 10^3\text{kPa}$$

$C \rightarrow D$ işlemi bir adyabatik genleşmedir; genleşme sonrası basınç,

$$P_D = P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma = P_C\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^\gamma = P_C\left(\frac{1}{r}\right)^\gamma$$

$$= (5{,}14\times 10^3\ \text{kPa})\left(\frac{1}{9{,}50}\right)^{1{,}40} = 220\text{kPa}$$

olur. Yine ideal gaz kanununu kullanarak son sıcaklığı bulabiliriz:

$$T_D = \frac{P_D V_D}{mR} = \frac{(220\text{kPa})\ (0{,}559 \times 10^{-3}\text{m}^3)}{(6{,}49 \times 10^{-4}\text{ kg})\,(0{,}287\text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})}$$

$$= 660\text{ K}$$

Şimdi, herbir çevrimin ilk ve son sıcaklıklarını biliyoruz. Artık, herbir silindir tarafından her iki çevrimde yapılan net iş ve net enerji transferini hesaplayabiliriz. Eşitlik 21.8'den

$$Q_h = Q_{\text{giriş}} = mc_V(T_C - T_B)$$

$$= (6{,}49 \times 10^{-4}\text{ kg})\,(0{,}718\text{ kJ/kg·K})\,(1623\text{ K} - 739\text{ K})$$

$$= 0{,}412\text{ kJ}$$

$$Q_c = Q_{\text{çıkış}} = mc_V(T_D - T_A)$$

$$= (6{,}49 \times 10^{-4}\text{ kg})\,(0{,}718\text{ kJ/kg·K})\,(660\text{ K} - 300\text{ K})$$

$$= 0{,}168\text{ kJ}$$

$$W_{\text{net}} = Q_{\text{giriş}} - Q_{\text{çıkış}} = 0{,}244\text{ kJ}$$

bulunur. Eşitlik 22.2 'den verim $e = W_{\text{net}}/Q_{\text{giriş}} = \%59$ olarak bulunur (Eşitlik 22.5 'den verimi doğrudan sıkışma oranından da hesaplayabilirdik).

Gücün, krank milinin iki dönüşümünde dağıtıldığını hatırlarsak, 4000dev/dak hızla çalışan altı silindirli motorun net gücü

$$\mathcal{P}_{\text{net}} = 6\left(\frac{1}{2\text{ dev}}\right) 4000\text{ dev/dak})\ (1\text{ dak/60s})\ (0{,}244\text{ kJ})$$

$$= 49\text{ kW} = 66\text{ hp (B.G)}$$

olur.

2 L 'lik Dizel Motoru

2,00L yerdeğiştirme hacmi olan ve 3000dev/dk 'da çalışan bir dört silindirli dizel motorun ürettiği gücü hesaplayalım. Sıkıştırma oranı $r = V_A/V_B = 22$ ve Şekil 22.13 'teki $B \rightarrow C$ sabit-hacimli işlem sırasında hacim değişimi oranı olan **kesme oranı** $r_C = V_C/V_B = 2$ 'dır. Hava her silirdire atmosfer basıncı ve 27°C 'lik ortam sıcaklığında sıkıştırma çevriminin başında girmektedir.

Dizel motoru modelimiz, benzinli motorunkine benzer; şu farkla: dizelde yakıt B noktasında pürkürtülür ve $A \rightarrow B$ sıkıştırma çevriminin sonunda sıcaklık, tutuşma derecesine ulaştığında karışım kendi kendine ateşlenir. Burada enerji girişinin $B \rightarrow C$ sabit-basınç işleminde oluşduğunu ve genleşme işleminin C 'den D 'ye ısı yoluyla başka bir enerji transferi olmaksızın devam ettiğini varsayıyoruz.

İlk hacmi $V_A = (2 \times 10^{-3}\text{m}^3)/4 = 0{,}500 \times 10^{-3}\text{m}^3$ olan herbir silindirin yaptığı işi hesaplayalım. Sıkıştırma oranı oldukça yüksek olduğundan, maksimum silindir hacmi yaklaşık yerdeğiştirme hacmi kadar olsun. İlk basınç $P_V = 1000$ kPa ve ilk sıcaklık $T_A = 300$ K olursa, ideal gaz kanununu kullanarak silindirdeki havanın kütlesini hesaplayabiliriz:

$$m = \frac{P_A V_A}{RT_A} = \frac{(100\text{kPa})\ (0{,}500 \times 10^{-3}\text{m}^3)}{(0{,}287\text{kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})\ (300\text{K})} = 5{,}81 \times 10^{-4}\text{kg}$$

$A \rightarrow B$ işlemi bir adyabatik sıkıştırmadır, böylece PV^γ = sabittir. Buradan,

$$P_B V_B^\gamma = P_A V_A^\gamma$$

$$P_B = P_A \left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma = (100\text{ kPa})\,(22)^{1,40} = 7{,}57 \times 10^3\text{ kPa}$$

olur. İdeal gaz kanununu kullanarak sıkıştırmadan sonra havanın sıcaklığını

$$T_B = \frac{P_B V_B}{mR} = \frac{(7{,}57 \times 10^3\text{m}^3)\,(0{,}5 \times 10^{-3}\text{m}^3)\left(\frac{1}{22}\right)}{(5{,}81 \times 10^{-4}\text{kg})\,(0{,}287\text{ kPa·m}^3/\text{kg·K})}$$

$$= 1{,}03 \times 10^3\text{K}$$

olarak buluruz.

$B \rightarrow C$ işlemi bir sabit basınçlı genleşmedir; o halde $P_C = P_B$ olur. 2 'lik kesme oranından, hacmin bu işlemde iki katına çıktığını biliriz. İdeal gaz kanununa göre bir izobarik işlemdeki hacmin iki katına çıkması, sıcaklığın da iki katına çıkması anlamına gelir. Dolayısı ile

$$T_C = 2T_B = 2{,}06 \times 10^3\text{ K}$$

olur. $C \rightarrow D$ işlemi bir adyabatik genleşmedir. Buna göre

$$P_D = P_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma = P_C\left(\frac{V_C}{V_B}\frac{V_B}{V_D}\right)^\gamma = P_C\left(r_c\frac{1}{r}\right)^\gamma$$

$$= (7{,}57 \times 10^3\text{kPa})\left(\frac{2}{22}\right)^{1,40} = 264\text{kPa}$$

elde edilir. İdeal gaz kanunundan D 'deki sıcaklığı bulabiliriz:

$$T_D = \frac{P_D V_D}{mR} = \frac{(264\text{kPa})\ (0{,}500 \times 10^{-3}\text{ m}^3)}{(5{,}81 \times 10^{-4}\text{kg})\,(0{,}287\text{ kPa} \cdot \text{m}^3/\text{kg} \cdot \text{K})}$$

$$= 792\text{ K}$$

Şimdi herbir işlemin ilk ve son sıcaklıklarını bildiğimizden her iki çevrimde herbir silindir tarafından yapılan net işi ve ısı yolu ile yapılan net enerji transferini hesaplayabiliriz.

$$Q_h = Q_{\text{giriş}} = mc_P(T_C - T_B) = 0{,}601\text{ kJ}$$

$$Q_c = Q_{\text{çıkış}} = mc_V(T_D - T_A) = 0{,}205\text{ kJ}$$

$$W_{\text{net}} = Q_{\text{giriş}} - Q_{\text{çıkış}} = 0{,}396\text{ kJ}$$

Verim $e = W_{\text{net}}/Q_{\text{giriş}} = \%66$ 'dır.

3000dev/dk 'da çalışan dört silindirli bir motorun net gücü,

$$\mathcal{P}_{\text{net}} = 4\left(\frac{1}{2\text{dev}}\right)\ (3000\text{ dev/dak})\ (\text{dak/60 s})\ (0{,}396\text{ kJ})$$

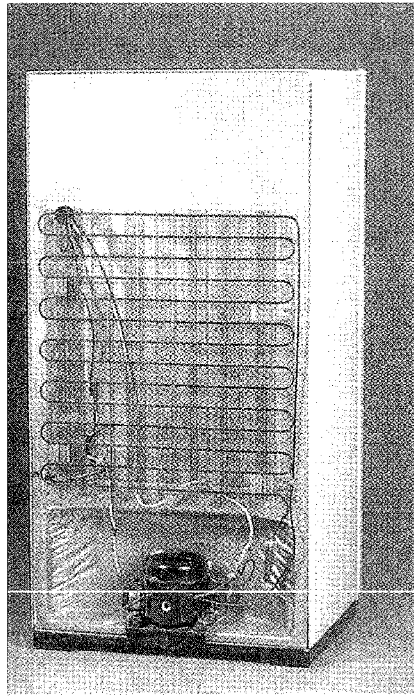
$$= 39{,}6\text{ kW} = 53\text{ (B.G) hp}$$

dir. Tabii ki modern motor tasarımları, idealleştirilmiş çevrimleri kullanan bizim termodinamik uygulamanın ötesindedir.

22.5 ISI POMPALARI VE BUZDOLAPLARI

Kesim 22.1'de ısı pompasını, enerjiyi düşük sıcaklıktaki bir bölgeden daha yüksek sıcaklıktaki bir bölgeye hareket ettiren bir mekanik aygıt olarak tanıtmıştık. Isı pompaları, uzun süredir ev ve binaların soğutulmasında kullanılmaktadırlar ve günümüzde bunlar aynı zamanda enerji değiş-tokuşu yapabilen iki metal bobin takımına sahiptir. Bunlardan birisi binanın dışına havayla temas edecek halde veya toprağın altına gömülür, diğer takım binanın içine kurulur. Isıtma modunda, bobinlerden akan hareketli akışkan enerjiyi dışardan alır ve iç bobinlerden binanın iç kısmına verir. Akışkan, bobinde iken soğuk ve düşük basınçtadır. Akışkan enerjiyi hava veya toprağın ısısından soğurur. Sonuçta ılık hale gelen akışkan bundan sonra sıkıştırılır ve iç bobinlere gönderilir, burada depoladığı enerjiyi içerdeki havaya verir.

Bir klima, basitçe dış ve iç bobinlerin yerlerinin değiştirildiği soğutma modunda çalışan bir ısı makinasıdır. Enerji, iç bobinlerde dolaşan akışkanla soğurulur; bundan sonra akışkan sıkıştırılarak enerjiyi dış bobinlere verir. Klima, bir yolla enerjiyi dışarı atmak zorundadır. Aksi halde, klima üzerinde yapılan iş evin içindeki havaya enerji eklenmesi olarak karşımıza çıkacak ve sıcaklık artacaktır. Benzer şekilde bir buzdolabının kapısı açık bırakılırsa, bu buzdolabı mutfağı soğutamayacaktır. Buzdolabının altı veya arkasındaki dış bobinleri terkeden enerji miktarı (Şekil 22.14), kapı açık bırakıldığında mutfaktaki hava veya dolaptaki yiyecekten alınan enerji miktarından büyük olacaktır. Enerji giriş ve çıkışı arasındaki fark, buzdolabına verilen elektrik tarafından yapılan iş olacaktır.



Şekil 22.14 Buzdolabının arkasındaki bobinler (kangallar) enerjiyi ısı yoluyla havaya transfer ederler. Termodinamiğin İkinci Kanunu bu miktardaki enerjinin buzdolabının içindekilerden (veya eğer dolap kapağı açık bırakılırsa mutfaktaki havadan) alınan enerji miktarından daha büyük olması gerektiğini söyler (*Charles D. Winters*).

Şekil 22.15, bir ısı pompasının şematik gösterimidir. Dış ortamın sıcaklığı T_c, içerinin sıcaklığı T_h ve dolaşan sıvıdan soğurulan ısı Q_c dir. Isı pompası akışkan üzerinde W işini yapar ve pompadan yapı içine Q_h ısısı verilir.

Bir ısı pompasının etkinliği **Verimlilik Katsayısı** (VEK) adlı bir rakamla verilir. Isıtma modunda verimlilik katsayısı (VEK) sıcak kaynağa aktarılan enerjinin bu enerjiyi aktarmak için gerekli olan işe oranı olarak tanımlanır:

$$\text{VEK (ısıtma modu)} \equiv \frac{\text{Yüksek sıcaklıkta aktarılan enerji}}{\text{Pompa tarafından yapılan iş}} = \frac{Q_h}{W} \quad \textbf{(22.6)}$$

VEK, bir ısı makinasının ısıl verimine benzer. Burada verdiğinizin (iş girişi) aldığınıza (binanın içine dağıtılan enerji) oranıdır. Q_h genelde W'den daha büyük olduğundan VEK'in tipik değerleri birden daha büyüktür. Bir motorun ısıl veriminin mümkün olduğunca büyük olması arzu edildiği gibi, VEK'in olduğunca büyük değerler olması istenir.

Dış sıcaklık 25 °F veya daha yüksekse, bir ısı pompasının VEK'sı yaklaşık 4 'tür. Bunun anlamı, evin içine aktarılan ısı miktarı, ısı pompası içindeki motorun yaptığı işin 4 katıdır. Fakat dışarının sıcaklığı azaldıkça, havadan ısı alıp eve vermek daha zorlaşır ve VEK düşer. Aslında VEK, 15°F'in altındaki sıcaklıktarda birin altına düşebilir. O halde ılıman iklimler için havadan enerjiyi çeken ısı pompalarını, dış bobinleri toprağın oldukça altına gömerek kullanmak yine de mümkündür. Bu durumda enerji, kışın havadan daha ılık olma eğiliminde olan topraktan alınır.

Sınama Sorusu 22.1

Bir elektrikli ısıtıcıda, elektrik enerjisi %100'e yakın bir verimle iç enerjiye çevrilebilir. Elektrikli ısıtıcınızı VEK'i 4 olan bir ısı pompasıyla değiştirdiğimizde, evinizin ısıtmasında ne kadarlık harcama yaparsınız? Isı pompası olarak çalışan süren motorun %100 verimli olduğunu varsayınız.

Teorik olarak, tersine çalışan bir Carnot-Çevrimli ısı makinası, en verimli ısı pomposıdır ve bu, verilen bir sıcak-soğuk kaynak bileşiminin maksimum, VEK'ını belirler. 22.1 ve 22.3 Eşitliklerini kullanarak, ısıtma modundaki bir ısı pompasının maksimum VEK'i

$$\text{VEK}_C \text{ (ısıtma modu)} = \frac{Q_h}{W}$$

$$= \frac{Q_h}{Q_h - Q_c} = \frac{1}{1 - \frac{Q_c}{Q_h}} = \frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_h}} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

olur. Soğutma modunda çalışan bir ısı pompası için "aldığınız", soğuk kaynaktan alacağınız enerjidir. En verimli buzdolabı veya klima, en az işle soğuk depodan en büyük enerjiyi alanlardır. O halde bu aygıtlar için VEK'i Q_c cinsinden tanımlayabiliriz:

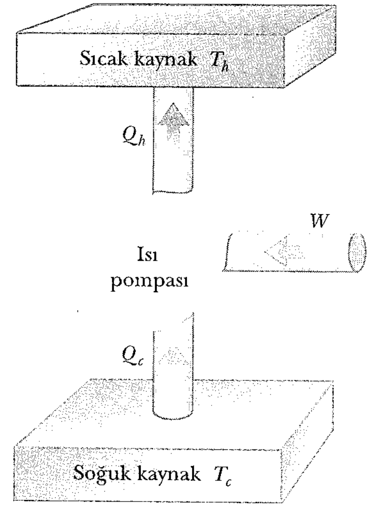
$$\text{VEK (soğutma modu)} = \frac{Q_c}{W} \qquad \textbf{(22.7)}$$

İyi bir buzdolabı, 5 veya 6 civarında yüksek bir VEK değerine sahiptir.

Soğutma modundaki bir ısı pompasının mümkün olan en büyük VEK değeri, ters yönde çalışan bir Carnot çevrimine sahip bir ısı pompasınınkiyle aynıdır:

$$\text{VEK}_C \text{ (Soğutma metodu)} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

İki deponun sıcaklıkları arasındaki fark bu ifadede sıfıra yaklaşırken, teorik VEK değeri sonsuza yalaşır. Pratikte düşük sıcaklıklı soğutma bobini (kangalı) ve kompresördeki yüksek sıcaklık, VEK değerini 10'un altındaki değerlerde sınırlar.



Şekil 22.15 Soğuk kaynaktan Q_c ısısını soğuran ve sıcak kaynağa Q_h ısısını veren bir ısı pompasının şematik çizimi. Bu diyagramın Şekil 22.5 'te gösterilen buzdolabı ile aynı olduğuna dikkat ediniz.

Ev Deneyi

Çıkış kangalları (buzdolabının arkasında veya alt panelin gerisinde bulabilirsiniz) ile, içindeki yiyeceklerin kaba sıcaklık ölçümünü yaparak buzdolabınızın VEK değerini hesaplayınız. Termometreniz yoksa sadece ellerinizi kullanabilirsiniz!

22.6 ENTROPİ

10.10 & 10.11 Sıcaklık kavramı, termodinamiğin sıfırıncı kanunu ile ilgili iken, iç enerji kavramı birinci kanunla ilgilidir. Sıcaklık ve iç enerjinin her ikisi de sistemin durum fonksiyonudur. Yani, bunlar bir sistemin termodinamik halini (durumunu) tanımlar. Termodinamiğin ikinci kanunu ile ilgili hâl fonksiyonu **entropi fonksiyonudur** ve S ile gösterilir. Bu bölümde, Clausius tarafından 1865 te ifade edildiği gibi, entropiyi makroskopik ölçekte tanımlayacağız.

Sistemin, bir kararlı halden diğerine değiştiği herhangi bir sonsuz küçük işlemi ele alalım. dQ_r sistem haller (durumlar) arasında bir tersinir yolu izlediğinde ısı olarak aktarılan enerji ise, bu durumda dS entropi değişimi, tersinir işlem için enerjinin sistemin mutlak sıcaklığına bölümüne eşittir:

Entropi değişiminin Clausius tanımı

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \quad \textbf{(22.8)}$$

İşlem sonsuz küçük olduğundan sıcaklığı sabit varsaydık. Entropinin bir durum fonksiyonu olduğunu iddia ettiğimizden, **bir işlem süresince entropideki değişim sadece uç noktalara bağlıdır ve böylece izlenen gerçek yoldan bağımsızdır.**

dQ_r niceliğindeki r alt indisi, sistem gerçekte bazen tersinmez yola sahip olabilmekle beraber transfer edilen enerjinin bir tersinir yol boyunca ölçülmesi gerekliliğini hatırlatır. Enerji, sistem tarafından soğurulursa dQ_r potizif olur ve böylece entropi artar. Eğer sistemden ısı atılırsa, dQ_r negatiftir ve entropi azalır. Dikkat edilirse, 22.8 Eşitliği entropiyi değil, *entropi değişimini* tanımlar. O halde, bir işlemi tanımlamada anlamlı nicelik entropinin değişimidir.

Entropi kavramının asıl yeri termodinamiktir. Fakat önemi, istatiktik mekanik alanında daha da artmıştır. Çünkü bu inceleme yöntemi, entropi kavramını başka bir yolla açıklar. İstatistik mekanikte bir maddenin davranışı, madde içerisindeki atom ve moleküllerin istatistiksel davranışları ile tanımlanır. Bu şekildeki incelemenin ana sonuçlarından biri: **Yalıtılmış sistemler düzensizliğe doğru meylederler ve entropileri bu düzensizliğin bir ölçüsüdür.** Örneğin odanızdaki havada bulunan gaz moleküllerini düşününüz. Gaz moleküllerinin yarısı, eşit büyüklükte ve sola yönelmiş hız vektörlerine ve diğer yarısı aynı büyüklükte fakat sağa yönelmişlerse, bu sistem oldukça düzenli olacaktı. Fakat böyle bir durum hemen hemen imkansızdır. Eğer molekülleri görebilseydik onların rastgele, her doğrultuda hareket ettiklerini, birbirleri ile çarpıştıklarını, çarpışma sırasında hızlarının değiştiğini, bazılarının daha yavaş, bazılarının daha hızlı gittiğini izleyecektik. Bu, hayli düzensiz bir haldir.

Yalıtılmış bir sistemin düzensizliğe doğru gitme eğiliminin sebebi kolayca açıklanabilir. Bunu yapabilmek için bir sistemin *mikro* ve *makrohalleri* arasındaki farkı anlamalıyız. Bir **mikrohal**, sistemin herbir molekülünün özelliklerinin özel bir tasviridir. Örneğin, odanızda bulunan düzenli hava moleküllerinin hız vektörleriyle ilgili verilen tanımlama özel bir mikrohali gösterir, ve daha olması muhtemel rastgele bir hareket-ki bu düzensizliği gösterir- başka bir özel mikrohalidir. Bir **makrohal**, sistemin şartlarının makroskopik bir bakışla tasviridir ve sıcaklık, yoğunluk ve basınç gibi makroskopik değişkenleri kullanır. Örneğin, odanızdaki hava molekülleri için tanımlanan her iki mikrohalde, hava molekülleri odanın hacmine düzgün bir şekilde dağılmışlardır ve bu düzgün yoğunluk dağılımı bir mikrohaldir. Bu iki mikrohalimizi bir makroskopik ölçüm yaparak birbirinden ayırt edemeyiz. Her iki mikrohal, makroskopik olarak aynı gibi gözükür ve bu mikrohallere karşılık gelen iki makrohal özdeştirler.

Sistemin verilen herhangi bir makrohali için, çok sayıda mikrohal mümkündür veya *elde edilebilir.* Bu mikrohallerin tümünün eşit olasılıklı olduğu varsayılır. Fakat mümkün olan bütün mikrohaller incelendiğinde, bunların çoğunun düzenliden çok düzensiz oldukları bulunur. Bütün mikrohaller eşit olasılıklı olduklarından, yüksek bir olasılıkla gerçek makrohal, aşırı düzensiz bir

mikrohalden doğan bir haldir. Bunun sebebi bunlardan çok sayıda bulunmasıdır. Benzer şekilde, makrohallerin, mikrohallerden oluşmasının olasılığı, makrohallerin düzenli mikrohallerden oluşması olasılığından daha büyüktür.

Bir sistemde oluşan tüm fiziksel süreçler, sistem ve çevresini daha muhtemel makrohale doğru hareket ettirme eğilimindedir. Tüm evreni kapsayacak şekilde bir sistem ve çevresini ele alırsak, bu durumda evrenin daima daha büyük düzensizliğe karşılık gelen bir makrohale doğru hareket ettiğini görürüz. Entropi bir düzensizlik ölçüsü olduğundan bunu ifade etmenin bir başka yolu, **bütün gerçek süreçlerde evrenin entropisi artmaktadır** demektir. Bu, Kelvin-Planck ve Clausius ifadelerine özdeş olduğu gösterilebilecek termodinamiğin ikinci kanununun başka bir söyleyişidir.

Gerçek bir süreçte, Evren'in düzensizliği

Sonlu bir süreçte entropi değişimini hesaplamak için, T nin genelde sabit olmadığını kabul edeceğiz. Sistemin sıcaklığı T iken, verilen ısı dQ_r ise, rastgele bir tersinir sürecin ilk ve son halleri arasındaki entropi değişimi,

$$\Delta S = \int_i^s dS = \int_i^s \frac{dQ_r}{T} \qquad \text{(Tersinir yol)} \qquad \textbf{(22.9)}$$

Sonlu süreçte Entropi değişimi

olarak ifade edilir. Sonsuz küçük süreçte olduğu gibi, bir halden diğerine giden bir sistemin ΔS entropi değişimi, bu iki hali birbirine bağlayan tüm yollar için aynı değere sahiptir. Yani, bir sistemin entropisindeki ΔS sonlu değişimi, sistemin ilk ve son denge hallerinin özelliklerine bağlıdır. O halde , gerçek yoldan ziyade, ilk ve son halleri olan herhangi bir özel tersinir yolu, entropiyi hesaplamak üzere seçebiliriz.

Sınama Sorusu 22.2

Aşağıdakilerden hangisi tersinir, adyabatik değişime uğrayan bir sistemin entropi değişimi için doğrudur? (a) $\Delta S < 0$, (b) $\Delta S = 0$, (c) $\Delta S > 0$

T_h ve T_c sıcaklıkları arasında çalışan bir Carnot ısı makinasında oluşan entropi değişimini inceleyelim. Bir çevrim boyunca makina, T_h sıcaklığındaki kaynaktan Q_h ısısını soğurur ve T_c sıcaklığındaki soğuk kaynağa Q_c ısısını verir. Bu enerji transferi Carnot çevriminin sadece izotermal kısmında oluşur; böylece sabit sıcaklık, Eşitlik 22.9'daki integral işaretinin dışına çıkarılabilir. İntegral bu durumda basitçe ısı olarak transfer edilen toplam enerji miktarının değerini ifade eder. O halde bir çevrimdeki toplam entropi değişimi

$$\Delta S = \frac{Q_h}{T_h} - \frac{Q_c}{T_c}$$

olur. Buradaki negatif işaret, ısı makinalarıyla ilgilendiğimizde, Q_c'yi pozitif nicelik olarak tanımladığımızdan, Q_c enerjisinin sistem tarafından atılan enerjiyi göstermesi sebebi ile konulmuştur. Örnek 22.2 de, bir Carnot motoru için

$$\frac{Q_c}{Q_h} = \frac{T_c}{T_h}$$

olduğunu göstermiştik. Bu sonucu, öndeki ΔS bağıntısında yerine koyarsak, bir çevrim boyunca Carnot makinasının toplam entropi değişimini *sıfır* buluruz. Yani:

Bir Carnot çevriminde entropi değişimi sıfırdır.

$$\Delta S = 0$$

Şimdi rastgele bir tersinir çevrim boyunca çalışan bir sistemi inceleyelim. Entropi fonksiyonu bir hal fonksiyonu olduğundan ve dolayısıyle verilen bir denge halinin özelliklerine bağlı olduğundan, *herhangi* bir tersinir çevrim için $\Delta S = 0$ olduğu sonucuna varırız. Genellikle, bu şartı aşağıdaki matematiksel biçimi ile yazarız:

Herhangi bir tersinir çevrim için $\Delta S = 0$ dır.

$$\oint \frac{dQ_r}{T} = 0 \qquad \textbf{(22.10)}$$

Burada $\oint$ sembolü, kapalı bir yol boyunca integrali belirtir.

Bir İdeal Gazın Yarı-Kararlı Tersinir İşlemi

Bir ideal gaz, T_i, V_i ilk halinden T_s, V_s son haline tersinir bir işlemle yarı-kararlı olarak gitsin. Bu işlem için gazdaki entropi değişimini hesaplayalım.

Termodinamiğin birinci kanununu diferansiyel biçimde yazar ve terimleri düzenlersek $dW = P\,dV$ olmak üzere $dQ_r = dE_{iç} + dW$ olur. Bir ideal gaz için $dE_{iç} = nC_V\,dT$ (Eşitlik 12.12) olduğu hatırlanırsa ideal gaz kanunundan $P = nRT/V$ yazarız. Böylece işlemde ısı olarak transfer edilen enerji

$$dQ_r = dE_{iç} + P\,dV = nC_V\,dT + nRT\frac{dV}{V}$$

olur. Son terim iki değişken (T ve V) içerdiğinden bunu integre edemeyiz. Fakat her terimi Tye bölersek, eşitliğin sağ tarafı tek değişkenli olur:

$$\frac{dQ_r}{T} = nC_V\frac{dT}{T} + nR\frac{dV}{V} \qquad \textbf{(22.11)}$$

sorudaki aralık boyunca C_V'yi sabit kabul eder ve Eşitlik 22.11'i ilk ve son haller arasında integre edersek,

$$\Delta S = \int_i^s \frac{dQ_r}{T} = nC_V \ln\frac{T_s}{T_i} + nR\ln\frac{V_s}{V_i} \qquad \textbf{(22.12)}$$

elde ederiz. Bu ifade, daha önce tartıştığımız ΔS'nin sadece ilk ve son hallerine bağlı olduğunu ve haller arasındaki yoldan bağımsız olduğu gerçeğini gösterir. Ayrıca Eşitlik 22.12'den, ilk ve son hacim ve sıcaklık değerlerine bağlı olarak, ΔS 'nin pozitif veya negatif olabileceğini görüyoruz. Son olarak, bir çevrimlik işlem için ($T_i = T_s$ ve $V_i = V_s$), 22.12 Eşitliğinden $\Delta S = 0$ olduğunu görürüz. Bu, entropinin bir hal fonksiyonu olduğunun delilidir.

ÖRNEK 22.6 Erime İşleminde Entropi Değişimi

Bir katı, T_m sıcaklığında L_e erime ısısını alarak erir. m gram madde erirken oluşan entropi değişimini hesaplayınız.

Çözüm Erime olayının yeterince yavaş veya olayın tersinir olduğunu kabul edelim. Bu halde erime süresince sıcaklığın T_m 'de sabit kaldığı düşünülebilir. Erime ısısı $Q = mL_e$ ve 22.9 ifadesi kullanılarak

$$\Delta S = \int \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T_m}\int dQ = \frac{Q}{T_m} = \frac{mL_e}{T_m}$$

bulunur. İşlem izotermal olduğundan, T_m 'yi entegralin dışına çıkarabildiğimize dikkat ediniz, ΔS 'de pozitiftir. Bu, bir katı eridiğinde entropisinin artacağı anlamına gelir; çünkü moleküller sıvı halde, katı haline göre daha fazla düzensiz olur. ΔS 'nin pozitif değeri, sıvı haldeki maddenin kendiliğinden enerjisini etrafına vermeyip donacağı, aksi halde entropide kendiliğinden azalma olacağı anlamına da gelir.

(b) Eriyen bir buz kübünün entropi değişimini tahmin ediniz.

Çözüm Bir buz tepsisinde bir kenarı 3cm olan buz küpleri oluşsun, Kabaca küp başına hacim $30 cm^3$ olacaktır. Bu miktar, kütlesi 30g olan sıvı su kadardır. Tablo 20.2'de buzun erime ısısı $3{,}33 \times 10^5$ J/kg idi. (a) Şıkkında bulunan cevapta bu değerleri koyarsak

$$\Delta S = \frac{m L_e}{T_m} = \frac{(0{,}03 \text{ kg})\ (3{,}33 \times 10^5 \text{ J/kg})}{273 \text{ K}} = 4 \times 10^1 \text{ J/kg}$$

buluruz. Burada tahminlerimiz bir anlamlı rakamlarla yazılmıştır.



TERSİNMEZ SÜREÇLERDE ENTROPİ DEĞİŞİMLERİ

Tanıma göre bir sistemin entropi değişimi, tersinir yol sadece ilk ve son denge durumlarını birbirine bağlarsa hesaplanabilir. Gerçek (tersinmez) işlemlerde entropi değişimlerini hesaplayabilmek için, herşeyden önce entropi fonksiyonunun (iç enerji gibi) yalnızca sistemin *haline* bağlı olduğunu bilmemiz gerekir. Yani, entropi bir hal fonksiyonudur. O halde, bir sistemin herhangi iki denge hali arasındaki entropi değişimi, sadece ilk ve son haline bağlıdır. Bu böyle olmasa idi, termodinamiğin ikinci kanunu ihlal edilirdi.

Bir sistemin entropisi, sadece sistemin haline bağlıdır gerçeğini kullanarak, şimdi iki denge hali arasındaki tersinmez işlemlerin entropi değişimlerini hesaplayabiliriz. Aynı iki denge hali arasında bir tersinir işlem (veya bir seri tersinir işlemler) tasarlayarak ve $\Delta S = \int dQ_r / T$ yi hesaplayarak; tersinmez işlemlerin entropi değişimleri bulunabilir. Tersinmez işlemlerde, işlemde transfer edilen gerçek Q enerjisi ile, bir tersinir yol boyunca transfer edebilecek olan Q_r ısı enerjisi arasındaki farkı vurgulamak oldukça önemlidir. Sadece Q_r, entropi değişimi hesaplamalarında kullanılacak doğru değerdir.

İzleyen örneklerde göreceğiz ki, bir sistem ve çevresi için entropi değişimi tersinmez işlemde her zaman artar. Bu düşünceleri akılda tutularak termodinamiğin ikinci kanunu aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

Değişime uğrayan yalıtılmış bir sistemin toplam enerjisi asla azalmaz.

Dahası, **işlem tersinmez ise, o zaman bir yalıtılmış sistemin toplam entropisi daima artar. Tersinir bir işlemde yalıtılmış sistemin toplam entropisi sabit kalır.**

Çevresinden yalıtılmamış bir sistemle ilgilenildiğinde, ikinci kanunla anlatılan entropi artışı, sistem ve çevresine ait olur. Bir sistem ve çevresi tersinmez işlemde etkileştiklerinde, birinin entropisindeki artış, diğerinin entropisindeki azalıştan büyüktür. Buradan şu sonuca ulaşıyoruz: **Evrenin entropisindeki değişim, tersinmez bir işlemde sıfırdan büyük, tersinir bir işlemde sıfıra eşittir.** Eninde sonunda evrenin entropisi bir maksimum değere ulaşmalıdır. Bu değerde evren, sabit bir sıcaklık ve yoğunlukta olacaktır. Bütün düzensiz halde, iş yapacak enerji bulunamayacağı için bütün fiziksel, kimyasal ve biyolojik işlemler duracaktır. Olayların bu karanlık durumuna bazen evrenin "ısıl ölümü" denir.

Sınama Sorusu 22.3

Gün ışığında bir ağaç, düzensiz durumdaki karbondioksit ve su moleküllerini organize ederek düzenli molekül topluluğu haline sokar; biz sadece yaprak ve dalları görürüz. Doğru mu, yanlış mı? Ağacın entropisindeki bu azalma, termodinamiğin ikinci kanununu ihlal eder. Cevabınızı açıklayınız.

Isıl İletimde Entropi Değişimi

Birbiriyle ısıl temasta olan ve evrenin geri kalanından yalıtılmış olan bir sıcak ve bir de soğuk kaynaktan oluşan bir sistemi ele alalım. T_h sıcaklığındaki sıcak kaynaktan, T_c sıcaklığındaki soğuk kaynağa ısı yoluyla Q enerjisinin aktarıldığı bir işlem oluşsun. Soğuk kaynak Q kadar ısı soğurduğu için entropisi Q/T_c kadar artar. Aynı zamanda sıcak kaynak Q kadar ısısını kaybeder ve entropisi Q/T_h kadar azalır. T_c, T_h den küçük olduğu için, soğuk kaynağın entropisindeki artış daha büyüktür. Bu nedenle, sistemin (ve evren) toplam entropi değişimi sıfırdan büyüktür:

$$\Delta S_U = \frac{Q}{T_c} + \frac{-Q}{T_h} > 0$$

ÖRNEK 22.7 Isı Akışı Hangi Yöndedir?

Büyükçe bir soğuk kaynak 273 K 'de ve başka bir büyükçe sıcak kaynak da 373 K 'dedir. Evrenin entropisini azaltmadan ve dolayısıyle ikinci kanunu ihlal etmeden küçük bir miktar (8 J gibi), ısı enerjisinin soğuk kaynaktan sıcak kaynağa transfer edilemeyeceğini gösteriniz.

Çözüm Isı nakli süresince iki ısı kaynağının sıcaklığının değişmediğini varsayalım. Bu çok gerekli bir varsayım değildir; bu varsayımın nedeni sadece hesaplamalarda integralden kaçınmak içindir. Anlatılan işlem tersinmezdir, bu yüzden bir eşdeğer tersinir işlem bulmak zorundayız. Cisimlerin, sıcaklık aralığı 273K – 373 K olan bir zayıf ısıl iletken ile bağlandığını varsaymak yeterli olacaktır. Bu iletken enerjiyi yavaşça transfer eder ve durumu işlem sırasında değişmez. Bu varsayım altında bir cisimden diğerine enerji transferi tersinirdir ve $Q = Q_r$ yazılabilir. Sıcak cismin entropi değişimi

$$\Delta S_h = \frac{Q_r}{T_h} = \frac{8\,\text{J}}{373\,\text{K}} = 0{,}0214\,\text{J/K}$$

dir. Soğuk cisim enerji kaybeder ve entropi değişimi

$$\Delta S_c = \frac{Q_r}{T_c} = \frac{-8\,\text{J}}{273\,\text{K}} = -0{,}0293\,\text{J/K}$$

olur. İki cismin, evrenin kalan kısmından yalıtılmış olduğunu düşünüyoruz. Böylece evrenin entropi değişimi sadece bu iki-cisimli sistemin entropi değişimine yani

$$\Delta S_u = \Delta S_c + \Delta S_h = -\,0{,}0079\,\text{J/K}$$

ye eşit olur. Evrenin entropisindeki bu kadarlık azalma, ikinci kanunun ihlali demektir. Yani, **soğuk kaynaktan sıcak kaynağa kendiliğinden enerji transferi olamaz.**

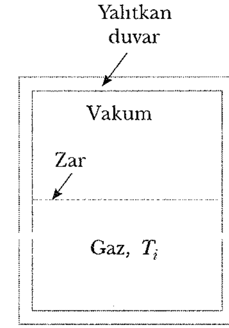
Düzensizlik cinsinden, soğuk cisimden sıcak cisme kendiliğinden sürekli enerji transferi olsa idi, ikinci kanunun nasıl ihlal edileceğini inceleyelim. Enerji Transferinden önce, farklı sıcaklıklardaki cisimler belli bir düzenliliğe sahiptir. Sıcak cismin molekülleri, soğuk cismin moleküllerinden daha yüksek ortalama enerjiye sahiptir. Enerji, kendiliğinden soğuk cisimden sıcak cisime akarsa, soğuk cisim daha soğuk, sıcak cisim daha sıcak olacaktır. Ortalama molekül enerjisindeki fark daha da artacaktır. Bu durum sistemin düzeninde bir artışı temsil eder ve ikinci kanunun ihlalidir.

Yani, doğal olan süreç, enerjinin sıcak cisimden soğuk cisme akmasıdır. Bu süreçte ortalama moleküler enerjideki fark azalacaktır. Bu durum daha rastgele bir enerji dağılımını ve düzensizlikte bir artışı temsil eder.

Alıştırma 8J 'lük bir enerjinin sıcak kaynaktan soğuk kaynağa aktarıldığını varsayınız. Evrenin toplam entropi değişim ne olacaktır?

Cevap + 0,0079 JK

Serbest Genleşmedeki Entropi Değişimi



Şekil 22.16 Bir gazın adyabatik serbest genleşmesi. Boşaltılmış bölgeyi ayıran zar yırtılınca, gaz serbestçe ve tersinmez olarak, daha büyük son hacmine genleşir. Kap, çevresinden termal olarak yalıtıldığı için Q = 0 'dır.

V_i ilk hacimli bir gazın adyabatik serbest genleşmesini tekrar ele alalım (Şekil 22.16). Bu gazı, boş kısımdan ayıran zar aniden yırtılıyor ve gaz tersinmez olarak V_s hacmine genleşiyor. Bu işlem sırasında gaz ve evrenin entropi değişimlerini bulalım.

Bu işlem açıkça, ne tersinirdir ne de yarı kararlıdır. Boşluğa karşı gaz tarafından yapılan iş sıfırdır. Kabın duvarları yalıtkan olduğundan genleşme süresince ısı transferi olmaz. Yani W = 0 ve Q = 0 dır. Birinci kanuna göre iç enerjideki değişme sıfırdır. Gaz ideal olduğundan $E_{iç}$ sadece sıcaklığa bağlıdır ve dolayısı ile ΔT = 0'ı değil, Q_r'yi kullanmak zorundayız; yani aynı ilk ve son hallerini paylaşan bir eşdeğer tersinir yol bulmak zorundayız. Basit bir seçim izotermal, tersinir genleşmedir. Burada kanaktan gazı ısı enerjisi girerek gazın sıcaklığını sabit tutar ve gaz pistonu yavaşça iter. Bu işlemde T sabit olduğundan 22.9 Eşitliğinden

$$\Delta S = \int_i^s \frac{dQ_r}{T} = \frac{1}{T}\int_i^s dQ_r$$

olur. Bir izotermal işlem için temodinamiğin birinci kanunu $\int_i^s dQ_r$'nin, Eşitlik 20.13 ile verilen V_i'den V_s'ye kadar genişleme sırasında gaz tarafından yapılan işe eşit olduğunu söyler. Bu sonuç kullanılarak da gazın entropi değişimi

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_s}{V_i} \qquad \textbf{(22.13)}$$

olarak bulunur. $V_s > V_i$ olduğundan, ΔS 'nin pozitif olacağı sonucuna varırız. Bu pozitif sonuç gösteriyor ki, gazın entropi ve düzensizliğindeki artış, tersinmez, adyabatik genleşmenin bir sonucudur.

Serbest genleşme, yalıtılmış kap içinde meydana geldiğinden, çevreden herhangi bir enerji aktarımı olmaz (izotermal tersinir genleşme sadece gazın, entropi değişimini hesaplamada kullandığımız bir yerdeğiştirme işlemi olduğunu hatırlayınız, gerçek bir işlem değildir.) O halde serbest genleşme, çevre üzerinde hiçbir etkiye sahip değildir ve çevrenin entropi değişimi sıfırdır. Böylece evrenin entropi değişimi sıfır olur; bu da ikinci kanunla uyuşur.

ÖRNEK 22.8 Bir Gazın Serbest Genleşmesi

İlk hacmini üç katına çıkaracak şekilde genleşme yapan 2 mol ideal gazın entropi değişimini hesaplayınız.

Çözüm 22.13 Eşitliğini n = 2 mol ve V_s = 3V_i için kullanırsak

$$\Delta S = nR \ln \frac{V_s}{V_i} = (2\ \text{mol})\ (8{,}31\ \text{J/mol·K})\ (\ln 3)$$

$$= 18,3\text{J/K}$$

bulunur. Genleşmeden sonra gazın daha çok düzensiz olduğu kolayca görülebilir. Uzayın kısmen küçük bir bölgesine yoğunlaşmaktan ziyade, moleküller daha büyük bir bölgeye dağılırlar.

Kalorimetrik İşlemlerde Entropi Değişimi

Kütlesi m_1 özgül (spesifik) ısısı c_1 ve ilk sıcaklığı T_1 olan bir madde, kütlesi m_2,

özgül ısısı c_2 ve ilk sıcaklığı T_2 olan ($T_2 > T_1$) diğer madde ile termal temasta olsun. Bu iki madde, çevresi ile ısı alış verişi yapmayacak şekilde yalıtılmış bir kap içindedir. Sistemin termal dengeye ulaşmasına izin verilmektedir. Sistemin toplam entropi değişimi ne olur?

Önce, son denge sıcaklığı T_s yi hesaplayalım. Kesim 20.2'deki tekniği yani Eşitlik 20.5'i kullanırsak $Q_{soğuk} = -Q_{sıcak}$ olur ve Eşitlik 20.4 yani $Q = mc\Delta T$,

$$m_1 c_1 \Delta T_1 = - m_2 c_2 \Delta T_2$$

$$m_1 c_1 (T_s - T_1) = -m_2 c_2 (T_s - T_2)$$

olarak yazılabilir. T_s çözülürse

$$T_s = \frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} \qquad \textbf{(22.14)}$$

elde edilir.

Sistem bir seri dengesiz halden geçtiği için işlem tersinmezdir. Bu tür bir değişimde, herhangi bir andaki sıcaklık tam olarak tanımlanamaz. Bunun sebebi, sistemin farklı parçalarının farklı sıcaklıklarda olmasıdır. Buna rağmen ilk sıcaklığı T_2 olup, T_s sıcaklığına soğutulan bir cismi, sıcaklığı T_2 son sıcaklığı T_s olan bir kaynağa seri olarak dokundurulduğunu düşünebiliriz. Sıcaklıktaki böyle çok küçük bir dizi değişimler, sistemi tersinir işleme yaklaştırır. Aynı şeyi: soğuk cisim için de yaptığımızı düşünelim. Eşitlik 22.9'u uygularken sonsuz küçük bir değişim için $dQ = mc\,dT$ olduğuna dikkat edersek

$$\Delta S = \int_1 \frac{dQ_{soğuk}}{T} + \int_2 \frac{dQ_{sıcak}}{T} = m_1 c_1 \int_{T_1}^{T_s} \frac{dT}{T} + m_2 c_2 \int_{T_2}^{T_s} \frac{dT}{T}$$

yazılabilir. Burada özgül ısının sabit olduğu varsayıldı. Bunu integre edersek

Kalorimetrik işlemlerde entropi değişimi

$$\Delta S = m_1 c_1 \ln \frac{T_s}{T_1} + m_2 c_2 \ln \frac{T_s}{T_2} \qquad \textbf{(22.15)}$$

bulunur. Buradaki T_s, 22.14 Eşitliğinden elde edilir. 22.14 Eşitliği, 22.15 te yerine konursa, 22.15 deki terimlerden biri daima pozitif, diğeri daima negatif olur. (Bunu kendiniz de gösterebilirsiniz). Fakat, pozitif terim, negatif terimden daima büyük olduğu için ΔS daima pozitiftir. O halde bu tür tersinmez işlemlerde, sistemin (evrenin) entropisinin arttığı sonucuna varırız.

Son olarak, 22.15 Eşitliğinin, ancak iki madde birbiri ile karışmadan, termal temasta ise geçerli olduğuna dikkat ediniz. Aksi halde karışma sırasında düzensizlikteki artıştan kaynaklanan başka bir entropi artışı daha söz konusu olacaktı. Maddeler sıvı veya gaz iseler, ve karışırlarsa, bu sonuç sadece aşağıdaki örnekte de olduğu gibi iki sıvı özdeş ise geçerli olur.

ÖRNEK 22.9 Bir kalorimetrik işlemde ΔS'nin Hesabı

0 °C 'deki 1 kg su, aynı kütlede 100 °C 'da su ile karıştırılıyor. Denge durumuna ulaşıldığında sıcaklık 50 °C oluyor. Sistemin entropi değişimi nedir?

Çözüm Verilen değerleri 22.15 Eşitliğinde yerine koyarak entropi değişimini hesaplayabiliriz. $m_1 = m_2 = 1$ kg $T_1 = 0$ °C (= 273 K), $c_1 = c_2 = 4186$ J/kg K $T_2 = 100$°C (= 373 K) $T_s = 50$ °C (= 323 K).

$$\Delta S = m_1 c_1 \ln \frac{T_s}{T_1} + m_2 c_2 \ln \frac{T_s}{T_2}$$

$$= (1\text{ kg})\,(4186\text{ J/kg}\cdot\text{K})\,\ln\left(\frac{323\text{ K}}{273\text{ K}}\right)$$

$$+ (1\text{ kg})\,(4186\text{ J/kg}\cdot\text{K})\,\ln\left(\frac{323\text{ K}}{373\text{ K}}\right)$$

$$= 704\text{ J/K} - 602\text{ J/K} = 102\text{ J/K}$$

Yani, soğuk suyun entropisindeki artış, sıcak suyun entropisindeki azalışından fazladır. Çünkü işlem tersinmezdir. Sonuç olarak sistemin entropisindeki artış 102 J/K 'dır.

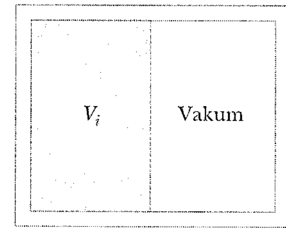
Seçmeli Kesim



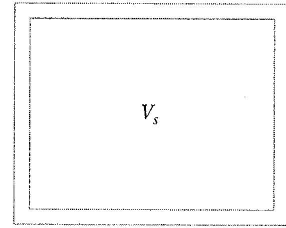
MİKROSKOPİK ÖLÇEKTE ENTROPİ

Gördüğümüz gibi, entropiye basınç ve sıcaklık gibi parametreleri kullanarak ve makroskopik kavramlara dayanarak yaklaşabiliriz. Entropiyi, moleküler hareketlerin istatistiksel analizi yoluyla mikroskopik bakışla da ele alabiliriz. Şimdi daha önceki kesimde makroskopik bakışla tartıştığımız bir ideal gazın serbest genleşmesini şimdi mikroskopik bir model olarak ele alacağız.

Gazların kinetik teorisinde, gaz molekülleri rastgele hareket eden parçacıklar olarak temsil edilirler. Şimdi gazın başlangıçta Şekil 22.17a'daki gibi bir V_i hacmine sıkıştırıldığını varsayalım. Aradaki bölme kaldırıldığında, moleküller daha büyük bir V_s hacmine dağılacaklardır (Şekil 22.17b). Bu hacimde bulunan gazın bir düzgün dağılımında çok sayıda eşdeğer mikrohaller bulunur ve gazın entropisini, verilen bir makrohale karşılık gelen mikrohallerin sayısına bağlayabiliriz.



(a)



(b)

Şekil 22.17 Gaz, serbestçe genleşerek daha önce vakum olan bölgeyi de doldurur.

Mikrohallerin sayısını, serbest genleşmeye katılan moleküler konumların çeşitliliğini ele alarak sayarız. Bölmenin kaldırıldığı anda (ve moleküller kabın diğer yarısına doğru ilerleme şansına sahip olmadan önce), bütün moleküller başlangıç hacmindedirler. Herbir molekülün V_m kadarlık bir mikroskobik hacmi kapladığını varsayıyoruz. Bir V_i başlangıç makroskopik hacmindeki tek bir molekülün mümkün olan konumlarının toplam sayısı $w_i = V_i / V_m$ oranı olup, bu oldukça büyük bir sayıdır. Burada w_i'yi, molekülün hacme konulabileceği yolların sayısı veya mümkün konumların sayısına eşdeğer olan mikrohallerin sayısını temsil etmek üzere kullanıyoruz. Bu konumları moleküllerin eşit olasılıklarla doldurduklarını varsayıyoruz.

Sisteme daha çok molekül eklendikçe, moleküllerin mümkün olan konulma yolu sayısı da artar. Örneğin iki molekül ele alındığında, birincinin mümkün olan her bir yerleşimi için, ikinci tüm yerleşim ihtimallerine sahip olabilir. O halde ilk molekülü yerleştirmek için w_1 yol varsa, bunların herbiri için ikinci molekülün yerleştirilmesinin w_2 değişik yolu vardır. Buna göre iki molekülü yerleştirme yolunun (şekillenimlerinin) toplam sayısı $w_1 w_2$ olur.

İki molekülün aynı konumu paylaşma olasılığına sahip olmalarını ihmal edersek, herbir molekül V_i / V_m hacmine gidebilir ve böylece N tane molekülü bir hacme sokma yolu sayısı $W_i = w_i^N = (V_i / V_m)^N$ olur. (w_1 iş ile karıştırılmamalıdır.) Benzer şekilde, hacim bir V_s değerine yükseltilirse, N tane molekülü yerleştime yolu sayısı $W_s = w_s^N = (V_s / V_m)^N$ ye yükselir. İlk ve son hal için bu hacim-

[4] Bu Kesim, A. Hudson ve R.Nelson'un *University Physics*, Philadelphia, Saunders College Publishing, 1990 eserinden uyarlanmıştır.

deki moleküllerin yerleştirilme sayıları oranı

$$\frac{W_s}{W_i} = \frac{(V_s / V_m)^N}{(V_i / V_m)^N} = \left(\frac{V_s}{V_i}\right)^N$$

olur.

Bu ifadenin doğal logaritmasını alıp Boltzmann sabitiyle çarparsak

$$k_B \ln\left(\frac{W_s}{W_i}\right) = nN_A k_B \ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right)$$

buluruz. Burada $N = nN_A$ eşitliğini kullandık. Eş. 19.11'e göre $N_A k_B \equiv R$ idi; o halde bu eşitlik

$$k_B \ln W_s - k_B \ln W_i = nR \ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right) \quad \textbf{(22.16)}$$

olarak yazılabilir. Eş. 22.13'e göre n mol gaz V_i'den V_s'ye serbestçe genleştiğinde entropi değişimin

$$S_s - S_i = nR \ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right) \quad \textbf{(22.17)}$$

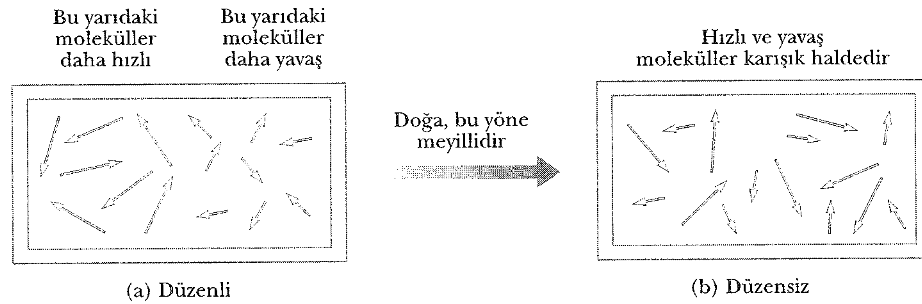
olur. Eş. 22.16 ve 22.17'nin sağ taraflarının özdeş olduğuna dikkat ediniz. Buradan verilen bir makrohal için, entropi ile mikrohallerin sayısı arasında aşağıdaki önemli bağıntıyı kurabiliriz:

Entropi (mikroskopik tanım)

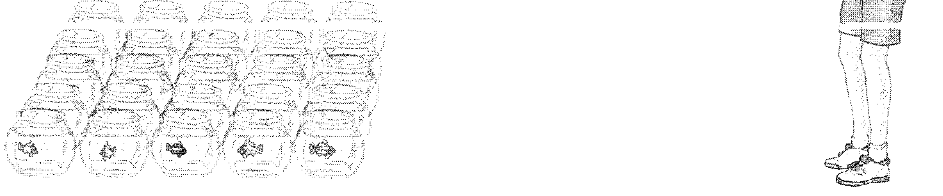
$$S \equiv k_B \ln W \quad \textbf{(22.18)}$$

Verilen bir makrohale karşılık gelen ne kadar çok mikrohal varsa, bu makrohalin entropisi o kadar büyüktür. Daha önce tartıştığımız gibi, düzenli mikrohallerden çok fazla sayıda düzensiz mikrohaller vardır. O halde Eşitlik 22.18, matematiksel olarak **entropi, mikroskopik düzensizliğin bir ölçüsüdür** demektedir. Örneğimizde bir ideal gazın serbest genleşmesini ele almakla beraber, entropinin daha ayrıntılı istatiksel yorumu bizi aynı sonuca götürecektir.

Şekil 22.18a bütün moleküllerinin hızı ortalama hızdan sağ tarafta daha düşük, sol tarafta ise daha yüksek olduğu bir kaptaki gaz görükmektedir (düzenli mikrohal). Bunu hızlı ve yavaş hareket eden moleküllerin düzgün bir ka-



Şekil 22.18 Moleküler hareketin iki eşit olasılıklı halinde gaz içeren bir kap. (a) Düzenli fakat olasılığı düşük diziliş, (b) Toplu halde olasılığı daha yüksek, düzensiz bir diziliş.



Şekil 22.19 Bir parayı kavanoza atan karnaval ziyaretçisi, kavanozdaki balığı kazanabilir. Burada altın renkli balığın olduğu kavanoza paranın düşme şansı, siyah balık içeren kavanoza düşme şansından daha yüksektir.

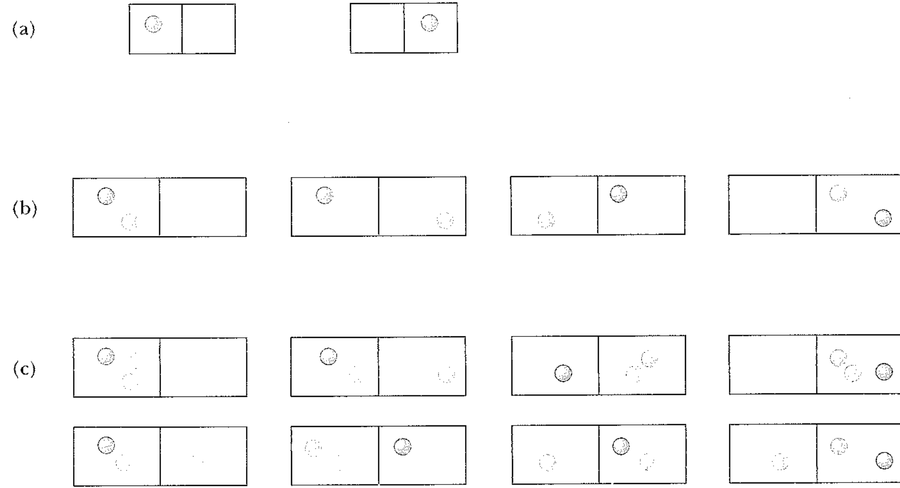
rışımını içeren Şekil 22.18b (düzensiz bir mikrohal) ile karşılaştırınız. Rastgele hareketler, hızlı ve yavaş hereket eden molekülleri düzgün bir şekilde karıştırma eğiliminde olduğundan, düzenli mikroyapının daha az olasılıklı olmasını bekleriz. Yine de *bireysel* mikrohaller eşit olasılıkta bulunurlar. Fakat düzenli mikrohallerden daha fazla sayıda düzensiz mikrohal vardır ve dolayısı ile çok sayıda eşdeğer düzensiz mikroyapıya karşılık gelen bir makrohal, az sayıda düzenli mikroyapıya karşılık gelen makrohalden daha çok olasıdır.

Şekil 22.19 bu olgunun gerçek-hayattan bir örneğini göstermektedir. Karnaval oyunu için iki olası makrohal vardır –altın veya siyah renkli balığı kazanmak. Kavanozlardan sadece biri siyah balık içerdiğinden, sadece bir olası mikrohal, siyah balığı kazanma makrohaline karşılık gelir. Çok sayıdaki mikrohal, bozuk paranın altın renkli balık içeren bir kavanoza düşmesiyle ifade edilirler. O halde, altın renkli balığı kazanma makrohali için birbirine özdeş çok sayıda mikrohal bulunmaktadır. Sonuç olarak, altın renkli balığı kazanma ihtimali, siyah olanından oldukça yüksektir. Eğer 24 altın renginde ve 1 siyah balık bulunuyorsa, siyah balığı kazanma olasılığı 25'te 1'dir. Bu bütün mikrohallerin aynı olasılığa sahip olduğu fakat Şekil 22.19'daki durum için tam doğru olmayan bir durumu varsayar. Eğer siz iyi bir bozuk para atıcısıysanız ve kavanozların kenarını hedeflemişseniz, bu durumda paranın kavanozun kenarına düşme olasılığı, kavanozun merkezine düşme olasılığından daha yüksek olacaktır.

Bir kaptaki 100 molekül için, benzer bir olasılık problemini inceleyelim. Her hangi bir anda, bir molekülün Şekil 20.20a'daki kabın sol tarafında rastgele hareketin bir sonucu olarak bulunma olasılığı $\frac{1}{2}$ 'dir. Eğer Şekil 22.20b'de gösterildiği gibi iki molekül varsa, her ikisinin birden sol kısmında bulunma olasılığı $(\frac{1}{2})^2$ ve ya 4'te 1'dir. Eğer üç molekül varsa (Şekil 20.20c) hepsinin birden aynı anda sol kısmında bulunma olasılığı $(\frac{1}{2})^3$ veya 8'de 1'dir. Birbirinden bağımsız hereket eden 100 molekül varsa herhangi bir anda 50 tane en hızlı olanının sol kısmında bulunma ihtimali $(\frac{1}{2})^{50}$'dir. Aynı şekilde diğer 50 yavaş parçacığın herhangi bir anda bölmenin sağ tarafında bulunması olasılığı $(\frac{1}{2})^{50}$'dir. Buna göre rastgele bir hareketin sonucu olarak, bu hızlı-yavaş ayrıştırmasının elde edilme olasılığı $(\frac{1}{2})^{50}(\frac{1}{2})^{50} = (\frac{1}{2})^{100}$, yani 10^{30}'da 1'dir. Bu hesaplama, 100 moleküllü sistemden 1 mol'lük gazdaki molekül sayısına ($6{,}02 \times 10^{23}$) extrapola edilirse düzenli dizilişin *son derecede* olanaksız olacağı anlaşılır.

Ev Deneyi

Bir çift zarı 100 kez atın ve herbir atmada zarların üzerinde gözüken rakamları kaydedin. Hangi toplam en sık gelmiştir? Bunu bekliyor muydunuz?



Şekil 22.20 (a) İki bölmeli bir kapta, bir molekülün sol tarafta bulunma ihtimali 2 'de 1 'dir. (b) İki molekülün aynı anda solda bulunma olasılığı 4 'de 1 'dir. (c) 3 molekülün aynı anda sol tarafta bulunma olasılığı 8'de 1'dir.

ÖRNEK 22.10 Adyabatik Serbest Genleşme-Son Bir Kez

Bir ideal gazın adyabatik serbest genleşmesi için, makroskopik ve mikroskopik yaklaşımla entropi hesabının bizi aynı sonuca götüreceğini görelim. 1 mol gazın ilk hacminin 4 katı hacme genleştiğini varsayalım. Bu işlem için biliyoruz ki ilk ve son sıcaklıklar aynıdır. (a) Makroskopik yaklaşımı kullanarak gazın entropi değişimini hesaplayınız. (b) İstatistiksel yaklaşımla gazın entropisindeki değişmeyi hesaplayınız ve bunun (a) şıkkında elde ettiğiniz cevapla uyuştuğunu gösteriniz.

Çözüm (a) Eşitlik 22.13 'ü kullanarak

$$\Delta S = nR\ln\left(\frac{V_s}{V_i}\right) = (1)\,R\ln\left(\frac{4V_i}{V_i}\right) = R\ln 4$$

elde ederiz.

(b) V_i başlangıç hacminde bir tek molekülün bulunması halinde mikrohallerin sayısı $w_i = V_i/V_m$ 'dir. 1 mol (N_A molekül) için mümkün mikrohallerin sayısı

$$W_i = w_i^{N_A} \left(\frac{V_i}{V_m}\right)^{N_A}$$

olur. $V_s = 4V_i$ son hacmindeki tüm N_A molekülleri için mikrohallerin sayısı

$$W_s = \left(\frac{V_s}{V_m}\right)^{N_A} = \left(\frac{4V_i}{V_m}\right)^{N_A}$$

dır. O halde son mikrohallerin sayısının, ilk mikrohaller sayısına oranı

$$\frac{W_s}{W_i} = 4^{N_A}$$

olur. 22.18 Eşitliği kullanılırsa

$$\Delta S = k_B \ln W_s - \ln W_i = k_B \ln\left(\frac{W_s}{W_i}\right)$$

$$= k_B \ln (4^{N_A}) = N_A k_B \ln 4 = R\ln 4$$

elde ederiz.

Cevap (a) Makroskopik parametrelerle bulunanla aynıdır.

KAVRAMSAL ÖRNEK 22.11 Haydi Misket Oynayalım!

İçinde 100 tane misket olan bir torbanız olsun. Bunların 50 tanesi kırmızı, 50 tanesi yeşil olsun. Aşağıdaki kurala göre torbadan 4 misket çekiyorsunuz: 1 misket çekiyor, rengini kaydediyor onu yeniden torbaya atıyorsunuz. Daha sonra bir başka misket çekiyorsunuz. Bu işlemi dört kez tekrarlıyorsunuz. Bu durumlar için mümkün makrohaller nelerdir? En son olası makrohal hangisidir? En az makro olasılıklı hal hangisidir?

Çözüm Bir sonrakini çekmeden her misket torbaya geri konulduğundan, kırmızı bir misket çekme olasılığı yeşil çekme olasılığı ile daima aynıdır. Bütün mikro ve mak-

rohaller Tablo 22.1'de gösterilmiştir. Görülüyor ki, dört tane kırmızı misket çekmenin sadece bir yolu (Şekillenimi) vardır; dolayısı ile sadece bir mikrohal bulunmaktadır. Fakat 1 yeşil 3 kırmızı misket çekmenin makrohaline karşılık gelen dört mümkün mikrohal bulunmaktadır. İki kırmızı, iki yeşil miskete karşılık gelen altı mikrohal; üç yeşil ve bir kırmızı miskete karşılık gelen dört mikrohal ve dört yeşil miskete karşılık gelen bir mikrohal bulunmaktadır. En olası makrohal —iki kırmızı ve iki yeşil misket— en düzensiz mikrohallere karşılık gelir. En az olası makrohaller dört kırmızı veya dört yeşil misket en düzenli mikrohallere karşılık gelir.

TABLO 22.1 Bir torbadan Dört Misket Çekmenin Olası Sonuçları

Makrohal	Mümkün Mikrohaller	Mikrohallerin toplam sayısı
Hepsi K	KKKK	1
1Y, 3K	KKKY, KKYK, KYKK, YKKK	4
2Y, 2K	KKYY, KYKY, YKKY, KYYK, YKYK, YYKK	6
3Y ,1K	YYYK, YYKY, YKYY, KYYY	4
Hepsi Y	YYYY	1

ÖZET

Isı motoru, iç enerjiyi başka kullanışlı enerji şeklillerine çeviren bir aygıttır. Bir çevirimlik işlem boyunca ($\Delta E_{iç} = 0$) iş yapan bir maddeyi taşıyan ısı makinası tarafından yapılan net (toplam) iş

$$W = Q_h - Q_c \tag{22.1}$$

dir. Burada Q_h, sıcak depodan (kaynaktan) soğurulan enerji, Q_c ise soğuk kaynağa verilen enerjidir. Bir ısı makinasının **ısıl verimi**

$$e = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \tag{22.2}$$

dir. **Termodinamiğin ikinci yasası** aşağıdaki iki yolla ifade edilebilir:

- Bir ısı kaynağından enerji alarak, eşdeğer miktarda işi bir çevrim boyunca üretebilecek bir ısı makinası yapmak mümkün değildir (Kelvin-Planck ifadesi).
- Dışarıdan enerji girişi olmadan, düşük sıcaklıktaki bir cisimden yüksek sıcaklıktaki başka bir cisme sürekli olarak ısı transferi yapacak bir makina yapmak mümkün değildir (Clausius ifadesi).

Bir **tersinir** süreçte, sistem bir PV diyagramında gösterilen aynı yol boyunca başlangıç şartlarına geri dönebilir ve bu yol boyunca, her nokta bir denge halidir. Bu şartları sağlamayan bir süreç **tersinmez**'dir. **Carnot teoremi**, T_c ve T_h sıcaklıkları arasında çalışan bir gerçek ısı motorunun, aynı sıcaklıklar arasında bir Carnot çevriminde tersinir olarak çalışan bir motordan daha verimli olamayacağını söyler.

Carnot çevriminde çalışan bir ısı motorunun **ısıl verimi**

$$e_C = 1 - \frac{T_c}{T_h} \tag{22.4}$$

dir. Bu eşitliği (veya ısıların oranını içeren eşdeğer ifadeyi), herhangi bir ısı motorunun mümkün olan maksimum verimini hesaplamada kullanabilirsiniz.

Termodinamiğin ikinci kanunu, gerçek (tersinmez) süreçler meydana geldiğinde, sistemle çevrenin düzensizlik derecesinin artacağını söyler. Bir süreç, yalıtılmış bir sistemde meydana gelirse, sistem daha düzensiz hale doğru gider. Bir sistemdeki düzensizliğin ölçüsüne **entropi** (S) denir. O halde ikinci kanunun başka bir yolla ifadesi:

- Evrenin entropisi bütün gerçek süreçlerde artar.

Birbirinden sonsuz küçük farklı iki denge durumu arasındaki süreçte bir sistemin dS **entropi değişimi**

$$dS = \frac{dQ_r}{T} \qquad \textbf{(22.8)}$$

ile verilir. Burada dQ_r, ilk ve son durumları birbirine bağlayan tersinir bir süreçte ısı olarak aktarılan enerjidir. İlk ve son durum arasındaki keyfi bir süreçte bir sistemin entropi değişimi

$$\Delta S = \int_i^s \frac{dQ_r}{T} \qquad \textbf{(22.9)}$$

dir. Sistem için ΔS'nin değeri, ilk ve son durumları birleştiren bütün yollar için aynıdır. Herhangi bir tersinir çevrim sürecine uğrayan sistemin entropi değişimi sıfırdır ve böyle bir süreç oluşturduğunda evrenin entropisi sabit kalır.

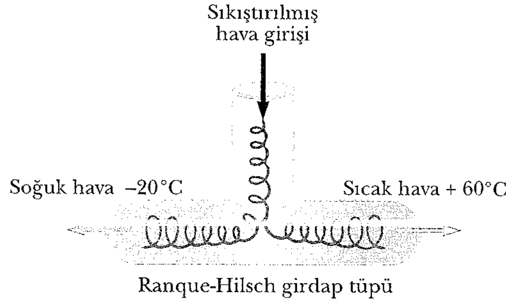
Mikroskopik bakışla entropi

$$S \equiv k_B \ln W \qquad \textbf{(22.18)}$$

olarak tanımlanır. Burada k_B Boltzmann sabiti ve W, makrohalin varolması için sistemin mevcut mikrohallerinin sayısıdır. İstatiksel olarak sistemin daha büyük olasılığa ve daha büyük düzensizliğe eğilimi olduğundan, bütün doğal süreçler tersinmezdir ve entropi artmaktadır. O halde entropi, mikroskopik düzensizliğin bir ölçüsüdür.

SORULAR

1. İç enerjinin mekanik enerjiye dönüşümü mümkün müdür? Böyle bir dönüşümün oluştuğu bir işlemi anlatınız.
2. Bir otomobil motorunun verimini etkileyen bazı faktörler nelerdir?
3. Pratik ısı makinalarında hangisini daha iyi kontrol edebiliriz: Sıcak kaynağın sıcaklığı, soğuk kaynağın sıcaklığı? Açıklayınız.
4. Bir elektrik santralinin ana elemanlarından biri buhar türbinidir. Buharın sıcaklığını mümkün olduğu kadar yüksek tutmak niçin bir avantajdır?
5. Termal kirlilik oluşturmayan bir ısı makinası yapmak mümkün müdür? Bu bize bir sanayi toplumu için çevre açısından ne ifade eder?
6. Entropinin artması ile ilgili üç yaygın doğal olayı açıklayınız. Düşünülen her bir sistemin bütün öğelerini tartışınız.
7. Bir gazın (a) sabit sıcaklıkta, (b) adyabatik olarak genleşmesindeki entropi değişimini tartışınız.
8. İsrail'de güneş enerjisi için göletler (havuzlar) oluşturulmuştur. Bu tuzlu göletlerde güneş enerjisi dipte toplanır. Tuz tabakalarını uygunca düzenleyerek ısı kaçışı önlenir ve sıcaklık 100 °C 'a ulaştırılabilir. Bu göletlerden elde edilebilecek maksimum verimin ne olabileceğini tahmin edebilir misiniz?
9. Şekil 22.15 'te gösterilen T şeklindeki tüpe girdap tüpü denir. Bu tüpe 20 °C 'ta ve 20 atm 'de basınçlı hava gönderilir. Bir uçtan −20 °C 'ta diğer uctan + 60 °C



Şekil Q22.9

'ta hava çıkar. Bu cihazın çalışması termodinamiğin ikinci kanununa aykırı mıdır? Eğer değilse niçin olmadığını açıklayınız.

10. Otomobiliniz kış aylarında, yazdan niçin daha fazla benzin yakar?

11. Bir ısı pompasının, verimlilik katsayısı (VEK) 1 'den küçük olabilir mi? Cevabınızı açıklayınız.

12. Doğada olan tersinmez olaylardan birkaç örnek veriniz.

13. Doğada hemen hemen tersinir olan olaylardan bir örnek veriniz.

14. Bir sisteme, entropi değişiminin –8 J/K olduğu bir termodinamik işlem uygulanıyor. Termodinamiğin ikinci kanununa göre, çevrenin entropi değişimi için ne söyleyebilirsiniz?

15. Şekere aşırı doymuş bir sıvının, yavaşça buharlaşmasına izin verilirse, şeker kapta kristalleşir. Böylece eriyik içindeki düzensiz şeker molekülleri oldukça düzenli kristal haline dönüşür. Bu işlemin, termodinamiğin ikinci kanununa aykırı olup olmadığını açıklayınız?

16. Oda sıcaklığındaki bir mol metalin entropisini nasıl yükseltirsiniz veya düşürürsünüz?

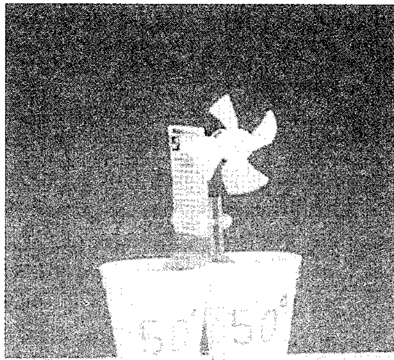
17. Bir kış ayında, ortalama dışarı sıcaklığının – 20 °C olduğu bir yere, bir ısı pompası yerleştirilmiştir. Bu durumda, dışarda kullanılan kompresörün toprağa gömülmesinin niçin daha akılcı olacağını açıklayınız? Isı pompaları niçin soğuk iklimlerde pek yaygın kullanılmaz?

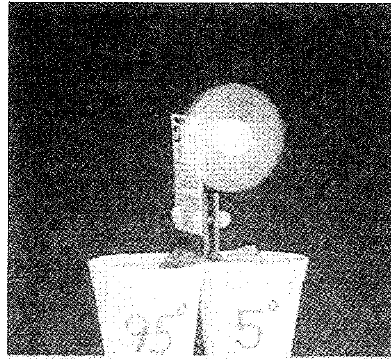
18. Oda arkadaşınızın, (Bay Temiz) bir büyük partiden sonraki dağınık odanızı topladığını kabul ediniz. Yani arkadaşınız odadaki düzeni artırmaktadır. Bu, termodinamiğin ikinci kanununun ihlal edildiği anlamını taşır mı?

19. (a) Bir ekmeği pişirirken (b) bu ekmeği yerken entropideki değişimi tartışınız.

20. Aşağıdaki fotoğraflarda görülen düzenek (Şekil Q22.20), termoelektrik çevirici olarak adlandırılır. Bu düzenekte, ısı enerjisini elektrik enerjisine çeviren birkaç tane yarı iletken hücre vardır. Soldaki fotoğrafta, iki kap aynı sıcaklıkta olduğu için elektrik enerjisi oluşmaz. Sağdaki fotoğrafta sıcaklıklar farklıdır. Sıcak kaynaktan alınan enerji, elektrik enerjisine çevrilir ve bu enerji küçük bir elektrik motorunu döndürür. (a) Bu gösteri deneyinde, sıcaklık farkı niçin elektrik enerjisi oluşturur? (b) Bu ilginç deney, hangi anlamda termodinamiğin ikinci kanununu gösterir?

21. Sınıftaki bir arkadaşınız, ikinizin içinde bulunduğu odadaki bütün hava moleküllerinin bir köşede yoğunlaşma ihtimali ile (odanın kalanı vakumda olmak şartıyla), hava moleküllerinin bulundukları durumda oda içinde düzgün dağılma ihtimallerinin aynı olduğunu söylüyor. Bu doğru mudur? Niçin bahsettiği durum gerçekte meydana gelemez?





Şekil Q22.20

PROBLEMLER

1, 2, 3 = kolay, orta, zorca; ☐ = Bu problemin tam çözümü *Öğrenci Çözümlü El Kitabı ve Çalışma Kılavuzu'nda* bulunabilir

WEB = Çözüm **http = // www.saunderscollege.com/physics/** de bulunabilir ☐ = Problemi çözmek için bilgisayar kullanmak faydalı olabilir ☐ = "Etkileşimli Fizik" paket programında bulunabilir ☐ = Sayısal/sembolik problem çifti

Kesim 22.1 Isı makinaları ve Termodinamiğin İkinci Kanunu

Kesim 22.2 Tersinir ve Tersinmez İşlemler

1. Bir ısı makinası, her bir çevrimde 360 J ısı soğurup 35 J 'lük iş yapıyor. (a) Makinanın verimini, (b) herbir çevrimde dışarı atılan ısıyı hesaplayınız.
2. Bir motorun soğurduğu enerji, gerçekleştirdiği işin üç (3) katıdır. (a) Bu ısıl verimi nedir? (b) Soğurulan enerjinin hangi kesri soğuk kaynağa terkedilir?
3. Özel bir motor 5kW 'luk çıkış gücü ve %25 'lik bir verime sahiptir. Motorun herbir çevrimde 8000 J'lük enerjiyi dışarı verdiğini varsayarak (a) her bir çevrimde soğurulan enerjiyi, (b) her bir çevrim için geçen süreyi bulunuz.
4. Bir ısı motoru %30 luk bir verime sahiptir ve bir çevrimde (a) soğurulan (b) dışarıya verilen enerji miktarını bulunuz.
5. Bir ideal gaz, sıcaklığı sabit tutularak ilk hacminin yarısına sıkıştırılıyor. (a) Gazdan 1000 J 'luk enerji dışarı çıkıyorsa, gaz üzerinde yapılan iş nedir? (b) Bu sıkışma süresince gazın iç enerjisindeki değişim nedir?
6. Bir ısı motorunun, birisi eriyik halde alüminyumla (660°C) dolu, diğeri katı haldeki civa (–38,9°C) içeren havuz şeklinde iki enerji deposuna bağlı olduğunu varsayınız. Motor herbir çevrimde 1 g 'lık alüminyum dondurup 15 g 'lık civayı eriterek çalışıyor. Alüminyumun erime ısısı $3,97 \times 10^5$ J/kg, civanın erime hısısı $1,18 \times 10^4$ J/kg 'dır. Bu motorun verimi nedir?

Kesim 22.3 Carnot Makinası

7. En yüksek verimle çalışan ısı makinalarından biri, 430 °C ile 1870 °C arasında çalışmaktadır. Bu makinanın gerçek verimi %42 'dir. (a) En yüksek teorik verimi nedir? (b) Bu makina, her saniye $1,4 \times 10^5$ J ısı soğuruyorsa, ne kadar bir güç verir?
8. Bir ısı motoru, mümkün olan maksimum %20 verimle, 200 °C ve 80 °C arasında çalışmaktadır. Ne kadarlık enerji girişi ile 10^4 J 'lük iş yapılabilir?
9. Bir Carnot motoru 150 kW 'lık bir çıkış gücüne sahiptir. Motor 20 °C ve 500 °C 'lik iki kaynak arasında çalışmaktadır. (a) Bir saatte soğurulan ısı ne kadardır? (b) Bir saatte kaybedilen ısı enerjisi ne kadardır?
10. Bir buhar makinası, soğuk iklimde çalışmaktadır ve ekzos sıcaklığı 0 °C 'dır. (a) 100 °C 'de buhar alan bu makinanın teorik maksimum verimini hesaplayınız. (b) Eğer 200 °C 'de aşırı ısınmış buhar alırsa, mümkün olan maksimum verim ne olur?
11. WEB Bir ideal gaz, bir Carnot çevirimini takip etmektedir. İzotermal genleşme 250 °C 'ta ve izotermal sıkışma 50 °C 'ta oluyor. Eğer gaz izotermal genleşmede 1200 J 'luk enerji soğuruyorsa, (a) her çevrimde soğuk kaynağa atılan ısıyı, (b) her çevrimde gaz tarafından yapılan net işi bulunuz.
12. Bir Carnot ısı motorunun çıkış sıcaklığı 300°C 'dir. Motorun verimi %30 ise giriş sıcaklığı nedir?
13. Soğutucu deniz suyu 20°C olduğunda, bir elektrik santralı yazın %32 verimle çalışmaktadır. Santral, türbinleri çalıştırmak için 350°C 'lik buhar kullanmaktadır. Santral veriminin ideal verimle aynı oranda değiştiğini varsayarak, deniz suyu 10°C olduğunda, kışın santralin verimi ne olacaktır?
14. Argon, bir türbine 80 kg/dk. 'lık hızla 800°C'de ve 1,50 MPa 'lık basınça giriyor. Türbin bıçaklarına vurduğunda adyabatik olarak genleşme yapmaktadır ve 300 kPa 'lık bir basınçta sistemi terketmektedir. (a) Çıkış anındaki sıcaklığını hesaplayınız. (b) Dönen türbinin (maksimum) güç çıkışını hesaplayınız. (c) Türbin, kapalı-çevrimli gaz türbin motorunun bir modelinin parçasıdır. Motorun maksimum verimini hesaplayınız.
15. Okyanustaki sıcaklık gradyentini kullanacak bir güç santralı tasarlanmaktadır. Sistem, deniz yüzeyindeki sıcaklık (20 °C) ile denizin 1 km dibindeki sıcaklık (5 °C) arasında çalışacaktır. (a) Böyle bir sistemin maksimum verimi nedir? (b) Santralin çıkış gücü 75 MW ise, bir saatte soğurulan termal enerji nedir? (c) (a) şıkkındaki sonucunuzun ışığında, böyle bir sistem yapmaya değer mi?
16. %20 verimli gerçek bir motor, bir treni durgun halden 5 m/s 'lik hıza yükseltmede kullanılıyor. Aynı soğuk ve sıcak depolara sahip ideal bir (Carnot) motorunun aynı treni aynı miktarda yakıt kullanarak durgun halden 6,50 m/s hıza ulaştıracağı biliniyor. Motorun soğuk depo olarak 300 K 'deki havayı kullandığını varsayarak sıcak depo olarak işlem gören buharın sıcaklığını bulunuz.
17. Bir ateşleme deposu 750 K 'de ve ortam sıcaklığı 300 K 'dir. Bu basit sıcaklık depoları arasında bir Carnot motorunun 150 J 'lük enerji aktarımı sırasındaki verimi %60 'dır. Carnot motoru, 150 J/0,600 = 250 J 'ü sıcak depodan soğurmalı ve 100 J 'lük enerjiyi ortama vermelidir. Carnot mantığını izlemek için başka bir S ısı kaynağının veriminin %70 olduğu varsayılır-

sa; (a) 150 J 'lük iş yaptığında S ısı motorunun enerji giriş ve çıkışını bulunuz. (b) S motorunun (a) şıkkındaki gibi çalıştığını ve Carnot motorunu tersine çalıştırdığını varsayınız. Her iki motor beraber çalıştıklarında, ateşleme deposunun vereceği toplam enerjiyi ve çevrenin soğurduğu toplam enerjiyi bulunuz. Clausius'un termodinamiğin ikinci kanunu ifadesinin bu durumda ihlal edilebileceğini gösteriniz. (c) 100 J 'lük enerjiyi dışarı verdiğinde S motorunun enerji giriş ve çıkışı ne olur? (d) S motorunun (c)'deki gibi çalıştığını ve Carnot motorunu tersine çalıştırmak için 150 J 'lük iş çıkışı katkısı yaptığını varsayarak, her iki motor beraber çalıştırıldıklarında ateşleme deposunun vereceği toplam enerjiyi, toplam iş çıkışını ve çevre tarafından soğurulacak toplam enerjiyi bulunuz. Bu durumda Kelvin-Planck'ın ikinci kanun ifadesinin ihlal edileceğini gösteriniz. O halde S motorunun verimiyle ilgili varsayımımız yanlış olmak zorundadır. (e) Heriki motorunun (d) şıkkındaki gibi beraber çalıştığı varsayarak, evrenin entropisindeki değişimi bulnuz. İkinci kanunun entropi ifadesinin ihlal edileceğini gösteriniz.

18. Bir Carnot çevrimindeki A noktasında, 2,34 mollük tek atomlu bir ideal gaz, 1400 kPa 'lık basınç, 10 L 'lik hacım ve 720 K 'lik sıcaklığa sahiptir. Bu gaz B noktasına izotermal ve daha sonra C noktasına adyabatik olarak genleşiyor. Bu noktada hacmi 24 L olarak ölçülüyor. Bir izotermal sıkıştırma gazı, yeni hacminin 15 L olduğu bir D noktasına getiriyor. Son olarak bir adyabatik işlem gazı A noktasına döndürüyor, (a) Aşağıdaki tablodaki bütün bilinmeyen basınç, hacim ve sıcaklıkları belirleyiniz.

	P	V	T
A	1400 kPa	10 L	720 K
B			
C		24 L	
D		15 L	

(b) Aşağıdaki adımlar için ısı olarak enerjiyi, yapılan işi ve iç enerjideki değişimi bulunuz: $A \to B$, $B \to C$, $C \to D$, ve $D \to A$ (c) $W_{net}/Q_{giriş} = 1 - T_C/T_A$ (Carnot verimi) olduğunu gösteriniz.

Kesim 22.4 Benzinli ve Dizel Motorlar

19. Bir otomobil motoru silindirinde, gaz, yanıştan hemen sonra, 50 cm^3 hacim ve 3×10^6 Pa 'lık ilk basınca sahiptir. Piston; gaz, 300 cm^3 'lük son hacme ulaşıncaya kadar silindir içinde yükseliyor. Bu durumda gaz, ısı kaybı olmadan (adyabatik) genleşiyor. (a) Gaz için γ = 1,40 ise son basınç ne olur? (b) Gazın genleşmesiyle ne kadar iş yapılır?

20. Bir benzin motorunun sıkışma oranı 6 'dır ve γ = 1,4 olan bir gaz kullanmaktadır. (a) Bu motor ideal Otto çevriminde çalışırsa verimi ne olur? (b) Gerçek verimi %15 ise, bir tersinir motorda engelleyici sürtünme ve diğer ısı kayıplarından dolayı yakıtın ne kadarlık bir kesri boşa gider? (Hava yakıt karışımının tamamen yandığını kabul ediniz.)

21. 1,60 L 'lik hacim ve 6,20 sıkıştırma oranına sahip benzinli motor 102 hp'lik bir güce sahiptir. Motorun ideal bir Otto çevriminde çalıştığını varsayarak herbir saniyede soğurulan ve dağıtılan enerjiyi bulunuz. Yakıt-hava karışımının γ = 1,40 olan bir ideal gaz gib davrandığını varsayınız.

22. Şekil 22.12 'de gösterildiği gibi, bir Otto çevrimindeki sıkıştırma oran V_A / V_B = 800 'dir. Başlangıçta A sıkıştırma işleminde 500 cm^3 'lük gaz 100 kPa ve 20°C 'dedir. Adyabatik genleşme başlangıcında sıcaklık T_C = 750°C 'dir. Çalışan sıvıyı $E_{iç} = nC_VT = 2{,}50\ nRT$ ve γ = 1,40 olan bir ideal gaz kabul ediniz. (a) Gazın hallerini izleyerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

	T(K)	P(kPa)	V(cm^3)	$E_{iç}$
A	293	100	500	
B				
C	1023			
D				

(b) İşlemleri izleyerek aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

	Q	W	$\Delta E_{iç}$
$A \to B$			
$B \to C$			
$C \to D$			
$D \to A$			
$ABCDA$			

(c) Q_h enerji girişi, Q_c enerji çıkışı ve net çıkış işi Wyu bulunuz.
(d) Isıl verimi hesaplayınız.
(e) Bir silindir motorunun 1 kW = 1,34 hp 'lik bir çıkış gücüne sahip olması için krank milinin dakika başına yapması gereken dönüş sayısını bulunuz. (*İpucu:* Termodinamik çevrim, dört piston zamanı kullanır).

Kesim 22.6 Isı Pompaları ve Buzdolapları

23. – 3 °C ile +27 °C arasında Carnot verimi ile çalışan bir buzdolabının verimlilik katsayısı nedir?

24. Dış sıcaklığı –3 °C olan bir ortamdan, iç sıcaklığı +22 °C olan oda sıcaklığına ısı enerjisi pompalayan bir ısı pompasının verimlilik katsayısı nedir? (*İpucu:* Isı pompası, evi ısıtmak için de kullanılır ve W işini yapar).

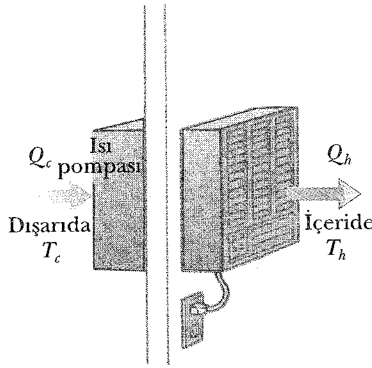
25. Bir ideal buzdolabı (veya ısı pompası) ters yönde çalışan bir Carnot makinasına eşdeğerdir. Yani, soğuk kaynaktan alınan ısı Q_c 'dir ve dış sıcak kaynağa atılan ısı Q_h 'dir. (a) Bir buzdolabı veya ısı makinasının çalışması için gerekli işin

$$W = \frac{T_h - T_c}{T_c} Q_c$$

olduğunu gösteriniz.
(b) İdeal bir buzdolabının verimlilik katsayısının (performans) aşağıdaki bağıntı ile verildiğini gösteriniz.

$$VEK = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

26. Bir ısı pompası (Şekil P22.26) temelde tersine çalışan bir ısı motorudur. Enerjiyi dışarıdaki soğuk havadan alır ve daha sıcak olan odaya verir. Odaya giren gerçek enerjinin, aygıtın motoru tarafından yapılan işe oranının %10 'luk teorik maksimum oranı olduğunu varsayınız. İç sıcaklık 20°C ve dış sıcaklık -5°C olduğunda, motor tarafından yapılan işin bir Joule 'ü başına odaya giren enerjiyi hesaplayınız.



Şekil P22.26

WEB **27.** 4 K 'deki He gazından 1 J 'luk ısıyı alıp bu ısıyı 293 K 'deki odaya atan bir ideal Carnot buzdolabının ne kadarlık iş yapması gerekir?

28. İdeal bir carnot buzdolabının T_c 'deki helyumdan Q enerjisini alması ve bu enerjiyi T_h oda sıcaklığındaki ortama bırakması için ne kadar iş yapması gerekir?

29. Bir buzdolabı 5 'lik bir verimllik katsayısına (VEK) sahiptir. Herbir çevrimde buzdolabı, soğuk depodan 120 J enerji soğuruyorsa, (a) herbir çevrim için gerekli işi, (b) sıcak depoya verilen enerjiyi bulunuz.

30. 25°C 'lik bir odadaki buzdolabı, 0°C 'lik bir sıcaklık sağlamaya çalışıyor. Buzdolabı soğuk depodan 8000 kJ/h 'lik bir hızla enerji soğuruyorsa (a) buzdolabını çalıştırmak için gerekli minimum güç nedir? (b) Buzdolabı odaya hangi hızla enerji verir?

Kesim 22.6 Entropi

31. Bir buz kabı 0 °C 'ta 500 g su içermektedir. Bu suyun tamamının 0 °C 'de, yavaş yavaş buz olması halinde entropi değişimini bulunuz.

32. 1 atm 'lik basınçta, sıvı helyum 4,2 K 'de buharlaşır. Buharlaşma ısısı 20,5 kJ/kg'dır. Buharlaşmada kg başına entropi değişimini hesaplayınız.

33. 250 g su, yavaşça 20 °C 'tan 80 °C 'ye ısıtılırsa entropi değişimini hesaplayınız. (*İpucu:* $dQ = mc\,dT$ 'dir).

34. Hava geçirmez bir dondurucu 2,50 mol ve 25°C 'deki havayı içinde tutuyor. Sonra hava –18°C 'ye soğutuluyor. (a) hacim sabit tutulursa havanın entropisindeki değişim ne olur? (b) Soğutma sırasında basınç 1 atm 'de tutulursa entropi değişimi ne olur?

Kesim 22.7 Tersinmez İşlemlerde Entropi Değişimleri

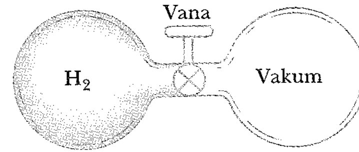
35. Güneşin yüzey sıcaklığı yaklaşık 5700 K, dünyanın yüzey sıcaklığı ise 290 K 'dir. 1000 J 'luk ısı enerjisi güneşten dünyaya transfer edilirse entropi değişimi ne olur?

36. 1 kg 'lık demirden bir at nalı, 900°C 'deki bir fırından alınıp 10°C 'deki 4 kg'lık bir suya bırakılıyor. Çevreye ısı yoluyla hiçbir enerji kaybı olmadığını varsayarak sistemin (at nalı ve su) toplam entropi değişimini hesaplayınız.

WEB **37.** 1500 kg 'lık bir araba 20 m/s hızla hareket ediyor. Sürücü durmak için frene basıyor. Frenler yaklaşık olarak sabit 20°C 'deki çevre sıcaklığına soğuyorlar. Toplam entropi değişimi nedir?

38. Evrenin entropisini şu an bir birey olarak hangi hızla değiştirebilirsiniz? Ölçtüğünüz veya tahmin ettiğiniz değerleri ve aldığınız sayıları belirterek bir mertebe tahmininde bulununuz.

39. Bir mol H_2 gazı şekil P22.39 'da solda bulunan kabdadır. (Sağ ve soldaki hacimler eşittir). Sağdaki kab boştur. Vana açılırsa, H_2 gazı sağa da gider. Son entropi değişimi nedir? Gazın sıcaklığı değişir mi?

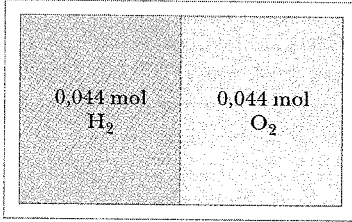


Şekil P22.39

40. Başlangıçta 200°C ve 100 kPa 'da tutulan sağlam bir tank 40 g argon içermektedir. Tank, 0°C 'daki bir deponun içine konuluyor ve termal dengeye kadar

ulaşmasına izin veriliyor. (a) Tankın hacmini, (b) argonun iç enerjisindeki değişimi, (c) ısı olarak aktarılan enerjiyi, (d) argonun entropisindeki değişmeyi ve (e) sabit sıcaklık banyosunun entropi değişimini hesaplayınız.

41. Şekil P22.41 'deki 2 litrelik kap ortadan iki eşit hacme ayrılmıştır. Soldaki kısım H_2, sağdaki kısım O_2 gazı içermektedir. Her iki gaz oda sıcaklığında ve 1 atmosferdedir Aradaki bölme kaldırıldığında iki gaz karışmaktadır. Sistemin entropisindeki artış nedir?



Şekil P22.41

42. – 5 °C 'taki 100000 kg 'lık bir buzdağı, kutup buz tabakasından kopup +5 °C 'taki okyanusa sürüklenirse sistemin entropisindeki son değişme ne olur? (Buzdağının tamamen eridiği ve özgül ısısının 2010 J/kg °C olduğu kabul ediliyor).

43. Başlangıçta 1 atm basınç ve 0,0250 m^3 'lük bir hacimde bulunan bir mollük ideal tek atomlu bir gaz, basıncı 2 atm ve hacmi 0,0400 m^3 olan bir son hale ısıtılıyor. Bu işlemde gazın entropi değişimini hesaplayınız.

44. İlk basıncı P ve hacmi V olan iki atomlu bir mol ideal gaz basıncı $2P$ ve hacmi $2V$ olacak şekilde genleşiyor. Bu işlemde gazın entropi değişimini bulunuz.

(Seçmeli)
Kesim 22.8 Mikroskopik Ölçekte Entropi

45. İki zar attığınızda toplamları (a) 12 ve (b) 7 olan kaç değişik yol (şekillenim) elde edebilirsiniz?

46. Aşağıdaki durumlar için, Tablo 22.1 'e benzer bir tablo hazırlayınız. Dört bozuk parayı havaya aynı anda fırlatılıyor ve yazı ve tura gelen sonuçların sayısını kaydediyorsunuz. Örneğin, TTYT ve TYTT gibi üç tura ve bir yazı elde etmenin iki mümkün yoludur. (a) tablonuza göre bu atışın en olası sonucu nedir? Entropi cinsinden (b) en düzenli hal ve (c) en düzensiz hal nedir?

47. Tablo 22.1 'in bir benzerini (a) torbadan 4 yerine 3 misket çektiğiniz durum için, (b) 4 yerine 5 misket çektiğiniz durum için oluşturun.

EK PROBLEMLER

48. Niagara şelalesinde her saniye 5000 m^3 civarında su yaklaşık 50 m düşer (Şekil P22.48). Su düşmesi sebebiyle saniyedeki entropi artışı nedir? (Çevrenin kütlesini o kadar büyük farzediniz ki, suyun ve kendisinin sıcaklığı yaklaşık 20°C 'de tutuluyor olsun. Suyun buharlaşmasını ihmal ediniz.)



Şekil P22.48 Niagara Şelalesi
(Jan Koper/ Tony Stone Images)

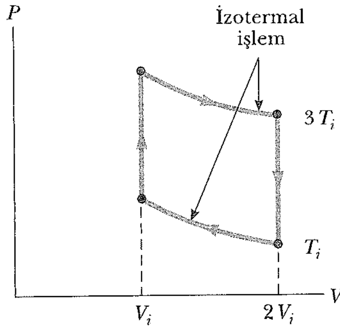
49. %35 verimli bir Carnot ısı motoru, bir buzdolabı olarak fonksiyon görecek şekilde tersine çalışıyor. Motorun (yani buzdolabının) verimlilik katsayısı (VEK) nedir?

50. 0,500 kg, 10°C 'deki çeşme suyunu –20°C 'de buza dönüştürmede kullanılan bir ideal Canot buzdolabı ne kadar iş yapar? Buzluk bölgesinin –20°C 'de tutulduğunu ve buzdolabının 20°C 'deki odaya enerji verdiğini varsayınız.

WEB **51.** Bir ev, duvarları ve çatıdan 5000 J/s = 5kW 'lık ısı kaybederken; dışarının sıcaklığı – 5 °C, içerinin sıcaklığı 22 °C 'tır. Aşağıdaki iki durumda, içerinin sıcaklığını 22 °C 'ta tutabilmek için gerekli elektrik gücünü hesaplayınız. (a) Elektrikli ısıtıcı kullanarak ısıtma yapılıyor (tüm elektrik enerjisi ısıya çevriliyor). (b) Elektrik enerjisi, bir ısı pompasının kompresörünü besleyen bir motor için kullanılmaktadır (bir Carnot çevrim değerinin %60 'ı kadar VEK değerine sahip olan bir pompa düşünülüyor).

52. Bir ısı makinası, T_2 = 600 K ve T_1 = 350 K sıcaklıklardaki iki kaynak arasında çalışmaktadır. Makina sıcak kaynaktan 1000 J soğurarak 250 J 'luk iş yapmaktadır. (a) Bu işlemde evrenin entropi değişimini ΔS_{evr}, (b) bu iki kaynak arasında çalışan bir ideal Carnot makinasının yapmış olabileceği işi (W) bulun. (c) a ve b şıklarında yapılan işler arasındaki farkın $T_1 \Delta S_{evr}$ olduğunu gösteriniz.

WEB **53.** Şekil P22.53, n mol ideal tek atomlu bir gazı temsil eder. Bu gaz, $3T_0$ ve T_0 sıcaklıklarında iki izotermal işlem ve iki sabit hacimde işlem içeren bir tersinir çevrime tabi tutulmaktadır. Her bir çevrim için, (a)



Şekil P22.53

gaza transfer edilen net ısıyı, (b) bu çevirimde çalışan bir makinanın verimini n, R ve T_0 cinsinden bulunuz.

54. Bir buzdolabı 3 'lük bir verimlilik katsayısına (VEK) sahiptir. Buzluk –20°C 'de ve oda sıcaklığı 22°C 'dir. Buzdolabı, her dakika 22°C 'deki 30 g suyu –20°C 'de 30 g buza çevirebilmektedir. Bu iş için ne kadar güç gereklidir? Cevabınızı watt cinsinden veriniz.

55. Bir mutfaktaki ideal (Carnot) buzdolabı, mutfağın sabit sıcaklığı 300 K civarında iken 260 K 'lik bir sabit sıcaklıkta tutulmaktadır. Buzdolabının yalıtımının, 0,150 W 'lık bir hızda, buzdolabına doğru bir miktar enerji akacak şekilde mükemmel omadığını varsayınız. Buzdolabı, sıcaklığını sabit tutmak için, motorunun ihtiyaç duyacağı ortalama güç ne kadardır?

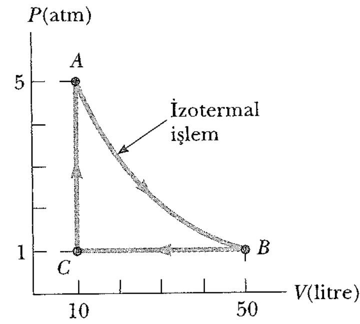
56. Bir elektrik santralinin genel olarak verimi %15 'tir. Santral yakıt olarak kömür kullanmaktadır ve bir şehre 150 MW güç vermektedir. Yanan kömür, türbinleri çalıştıran buharı meydana getirmektedir. Bir nehre bağlanmış soğutma borularından geçirilen buhar 25°C 'de su olarak yoğunlaşmaktadır. (a) Bu santral günde kaç ton kömür kullanır? (b) Kömürün tonu 8 dolar ise bir yıl süresince toplam yakıt masrafı nekadardır? (c) Nehir suyu 20 °C ise soğutma borularında suyun sıcaklığının 25 °C 'yi geçmemesi için, suyun akış hızı en az ne olmalıdır? (*Not:* Kömürün yanma ısısı 33 kJ/g 'dır.)

57. Carnot verimine sahip bir elektrik santrali, 500 K 'de buhar alıp, bunu 300 K 'de akan bir nehre veren türbinlerden 1000 MW 'lık elektrik gücü üretiyor. Su akıntısının elektrik santralinin çıkışı sebebiyle 6 K daha ılık olduğunu varsayarak nehrin akış hızını bulunuz.

58. Carnot verimine sahip bir elektrik santrali, T_h sıcaklığındaki buhardan enerji alıp, T_c sıcaklığında enerjiyi bir akarsudaki ısı alıcısı yoluyla atan türbinlerden $\mathcal{P}$ elektrik gücünü üretiyor. Su akıntısının elektrik santrali çıkışı sebebiyle ΔT kadar ılık olduğu varsayımı ile nehrin akış hızını bulunuz.

59. Bir atlet, 70 kg kütleli olup, 453 gram, 35 °F sıcaklığında soğutulmuş su içmektedir. (a) Su içmeden dolayı vücut sıcaklığının (98,6 °F) değişimini ihmal ederek, tüm sistemin entropi artışını bulunuz. (b) Bütün vücudun su ile soğuduğunu ve vücudun ortalama özgül ısısının suyun özgül ısısına eşit olduğunu kabul ediniz. Diğer ısı transferlerini ihmal ediniz. Atletin vücut sıcaklığını, soğuk su içtikten sonra bulunuz. *Bu* şartlar altında bütün sistemin entropi artışı nedir? Sonucunuzu (a) şıkkındaki sonuç ile kıyaslayınız.

60. Bir mol ideal gaz, Şekil P22.60 'daki çevrimi takip etmektedir. $A \rightarrow B$ işlemi tersinir izotermal genleşmeyi göstermektedir. (a) Gaz tarafından yapılan net işi, (b) gaza verilen enerjiyi, (c) gaz tarafından dışarı atılan enerjiyi, (d) çevrimin verimini hesaplayınız.

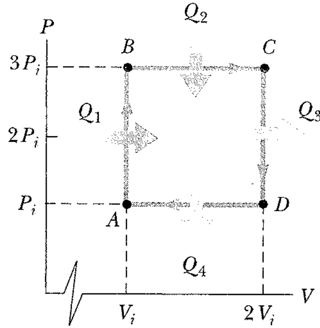


Şekil P22.60

61. Kahvenize süt ilave ettiğiniz zaman evrenin entropi artışını hesaplayınız. Kahvenin ilk sıcaklığı 60 °C ve kütlesi 200 g 'dır. Eklenen sütün ilk sıcaklığı 5 °C ve kütlesi 20 g 'dır. Süt ve kahvenin özgül ısıları 4,2 J/gC° olarak alınız.

62. 1993 yılında Federal Hükümet Amerika Birleşik devletlerinde satılan bütün oda klimalarının 10 veya daha yüksek enerji verimi oranına (EVO) sahip olmaları gerektiğini kanunlaştırmıştır. EVO, klimanın Btu/h cinsinden ölçülen soğutma kapasitesinin, Watt cinsinden gerekli elektrik gücüne oranı olarak tanımlanmaktadır. (a) EVO'nun 10 'lık değerini 1Btu = 1055 J dönüşümünü kullanarak boyutsuz bir sayıya çeviriniz. (b) Bu boyutsuz niceliğin uygun ismi nedir? (c) 1970 yılında EVO 'su 5 veya daha düşük olan klimalardan bulmak oldukça kolaydı 10000 Btu/h 'lık bir klimanın çalışma maliyetini, elektriğin kilowatt saati 10¢ (cent) olan bir şehirde yazın 1500 saat kullandığınızda, 5 ve 10 'lık EVO 'lu iki klima için karşılaştırınız.

Bir mol tek atomlu gaza, Şekil P22.63 'deki tersinir çevrim uygulanıyor. A noktasındaki basınç, hacim ve sıcaklık, P_i, V_i ve T_i 'dır. (a) Her çevrimde sisteme giren toplam ısıyı, (b) her çevrimde sistemden çıkan toplam ısıyı, (c) bu tersinir çevirimde çalışan makinanın verimini, (d) aynı sıcaklıklar arasında çalışan bir Carnot çevriminin verimini, R ve T_i cinsinden bulunuz.



Şekil P22.63

Bir mol ideal gaz izotermal olarak genleşmektedir. (a) Gaz, hacmini iki katına çıkarırsa, bu genleşmedeki işin

$$W = RT \ln 2$$

olduğunu gösteriniz. (b) Bir ideal gazın $E_{iç}$ enerjisi sadece sıcaklığa bağlı olduğundan bu genleşmede $E_{iç}$ değişmez. Birinci kanuna göre, genleşme süresince gaz tarafından soğurulan ısının tamamı işe çevrilir. Bu niçin ikinci kanuna aykırı ***değildir?***

Bir sistem, n mol ideal gazdan oluşmaktadır. Gaz, izobarik olarak (eş basınçta) tersinir bir işlemle V_i hacminden $3V_i$ hacmine genleşiyor. Gazın entropi değişimini hesaplayınız. (*İpucu:* Sistemin, ilk durumdan son duruma önce izotermal, sonra adyabatik eğri boyunca (entropi değişimi sıfır olacak şekilde) gittiğini düşününüz.)

66. Bir patent ofisinde çalıştığınızı düşününüz. Bir mucit, su kullanan ve termodinamik verimi 0,61 olan bir ısı makinası yaptığını iddia etmektedir. Makinanın, 0 °C ile 4 °C arasındaki ısı kaynakları arasında çalıştığını söylemektedir. Makina, birçok pistonu, dişlisi, makaraları olan çok komplike bir makina olup, erime ve donma arasında bir çevrimi takip etmektedir. $e = 0,61$ 'lik garanti ciddi midir? Açıklayınız.

67. İdealleştirilmiş bir dizel motoru, Şekil 22.13 'de gösterilen ve *hava standartlı Dizel çevrimi* adı verilen çevirimde çalışmaktadır. Yakıt, sıkışmanın maksimum olduğu B noktasında piston içine püskürtülmektedir. Eşbasınçlı kabul edilen $B \rightarrow C$ genleşmesi boyunca yanma meydana gelmektedir. Bu idealleştirilmiş dizel motorun veriminin

$$e = 1 - \frac{1}{\gamma}\left(\frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}\right)$$

olduğunu gösteriniz.

68. Bir mol ideal gaz ($\gamma = 1,4$) Şekil 22.9 'daki Carnot çevrimini takip etmektedir. A noktasındaki basınç 25 atm ve sıcaklık 600 K 'dır. C noktasındaki basınç ve sıcaklık 1 atm ve 400 K 'dır. (a) A, B, C, D noktalarındaki basınç ve hacmi bulunuz. (b) Her çevrimde yapılan net işi hesaplayınız. (c) Bu çevrimde çalışan makinanın verimini bulunuz.

Tipik bir insan 70 kg kütleye sahiptir ve günde yaklaşık 2000 kCal (2×10^6 cal) metabolik enerji oluşturur. (a) Metabolik enerji üretme hızını Watt ve kal/saat olarak bulunuz. (b) Oluşan bu metabolik enerji kaybedilmezse, insan vücudunun özgül ısısını 1 cal/g C° kabul ederek, vücut sıcaklığının yükselme hızını bulunuz. Cevabınızı °C/saat ve °F/saat olarak veriniz.

10 °C 'deki 1 kg su, 30°C 'deki 1 kg su ile karıştırılıyor. İşlem sabit basınçta olmaktadır. Karışım dengeye ulaştığı zaman; (a) son sıcaklık ne olur? (b) Su için $c_P = 4,19$ kJ/kg K alarak, sistemin entropi artışının

$$\Delta S = 4,19 \ln\left[\left(\frac{293}{283}\right)\left(\frac{293}{303}\right)\right] \text{kJ/K}$$

olduğunu gösteriniz. (c) $\Delta S > 0$ olduğunu nümerik olarak doğrulayınız. (d) Karışma işlemi tersinmez bir işlem midir?

SINAMA SORULARININ CEVAPLARI

22.1 Evinizi ısıtma maliyeti, ilk maliyetin %25 'i kadar az olur. Elektrikle ısıtmada, evinizin ısınması için aynı miktar enerji alırsınız. Isı pompasının 4 'lük VEK değeri, elektrikle aldığınız enerjinin 4 katı bir enerjiyi aldığınız anlamına gelir. Elektrik enerjisinin 4 katı kadar bir enerji için, elektriğin dörtte biri kadar bir enerjiye ihtiyacınız olduğu anlaşılır.

22.2 (b) İşlem tersinir ve adyabatik olduğundan $Q_r = 0$, böylece $\Delta S = 0$'dır.

22.3 Yanlış. Termodinamiğin İkinci kanunu, *evrenin* entropisinin bütün gerçek süreçlerde artacağını söyler. Moleküllerin düzeninin düzenli yaprak ve dalları oluşturması *ağacın* entropisinde bir azalmaya karşılık gelmekle beraber, bu düzenlenme ağacın çevresiyle olan etkileşmelerini içeren çok sayıda işlemler sebebiyle oluşmaktadır. Bütün bu işlemlerle ilgili entropi değişimlerini de olaya katarsak, bir ağacın büyümesi sırasında evrenin entropi değişimi yine pozitif olacaktır.

TABLO A.1 Çevirme Çarpanları

Uzunluk

	m	cm	km	in.	ft	mi
1 metre	1	10^{2}	10^{-3}	39,37	3,281	$6,214 \times 10^{-4}$
1 santimetre	10^{-2}	1	10^{-5}	0,3937	$3,281 \times 10^{-2}$	$6,214 \times 10^{-6}$
1 kilometre	10^{3}	10^{5}	1	$3,937 \times 10^{4}$	$3,281 \times 10^{3}$	0,6214
1 inch	$2,540 \times 10^{-2}$	2,540	$2,540 \times 10^{-5}$	1	$8,333 \times 10^{-2}$	$1,578 \times 10^{-5}$
1 foot	0,3048	30,48	$3,048 \times 10^{-4}$	12	1	$1,894 \times 10^{-4}$
1 mil	1609	$1,609 \times 10^{5}$	1,609	$6,336 \times 10^{4}$	5280	1

Kütle

	kg	g	slug	u
1 kilogram	1	10^{3}	$6,852 \times 10^{-2}$	$6,024 \times 10^{26}$
1 gram	10^{-3}	1	$6,852 \times 10^{-5}$	$6,024 \times 10^{23}$
1 slug	14,59	$1,459 \times 10^{4}$	1	$8,789 \times 10^{27}$
1 atomik kütle birimi	$1,660 \times 10^{-27}$	$1,660 \times 10^{-24}$	$1,137 \times 10^{-28}$	1

Not: 1 ton = 1000 kg

Zaman

	s	dak	saat	gün	yıl
1 saniye	1	$1,667 \times 10^{-2}$	$2,778 \times 10^{-4}$	$1,157 \times 10^{-5}$	$3,169 \times 10^{-8}$
1 dakika	60	1	$1,667 \times 10^{-2}$	$6,994 \times 10^{-4}$	$1,901 \times 10^{-6}$
1 saat	3600	60	1	$4,167 \times 10^{-2}$	$1,141 \times 10^{-4}$
1 gün	$8,640 \times 10^{4}$	1440	24	1	$2,738 \times 10^{-5}$
1 yıl	$3,156 \times 10^{7}$	$5,259 \times 10^{5}$	$8,766 \times 10^{3}$	365,2	1

Hız

	m/s	cm/s	ft/s	mi/h
1 metre/saniye	1	10^{2}	3,281	2,237
1 santimetre/saniye	10^{-2}	1	$3,281 \times 10^{-2}$	$2,237 \times 10^{-2}$
1 foot/saniye	0,3048	30,48	1	0,6818
1 mil/saat	0,4470	44,70	1,467	1

Not: 1 mil/dak = 60 mil/saat = 88 ft/s

Devam ediyor

TABLO A.1 Devam

Kuvvet

	N	lb
1 newton	1	0,2248
1 pound	4,448	1

İş, Enerji, Isı

	J	ft·lb	eV
1 joule	1	0,7376	$6{,}242 \times 10^{18}$
1 ft· lb	1,356	1	$8{,}464 \times 10^{18}$
1 eV	$1{,}602 \times 10^{-19}$	$1{,}182 \times 10^{-19}$	1
1 cal	4,186	3,087	$2{,}613 \times 10^{19}$
1 Btu	$1{,}055 \times 10^{3}$	$7{,}779 \times 10^{2}$	$6{,}585 \times 10^{21}$
1 kWh	$3{,}600 \times 10^{6}$	$2{,}655 \times 10^{6}$	$2{,}247 \times 10^{25}$

	cal	Btu	kWh
1 joule	0,2389	$9{,}481 \times 10^{-4}$	$2{,}778 \times 10^{-7}$
1 ft· lb	0,3239	$1{,}285 \times 10^{-3}$	$3{,}766 \times 10^{-7}$
1 eV	$3{,}827 \times 10^{-20}$	$1{,}519 \times 10^{-22}$	$4{,}450 \times 10^{-26}$
1 cal	1	$3{,}968 \times 10^{-3}$	$1{,}163 \times 10^{-6}$
1 Btu	$2{,}520 \times 10^{2}$	1	$2{,}930 \times 10^{-4}$
1 kWh	$8{,}601 \times 10^{5}$	$3{,}413 \times 10^{2}$	1

Basınç

	Pa	atm
1 pascal	1	$9{,}869 \times 10^{-6}$
1 atmosfer	$1{,}013 \times 10^{5}$	1
1 santimetre cıva[a]	$1{,}333 \times 10^{3}$	$1{,}316 \times 10^{-2}$
1 pound/inch^2	$6{,}895 \times 10^{3}$	$6{,}805 \times 10^{-2}$
1 pound/foot^2	47,88	$4{,}725 \times 10^{-4}$

	cm Hg	lb/in.^{2}	lb/ft^2
1 newton/meter^2	$7{,}501 \times 10^{-4}$	$1{,}450 \times 10^{-4}$	$2{,}089 \times 10^{-2}$
1 atmosfer	76	14,70	$2{,}116 \times 10^{3}$
1 santimetre cıva[a]	1	0,1943	27,85
1 pound/inch^2	5,171	1	144
1 pound/foot^2	$3{,}591 \times 10^{-2}$	$6{,}944 \times 10^{-3}$	1

[a] 0°C de ve yerçekimi ivmesinin 9,80665 m/s^2 lik "standart" bir değerde olduğu bir bölgede.

TABLO A.2 Semboller, Boyutlar ve Fiziksel Niceliklerin Birimleri

Nicelik	Genel Sembolü	Birim[a]	Boyutları[b]	Temel SI Birimleri Cinsinden Birimi
İvme	$\mathbf{a}$	m/s^2	L/T^2	m/s^2
Madde miktarı	n	mol		mol
Açı	θ, ϕ	radyan(rad)	1	
Açısal ivme	$\boldsymbol{\alpha}$	rad/s^2	T^{-2}	s^{-2}
Açısal frekans	ω	rad/s	T^{-1}	s^{-1}
Açısal momentum	$\mathbf{L}$	kg·m^2/s	ML^2/T	kg·m^2/s
Açısal hız	$\boldsymbol{\omega}$	rad/s	T^{-1}	s^{-1}
Alan	A	m^2	L^2	m^2
Atom numarası	Z			
Sığa	C	farad(F)	Q^{2}T^2/ML^2	A^2·s^4/kg·m^2
Elektrik yükü	q, Q, e	coulomb (C)	Q	A·s
Yük yoğunluğu				
Çizgisel	λ	C/m	Q/L	A·s/m
Yüzeysel	σ	C/m^2	Q/L	A·s/m^2
Hacimsel	ρ	C/m^3	Q/L^3	A·s/m^3
İletkenlik	σ	1/W·m	Q^{2}T/ML^3	A^2·s^3/kg·m^3
Akım	I	AMPER	Q/T	A
Akım yoğunluğu	$\mathbf{J}$	A/m^2	Q/T^2	A/m^2
Yoğunluk	ρ	kg/m^3	M/L^3	kg/m^3
Dielektrik sabiti	κ			
Yer değiştirme	$\mathbf{r}, \mathbf{s}$	METRE	L	m
Mesafe	d, h			
Uzunluk	ℓ, L			
Elektrik dipol momenti	$\mathbf{p}$	C·m	QL	A·s·m
Elektrik alanı	$\mathbf{E}$	V/m	ML/QT^2	kg·m/A·s^3
Elektrik akısı	Φ_E	V·m	ML^3/QT^2	kg·m^3/A·s^3
Elektromotor kuvvet	$\mathcal{E}$	volt (V)	ML^2/QT^2	kg·m^2/A·s^3
Enerji	E, U, K	joule (J)	ML^2/T^2	kg·m^2/s^2
Entropi	S	J/K	ML^2/T^2°K	kg·m^2/s^2·K
Kuvvet	$\mathbf{F}$	newton (N)	ML/T^2	kg·m/s^2
Frekans	f	hertz (Hz)	T^{-1}	s^{-1}
Isı	Q	joule (J)	ML^2/T^2	kg·m^2/s^2
Indüktans	L	herny (H)	ML^2/Q^2	kg·m^2/A^2·s^2
Manyetik dipol moment	$\boldsymbol{\mu}$	N·m/T	QL^2/T	A·m^2
Manyetik alan	$\mathbf{B}$	tesla (T) (=Wb/m^2)	M/QT	kg/A·s^2
Manyetik akı	Φ_B	weber (Wb)	ML^2/QT	kg·m^2/A·s^2
Kütle	m, M	KİLOGRAM	M	kg
Molar özgül ısı	C	J/mol·K		kg·m^2/s^2·mol·K
Eylemsizlik momenti	I	kg·m^2	ML^2	kg·m^2
Momentum	$\mathbf{p}$	kg·m/s	ML/T	kg·m/s
Periyod	T	s	T	s
Uzayın manyetik geçirgenliği	μ_0	N/A^2 (= H/m)	ML/Q^{2}T	kg·m/A^2·s^2
Uzayın elektrik geçirgenliği	ϵ_0	C^2/N·m^2 (= F/m)	Q^{2}T^2/ML^3	A^2·s^4/kg·m^3
Potansiyel (voltaj)	V	volt (V) (= J/C)	ML^2/QT^2	kg·m^2/A·s^3
Güç	$\mathcal{P}$	watt (W) (= J/s)	ML^2/T^3	kg·m^2/s^3

Devam ediyor

TABLO A.2 Devamı

Nicelik	Genel Sembolü	Birim[a]	Boyutları [b]	Temel SI Birimleri Cinsinden Birimi
Basınç	P	pascal (Pa)=(N/m^2)	M/LT^2	kg/m·s^2
Direnç	R	ohm (W) (=V/A)	ML^2/Q^{2}T	kg·m^2/A^2·s^3
Özgül ısı	c	J/kg·K	L^2/T^2 °K	m^2/s^2·K
Hız	v	m/s	L/T	m/s
Sıcaklık	T	KELVİN	°K	K
Zaman	t	SANİYE	T	s
Tork	τ	N·m	ML^2/T^2	kg·m^2/s^2
Hacim	V	m^3	L^3	m^3
Dalgaboyu	λ	m	L	m
İş	W	joule (J) (=N·m)	ML^2/T^2	kg·m^2/s^2

[a] Temel SI irimleri büyük haflerle verilmiştir.
[b] *M, T* ve *Q* sembolleri sırasıyla kütle, uzunluk, zaman ve elektrik yükünü göstermektedir.

TABLO A.3 Atomik Kütlelerin Tablosu[a]

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
0	(Nötron)	n		1*	1,008 665		10,4 dak
1	Hidrojen	H	1,007 9	1	1,007 825	99,985	
	Döteryum	D		2	2,014 102	0,015	
	Lityum	T		3*	3,016 049		12,33 yıl
2	Helyum	He	4,002 60	3	3,016 029	0,000 14	
				4	4,002 602	99,999 86	
				6*	6,018 886		0,81 s
3	Lityum	Li	6,941	6	6,015 121	7,5	
				7	7,016 003	92,5	
				8*	8,022 486		0,84 s
4	Berilyum	Be	9,012 2	7*	7,016 928		53,3 gün
				9	9,012 174	100	
				10*	10,013 534		$1,5 \times 10^6$ yıl
5	Bor	B	10,81	10	10,012 936	19,9	
				11	11,009 305	80,1	
				12*	12,014 352		0,0202 s
6	Karbon	C	12,011	10*	10,016 854		19,3 s
				11*	11,011 433		20,4 dak
				12	12,000 000	98,90	
				13	13,003 355	1,10	
				14*	14,003 242		5 730 yıl
				15*	15,010 599		2,45 s
7	Azot	N	14,006 7	12*	12,018 613		0,011 0 s
				13*	13,005 738		9,96 dak
				14	14,003 074	99,63	
				15	15,000 108	0,37	
				16*	16,006 100		7,13 s
				17*	17,008 450		4,17 s

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
8	Oksijen	O	15,999 4	14*	14,008 595		70,6 s
				15*	15,003 065		122 s
				16	15,994 915	99,761	
				17	16,999 132	0,039	
				18	17,999 160	0,20	
				19*	19,003 577		26,9 s
9	Flor	F	18,998 40	17*	17,002 094		64,5 s
				18*	18,000 937		109,8 dak
				19	18,998 404	100	
				20*	19,999 982		11,0 s
				21*	20,999.950		4,2 s
10	Neon	Ne	20,180	18*	18,005 710		1,67 s
				19*	19,001 880		17,2 s
				20	19,992 435	90,48	
				21	20,993 841	0,27	
				22	21,991 383	9,25	
				23*	22,994 465		37,2 s
11	Sodyum	Na	22,989 87	21*	20,997 650		22,5 s
				22*	21,994 434		2,61 yıl
				23	22,989 770	100	
				24*	23,990 961		14,96 saat
12	Magnezyum	Mg	24,305	23*	22,994 124		11,3 s
				24	23,985 042	78,99	
				25	24,985 838	10,00	
				26	25,982 594	11,01	
				27*	26,984 341		9,46 dak
13	Alüminyum	Al	26,981 54	26*	25,986 892		$7,4 \times 10^5$ yıl
				27	26,981 538	100	
				28*	27,981 910		2,24 dak
14	Silisyum	Si	28,086	28	27,976 927	92,23	
				29	28,976 495	4,67	
				30	29,973 770	3,10	
				31*	30,975 362		2,62 saat
				32*	31,974 148		172 yıl
15	Fosfor	P	30,973 76	30*	29,978 307		2,50 dak
				31	30,973 762	100	
				32*	31,973 908		14,26 gün
				33*	32,971 725		25,3 gün
16	Kükürt	S	32,066	32	31,972 071	95,02	
				33	32,971 459	0,75	
				34	33,967 867	4,21	
				35*	34,969 033		87,5 gün
				36	35,967 081	0,02	
17	Klor	Cl	35,453	35	34,968 853	75,77	
				36*	35,968 307		$3,0 \times 10^5$ yıl
				37	36,965 903	24,23	

Devam ediyor

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
18	Argon	Ar	39,948	36	35,967 547	0,337	
				37*	36,966 776		35,04 gün
				38	37,962 732	0,063	
				39*	38,964 314		269 yıl
				40	39,962 384	99,600	
				42*	41,963 049		33 yıl
19	Potasyum	K	39,098 3	39	38,963 708	93,258 1	
				40*	39,964 000	0,011 7	$1,28 \times 10^9$ yıl
				41	40,961 827	6,730 2	
20	Kalsiyum	Ca	40,08	40	39,962 591	96,941	
				41*	40,962 279		$1,0 \times 10^5$ yıl
				42	41,958 618	0,647	
				43	42,958 767	0,135	
				44	43,955 481	2,086	
				46	45,953 687	0,004	
				48	47,952 534	0,187	
21	Skandiyum	Sc	44,955 9	41*	40,969 250		0,596 s
				45	44,955 911	100	
22	Titan	Ti	47,88	44*	43,959 691		49 yıl
				46	45,952 630	8,0	
				47	46,951 765	7,3	
				48	47,947 947	73,8	
				49	48,947 871	5,5	
				50	49,944 792	5,4	
23	Vanadyum	V	50,941 5	48*	47,952 255		15,97 gün
				50*	49,947 161	0,25	$1,5 \times 10^{17}$ yıl
				51	50,943 962	99,75	
24	Krom	Cr	51,996	48*	47,954 033		21,6 saat
				50	49,946 047	4,345	
				52	51,940 511	83,79	
				53	52,940 652	9,50	
				54	53,938 883	2,365	
25	Mangan	Mn	54,938 05	54*	53,940 361		312,1 gün
				55	54,938 048	100	
26	Demir	Fe	55,847	54	53,939 613	5,9	
				55*	54,938 297		2,7 yıl
				56	55,934 940	91,72	
				57	56,935 396	2,1	
				58	57,933 278	0,28	
				60*	59,934 078		$1,5 \times 10^6$ yıl
27	Kobalt	Co	58,933 20	59	58,933 198	100	
				60*	59,933 820		5,27 yıl
28	Nicel	Ni	58,693	58	57,935 346	68,077	
				59*	58,934 350		$7,5 \times 10^4$ yıl
				60	59,930 789	26,223	
				61	60,931 058	1,140	
				62	61,928 346	3,634	
				63*	62,929 670		100 yıl
				64	63,927 967	0,926	

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
29	Bakır	Cu	63,54	63	62,929 599	69,17	
				65	64,927 791	30,83	
30	Çinko	Zn	65,39	64	63,929 144	48,6	
				66	65,926 035	27,9	
				67	66,927 129	4,1	
				68	67,924 845	18,8	
				70	69,925 323	0,6	
31	Galyum	Ga	69,723	69	68,925 580	60,108	
				71	70,924 703	39,892	
32	Germanyum	Ge	72,61	70	69,924 250	21,23	
				72	71,922 079	27,66	
				73	72,923 462	7,73	
				74	73,921 177	35,94	
				76	75,921 402	7,44	
33	Arsenik	As	74,921 6	75	74,921 594	100	
34	Selenyum	Se	78,96	74	73,922 474	0,89	
				76	75,919 212	9,36	
				77	76,919 913	7,63	
				78	77,917 307	23,78	
				79*	78,918 497		$\leq 6{,}5 \times 10^4$ yıl
				80	79,916 519	49,61	
				82*	81,916 697	8,73	$1{,}4 \times 10^{20}$ yıl
35	Brom	Br	79,904	79	78,918 336	50,69	
				81	80,916 287	49,31	
36	Kripton	Kr	83,80	78	77,920 400	0,35	
				80	79,916 377	2,25	
				81*	80,916 589		$2{,}1 \times 10^5$ yıl
				82	81,913 481	11,6	
				83	82,914 136	11,5	
				84	83,911 508	57,0	
				85*	84,912 531		10,76 yıl
				86	85,910 615	17,3	
37	Rubidyum	Rb	85,468	85	84,911 793	72,17	
				87*	86,909 186	27,83	$4{,}75 \times 10^{10}$ yıl
38	Stronsiyum	Sr	87,62	84	83,913 428	0,56	
				86	85,909 266	9,86	
				87	86,908 883	7,00	
				88	87,905 618	82,58	
				90*	89,907 737		29,1 yıl
39	İtriyum	Y	88,905 8	89	88,905 847	100	
40	Zikronyum	Zr	91,224	90	89,904 702	51,45	
				91	90,905 643	11,22	
				92	91,905 038	17,15	
				93*	92,906 473		$1{,}5 \times 10^6$ yıl
				94	93,906 314	17,38	
				96	95,908 274	2,80	

Devam ediyor

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
41	Niyobiyum	Nb	92,906 4	91*	90,906 988		$6,8 \times 10^2$ yıl
				92*	91,907 191		$3,5 \times 10^7$ yıl
				93	92,906 376	100	
				94*	93,907 280		2×10^4 yıl
42	Molibden	Mo	95,94	92	91,906 807	14,84	
				93*	92,906 811		$3,5 \times 10^3$ yıl
				94	93,905 085	9,25	
				95	94,905 841	15,92	
				96	95,904 678	16,68	
				97	96,906 020	9,55	
				98	97,905 407	24,13	
				100	99,907 476	9,63	
43	Teknetyum	Tc		97*	96,906 363		$2,6 \times 10^6$ yıl
				98*	97,907 215		$4,2 \times 10^6$ yıl
				99*	98,906 254		$2,1 \times 10^5$ yıl
44	Rutenyum	Ru	101 07	96	95,907 597	5,54	
				98	97,905 287	1,86	
				99	98,905 939	12,7	
				100	99,904 219	12,6	
				101	100,905 558	17,1	
				102	101,904 348	31,6	
				104	103,905 428	18,6	
45	Rodyum	Rh	102,905 5	103	102,905 502	100	
46	Palladyum	Pd	106,42	102	101,905 616	1,02	
				104	103,904 033	11,14	
				105	104,905 082	22,33	
				106	105,903 481	27,33	
				107*	106,905 126		$6,5 \times 10^6$ yıl
				108	107,903 893	26,46	
				110	109,905 158	11,72	
47	Gümüş	Ag	107,868	107	106,905 091	51,84	
				109	108,904 754	48,16	
48	Kadmiyum	Cd	112,41	106	105,906 457	1,25	
				108	107,904 183	0,89	
				109*	108,904 984		462 gün
				110	109,903 004	12,49	
				111	110,904 182	12,80	
				112	111,902 760	24,13	
				113*	112,904 401	12,22	$9,3 \times 10^{15}$ yıl
				114	113,903 359	28,73	
				116	115,904 755	7,49	
49	İndiyum	In	114,82	113	112,904 060	4,3	
				115*	114,903 876	95,7	$4,4 \times 10^{14}$ yıl
50	Kalay	Sn	118,71	112	111,904 822	0,97	
				114	113,902 780	0,65	
				115	114,903 345	0,36	
				116	115,901 743	14,53	
				117	116,902 953	7,68	

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
(50)	(Kalay)			118	117,901 605	24,22	
				119	118,903 308	8,58	
				120	119,902 197	32,59	
				121*	120,904 237		55 yıl
				122	121,903 439	4,63	
				124	123,905 274	5,79	
51	Antimon	Sb	121,76	121	120,903 820	57,36	
				123	122,904 215	42,64	
				125*	124,905 251		2,7 yıl
52	Tellür	Te	127,60	120	119,904 040	0,095	
				122	121,903 052	2,59	
				123*	122,904 271	0,905	$1,3 \times 10^{13}$ yıl
				124	123,902 817	4,79	
				125	124,904 429	7,12	
				126	125,903 309	18,93	
				128*	127,904 463	31,70	$>8 \times 10^{24}$ yıl
				130*	129,906 228	33,87	$\leq 1,25 \times 10^{21}$ yıl
53	İyot	I	126,904 5	127	126,904 474	100	
				129*	128,904 984		$1,6 \times 10^{7}$ yıl
54	Ksenon	Xe	131,29	124	123,905 894	0,10	
				126	125,904 268	0,09	
				128	127,903 531	1,91	
				129	128,904 779	26,4	
				130	129,903 509	4,1	
				131	130,905 069	21,2	
				132	131,904 141	26,9	
				134	133,905 394	10,4	
				136*	135,907 215	8,9	$\geq 2,36 \times 10^{21}$ yıl
55	Sezyum	Cs	132,905 4	133	132,905 436	100	
				134*	133,906 703		2,1 yıl
				135*	134,905 891		2×10^{6} yıl
				137*	136,907 078		30 yıl
56	Baryum	Ba	137,33	130	129,906 289	0,106	
				132	131,905 048	0,101	
				133*	132,905 990		10,5 yıl
				134	133,904 492	2,42	
				135	134,905 671	6,593	
				136	135,904 559	7,85	
				137	136,905 816	11,23	
				138	137,905 236	71,70	
57	Lantanyum	La	138,905	137*	136,906 462		6×10^{4} yıl
				138*	137,907 105	0,090 2	$1,05 \times 10^{11}$ yıl
				139	138,906 346	99,909 8	
58	Seryum	Ce	140,12	136	135,907 139	0,19	
				138	137,905 986	0,25	
				140	139,905 434	88,43	
				142*	141,909 241	11,13	$>5 \times 10^{16}$ yıl
59	Praseodimyum	Pr	140,907 6	141	140,907 647	100	

Devam ediyor

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) *A*	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
60	Neodimyum	Nd	144,24	142	141,907 718	27,13	
				143	142,909 809	12,18	
				144*	143,910 082	23,80	$2{,}3 \times 10^{15}$ yıl
				145	144,912 568	8,30	
				146	145,913 113	17,19	
				148	147,916 888	5,76	
				150*	149,920 887	5,64	$> 1 \times 10^{18}$ yıl
61	Prometiyum	Pm		143*	142,910 928		265 gün
				145*	144,912 745		17,7 yıl
				146*	145,914 698		5,5 yıl
				147*	146,915 134		2,623 yıl
62	Samaryum	Sm	150,36	144	143,911 996	3,1	
				146*	145,913 043		$1{,}0 \times 10^{8}$ yıl
				147*	146,914 894	15 0	$1{,}06 \times 10^{11}$ yıl
				148*	147,914 819	11 3	7×10^{15} yıl
				149*	148,917 180	13,8	$> 2 \times 10^{15}$ yıl
				150	149,917 273	7,4	
				151*	150,919 928		90 yıl
				152	151,919 728	26,7	
				154	153,922 206	22,7	
63	Öropyum	Eu	151,96	151	150,919 846	47,8	
				152*	151,921 740		13,5 yıl
				153	152,921 226	52,2	
				154*	153,922 975		8,59 yıl
				155*	154,922 888		4,7 yıl
64	Gadolinyum	Gd	157,25	148*	147,918 112		75 yıl
				150*	149,918 657		$1{,}8 \times 10^{6}$ yıl
				152*	151,919 787	0,20	$1{,}1 \times 10^{14}$ yıl
				154	153,920 862	2,18	
				155	154,922 618	14,80	
				156	155,922 119	20,47	
				157	156,923 957	15,65	
				158	157,924 099	24,84	
				160	159,927 050	21,86	
65	Terbiyum	Tb	158,925 3	159	158,925 345	100	
66	Disprosyum	Dy	162,50	156	155,924 277	0,06	
				158	157,924 403	0,10	
				160	159,925 193	2,34	
				161	160,926 930	18,9	
				162	161,926 796	25,5	
				163	162,928 729	24,9	
				164	163,929 172	28,2	
67	Holmiyum	Ho	164,930 3	165	164,930 316	100	
				166*	165,932 282		$1{,}2 \times 10^{3}$ yıl
68	Erbiyum	Er	167,26	162	161,928 775	0,14	
				164	163,929 198	1,61	
				166	165,930 292	33,6	

TABLO A.3 *Devamı*

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) *A*	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
(68)	(Erbiyum)			167	166,932 047	22,95	
				168	167,932 369	27,8	
				170	169,935 462	14,9	
69	Tulyum	Tm	168,934 2	169	168,934 213	100	
				171*	170,936 428		1,92 yıl
70	İterbiyum	Yb	173,04	168	167,933 897	0,13	
				170	169,934 761	3,05	
				171	170,936 324	14,3	
				172	171,936 380	21,9	
				173	172,938 209	16,12	
				174	173,938 861	31,8	
				176	175,942 564	12,7	
71	Lutesyum	Lu	174,967	173*	172,938 930		1,37 yıl
				175	174,940 772	97,41	
				176*	175,942 679	2,59	3,78 × 10^{10} yıl
72	Hanfniyum	Hf	178,49	174*	173,940 042	0,162	2 0 × 10^{15} yıl
				176	175,941 404	5,206	
				177	176,943 218	18,606	
				178	177,943 697	27,297	
				179	178,945 813	13,629	
				180	179,946 547	35,100	
73	Tantalyum	Ta	180,947 9	180	179,947 542	0,012	
				181	180,947 993	99,988	
74	Tungsten (Wolfram)	W	183,85	180	179,946 702	0,12	
				182	181,948 202	26,3	
				183	182,950 221	14,28	
				184	183,950 929	30,7	
				186	185,954 358	28,6	
75	Renyum	Re	186,207	185	184,952 951	37,40	
				187*	186,955 746	62,60	4,4 × 10^{10} yıl
76	Osmiyum	Os	190,2	184	183,952 486	0,02	
				186*	185,953 834	1,58	2,0 × 10^{15} yıl
				187	186,955 744	1,6	
				188	187,955 832	13,3	
				189	188,958 139	16,1	
				190	189,958 439	26,4	
				192	191,961 468	41,0	
				194*	193,965 172		6,0 yıl
77	İridyum	Ir	192,2	191	190,960 585	37,3	
				193	192,962 916	62,7	
78	Platin	Pt	195,08	190*	189,959 926	0,01	6,5 × 10^{11} yıl
				192	191,961 027	0,79	
				194	193,962 655	32,9	
				195	194,964 765	33,8	
				196	195,964 926	25,3	
				198	197,967 867	7,2	
79	Altın	Au	196,966 5	197	196,966 543	100	

Devam ediyor

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
80	Civa	Hg	200 59	196	195,965 806	0,15	
				198	197,966 743	9,97	
				199	198,968 253	16,87	
				200	199,968 299	23,10	
				201	200,970 276	13,10	
				202	201,970 617	29,86	
				204	203,973 466	6,87	
81	Talyum	Tl	204,383	203	202,972 320	29,524	
				204*	203,973 839		3,78 yıl
				205	204,974 400	70,476	
		(Ra E″)		206*	205,976 084		4,2 dak
		(Ac C″)		207*	206,977 403		4,77 dak
		(Th C″)		208*	207,981 992		3,053 dak
		(Ra C″)		210*	209,990 057		1,30 dak
82	Kurşun	Pb	207,2	202*	201,972 134		5×10^{4} yıl
				204*	203,973 020	1,4	$\geqslant 1,4 \times 10^{17}$ yıl
				205*	204,974 457		$1,5 \times 10^{7}$ yıl
				206	205,974 440	24,1	
				207	206,975 871	22,1	
				208	207,976 627	52,4	
		(Ra D)		210*	209,984 163		22,3 yıl
		(Ac B)		211*	210,988 734		36,1 dak
		(Th B)		212*	211,991 872		10,64 saat
		(Ra B)		214*	213,999 798		26,8 dak
83	Bizmut	Bi	208,980 3	207*	206,978 444		32,2 yıl
				208*	207,979 717		$3,7 \times 10^{5}$ yıl
				209	208,980 374	100	
		(Ra E)		210*	209,984 096		5,01 gün
		(Th C)		211*	210,987 254		2,14 dak
				212*	211,991 259		60,6 dak
		(Ra C)		214*	213,998 692		19,9 dak
				215*	215,001 836		7,4 dak
84	Polonyum	Po		209*	208,982 405		102 yıl
		(Ra F)		210*	209,982 848		138,38 gün
		(Ac C′)		211*	210,986 627		0,52 s
		(Th C′)		212*	211,988 842		0,30 μs
		(Ra C′)		214*	213,995 177		164 μs
		(Ac A)		215*	214,999 418		0,001 8 s
		(Th A)		216*	216,001 889		0,145 s
		(Ra A)		218*	218,008 965		3,10 dak
85	Astatin	At		215*	214,998 638		≈ 100 μs
				218*	218,008 685		1,6 s
				219*	219,011 294		0,9 dak
86	Radon	Rn					
		(An)		219*	219,009 477		3,96 s
		(Tn)		220*	220,011 369		55,6 s
		(Rn)		222*	222,017 571		3,823 gün
87	Fransiyum	Fr					
		(Ac K)		223*	223,019 733		22 dak

TABLO A.3 Devamı

Atom Numarası Z	Element	Sembol	Kimyasal Atomik Kütle (u)	Kütle Numarası (*Radyoaktiflik gösterir) A	Atomik Kütle (u)	Bolluk Yüzdesi	Yarı Ömür (radyoaktifse) $T_{1/2}$
88	Radyum	Ra					
		(Ac X)		223*	223,018 499		11,43 gün
		(Th X)		224*	224,020 187		3,66 gün
		(Ra)		226*	226,025 402		1 600 yıl
		(Ms Th_1)		228*	228,031 064		5,75 yıl
89	Aktinyum	Ac		227*	227,027 749		21,77 yıl
		(Ms Th_2)		228*	228,031 015		6,15 saat
90	Toryum	Th	232,038 1				
		(Rd Ac)		227*	227,027 701		18,72 gün
		(Rd Th)		228*	228,028 716		1,913 yıl
				229*	229,031 757		7 300 yıl
		(Io)		230*	230,033 127		75,000 yıl
		(UY)		231*	231,036 299		25,52 saat
		(Th)		232*	232,038 051	100	$1{,}40 \times 10^{10}$ yıl
		(UX_1)		234*	234,043 593		24,1 gün
91	Protaktinyum	Pa		231*	231,035 880		32,760 yıl
		(Uz)		234*	234,043 300		6,7 saat
92	Uranyum	U	238,028 9	232*	232,037 131		69 yıl
				233*	233,039 630		$1{,}59 \times 10^{5}$ yıl
				234*	234,040 946	0,005 5	$2{,}45 \times 10^{5}$ yıl
		(Ac U)		235*	235,043 924	0,720	$7{,}04 \times 10^{8}$ yıl
				236*	236,045 562		$2{,}34 \times 10^{7}$ yıl
		(UI)		238*	238,050 784	99,274 5	$4{,}47 \times 10^{9}$ yıl
93	Neptünyum	Np		235*	235,044 057		396 gün
				236*	236,046 560		$1{,}15 \times 10^{5}$ yıl
				237*	237,048 168		$2{,}14 \times 10^{6}$ yıl
94	Plütonyum	Pu		236*	236,046 033		2,87 yıl
				238*	238,049 555		87,7 yıl
				239*	239,052 157		$2{,}412 \times 10^{4}$ yıl
				240*	240,053 808		6 560 yıl
				241*	241,056 846		14,4 yıl
				242*	242,058 737		$3{,}73 \times 10^{6}$ yıl
				244*	244,064 200		$8{,}1 \times 10^{7}$ yıl

[a] Altıncı sütundaki kütleler Z sayıda elektronun kütlesini içeren atomik kütlelerdir. Veriler Jagdish K. Tuli tarafından Temmuz 1990'da hazırlanan National Nuklear Data Center, Brookhaven National Labrotary'den alınmıştır. Veriler *Nuclear Data Sheets* ve *Nuklear Physics* 'te verilen ve keza Chart of the Nuvlides, 14. baskı'dan alınan deneysel sonuçlara dayanmaktadır. Atomik kütleler A. H Wapstra, G. Audi ve R. Hoekstra'nınkilere dayanmaktadır. İzotopik bolluk ise N. E. Holden'inkilere dayanmaktadır.

EK B • Matematik özet

Matematik ile ilgili bu ekler, matematik işlem ve metodların kısa bir incelemesini hedeflemektedir. Bu derse başlarken, temel cebirsel teknikler, analitik geometri ve trigonometriyi biliyor olmanız gerekir. Diferansiyel ve integral hesap ile ilgili ekler oldukça ayrıntılı olarak verilmiş ve bunlar, diferansiyel ve integral hesabı fiziksel durumlara uygulamada zorluk çeken öğrenciler için konmuştur.

B.1 BİLİMSEL NOTASYON (GÖSTERİM)

Bilim adamlarının ilgilendikleri pek çok nicelik, ya çok büyük ya da çok küçük değerlerdir. Örneğin, ışığın hızı yaklaşık olarak 300 000 000 m/s dir. Bu kitaptaki bir *i* harfinin noktasını koymak için gerekli mürekkebin kütlesi de hemen hemen 0,000 000 001 kg dır. Böyle sayıları okumak, yazmak ve dikkatle takip etmenin oldukca sıkıcı olduğu ortadadır. Bundan kurtulmak için 10 sayısının kuvvetleri kullanılır:

$$10^0 = 1$$
$$10^1 = 10$$
$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$
$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$
$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$$
$$10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$$

Buradaki sıfırların sayısına 10 sayısının **üssü** denir ve 10 sayısının kuvvetlerine karşılık gelir. Örneğin, ışığın hızı 300 000 000 m/s dir ve 3×10^8 m/s şeklinde ifade edilebilir.

Birden küçük sayılar için aşağıdaki yazılışlar mümkündür:

$$10^{-1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = 0{,}01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = 0{,}001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0{,}000\,1$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10} = 0{,}000\,01$$

Bu işlemlerde ondalık noktanın yeri, 1 sayısının sol tarafına doğru ve üssün (negatif) değeri kadar gidilerek elde edilir. 1 ile 10 arasındaki sayılarla çarpım halinde olan 10 un kuvvetleri şeklindeki sayı yazılışları, bilimsel gösterim olarak bilinir. Örneğin, 5 943 000 000 sayısının bilimsel gösterimi $5{,}943 \times 10^9$ ve 0,000 083 2 nin bilimsel gösterimi $8{,}32 \times 10^{-5}$ tir.

Bilimsel gösterimde ifade edilen sayıların çarpımlarında, aşağıdaki genel kural çok yararlıdır:

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m} \qquad \textbf{(B.1)}$$

burada n ve m *herhangi* sayı olabilir (tamsayılar olması gerekmez). Örneğin, $10^2 \times 10^5 = 10^7$. Üsler negatif olsa da bu kural uygulanır. Örneğin, $10^3 \times 10^{-8} = 10^{-5}$.

Bilimsel gösterimde sayıların bölümü söz konusu olduğunda

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^n \times 10^{-m} = 10^{n-m} \qquad \textbf{(B.2)}$$

yazılabileceğine dikkat ediniz.

ALIŞTIRMALAR

Yukarıdaki kuralların yardımlarıyla, aşağıda verilen cevapları doğrulayınız:

1. $86\,400 = 8{,}64 \times 10^4$
2. $9\,816\,762{,}5 = 9{,}8167625 \times 10^6$
3. $0{,}0000000398 = 3{,}98 \times 10^{-8}$
4. $(4 \times 10^8)\,(9 \times 10^9) = 3{,}6 \times 10^{18}$
5. $(3 \times 10^7)\,(6 \times 10^{-12}) = 1{,}8 \times 10^{-4}$
6. $\dfrac{75 \times 10^{-11}}{5 \times 10^{-3}} = 1{,}5 \times 10^{-7}$
7. $\dfrac{(3 \times 10^6)\,(8 \times 10^{-2})}{(2 \times 10^{17})\,(6 \times 10^5)} = 2 \times 10^{-18}$



CEBİR

Bazı Temel Kurallar

Cebirsel işlemler yapıldığı zaman, aritmetiğin kuralları uygulanır. x, y ve z gibi simgeler genellikle belli olmayan nicelikleri temsil etmek için kullanılır ve bunlara **bilinmeyenler** denir.

İlk önce

$$8x = 32$$

denklemine bakalım. Denklemi x e göre çözmek istersek, eşitliği bozmadan, denklemin iki tarafını aynı çarpan ile bölebiliriz (veya çarpabiliriz). Bu durumda, her iki tarafı 8 ile bölersek

$$\frac{8x}{8} = \frac{32}{8}$$

$$x = 4$$

elde ederiz.

Şimdi de

$$x + 2 = 8$$

denklemine bakalım. Bu tür ifadelerde, aynı niceliği denklemin iki tarafına ekler veya çıkarabiliriz. Her iki taraftan 2 yi çıkarırsak

$$x + 2 - 2 = 8 - 2$$

$$x = 6$$

buluruz. Genellikle, $x + a = b$ ise, $x = b - a$ olur.

Şimdi

$$\frac{x}{5} = 9$$

denklemini gözönüne alalım. İki tarafı 5 ile çarparsak, denklemin solunda x, sağında ise 45 kalır.

$$\left(\frac{x}{5}\right)(5) = 9 \times 5$$

$$x = 45$$

Her durumda, *denklemin sol tarafında hangi işlem yapılırsa sağ tarafında da aynı işlem yapılmalıdır.*

Çarpma, bölme toplama ve çıkarma ile ilgili kesirsel işlemler için aşağıdaki kuralları unutmayalım:

	Kural	Örnek
Çarpma	$\left(\frac{a}{b}\right)\left(\frac{c}{d}\right) = \frac{as}{bd}$	$\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{8}{15}$
Bölme	$\frac{(a/b)}{(c/d)} = \frac{ad}{bc}$	$\frac{2/3}{4/5} = \frac{(2)(5)}{(4)(3)} = \frac{10}{12}$
Toplama	$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$	$\frac{2}{3} - \frac{4}{5} = \frac{(2)(5) - (4)(3)}{(3)(5)} = -\frac{2}{15}$

ALIŞTIRMALAR

Aşağıdaki denklemlerde x'i çözünüz:

		Cevaplar
1.	$a = \frac{1}{1 + x}$	$x = \frac{1 - a}{a}$
2.	$3x - 5 = 13$	$x = 6$
3.	$ax - 5 = bx + 2$	$x = \frac{7}{a - b}$
4.	$\frac{5}{2x + 6} = \frac{3}{4x + 8}$	$x = -\frac{11}{7}$

Kuvvetler

Verilen bir x niceliğinin kuvvetlerinin çarpımı için, aşağıdaki kural uygulanır:

$$x^n x^m = x^{n+m} \qquad \textbf{(B.3)}$$

Örneğin, $x^2x^4 = x^{2+4} = x^6$.

Verilen bir niceliğin kuvvetlerinin birbirine bölümü için, kural

$$\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m} \quad \textbf{(B.4)}$$

dir. Örneğin, $x^8/x^2 = x^{8-2} = x^6$.

Bir kuvvet gibi bir kesir ise, bu aşağıdaki gibi bir köke karşılık gelir:

$$x^{1/n} = \sqrt[n]{x} \quad \textbf{(B.5)}$$

Örneğin, $4^{1/3} = \sqrt[3]{4} = 1{,}5874$. (Böyle hesaplar için bir hesap makinası yararlı olabilir.)

Son olarak, herhangi bir x^n niceliğinin m inci kuvveti

$$(x^n)^m = x^{nm} \quad \textbf{(B.6)}$$

dir.

Tablo **B.1**, bir sayının üssü ile ilgili işlemlerin kurallarını özetlemektedir.

TABLO B.1
Bir sayının üssü ile ilgili işlemlerin kuralları

$x^0 = 1$
$x^1 = x$
$x^n x^m = x^{n+m}$
$x^n/x^m = x^{n-m}$
$x^{1/n} = \sqrt[n]{x}$
$(x^n)^m = x^{nm}$

ALIŞTIRMALAR

Aşağıdaki eşitlikleri doğrulayınız:

1. $3^2 \times 3^3 = 243$
2. $x^5 x^{-8} = x^{-3}$
3. $x^{10}/x^{-5} = x^{15}$
4. $5^{1/3} = 1{,}709975$ (hesap makinanızı kullanınız)
5. $60^{1/4} = 2{,}783158$ (hesap makinanızı kullanınız)
6. $(x^4)^3 = x^{12}$

Çarpanlara ayırma

Bir eşitliği çarpanlara ayırmak için bazı yararlı formüller şunlarır:

$ax + ay + az = a(x + y + z)$ ortak çarpan
$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ tam kare
$a^2 - b^2 = (a + b)\ (a - b)$ iki kare farkı

İkinci Dereceden Denklemler

Bu denklemin genel şekli

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \textbf{(B.7)}$$

dir.

Burada x bilinmeyen niceliktir. a, b ve c sayısal çarpanları denklemin katsayılarıdır. Bu denklemin iki kökü vardır. Bunlar

$$x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \textbf{(B.8)}$$

ile verilir. Eğer $b^2 \geq 4ac$ ise, kökler gerçektir.

ÖRNEK 1

$x^2 + 5x + 4 = 0$ denkleminin aşağıda verilen kökleri, kare-köklü terimin iki işaretine karşılık gelmektedir:

$$x = \frac{-5 - \sqrt{5^2 - (4)(1)(4)}}{2(1)} = \frac{-5 - \sqrt{9}}{2} = \frac{-5-3}{2}$$

yani

$$x_+ = \frac{-5+3}{2} = -1 \qquad x_- = \frac{-5-3}{2} = -4$$

Burada x_+ pozitif işarete karşılık gelen, x_- ise negatif işarete karşılık gelen köktür.

ALIŞTIRMALAR

Aşağıdaki ikinci dereceden denklemleri çözünüz:

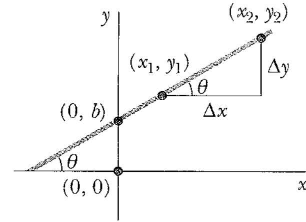
	Cevaplar	
1. $x^2 + 2x - 3 = 0$	$x_+ = 1$	$x_- = -3$
2. $2x^2 - 5x + 2 = 0$	$x_+ = 2$	$x_- = 1/2$
3. $2x^2 - 4x - 9 = 0$	$x_+ = 1 + \sqrt{22/2}$	$x_- = 1 - \sqrt{22/2}$

Lineer Denklemler

m ve b katsayılar olmak üzere, bir Lineer denklemin genel şekli

$$y = mx + b \qquad \textbf{(B.9)}$$

dir. Şekil **B.1** de görüldüğü gibi, y nin x e göre grafiği bir doğru verdiği için bu denkleme doğrusal (lineer) denmiştir. b sabiti, doğrunun y eksenini kestiği yerin değerini temsil eder. m sabiti doğrunun **eğimi**'ne eşittir ve doğrunun x ekseni ile yaptığı açının tanjantını verir. Şekil **B.1** de görüldüğü gibi, o zaman üzerindeki iki noktanın koordinatları (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) ile gösterilirse, o zaman doğrunun eğimi

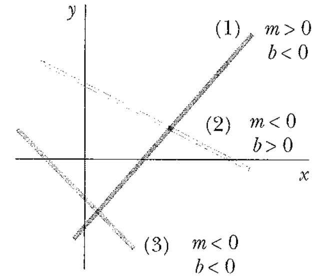


Şekil B.1

$$\text{Eğim} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan\theta \qquad \textbf{(B.10)}$$

olarak ifade edilebilir.

m ve b pozitif veya negatif değerlere sahip olabilir. $m > 0$ ise, doğrunun eğimi *pozitif* olur. $m < 0$ ise, doğrunun eğimi *negatiftir*. Şekil **B.1** de hem m hem de b pozitiftir. Mümkün olabilen diğer üç durum ise Şekil **B.2** de görülmektedir:



Şekil B.2

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki doğruların grafiklerini çiziniz:
(a) $y = 5x + 3$ (b) $y = -2x + 4$ (c) $y = -3x - 6$

2. Alıştırma 1 de belirtilen doğruların eğimini bulunuz.

Cevaplar (a) 5 (b) -2 (c) -3

3. Aşağıdaki noktalardan geçen doğruların eğimlerini bulunuz:
(a) $(0, -4)$ ve $(4, 2)$, (b) $(0, 0)$ ve $(2, -5)$ ve (c) $(-5, 2)$ ve $(4, -2)$

Cevaplar (a) $3/2$ (b) $-5/2$ (c) $-4/9$

Lineer Denklemlerin Ortak Çözümü

x ve y bilinmeyenlerine sahip, iki bilinmeyenli $3x + 5y = 15$ denklemini ele alalım. Böyle bir denklemin çözümü tek değildir. Yani, $(x = 0, y = 3)$, $(x = 5, y = 0)$ ve $(x = 2, y = 9/5)$ çözümlerinin hepsi de bu denkleme aittir.

Bir problemde iki bilinmeyen varsa, tek bir çözüm ancak iki denkleme sahip olmamız halinde mümkündür. Genellikle n bilinmeyenli bir problemin çözümü n tane bağımsız denklem gerektirir. x ve y gibi iki bilinmeyenli iki denklemi ortak çözmek için, denklemlerden birisinde x'i, y cinsinden çözer ve bu ifadeyi diğer denklemde yerine koyarız.

ÖRNEK 2

Aşağıdaki iki denklemi ortak çözünüz:

(1) $5x + y = -8$

(2) $2x - 2y = 4$

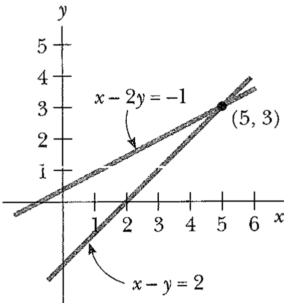
Çözüm (2) den, $x = y + 2$. Bu (1) denklemine konulursa

$$5(y + 2) + y = -8$$
$$6y = -18$$
$$y = -3$$
$$x = y + 2 = -1$$

verir.

Başka çözüm şekli (1) deki her terimi 2 ile çarpıp, elde edilen sonucu (2) ile toplarız:

$$10x + 2y = -16$$
$$2x - 2y = 4$$
$$12x = -12$$
$$x = -1$$
$$y = x - 2 = -3$$



Şekil B.3

İki bilinmeyenli iki lineer denklem grafik metod ile de çözülebilir. İki denkleme karşılık gelen doğrular uygun bir koordinat sisteminde çizilirse, bu iki doğrunun kesim noktası çözümü temsil eder.
Örneğin,

$$x - y = 2$$
$$x - 2y = -1$$

denklemlerini gözönüne alınız. Bunlar Şekil **B.3** te çizilmişlerdir. Bu iki doğrunun kesim noktasının koordinatları $x = 5$, $y = 3$ tür. Bunlar gözönüne alınan iki denklemin çözümüdür. Bu çözümü yukarıda incelenen analitik teknikle doğrulayınız.

ALIŞTIRMALAR

Aşağıdaki iki bilinmeyenli lineer denklem çiftini çözünüz:

Cevaplar

1. $x + y = 8$ $\quad$ $x = 5, y = 3$
$x - y = 2$

2. $98 - T = 10a$ $\quad T = 65,\ a = 3{,}27$
$T - 49 = 5a$
3. $6x + 2y = 6$ $\quad x = 2,\ y = -3$
$8x - 4y = 28$

Logaritmalar

Bir x niceliğinin, a nın bir kuvveti olarak ifade edildiğini varsayalım:

$$x = a^y \qquad \textbf{(B.11)}$$

a sayısına **taban** sayısı denir. x in a tabanına göre **logaritması**, $x = a^y$ ifadesinin sağlanması için tabanın yükseltilmesi gereken üs olarak tanımlanır:

$$y = \log_a x \qquad \textbf{(B.12)}$$

Tersi bir ifade, yani, y nin **antilogaritması** x tir:

$$x = \text{antilog}_a\, y \qquad \textbf{(B.13)}$$

Pratikte en çok kullanılan iki tabandan biri *adi* logaritma tabanı veya Euler sabiti adı verilen 10 tabanı, diğeri ise *doğal* logaritma tabanı adı verilen $e = 2{,}718\ldots$ dir. Adi logaritmalar kullanıldığında,

$$y = \log_{10} x \text{ (veya } x = 10^y) \qquad \textbf{(B.14)}$$

dır. Doğal logaritmalar kullanıldıklarında ise,

$$y = \ln_e x \text{ (veya } x = e^y) \qquad \textbf{(B.15)}$$

yazılır. Örneğin, $\log_{10} 52 = 1{,}716$ ise; $\text{antilog}_{10} 1{,}716 = 10^{1,716} = 52$ olur. Aynı şekilde $\ln_e 52 = 3{,}951$ dir ve böylece $\text{antiln}_e 3{,}951 = e^{3,951} = 52$ olur.

Genel olarak, aşağıdaki denklem yardımıyla 10 tabanı ve e tabanı arasında bir dönüşüm yapabilirsiniz.

$$\ln_e x = (2{,}302585) \log_{10} x \qquad \textbf{(B.16)}$$

Son olarak, logaritmaların bazı yararlı özellikleri aşağıda verimiştir:

$$\log(ab) = \log a + \log b$$
$$\log(a/b) = \log a - \log b$$
$$\log(a^n) = n \log a$$
$$\ln e = 1$$
$$\ln e^a = a$$
$$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$$

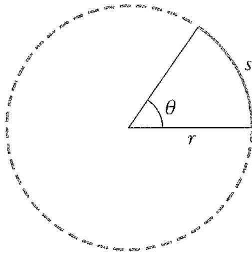


B.3 GEOMETRİ

Koordinatları (x_1, y_1) ve (x_2, y_2) olan iki nokta arasındaki mesafe

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)^2} \qquad \textbf{(B.17)}$$

dir.



Şekil B.4

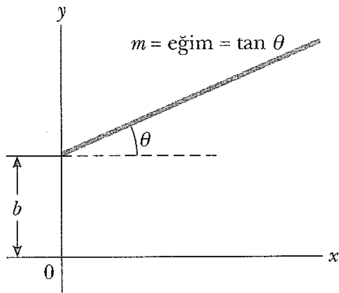
Radyan ölçüsü: Dairesel bir yayın (Şek. **B.4**) s yay uzunluğu, q'nın (radyan cinsinden) sabit bir değeri için r yarıçapı ile orantılıdır.

$$s = r\theta$$
$$\theta = \frac{s}{r} \qquad \textbf{(B.18)}$$

Tablo **B.2**, bu kitapta kullanılan çeşitli geometrik şekillerin alan ve hacimlarını verir:

TABLO B.2 Geometride Yararlı Bilgiler

Şekil	Alan veya Hacim	Şekil	Alan veya Hacim
Dikdörtgen (w, ℓ)	Alan = ℓw	Küre (r)	Yüzey alanı = $4\pi r^2$ Hacim = $\frac{4\pi r^3}{3}$
Daire (r)	Alan = πr^2 (Çevre = $2\pi r$)	Silindir (ℓ, r)	Yan yüzey alanı = $2\pi r\ell$ Hacim = $\pi r^2\ell$
Üçgen (h, b)	Alan = $\frac{1}{2}bh$	Dikdörtgen kutu (h, w, ℓ)	Alan = $2(\ell h + \ell w + hw)$ Hacim = ℓwh



Şekil B.5

Bir **doğrunun denklemi** (Şek. **B.5**)

$$y = mx + b \qquad \textbf{(B.19)}$$

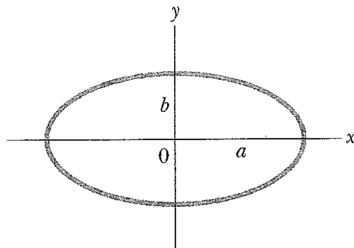
ile verilir. Burada b doğrunun y eksenini kestiği noktanın 0'ya uzaklığı ve m de doğrunun *eğimi*dir.

Merkezi orijinde (0 noktası) olan R yarıçaplı bir **daire**nin denklemi

$$x^2 + y^2 = R^2 \qquad \textbf{(B.20)}$$

dir.

Merkezi orjinde olan bir **elipsin** denklemi (Şek. **B.6**)



Şekil B.6

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad \textbf{(B.21)}$$

dir. Burada a büyük eksenin yarı uzunluğu, b ise küçük eksenin yarı uzunluğudur (daha küçük eksen).

Tepe noktası $y = b$ de olan bir **parabolun** (Şek. **B.7**) denklemi

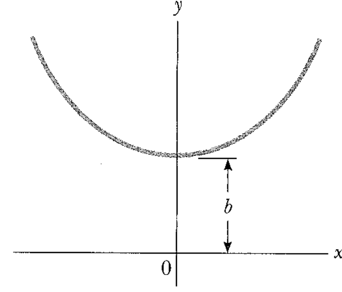
$$y = ax^2 + b \quad \textbf{(B.22)}$$

dir.

Bir **dik hiperbolün** (Şek. **B.8**) denklemi ise

$$xy = \text{sabit} \quad \textbf{(B.23)}$$

dir.



Şekil B.7

B.4 TRİGONOMETRİ

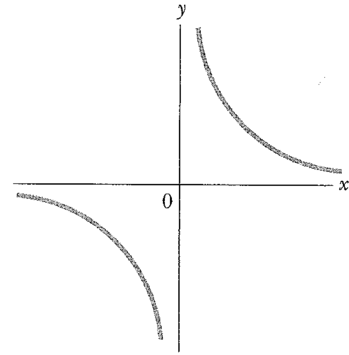
Matematiğin, dik üçgene özgü özelliklerine dayanan kısmına trigonometri denir. Dik üçgen bir açısı 90° olan üçgendir. Şekil **B.9** da görülen dik üçgeni gözönüne alalım. Burada *a*, θ açısının karşısındaki kenarı, *b*, bu açının bitişik dik kenarı, *c* ise üçgenin hipotenüsüdür. Böyle bir üçgen vasıtasıyla tanımlanan üç temel trigonometrik fonksiyon sinüs (sin), kosinüs (cos) ve tanjant (tan) fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonlar θ açısı cinsinden

$$\sin\theta \equiv \frac{\theta \text{ nın karşısındaki kenar}}{\text{hipotenüs}} = \frac{a}{c} \quad \textbf{(B.24)}$$

$$\cos\theta \equiv \frac{\theta \text{ nın komşu kenarı}}{\text{hipotenüs}} = \frac{b}{c} \quad \textbf{(B.25)}$$

$$\tan\theta \equiv \frac{\theta \text{ nın karşısındaki kenar}}{\theta \text{ nın komşu kenarı}} = \frac{a}{b} \quad \textbf{(B.26)}$$

olarak tanımlanır.



Şekil B.8

Pisagor (Pythagorean) teoremi, bir dik üçgenin kenarları arasında aşağıdaki şekilde bir bağıntı verir:

$$c^2 = a^2 + b^2 \quad \textbf{(B.27)}$$

Yukarıdaki tanımlar ve Pisagor teoreminden,

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

olduğu görülür.

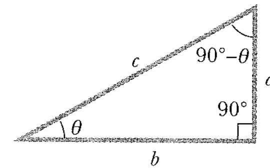
Kosekant, sekant ve kotanjant fonksiyonları ise,

$$\csc\theta \equiv \frac{1}{\sin\theta} \qquad \sec\theta \equiv \frac{1}{\cos\theta} \qquad \cot\theta \equiv \frac{1}{\tan\theta}$$

olarak tanımlanırlar. Aşağıdaki bağıntılar doğrudan doğruya Şekil **B.9** dan çıkarılabilir:

$$\sin\theta = \cos(90° - \theta)$$
$$\cos\theta = \sin(90° - \theta)$$
$$\cot\theta = \tan(90° - \theta)$$

a = karşı kenar
b = komşu kenar
c = hipotenüs



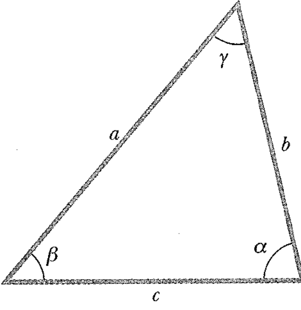
Şekil B.9

Yararlı bazı trigonometrik özellikler aşağıda verilmiştir:

$$\sin(-\theta) = -\sin\theta$$
$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$
$$\tan(-\theta) = -\tan\theta$$

Aşağıdaki bağıntılar, Şekil **B.10** da ki gibi herhangi bir üçgene uygulanabilir:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$



Şekil B.10

Kosinüs teoremi

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

Sinüs teoremi

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

TABLO B.3 Bazı Trigonometrik Özdeşlikler

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\csc^2\theta = 1 + \cot^2\theta$
$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$	$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos\theta)$
$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\cos^2\frac{\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 + \cos\theta)$
$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$1 - \cos\theta = 2\sin^2\frac{\theta}{2}$
$\tan 2\theta = \frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta}$	$\tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}}$

$$\sin(A \pm B) = \sin A\cos B \pm \cos A\sin B$$
$$\cos(A \pm B) = \cos A\cos B \mp \sin A\sin B$$
$$\sin A \pm \sin B = 2\sin[\tfrac{1}{2}(A \pm B)]\cos[\tfrac{1}{2}(A \mp B)]$$
$$\cos A + \cos B = 2\cos[\tfrac{1}{2}(A + B)]\cos[\tfrac{1}{2}(A - B)]$$
$$\cos A - \cos B = 2\sin[\tfrac{1}{2}(A + B)]\sin[\tfrac{1}{2}(B - A)]$$

ÖRNEK 3

Şekil **B.11** de görülen dik üçgeni gözönüne alınız. Burada $a = 2$, $b = 5$ ve c bilinmeyendir.
Pisagor teoreminden

$$c^2 = a^2 + b^2 = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$
$$c = \sqrt{29} = 5{,}39$$

olur.

θ açısını bulmak için

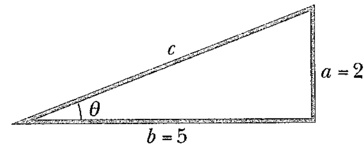
$$\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{2}{5} = 0{,}400$$

olduğuna dikkat ediniz.

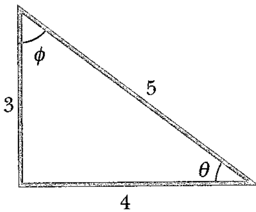
Fonksiyonlar tablosundan veya bir hesap makinasından,

$$\theta = \tan^{-1}(0{,}400) = 21{,}8°$$

bulunur. Burada $\tan^{-1}(0{,}400)$, "tanjantı 0,400 olan açı" nın bir gösterimidir ve bazan arctan (0,400) olarak yazılır.



Şekil B.11



Şekil B.12

ALIŞTIRMALAR

1. Şekil **B.12** den (a) θ nın karşısındaki kenarı, (b) ϕ nin komşu kenarını, daha sonra da (c) $\cos\theta$ yı, (d) $\sin\phi$ yi ve (e) $\tan\phi$ yi bulunuz.

Cevaplar (a) 3, (b) 3 (c) $\frac{4}{5}$, (d) $\frac{4}{5}$ ve (e) $\frac{4}{3}$

2. Bir dik üçgende birbirine dik iki kenar 5 m ve 7 m uzunluğundadır. Üçgenin üçüncü kenarının uzunluğu nedir?

Cevap 8,60 m

3. Bir diküçgenin hipotenüsünün uzunluğu 3m ve açılarından birisi 30° dir. (a) 30° lik açının karşısındaki kenarın, (b) 30° lik açının komşu kenarının uzunluğunu bulunuz.

Cevaplar (a) 1,5 m ve (b) 2,60 m



SERİ AÇILIMLARI

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1!}a^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2 + \ldots$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \ldots$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

$$\ln(1 \pm x) = \pm x - x^2 \pm x^3 - \ldots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \ldots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \ldots \quad |x| < \pi/2$$

} x radyan cinsinden

$x \ll 1$ için aşağıdaki yaklaşıklıklar kullanılabilir[1]:

$(1+x)^n \approx 1 + nx$	$\sin x \approx x$
$e^x \approx 1 + x$	$\cos x \approx 1$
$\ln(1 \pm x) \approx \pm x$	$\tan x \approx x$



DİFERENSİYEL HESAP

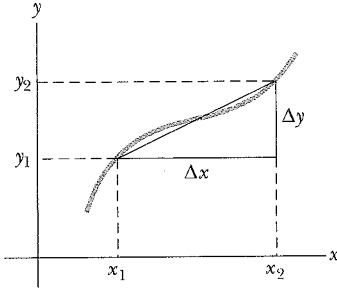
Bilimin çeşitli dallarında, diferansiyel hesabı bir araç olarak kullanmak gerekebilir. Diferansiyel hesap, ilk kez, fiziksel olaylara bir anlatım getirmek amacı ile Newton tarafından keşfedilmiştir. Newton mekaniği, elektrik ve magnetizmadaki çeşitli problemleri incelerken diferansiyel ve integral hesab kullanılır. Bu kesimde, öğrenciler için yeniden bir gözden geçirme mahiyetinde olan bazı temel özellikleri ve "pratik kuralları" basitçe ifade edeceğiz.

Önce, bir değişkeni başka bir değişkene bağlayan bir **fonksiyon** belirlenmelidir. (Örneğin, koordinatı zamanın fonksiyonu olarak). Değişkenlerden birinin y (bağımlı değişken), diğerinin ise x (bağımsız değişken) olduğunu kabul edelim. Aşağıdaki şekilde bir fonksiyonumuz olsun:

$$y(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

a, b, c ve d sabitleri tayin edilirlerse, x'in herhangi bir değeri için y hesaplanabilir. Genellikle sürekli fonksiyonlarıyla yani, x ile "düzgün" olarak değişen y fonksiyonlarla ilgileniyoruz.

[1] sin$x$, cos$x$ ve tan$x$ fonksiyonları için söz konusu yaklaşıklıklar $x \leq 0{,}1$ rad içindir.



Şekil B.13

y'nin x'e göre **türevi**, Δx sıfıra yaklaşırken, y'nin x'e göre grafiği üzerinde alınan iki nokta arasındaki krişin eğiminin limiti olarak tanımlanır. Matematiksel olarak, bu tanımı

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{y(x+\Delta x) - y(x)}{\Delta x} \quad \textbf{(B.28)}$$

şeklinde yazabiliriz. Burada Δy ve Δx, $\Delta x = x_2 - x_1$ ve $\Delta y = y_2 - y_1$ olarak tanımlanır (bak. Şek. B.13). Burada dy/dx'in, dy'nin dx'e bölünmesi anlamına *gelmediğini*, fakat **B.28** eşitliği ile tanımladığı gibi basitçe türevin bir limit alma işlemi olduğunu önemle belirtelim.

a bir sabit, n de *herhangi* pozitif veya negatif bir sayı (tam veya kesirli) olmak üzere; $y(x) = ax^n$ ise, unutulmaması gereken yararlı bir ifade

$$\frac{dy}{dx} = nax^{n-1} \quad \textbf{(B.29)}$$

dir.

$y(x)$ bir polinom veya x'in cebirsel bir fonksiyonu ise, **B.29** eşitliğini polinomdaki *her* terime uygulayabilir ve $d[\text{sabit}]/dx = 0$ alırız. 4 ten 7 ye kadar olan Örneklerde birkaç basit fonksiyonun türevini aldık.

ÖRNEK 4

$y(x)$'in (yani x'in bir fonksiyonu olarak y)

$$y(x) = ax^3 + bx + c$$

ile verildiğini kabul edelim. Burada a ve b birer sabittir. Bu taktirde

$$y(x+\Delta x) = a(x+\Delta x)^3 + b(x+\Delta x) + c$$

$$y(x+\Delta x) = a(x^3 + 3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3) + b(x+\Delta x) + c$$

böylece

$$\Delta y = y(x+\Delta x) - y(x) = a(3x^2\Delta x + 3x\Delta x^2 + \Delta x^3) + b\Delta x$$

olduğu görülür. Bu, **B.28** eşitliğinde yerine konulursa

$$\frac{dy}{dx} = \lim \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim\,[3ax^2 + 3x\Delta x + \Delta x^2] + b$$

$$\frac{dy}{dx} = 3ax^2 + b$$

sonucunu verir.

ÖRNEK 5

$$y(x) = 8x^5 + 4x^3 + 2x + 7$$

Çözüm **B.29** eşitliğini ayrı ayrı her terime uygulayarak ve d/dx (sabit) $= 0$ olduğunu hatırlayarak

$$\frac{dy}{dx} = 8(5)x^4 + 4(3)x^2 + 2(1)x^0 + 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 40x^4 + 12x^2 + 2$$

sonucu elde edilir.

Türev Alma Kuralları

A. İki Fonksiyonun Çarpımının Türevi Bir $f(x)$ fonksiyonu $g(x)$ ve $h(x)$ gibi iki fonksiyonun çarpımı olarak verilirse, bu taktirde $f(x)$'nin türevi

$$\frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}[g(x)h(x)] = g\frac{dh}{dx} + h\frac{dg}{dx} \quad \textbf{(B.30)}$$

olarak tanımlanır.

B. İki Fonksiyonun Toplamının Türevi: Bir $f(x)$ fonksiyonu iki fonksiyonun toplamına eşitse, bu takdirde toplamın türevi türevlerin toplamına eşit olur:

$$\frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}[g(x) + h(x)] = \frac{dg}{dx} + \frac{dh}{dx} \qquad \textbf{(B.31)}$$

C. Diferansiyel Hesabın Zincir Kuralı: Eğer $y = f(x)$ ve $x = g(z)$ ise, bu takdirde dy/dx, iki türevin çarpımı olarak yazılabilir:

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx}\frac{dx}{dz}$$

D. İkinci Türev: y'nin x'e göre ikinci türevi, dy/dx fonksiyonunun türevi (türevin türevi) olarak tanımlanır ve genellikle

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right) \qquad \textbf{(B.33)}$$

olarak yazılır.

ÖRNEK 6

$y(x) = x^3/(x+1)^2$'nin x'e göre türevini bulunuz.

Çözüm Bu fonksiyonu $y(x) = x^3(x+1)^{-2}$ olarak yeniden yazabilir ve **B.30** eşitliğini doğrudan doğruya uygulayabiliriz:

$$\frac{dy}{dx} = (x+1)^{-2}\frac{d}{dx}(x^3) + x^3\frac{d}{dx}(x+1)^{-2}$$

$$= (x+1)^{-2}\,3x^2 + x^3\,(-2)(x+1)^{-3}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2}{(x+1)^2} - \frac{2x^3}{(x+1)^3}$$

ÖRNEK 7

B.30 eşitliğinden çıkan yararlı bir formül de iki fonksiyonun bölümünün türevidir.

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{g(x)}{h(x)}\right] = \frac{h\frac{dg}{dx} - g\frac{dh}{dx}}{h^2}$$

olduğunu gösteriniz.

Çözüm Bölümü gh^{-1} olarak yazar ve sonra da **B.29** ve **B.30** eşitliklerini uygulayabiliriz:

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{g}{h}\right) = \frac{d}{dx}(gh^{-1}) = g\frac{d}{dx}(h^{-1}) + h^{-1}\frac{d}{dx}(g)$$

$$= -gh^{-2}\frac{dh}{dx} + h^{-1}\frac{dg}{dx}$$

$$= \frac{h\frac{dg}{dx} - g\frac{dh}{dx}}{h^2}$$

Çok yaygın olarak kullanılan bazı fonksiyonların türevleri Tablo **B.4**'te listelenmiştir.

B.7 İNTEGRAL HESABI

İntegrasyonu, türev almanın tersi olarak düşünürüz. Bir örnek olmak üzere

$$f(x) = \frac{dy}{dx} = 3ax^2 + b \qquad \textbf{(B.34)}$$

ifadesini gözönüne alalım. Bu ifade, Örnek 4'teki

$$y(x) = ax^3 + bx + c$$

TABLO B.4 Bir Kaç Fonksiyonun Türevi

$\frac{d}{dx}(a) = 0$
$\frac{d}{dx}(ax^n) = nax^{n-1}$
$\frac{d}{dx}(e^{ax}) = ae^{ax}$
$\frac{d}{dx}(\sin ax) = a\cos ax$
$\frac{d}{dx}(\cos ax) = -a\sin ax$
$\frac{d}{dx}(\tan ax) = a\sec^2 ax$
$\frac{d}{dx}(\cot ax) = -a\csc^2 ax$
$\frac{d}{dx}(\sec x) = \tan x \sec x$
$\frac{d}{dx}(\csc x) = -\cot x \csc x$
$\frac{d}{dx}(\ln ax) = \frac{1}{x}$

Not: a ve n sabit.

fonksiyonunun türevi idi. İlk ifadeyi $dy = f(x)\,dx = (3ax^2 + b)\,dx$ olarak yazabilir ve $y(x)$'i, x'in bütün değerleri üzerinden "toplamak" suretiyle elde edebiliriz. **Matematiksel** olarak, bu ters işlemi

$$y(x) = \int (f(x)\,dx$$

olarak yazarız. B.34 denklemi ile verilen $f(x)$ fonksiyonu için

$$y(x) = \int (3ax^2 + b)\,dx = ax^3 + bx + c$$

olur. Burada c bir integrasyon sabitidir. Değeri, c sabitinin seçimine bağlı olduğu için bu tür integrale *belirsiz integral* denir

Genel olarak, $\ell(x)$ gibi bir **belirsiz integral**

$$I(x) = \int f(x)\,dx \qquad \textbf{(B.35)}$$

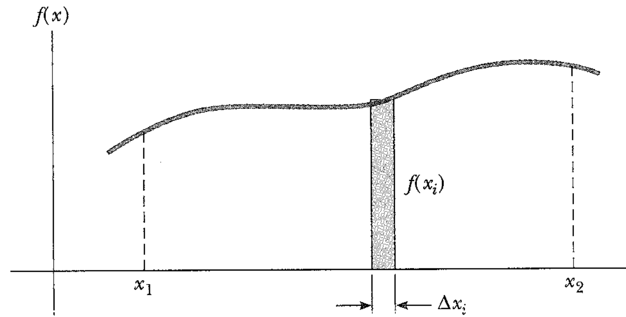
olarak tanımlanır. Burada $f(x)$'e *integrand* denir ve $f(x) = \frac{dI(x)}{dx}$ dir.

Genel sürekli bir $f(x)$ foksiyonu için integral, Şekil **B.14** te görüldüğü gibi x_1 ve x_2 ile belirlenen iki değer arasındaki $f(x)$ ve x eksenleri tarafından sınırlanan eğri altındaki alan olarak tanımlanabilir.

Mavi elemanın alanı yaklaşık olarak $f_i\Delta x_i$ dir. Eğer x_1'den x_2'ye kadar olan bütün alan elemanlarını toplar ve $\Delta x_i \to 0$ iken bu toplamın limitini alırsak, x_1 ve x_2 sınırları arasındaki $f(x)$ ve x tarafından kapatılan eğri altındaki *gerçek* alanı buluruz:

$$\text{Alan} = \lim_{\Delta x_i \to 0} \sum_i f(x_i)\Delta x_i = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx \qquad \textbf{(B.36)}$$

B.35 denklemi ile tanımlanan tipten integrallere **belirli integral** denir.



Şekil B.14

Pratikte karşılaşılan integral türlerinden en yaygın olanlarından birisi

$$\int x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \qquad (n \neq -1) \qquad \textbf{(B.37)}$$

şeklindedir. Sağ tarafın x'e göre türevi doğrudan $f(x) = x^n$ 'yi verdiğinden, sonucun bu olduğu açıktır. İntegrasyon sınırları biliniyorsa, bu integral **belirli integral** olur ve

$$\int_{x_1}^{x_2} x^n\,dx = \frac{x_2^{n+1} - x_1^{n+1}}{n+1} \qquad (n \neq -1) \qquad \textbf{(B.38)}$$

olarak yazılır.

ÖRNEKLER

1. $$\int_0^a x^2 dx = \frac{x^3}{3}\bigg]_0^a = \frac{a^3}{3}$$

2. $$\int_0^b x^{3/2} dx = \frac{x^{5/2}}{5/2}\bigg]_0^b = \frac{2}{5} b^{5/2}$$

3. $$\int_3^5 x\, dx = \frac{x^2}{2}\bigg]_b^a = \frac{5^2 - 3^2}{2} = 8$$

Kısmî İntegrasyon

Bazı integrallerin değerini bulmak için bazen **kısmî integrasyon —parçalı integral de denir— metodunu** uygulamak yararlı olur. Bu metod

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du \tag{B.39}$$

özelliğinden yararlanır. Burada u ve u karışık integrali daha basit bir integrale indirecek şekilde *dikkatlice* seçilirler. Çoğu durumlarda birkaç indirgeme yapılması gerekir.

$$I(x) = \int x^2 e^x\, dx$$

Fonksiyonunu gözönüne alalım. Bu, iki defa kısmi integrasyon uygulayarak hesaplanabilir. İlk önce $u = x^2$, $v = e^x$ seçersek

$$\int x^2 e^x\, dx = \int x^2\, d(e^x) = x^2 e^x - 2\int e^x x dx + c_1$$

buluruz. Şimdi de, ikinci terimde $u = x$, $v = e^x$ seçersek,

$$\int x^2 e^x\, dx = x^2 e^x - 2x\, e^x - 2\int e^x\, dx + c_1$$

veya

$$\int x^2 e^x\, dx = x^2 e^x - 2x\, e^x + 2e^x + c_2$$

buluruz.

Tam Diferansiyel

Hatırlanması gereken bir başka yararlı metot da *tam diferansiyeli* kullanmaktır. Yani, bazan fonksiyonun diferansiyeli, integrantta görülen bağımsız değişkenin diferansiyeli olacak şekilde, bir değişken değiştirmesi aramamız gerekir. Örneğin.

$$I(x) = \int \cos^2 x \sin x\, dx$$

İntegralini gözönüne alalım. Diferansiyeli $d(\cos x) = -\sin x\, dx$ olarak yeniden yazarsak, bu integrali hesaplamak oldukça kolay olur. Bu taktirde integral

$$\int \cos^2 x \sin x\, dx = -\int \cos^2 x\, d(\cos x)$$

olacaktır. $y = \cos x$ alıp, değişken değiştirmesi yaparsak

$$\int \cos^2 x \sin x \, dx = -\int y^2 \, dy = -\frac{y^3}{3} + c = -\frac{\cos^3 x}{3} + c$$

buluruz.

Tablo **B.5** bazı yararlı belirsiz integrallerin listesini vermektedir. Tablo **B.6** ise Gauss olasılık integrali ve diğer belirli integralleri vermektedir. Daha eksiksiz bir liste çeşitli kitaplarda bulunabilir. Söz gelimi *The Handbook of Chemistry and Physics, CRC press* gibi.

TABLO B.5 Bazı Belirsiz İntegraller (Sonuçlara bir sabit eklenmelidir).

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \qquad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \int x^{-1} \, dx = \ln x$$

$$\int \frac{dx}{a + bx} = \frac{1}{b} \ln(a + bx)$$

$$\int \frac{x\,dx}{a + bx} = \frac{x}{b} - \frac{a}{b^2} \ln(a + bx)$$

$$\int \frac{dx}{x(x + a)} = -\frac{1}{a} \ln \frac{x + a}{x}$$

$$\int \frac{dx}{(a + bx)^2} = -\frac{1}{b(a + bx)}$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$$

$$\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{a + x}{a - x} \qquad (a^2 - x^2 > 0)$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x - a}{x + a} \qquad (x^2 - a^2 > 0)$$

$$\int \frac{x\,dx}{a^2 \pm x^2} = \pm\tfrac{1}{2} \ln(a^2 \pm x^2)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} = -\cos^{-1} \frac{x}{a} \qquad (a^2 - x^2 > 0)$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = -\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \frac{x\,dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}} = \sqrt{x^2 \pm a^2}$$

$$\int \sqrt{a^2 - x^2} \, dx = \tfrac{1}{2}\left(x\sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a}\right)$$

$$\int x\sqrt{a^2 - x^2} \, dx = -\tfrac{1}{3}(a^2 - x^2)^{3/2}$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} \, dx = \tfrac{1}{2}[x\sqrt{x^2 \pm a^2} \pm a^2 \ln(x + \sqrt{x^2 \pm a^2})]$$

$$\int x(\sqrt{x^2 \pm a^2}) \, dx = \tfrac{1}{3}(x^2 \pm a^2)^{3/2}$$

$$\int e^{ax} \, dx = \frac{1}{a} e^{ax}$$

$$\int \ln ax \, dx = (x \ln ax) - x$$

$$\int x e^{ax} \, dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax - 1)$$

$$\int \frac{dx}{a + be^{cx}} = \frac{x}{a} - \frac{1}{ac} \ln(a + be^{cx})$$

$$\int \sin ax \, dx = -\frac{1}{a} \cos ax$$

$$\int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin ax$$

$$\int \tan ax \, dx = -\frac{1}{a} \ln(\cos ax) = \frac{1}{a} \ln(\sec ax)$$

$$\int \cot ax \, dx = \frac{1}{a} \ln(\sin ax)$$

$$\int \sec ax \, dx = \frac{1}{a} \ln(\sec ax + \tan ax) = \frac{1}{a} \ln\left[\tan\left(\frac{ax}{2} + \frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$\int \csc ax \, dx = \frac{1}{a} \ln(\csc ax - \cot ax) = \frac{1}{a} \ln\left(\tan \frac{ax}{2}\right)$$

$$\int \sin^2 ax \, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \cos^2 ax \, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin 2ax}{4a}$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 ax} = -\frac{1}{a} \cot ax$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 ax} = \frac{1}{a} \tan ax$$

$$\int \tan^2 ax \, dx = \frac{1}{a}(\tan ax) - x$$

$$\int \cot^2 ax \, dx = -\frac{1}{a}(\cot ax) - x$$

$$\int \sin^{-1} ax \, dx = x(\sin^{-1} ax) + \frac{\sqrt{1 - a^2x^2}}{a}$$

$$\int \cos^{-1} ax \, dx = x(\cos^{-1} ax) - \frac{\sqrt{1 - a^2x^2}}{a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$\int \frac{x\,dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

TABLO B.6 Gaus Olasılık İntegrali ve Diğer Belirli İntegraller

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$$

$$I_0 = \int_0^\infty e^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}} \quad \text{(Gaus olasılık integrali)}$$

$$I_1 = \int_0^\infty x e^{-ax^2}\,dx = \frac{1}{2a}$$

$$I_2 = \int_0^\infty x^2 e^{-ax^2}\,dx = -\frac{dI_0}{da} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{\pi}{a^3}}$$

$$I_3 = \int_0^\infty x^3 e^{-ax^2}\,dx = -\frac{dI_1}{da} = \frac{1}{2a^2}$$

$$I_4 = \int_0^\infty x^4 e^{-ax^2}\,dx = \frac{d^2I_0}{da^2} = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{\pi}{a^5}}$$

$$I_5 = \int_0^\infty x^5 e^{-ax^2}\,dx = \frac{d^2I_1}{da^2} = \frac{1}{a^3}$$

$$\vdots$$

$$I_{2n} = (-1)^n \frac{d^n}{da^n} I_0$$

$$I_{2n+1} = (-1)^n \frac{d^n}{da^n} I_1$$

EK C • *Elementlerin Periyodik Tablosu*

Grup I	Grup II	Geçiş Elementleri						
H 1 1.008 0 1 ^{1}								
Li 3 6.94 2 ^{1}	**Be** 4 9.012 2 ^{2}							
Na 11 22.99 3 ^{1}	**Mg** 12 24.31 3 ^{2}							
K 19 39.102 4 ^{1}	**Ca** 20 40.08 4 ^{2}	**Sc** 21 44.96 3 ^{1}4 ^{2}	**Ti** 22 47.90 3 ^{2}4 ^{2}	**V** 23 50.94 3 ^{3}4 ^{2}	**Cr** 24 51.996 3 ^{5}4 ^{1}	**Mn** 25 54.94 3 ^{5}4 ^{2}	**Fe** 26 55.85 3 ^{6}4 ^{2}	**Co** 27 58.93 3 ^{7}4 ^{2}
Rb 37 85.47 5 ^{1}	**Sr** 38 87.62 5 ^{2}	**Y** 39 88.906 4 ^{1}5 ^{2}	**Zr** 40 91.22 4 ^{2}5 ^{2}	**Nb** 41 92.91 4 ^{4}5 ^{1}	**Mo** 42 95.94 4 ^{5}5 ^{1}	**Tc** 43 (99) 4 ^{5}5 ^{2}	**Ru** 44 101.1 4 ^{7}5 ^{1}	**Rh** 45 102.91 4 ^{8}5 ^{1}
Cs 55 132.91 6 ^{1}	**Ba** 56 137.34 6 ^{2}	57-71*	**Hf** 72 178.49 5 ^{2}6 ^{2}	**Ta** 73 180.95 5 ^{3}6 ^{2}	**W** 74 183.85 5 ^{4}6 ^{2}	**Re** 75 186.2 5 ^{5}6 ^{2}	**Os** 76 190.2 5 ^{6}6 ^{2}	**Ir** 77 192.2 5 ^{7}6 ^{2}
Fr 87 (223) 7 ^{1}	**Ra** 88 (226) 7 ^{2}	89-103**	**Rf** 104 (261) 6 ^{2}7 ^{2}	**Db** 105 (262) 6 ^{3}7 ^{2}	**Sg** 106 (263)	**Bh** 107 (262)	**Hs** 108 (265)	**Mt** 109 (266)

Sembol — **Ca** 20 — Atom numarası
Atomik kütle † — 40.08
4 ^{2} — Elektron konfigürasyon

*Lantanit Seriler	**La** 57 138.91 5 ^{1}6 ^{2}	**Ce** 58 140.12 5 ^{1}4 ^{1}6 ^{2}	**Pr** 59 140.91 4 ^{3}6 ^{2}	**Nd** 60 144.24 4 ^{4}6 ^{2}	**Pm** 61 (147) 4 ^{5}6 ^{2}	**Sm** 62 150.4 4 ^{6}6 ^{2}
**Aktinit Seriler	**Ac** 89 (227) 6 ^{1}7 ^{2}	**Th** 90 (232) 6 ^{2}7 ^{2}	**Pa** 91 (231) 5 ^{2}6 ^{1}7 ^{2}	**U** 92 (238) 5 ^{3}6 ^{1}7 ^{2}	**Np** 93 (239) 5 ^{4}6 ^{1}7 ^{2}	**Pu** 94 (239) 5 ^{6}6 ^{0}7 ^{2}

ğ Atomik kütleler, elementlerin tabiatta bulunan izotopların yüzdelerinin ortalama değerleri üzerindedir.
† Kararlı olmayan elementler için, bilinen en kararlı izotopun kütle numaraları parantez içinde verilmiştir.
†† 110, 111, 112, ve 114 numaralı elementler henüz isimlendirilmemiştir.
††† Atomik veriler için **physics.nist.gov/atomic** sitesini ziyaret ediniz.

			Grup III	Grup IV	Grup V	Grup VI	Grup VII	Grup 0
							H 1 1.008 0 1^{1}	**He** 2 4.002 6 1^{2}
			B 5 10.81 2^{1}	**C** 6 12.011 2^{2}	**N** 7 14.007 2^{3}	**O** 8 15.999 2^{4}	**F** 9 18.998 2^{5}	**Ne** 10 20.18 2^{6}
			Al 13 26.98 3^{1}	**Si** 14 28.09 3^{2}	**P** 15 30.97 3^{3}	**S** 16 32.06 3^{4}	**Cl** 17 35.453 3^{5}	**Ar** 18 39.948 3^{6}
Ni 28 58.71 $3^{8} 4^{2}$	**Cu** 29 63.54 $3^{10} 4^{1}$	**Zn** 30 65.37 $3^{10} 4^{2}$	**Ga** 31 69.72 4^{1}	**Ge** 32 72.59 4^{2}	**As** 33 74.92 4^{3}	**Se** 34 78.96 4^{4}	**Br** 35 79.91 4^{5}	**Kr** 36 83.80 4^{6}
Pd 46 106.4 4^{10}	**Ag** 47 107.87 $4^{10} 5^{1}$	**Cd** 48 112.40 $4^{10} 5^{2}$	**In** 49 114.82 5^{1}	**Sn** 50 118.69 5^{2}	**Sb** 51 121.75 5^{3}	**Te** 52 127.60 5^{4}	**I** 53 126.90 5^{5}	**Xe** 54 131.30 5^{6}
Pt 78 195.09 $5^{9} 6^{1}$	**Au** 79 196.97 $5^{10} 6^{1}$	**Hg** 80 200.59 $5^{10} 6^{2}$	**Tl** 81 204.37 6^{1}	**Pb** 82 207.2 6^{2}	**Bi** 83 208.98 6^{3}	**Po** 84 (210) 6^{4}	**At** 85 (218) 6^{5}	**Rn** 86 (222) 6^{6}
110†† (269)	111†† (272)	112†† (277)		114†† (289)				

Eu 63 152.0 $4^{7} 6^{2}$	**Gd** 64 157.25 $5^{1} 4^{7} 6^{2}$	**Tb** 65 158.92 $5^{1} 4^{8} 6^{2}$	**Dy** 66 162.50 $4^{10} 6^{2}$	**Ho** 67 164.93 $4^{11} 6^{2}$	**Er** 68 167.26 $4^{12} 6^{2}$	**Tm** 69 168.93 $4^{13} 6^{2}$	**Yb** 70 173.04 $4^{14} 6^{2}$	**Lu** 71 174.97 $5^{1} 4^{14} 6^{2}$
Am 95 (243) $5^{7} 6^{0} 7^{2}$	**Cm** 96 (245) $5^{7} 6^{1} 7^{2}$	**Bk** 97 (247) $5^{8} 6^{1} 7^{2}$	**Cf** 98 (249) $5^{10} 6^{0} 7^{2}$	**Es** 99 (254) $5^{11} 6^{0} 7^{2}$	**Fm** 100 (253) $5^{12} 6^{0} 7^{2}$	**Md** 101 (255) $5^{13} 6^{0} 7^{2}$	**No** 102 (255) $6^{0} 7^{2}$	**Lr** 103 (257) $6^{1} 7^{2}$

EK D • *SI Birimleri*

TABLO D.1 SI Temel Birimleri

Temel Nicelik	SI temel Birimi Adı	Sembolü
Uzunluk	Metre	m
Kütle	Kilogram	kg
Zaman	Saniye	s
Elektrik akımı	Amper	A
Sıcaklık	Kelvin	K
Madde miktarı	Mol	mol
Işık şiddeti	Mum	cd

TABLO D.2 Türetilmiş Bazı SI Birimleri

Nicelik	Adı	Sembolü	Temel Birimler Cinsinden İfadesi	Diğer SI Birimleri Cinsinden İfadesi
Düzlem Açı	Rad	rad	m/m	
Frekans	Hertz	Hz	s^{-1}	
Kuvvet	Newton	N	$kg\cdot m/s^2$	J/m
Basınç	Pascal	Pa	$kg/m\cdot s^2$	N/m^2
Enerji: iş	Joule	J	$kg\cdot m^2/s^2$	$N\cdot m$
Güç	Watt	W	$kg\cdot m^2/s^3$	J/s
Elektrik yükü	Coulomb	C	$A\cdot s$	
Elektriksel potansiyel (emk)	Volt	V	$kg\cdot m^2/A\cdot s^3$	W/A
Kapasitans	Farad	F	$A^2\cdot s^4/kg\cdot m^2$	C/V
Elektriksel direnç	Ohm	Ω	$kg\cdot m^2/A^2\cdot s^3$	V/A
Manyetik akı	Weber	Wb	$kg\cdot m^2/A\cdot s^2$	$V\cdot s$
Manyetik alan şiddeti	Tesla	T	$kg/A\cdot s^2$	
İndüktans	Henry	H	$kg\cdot m^2/A^2\cdot s^2$	$T\cdot m^2/A$

EK E • Nobel Ödülü Kazananlar

Kimya ve fizikteki nobel ödüllerinin bir listesi aşağıda verilmiştir. Kimya C, Fizik ise P harfiyle gösterilmiştir. Bilimsel çalışmaların bazılarının tarihleri yanlarındadır; bu tarihler çoğu zaman ödül tarihlerinden öncedir.

1901 **(P)** Wilhelm Roentgen'e x-ışınlarını keşfetmesinden (1895) dolayı.

1902 **(P)** *Hendrik A. Lorentz*'e Zeeman olayını öngörmesi, Pieter Zeeman'a Zeeman olayını, magnetik alanlardaki spektral çizgilerin yarılmasını keşfetmesinden dolayı.

1903 **(P)** *Antoine-Henri Becquerel*'e radyoaktiviteyi keşfinden (1896) dolayı ve *Pierre* ve *Marie Curie*'ye radyo aktiviteüzerindeki araştırmasından dolayı.

1904 **(P)** *Lord Rayleigh*'a gazların yoğunlukları üzerindeki çalışmasından ve argonu keşfinden dolayı.

(C) *Villiam Ramsay*'a Helium, neon, xenon ve krypton gibi soygaz elementlerini keşfinden ve bunları periyodik tabloya yerleştirmesinden dolayı.

1905 **(P)** *Philipp Lenard*'a katod ışınlarını ve elektronları incelemesinden (1898-1899) dolayı.

1906 **(P)** *J.J. Thomson*'a gazlardan elektrik boşalması ve elektronu keşfinden (1897) dolayı.

1907 **(P)** *Albert A. Michelson*'a optik aletleri icat etmesi ve ışığın hızını ölçmesinden (1880 ler) dolayı.

1908 **(P)** *Gabriel Lippmann*'a ilk renkli fotograf plakasını yapmasından ve girişim metodlarını kullanmasından (1891) dolayı.

(C) *Ernest Rutherford*'a atomların alfa ışınları ile parçalandığını keşfetmesi ve radyoaktiviteyi incelemesinden dolayı.

1909 **(P)** *Guglielmo Marconi* ve *Carl Ferdinand Braun*'a telsiz, talgrafı geliştirmelerinden dolayı.

1910 **(P)** *Johannes D. van der Waals*'a gaz ve sıvıların hâl denklemini çalışmalarından (1881) dolayı.

1911 **(P)** *Wilhelm Wien*'a bir siyah cisim tayfının pikini veren Wien kanununu keşfetmesinden (1893) dolayı.

(C) *Marie Curie*'ye radyum ve polonyumu (1898) keşfetmesi ve radyumu yalıtmasından dolayı.

1912 **(P)** *Nils Dalén*'a fenerler için otomatik gaz regülatörlerini icadettiğinden dolayı.

1913 **(P)** *Heike Kamerlingh Onnes*'a süperiletkenliği keşfinden ve helyumu sıvılaştırmasından (1908) dolayı.

1914 **(P)** *Max T.F. von Laue*'ye x-ışınlarının kristallerden saçılmasını incelemesinden, x-ışınlarının elektromanyetik dalgalar olduğunu göstermesinden (1912) dolayı.

(C) *Theodore W. Richards*'a altmış elementin atom ağırlığını belirlemesi, izotopların varlığını göstermesinden dolayı.

1915 **(P)** *William Henry Bragg* ve oğlu *William Lawrence Bragg*'a x-ışınlarının kristallerden saçılmasını incelemesinden dolayı.

1917 **(P)** *Charles Barkla*'ya atomlardan x-ışını saçılmasıyla atomları incelemesinden (1906) dolayı.

1918 **(P)** *Max Planck*'e enerji kuantumunu keşfetmesinden (1900) dolayı.

1919 **(P)** *Johannes Stark*'a Stark olayını, elektrik alanındaki spektral çizgilerin yarılmasını incelemesinden (1913) dolayı.

1920 (P) *Charles-Edouard Guillaume*'e küçük genleşme katsayılı bir nikel-çeliği olan invarı keşfinden dolayı.
(C) *Walther Nernst*'e kimyasal reaksiyonlardaki ısı değişimini incelemesinden, termodinamiğin üçüncü kanununu formüle etmesinden (1918) dolayı.
1921 (P) *Albert Einstein*'a fotoelektrik olayı izah etmesi ve teorik fiziğe hizmetlerinden (1905) dolayı.
(C) *Frederick Soddy*' radyoaktif maddelerin kimyasını incelemesi ve izotopları keşfinden (1912) dolayı.
1922 (P) *Neils Bohr*'a, kendi atom modeli ve ışınımla ilgili modelinden (1913) dolayı.
(C) *Francis W. Aston*'a atom ağırlıklarını incelemek için kütle spektrometresini kullanması, böylece tabî olarak oluşmuş 287 izotoptan 212 sini keşfetmesinden dolayı.
1923 (P) *Robert A. Millikan*'a elektronun yükünü ölçmesi (1911) ve fotoelektrik olayı deneysel olarak çalışmasından (1914) dolayı.
1924 (P) *Karl, M. G. Siegbahn*'a x-ışını spektroskopisi üzerindeki çalışmasından dolayı.
1925 (P) *James Franck* ve *Gustav Hertz*'e elektron-atom çarpışmalarında Franck-Hertz olayını keşfinden dolayı.
1926 (P) *Jean-Baptiste Perrin*'ye maddenin süreksiz yapısını doğrulamak için Brown hareketini incelemesi ve atomların boyutlarını ölçmesinden dolayı.
1927 (P) *Arthur Holly Compton*'a, madde ile etkileştikleri zaman bunların dalga boyundaki değişimlerinin belirlendiği *x*-ışınları üzerindeki Compton etkisini keşfinden (1922) ve *Charles T.R. Wilson*'a yüklü parçacıkları çalışmak için kullandığı sis odasını icadetmesinden (1906) dolayı.
1928 (P) *Owen W. Richardson*'a thermionic olayı ve sıcak metallerin elektron salması ile ilgili çalışmasından (1911) dolayı.
1929 (P) *Louis Victor de Broglie*'ye elektronların dalgasal tabiatını keşfetmesinden (1923) dolayı.
1930 (P) *Chandrasekhara Venkata Raman*'a Raman saçılmasını, dalga boyu değişen ışığın atom ve moleküllerden olan saçılmasını incelemesinden (1928) dolayı.
1932 (P) *Werner Hesenberg*'e kuantum mekaniğini ortaya koymasından (1925) dolayı.
1933 (P) *Erwing Schrödinger* ve *Paul A. M. Dirac*'a dalga mekaniğini (1925) ve rölativistik kuantum mekaniğini geliştirmesinden (1927) dolayı.
(C) *Harold Urey*'e ağır hirdojen ve döteryumu keşfetmesinden (1931) dolayı.
1935 (P) *James Chadwick*'e nötronu keşfinden (1932) dolayı.
(C) *Irène* ve *Frèdèric Joliot-Curie*'e yeni radyoaktif elementler sentezlemesinden dolayı.
1936 (P) *Carl D. Anderson*'a özellikle pozitronu ve genel olarak da anti-madde'yi keşfetmesi (1932) ve *Victor F. Hess*'e kozmik ışınları keşfetmesinden dolayı.
(C) *Peter J.W. Deby*'e ye dipol momentlerini, *x*-ışınlarının difraksiyonunu ve gazlardaki elektronları incelemesinden dolayı.
1937 (P) *Clinton Davisson* ve *George Thomson*'a elektronların kristallerden saçılmasını keşfetmesinden ve de Broglie hipotezini doğrulamasından (1927) dolayı.
1938 (P) *Enrico Fermi*'ye nötron ışınlanması ile uranyum-ötesi radyoaktif elementler meydana getirmesinden (1934-1937) dolayı.
1939 (P) *Ernest O. Lawrence*'e siklotronu icadından dolayı.
1943 (P) *Otto Stern*'e molekül-demeti çalışmalarını geliştirmesinden (1923) ve bunu protonun magnetik momentini keşfetmek amacıyla kullanmasından (1933) dolayı.
1944 (P) *Isidor I. Rabi*'e atom ve molekül demetlerindeki nükleer magnetik rezonansı keşfinden dolayı.
(C) *Otto Hahn*'a nükleer fission'u keşfinden (1938) dolayı.
1945 (P) *Wolfgang Pauli*'e dışarlama ilkesini keşfinden (1924) dolayı.
1946 (P) *Percy W. Bridgman*'a yüksek basınçlara ilişkin fizik çalışmalarından dolayı.
1947 (P) *Edward W. Appleton*'a iyonosferi incelemesinden dolayı.

1948 (P) *Patrik M.S. Blackett*'e kozmik-ışın etkileşmelerinin sis odası fotograflarıyla ilgili nükleer fizik çalışmalarından dolayı.

1949 (P) *Hedeki Yukawa*'ya mezonların varlığını öngörmesinden (1935) dolayı.

1950 (P) *Cecil F. Powell*'a fotograf filmleri (emilsiyonları) ile kozmik ışınları çalışma metodu geliştirmesi ve yeni mezonlar keşfetmesinden dolayı.

1951 (P) *John D. Cockcroft* ve *Ernest T.S. Walton*'a bir hızlandırıcıda değişime uğrayan (mutasyon) çekirdekler konusundaki çalışmalarından (1932) dolayı.

(C) *Edwin m. McMillian*'a neptinyumu (1940), Glenn T. Seaborg'a plütonyumu (1941) ve ayrıca uranyum-ötesi elementleri ortaya çıkarmasından dolayı.

1952 (P) *Felix Bloch* ve *Edward Mills Purcell*'a sıvı ve gazlardaki nükleer magnetik rezonansı keşfetmelerinden (1946) dolayı.

1953 (P) *Frits Zernike*'ye yüksek kontrast vermesi için girişimden yararlanan, faz-kontrast mikroskopunu icadetmesinden dolayı.

1954 (P) *Max Born*'a dalga fonksiyonunun bir olasılık olarak açıklaması (1926) ve diğer kuantum mekaniksel buluşlarından, *Walter Bothe*'ye ise atom-altı parçacıkları çalışmak için geliştirdiği metodundan (1930-1931) özellikle de Chadwick tarafından nötron olarak yorumlanan parçacığı ortaya çıkarmasından dolayı.

1955 (P) *Willis E. Lamb, Jr.*'a hidrojen spektrumundaki Lamb kaymasını keşfi (1947) ve *Polykarp Kusch*'a elektronun magnetik momentini tayin etmesinden (1947) dolayı.

1956 (P) *John. Bardeen, Walter H. Brattain* ve *William Shockley*'e transistörü keşfetmelerinden (1956) dolayı.

1957 (P) *T.-D. Lee* ve *C.-N. Yang*'a beta bozunumunda paritenin korunmadığını teorik olarak öngörmelerinden (1956) dolayı.

1958 (P) *Pavel A. Cerenkov*'a Cerenkov ışınımını keşfinden (1935) ve *Ilya M. Frank* ile *Igor Tamm*'ye bunu yorumlamalarından (1937) dolayı.

1959 (P) *Emilio G. Segrè* ve *Owen Chamberlain*'e anti-proton'u keşfetmelerinden (1955) dolayı.

1960 (P) *Donald A. Glaser*'e temel parçacıkları çalışmak için kabarcık odası deneysel düzeneğini icadından (1952) dolayı.

(C) *Willard Libby*'ye radyo-karbon tarihlendirme metodunu geliştirmesinden (1947) dolayı.

1961 (P) *Robert Hofstadter*'a proton ve nötronların iç yapılarını keşfinden, *Rudolf L. Mössbauer*'a geri tepmesiz gamma-ışını yayınlaması ile ilgili Mössbauer olayını keşfetmesinden (1957) dolayı.

1962 (P) *Lev Davidovich Landau*'ya sıvı helyum ve diğer yoğun maddeleri teorik olarak incelemesinden dolayı.

1963 (P) *Eugene P. Wigner*'a temel-parçacık teorisine simetri prensiplerini uygulaması ve *Maria Goeppert Mayer* ile *J.Hans D. Jensen*'a çekirdeklerin kabuk modellerini incelemelerinden (1947) dolayı.

1964 (P) *Charles H. Townes, Nikolai G. Basov* ve *Alexandr M. Prokhorov*'a maserleri (1951-1952) ve Laserleri geliştirmelerinden dolayı.

1965 (P) *Sin-itiro Tomonaga, Julian S. Schwinger* ve *Richard P. Feynman*'a kuantum elektrodinamiğini geliştirmelerinden (1948) dolayı.

1966 (P) *Alfred Kastler*'a atomun enerji düzelyerini optik metodla incelemesinden dolayı.

1967 (P) *Hans Albrecht Bethe*'e yıldızlarda enerji üretiminin yollarını keşfetmesinden (1939) dolayı.

1968 (P) *Luis W. Alvarez*'e temel parçacıkların rezonans durumlarını keşfetmesinden dolayı.

1969 (P) *Murray Gell-Mann*'e temel parçacıkları sınıflandırmasından (1963) dolayı.

1970 (P) *Hannes Alfvèn*'e magnetohidrodinamik teoriyi ve *Louis Eugène Fèlix Nèel*'e antiferromanyetizma ve ferrimanyetizmayı keşfetmelerinden (1930 lar) dolayı.

1971 **(P)** *Dennis Gabor*'a holografiyi geliştirmesinden (1947) dolayı.
(C) *Gerhard Herzberg*'e moleküllerin yapısını spektroskopik olarak incelemesinden dolayı.

1972 **(P)** *John Bardeen, Leon N. Cooper* ve *John Robert Schrieffer*'a süperiletkenliği yorumlamasından (1957) dolayı.

1973 *Leo Esaki*'ye yari iletkenlerde tünellemeyi, *Ivar Giaever*'a süperiletkenlerdeki tünellemeyi keşfetmeleri ve *Brian D. Josephson*'a çiftlenmiş elektronların tünellemesini gerektiren Josephson olayını öngörmesinden (1958-1962) dolayı.

1974 **(P)** *Anthony Hewish*'e pulsarları keşfi ve *Martin Ryle*'ya radyo enterferometriyi geliştirmesinden dolayı.

1975 **(P)** *Aage N. Bohr, Ben R. Mottelson* ve *James Rainwater*'a bazı çekirdeklerin asimetrik şekil almalarının nedenini ortaya koymalarından dolayı.

1976 **(P)** *Burton Richter* ve *Samuel C. C. Ting*'e J/psi parçacığını ve ilk tılsımlı parçacığı keşfetmelerinden (1974) dolayı.

1977 **(P)** *John H. Van Vleck, Nevill F. Mott* ve *Philip W. Anderson*'a katıları kuantum mekaniksel olarak incelemesinden dolayı.
(C) *Ilya Prigogine*'na termodinamiğin ikinci kanununu dikkate alarak, hayatın nasıl oluştuğunu göstermek maksadıyla termodinamiği geliştirmesinden dolayı.

1978 **(P)** *Arno A. Penzias* ve *Robert W. Wilson*'a kozmik fon ışımasını keşfetmesi (1965) ve Pyotr Kapitsa'ya sıvı helyum çalışmalarından dolayı.

1979 **(P)** *Sheldon L. Glashow, Abdus Salam* ve *Steven Weinberg*'e zayıf ve elektromagnetik kuvvetleri birleştiren bir teori geliştirmelerinden (1958-1971) dolayı.

1980 **(P)** *Val Fitch* ve *James W. Cronin*'e maddenin anti-madde üzerindeki kozmolojik üstünlüğünü muhtemelen açıklayabilen CP (yük-parite) ihlalini keşfetmelerinden (1964) dolayı.

1981 **(P)** *Nicolaas Bloembergen* ve *Arthur L. Schawlow*'a Laser spektroskopisini ve *Kai M. Siegbahn*'a yüksek-çözünürlü elektron mikroskopunu geliştirmelerinden (1958) dolayı.

1982 **(P)** *Kenneth G. Wilson*'a kritik olayları analiz etmede faz geçişi teorisini kuran bir metod geliştirmesinden dolayı.

1983 **(P)** *William A. Fowler*'a astrofiziksel çekirdek sentezi ile ilgili teorik çalışmaları ve *Subramanyan Chandrasekhar*'a beyaz cüce yıldızları da kapsayan yıldız yapıları ve evrimleri üzerinde önemli fiziksel süreçleri incelemesinden (1930) dolayı.

1984 **(P)** *Carlo Rubbia*'ye elektrozayıf birleşimi gerçekleyen W ve Z parçacıklarını keşfetmesi ve *Simon van der Meer*'a keşfine yolaçtığı CERN ışını demetinin stokastik soğuma metodunu geliştirmesinden (1982-1983) dolayı.

1985 **(P)** *Klaus von Klitzing*'e bir manyetik alandaki iletkenlikle ilgili kuantumlanmış Hall olayını keşfetmesinden (1980) dolayı.

1986 **(P)** *Ernst Ruska*'ya elektron mikroskobunu (1931) ve *Gerd Binnig* ve *Heinrich Rohrer*'e tarama-tünellemeli elektron mikroskopunu (1981) icatlarından dolayı.

1987 **(P)** *J. Georg Bednorz* ve *Karl Alex Müller*'e yüksek sıcaklık süperiletkenliğini keşfetmelerinden (1986) dolayı.

1988 **(P)** *Leon M. Lederman, Melvin Schwartz* ve *Jack Steinberger*'e Atomların radyoaktif bozunumunu etkileyen zayıf nükleer kuvvet üzerinde çalışmak için, yeni bir aletin geliştirilmesine yol açan, ortak deneylerinden dolayı.

1989 **(P)** *Norman Ramsay*'e (A.B.D) atom fiziğindeki çeşitli teknikleri ve *Hans Dehmelt* (A.B.D) ile *Wolfgang Paul*'a (Almanya) tek yüklü parçacıkların tuzaklanması için geliştirdikleri tekniklerden dolayı.

1990 **(P)** *Jerome Friedman, Henry Kendall* (ikiside A.B.D'li) ve *Richard Taylor*'a (Kanada) kuark modelinin gelişimi için yaptıkları önemli deneysel çalışmalarından dolayı.

1991 **(P)** *Pierre-Gilles de Gennes*'e basit sistemlerdeki düzen olayını, bilhassa sıvı kristaller ve polimerler gibi maddenin çok daha karmaşık şekillerine genelleştirebilme çalışmalarına dair geliştirilen metodları keşfetmelerinden dolayı.

1992 **(P)** *George Charpak* oluşturulan küçük boyuttaki atomaltı parçacıkların parçacık hızlandırıcılarındaki yörüngelerini dedekte eden bir dedektör geliştirmesinden dolayı.

1993 **(P)** *Russel Hulse* ve *Joseph Taylor* gravitasyon dalgalarının ispatını ortaya koymalarından dolayı.

1994 **(P)** *Bertram N. Brockhouse* ve *Clifford G. Shull* 'a nötron saçılmasındaki öncü çalışmalarından dolayı.

1995 **(P)** *Martin L. Perl* ve *Frederick Reines* sırasıyla tau parçacığı ve nötrino'yu keşfetmelerinden dolayı.

1996 **(P)** *David M. Lee, Dauglas C. Osheroff* ve *Robert C. Richardson* Helyum-3'ü kullanarak, bir süperakışkan sıvı geliştirmelerinden dolayı.

1997 **(P)** *Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji* ve *William D. Phillips* atomları Lazer ışığı ile tuzaklayıp soğutan metodları geliştirmelerinden dolayı.

1998 **(P)** *Robert B. Laughlin, Horst L. Störmer* ve *Daniel C. Tsui* kısmen yüklü uyarmalarla yeni bir kuantum akışkanı oluşturmayı keşfetmelerinden dolayı.

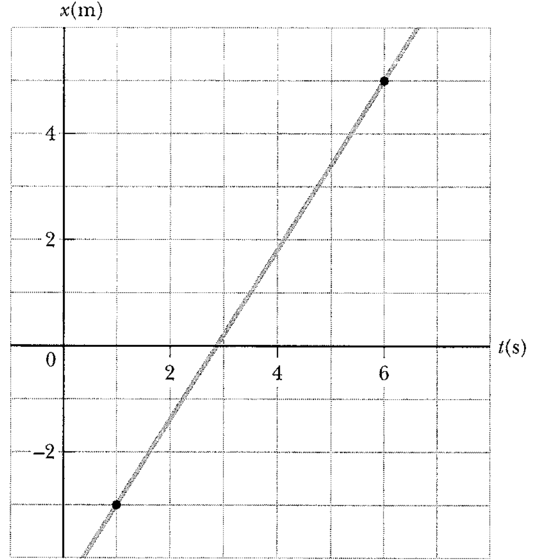
Tek Numaralı Problemlerin Cevapları

Bölüm 1

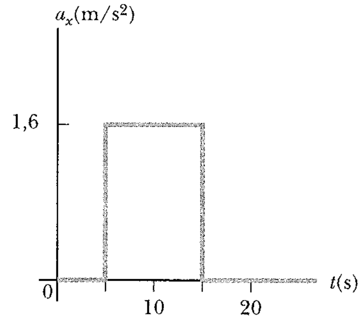
1. $2{,}15 \times 10^4$ kg/m^3
3. 184 g
5. (a) 7,10 cm^3 (b) $1{,}18 - 10^{-29}$ m^3 (c) 0,228 nm (d) 12,7 cm^3, $2{,}11 \times 10^{-29}$ m^3, 0,277 nm
7. (a) 4,00 u = $6{,}64 \times 10^{-24}$ g (b) 55,9 u = $9{,}29 \times 10^{-23}$ g (c) 207 u = $3{,}44 \times 10^{-22}$ g
9. (a) $9{,}83 \times 10^{-16}$ g (b) $1{,}06 \times 10^7$ atom
11. (a) $4{,}01 \times 10^{25}$ molekül (b) $3{,}65 \times 10^4$ molekül
13. Hayır.
15. Yalnızca (b)
17. $0{,}579t$ ft^3/s + $1{,}19 \times 10^{-9} t^2$ ft^3/s^2
19. $1{,}39 \times 10^3$ m^2
21. (a) 0,071 4 gal/s (b) $2{,}70 \times 10^{-4}$ m^3/s (c) 1,03 h
23. $4{,}05 \times 10^3$ m^2
25. $11{,}4 \times 10^3$ kg/m^3
27. $1{,}19 \times 10^{57}$ atom
29. (a) 190 yıl (b) $2{,}32 \times 10^4$ kez.
31. 151 μm
33. $1{,}00 \times 10^{10}$ lb
35. $3{,}08 \times 10^4$ m^3
37. 5,0 m
39. 2.86 cm
41. ~10^6 top.
43. ~10^7 veya 10^8 dönü.
45. ~10^7 veya 10^8 pervane kanadı.
47. ~10^2 kg; ~10^3 kg
49. ~10^2 piyano akordçusu.
51. (a) (346 ± 13) m^2 (b) $(66{,}0 \pm 1{,}3)$ m
53. $(1{,}61 \pm 0.17) \times 10^3$ kg/m^3
55. 115,9 m
57. 316 m
59. 4,50 m^2
61. 3,41 m
63. %0,449
65. (a) 0,529 cm/s (b) 11,5 cm/s
67. 1×10^{10} gal/yıl
69. ~10^{11} yıldız

Bölüm 2

1. (a) 2,30 m/s (b) 16,1 m/s (c) 11,5 m/s
3. (a) 5 m/s (b) 1,2 m/s (c) –2,5 m/s (d) –3,3 m/s (e) 0
5. (a) 3,75 m/s (b)
7. (a)

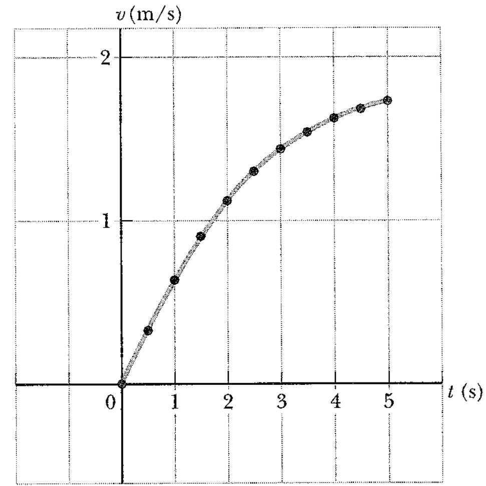


(b) 1,60 m/s
9. (a) –2,4 m/s (b) –3,8 m/s (c) 4,0 s
11. (a) 5,0 m/s (b) –2,5 m/s (c) 0 (d) 5,0 m/s
13. $1{,}34 \times 10^4$ m/s^2
15. (a)

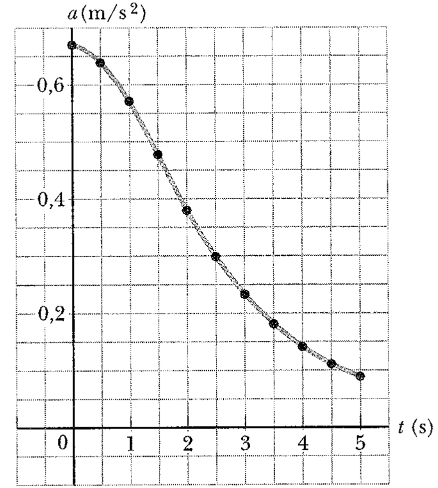


(b) 1,6 m/s^2 ve 0,80 m/s^2
17. (a) 2,00 m (b) –3,00 m/s (c) –2,00 m/s^2
19. (a) 1,3 m/s^2 (b) 3 s'de 2,0 m/s^2 (c) $t = 6$ s'de ve $t >$ 10 s için (d) 8 s'de –1,5 m/s^2.
21. 2.74×10^5 m/s^2, ki bu $2{,}79 \times 10^4$ g
23. (a) 6,61 m/s (b) –0,448 m/s^2
25. –16.0 cm/s^2
27. (a) 2,56 m (b) –3,00 m/s
29. (a) 8,94 s (b) 89,4 m/s
31. (a) 20,0 s (b) hayır
33. $x_s - x_i = v_{xs}\, t - a_x t^2/2$; $v_{xs} = 3{,}10$ m/s

35. (a) 35,0 s (b) 15,7 m/s
37. (a) –202 m/s^2 (b) 198 m
39. (a) 3,00 m/s (b) 6,00 s (c) –0,300 m/s^2 (d) 2,05 m/s
41. (a) –4,90 m, –19,6 m, –44,1 m (b) 9,80 m/s, –19,6 m/s, –29,4 m/s
43. (a) 10,0 m/s yukarı (b) 4,68 m/s aşağı.
45. Hayır. 0,2 s'de para David'in parmakları arasından düşer.
47. (a) 29.4 m/s (b) 44,1 m
49. (a) 7,82 m (b) 0,782 s
51. (a) 1,53 s (b) 11,5 m (c) –4,60 m/s, –9,80 m/s^2
53. (a) $a_x = a_{xi} + Jt$, $v_x = v_{xi} + a_{xi}\,t + \frac{1}{2}Jt^2$, $x = x_i + v_{xi}\,t + \frac{1}{2}\,a_{xi}\,t^2 + \frac{1}{6}Jt^3$
55. 0,222 s
57. 0,509 s
59. (a) 41,0 s (b) 1,73 km (c) –184 m/s
61. $v_{xi}\,t + at^2/2$ ifadesi Denklem 2.11 ile uyuşur.
63. (a) 5,43 m/s^2 ve 3,83 m/s^2 (b) 10,9 m/s ve 11,5 m/s (c) maggie 2,62 m kadar.
65. (a) 45,7 s (b) 574 m (c) 12,6 m/s (d) 765 s
67. (a) 2,99 s (b) –15,4 m/s (c) 31,3 m/s aşağı ve 34,9 m/s aşağı
69. (a) 5,46 s (b) 73,0 m (c) v_{Stan} + 22,6 m/s, v_{Kathy} = 26,7 m/s
71. (a) Yandaki şekile bakınız.
(b) Yandaki şekile bakınız.
73. 0,577v



Bölüm 2, Problem 71(a)



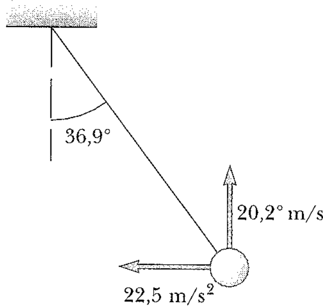
Bölüm 2, Problem 71(b)

Bölüm 3

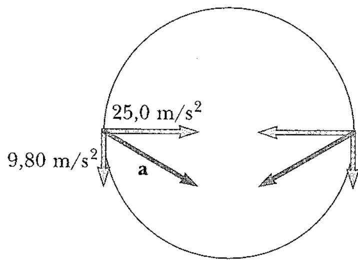
1. (–2,75, –4,67) m
3. 1,15; 2,31
5. (a) 2,24 m (x ekseninin pozitif tarafından 26,6°'de 2,24 m.
7. (a) 484 m (b) 18.1° kuzey doğu
9. 70,0 m
11. (a) Yaklaşık olarak 112°'de 6,1 birim. (b) yaklaşık olarak 22°'de 14,8 birim.
13. (a) 10,0 m (b) 15,7 m (c) 0
15. (a) 60°'de 5,2 m (b) 330°'de 3,0 m (c) 150'de 3,0 m (d) 300°'de 5,2 m
17. –3°'de yaklaşık olarak 420 ft.
19. Başlangıçtaki yönünün sağı ile 59,0°'de 7,21 m.
21. 1,31 km kuzey ve 2,81 km doğu.
23. (a) 10,4 cm (b) 35,5°
25. x ekseninin pozitif tarafıyla 122°'de 47,2 m.
27. (–25,0**i**)m + (43,3**j**)m
29. x ekseninin pozitif tarafıyla 56,3°'de 7,21 m.
31. (a) 2,00i – 6,00j (b) 4,00i + 2,00j (c) 6,32 (d) 4,47 (e) x ekseninin pozitif tarafıyla 26,6° ve 288°.
33. (a) (–11,1**i** + 6,40**j**)m (b) (1,65**i** + 2,86**j**)cm (c) (–18,0**i** –12,6**j**) in
35. 166°'de 9,48 m.
37. (a) Pozitif x ekseni ile 77,8°'de 185 N. (b) (–39,3**i** – 181**j**) N
39. **A** + **B** = (2,60**i** + 4,50**j**) m
41. Pozitif x ekseni ile –14,7°'de 196 cm.
43. (a) 8,00**i** + 12,0**j** – 4,00**k** (b) 2,00**i** + 3,00**j** – 1,00**k** (c) –24,0**i** – 36,0**j** + 12,0**k**
45. (a) 5,00**i** – 1,00**j** – 3,00**k**)m'nin büyüklüğü 5,92 m'dir. (b) 4,00**i** – 11,0**j** + 15,0**k**)m'nin büyüklüğü 19,0 m'dir.
47. 157 km
49. (a) –3,00**i** + 2,00**j** (b) x ekseninin pozitif tarafıyla 146°'de 3,61. (c) 3,00**i**, 6,00**j**
51. (a) 49,5**i** + 27,1**j** (b) x ekseninin pozitif tarafıyla 28,7°'de 56,4 birim.
53. 1,15°
55. (a) 2,00, 1,00, 3,00 (b) 3,74 (c) θ_x = 57,7°, θ_y + 74,5, θ_z = 36,7°
57. 237°'de 240 m.
59. 7,37°'de 390 mi/saat kuzey doğu.
61. $\mathbf{R}_1 = a\mathbf{i} + b\mathbf{j}$; $R_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ (b) $\mathbf{R}_2 = a\mathbf{i} + b\mathbf{j} + c\mathbf{k}$

Bölüm 4

1. (a) Doğu ile 209°'de 4,87 km (b) 23,3 m/s (c) 209°'de 13,5 m/s
3. (a) $(18{,}0t)\mathbf{i} + (4{,}00t - 4{,}90t^2)\mathbf{j}$ (b) $18{,}0\mathbf{i} + (4{,}00 - 9{,}80t)\mathbf{j}$ (c) $-9{,}80\mathbf{j}$ (d) $(54{,}0\mathbf{i} - 32{,}1\mathbf{j})$ m (e) $(18{,}0\mathbf{i} - 25{,}4\mathbf{j})$ m/s (f) $(-9{,}80\mathbf{j})$ m/s^2
5. (a) $(2{,}00\mathbf{i} + 3{,}00\mathbf{j})$ m/s^2 (b) $(3{,}00t + t^2)\mathbf{i}$ m, $(1{,}50\,t^2 - 2{,}00t)\mathbf{j}$ m
7. (a) $(0{,}800\mathbf{i} - 0{,}300\mathbf{j})$ m/s^2 (b) 339° (c) $(360\mathbf{i} - 72{,}7\mathbf{j})$ m, −15,2°
9. (a) $(3{,}34\mathbf{i})$ m/s (b) −50,9°
11. (a) 20,0° (b) 3,05 s
13. $x = 7{,}23$ km $y = 1{,}68$ km
15. 53,1°
17. 22,4° yada 89,4°
19. (a) Top 0,889 m kadar atılır. (b) Aşağı inerken
21. $d \tan \theta_i - gd^2/(2v_i^2 \cos^2\theta_i)$
23. (a) 0,852 s (b) 3,29 m/s (c) 4,03 m/s (d) 50,8° (e) 1,12 s
25. 377 m/s^2
27. 10,5 m/s, 219 m/s^2
29. (a) 6,00 devir/s (b) 1,52 km/s^2 (c) 1,28 km/s^2
31. Yarıçapın ters tarafıyla 29,9°'de içeri doğru 1,48 m/s.
33. (a) 13,0 m/s^2 (b) 5,70 m/s (c) 7,50 m/s^2
35. (a)



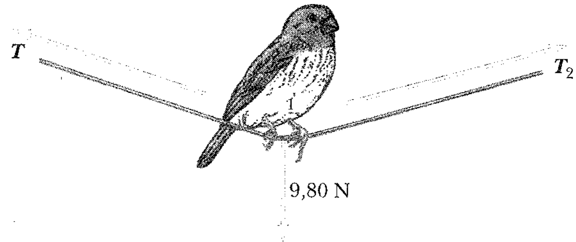
(b) 29,7 m/s^2 (c) yatayın üzerinde 36,9°'de 6,67 m/s
37. $2{,}02 \times 10^3$ s; %21 daha uzun
39. 11,3° kuzey batıda 153 km/saat
41. (a) 36,9° (b) 41,6° (c) 3,00 dakika
43. 15,3 m
45. $2\, v_i t \cos \theta i$
47. (b) $45° + \phi/2$; $v_i^2(1 - \sin \phi)/g \cos^2\phi$
49. (a) 41.7 m/s (b) 3,81 s (c) $34{,}1\mathbf{i} - 13{,}4\mathbf{j}$) m/s; 36,6 m/s
51. (a) 25,0 m/s^2 (radyal); 9,80 m/s^2 (teğetsel) (b)



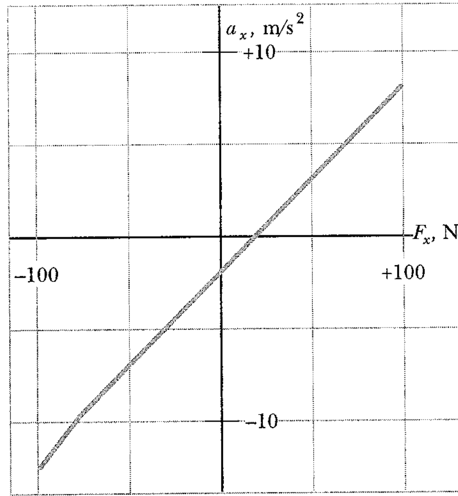
(c) yatayın altında 21,4°'de 26,8 m/s^2
53. x eksenine göre −63,4°'de 8,94 m/s
55. 20,0 m
57. (a) 0,600 m (b) 0,402 m (c) merkeze doğru 1,87 m/s^2 (d) 9,80 m/s^2 aşağıya
59. (a) 6,80 km (b) Çarpma noktasının düşey olarak 300 km yukarısı (c) 66,2°
61. (a) 46,5 m/s (b) −77,6° (c) 6,34 s
63. (a) 1,53 km (b) 36,2 s (c) 4,04 km
65. (a) 20,0 m/s 5,00 s (b) $(16{,}0\mathbf{i} - 27{,}1\mathbf{j})$ m/s (c) 6,54 s (d) $(24{,}6\mathbf{i})$ m
67. (a) 43,2 m (b) $(9{,}66\mathbf{i} - 25{,}5\mathbf{j})$ m/s
69. Bir termometredeki civayı aşağıya doğru sarstığınızı düşününüz. Omuz hizanızdan başlatarak, elinizi olabildiğince aşağı doğru hareket ettirip, hızlıca bir yay çiziniz. ~100 m/s^2 ≈ 10 g.

Bölüm 5

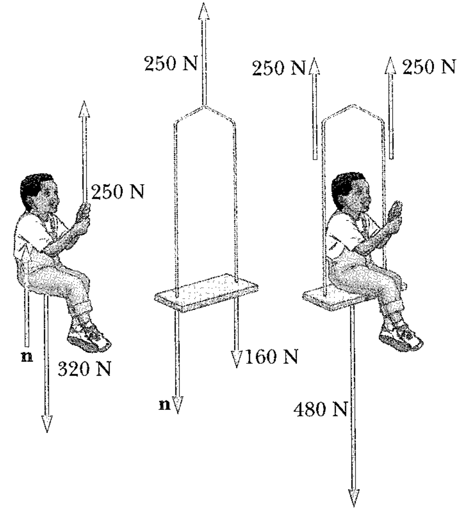
1. (a) 1/3 (b) 0,750 m/s^2
3. $(6{,}00\mathbf{i} + 15{,}0\mathbf{j})$ N; 16,2 N
5. 312 N
7. (a) $x = vt/2$ (b) $F_g v\mathbf{i}/gt + F_g\mathbf{j}$
9. (a) $(2{,}50\mathbf{i} + 5{,}00\mathbf{j})$ N (b) 5,59 N
11. (a) $3{,}64 \times 10^{-18}$ N (b) 8.93×10^{-30} N 408 milyar defa daha küçüktür.
13. 2,38 kN
15. (a) 36,9°'de 5,00 m/s^2 (b) 25,3°'de 6,08 m/s^2
17. (a) ~10^{-22} m/s^2 (b) ~10^{-23} m
19. (a) İleriye doğru 0,200 m/s^2 (b) 10,0 m (c) 2,00 m/s
21. (a) 15,0 lb yukarı (b) 5,00 lb yukarı (c) 0
23. 613 N



27. (a) 49,0 N (b) 98,0 N (c) 24,5 N
29. 8,66 N doğu
31. 100 N ve 204 N
33. 3,73 m
35. $a = F/(m_1 + m_2)$; $T = F\, m_1/(m_1 + m_2)$
37. (a) $F_x > 19.6$ N (b) $F_x \leq -78{,}4$ N (c) Bir sonraki sayfanın başına bakınız.
39. (a) 706 N (b) 814 N (c) 706 N (d) 648 N
41. $\mu_s = 0{,}306$; $\mu_k = 0{,}245$
43. (a) 256 m (b) 42,7 m
45. (a) 1,78 m/s^2 (b) 0,368 (c) 9,37 N (d) 2,67 m/s
47. (a) 0,161 (b) 1,01 m/s^2
49. 37,8 N

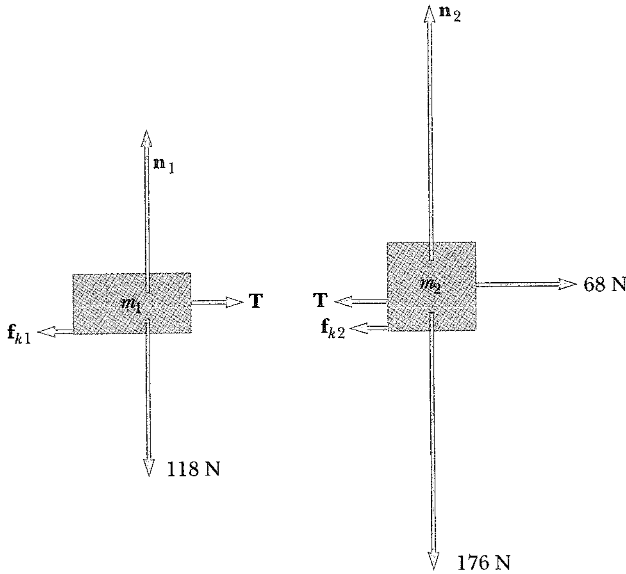


Bölüm 5, Problem 37(c)



Bölüm 5, Problem 55(a)

51. (a)



(b) 27,2 N, 1,29 M/s²

53. 31,7 N ve 48,6 N arasında herhangi bir değer

55. (a) Yandaki sütuna bakınız.
(b7 0,408 m/s² (c) 83,3 N

57. 1,18 kN

59. (a) *Mg*/2, *Mg*/2, *Mg*/2, 3*Mg*/2, *Mg* (b) *Mg*/2

61. (b)

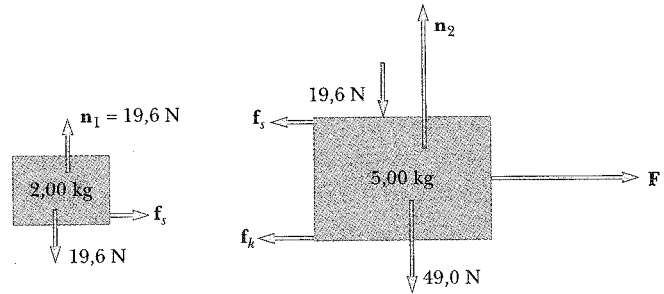
θ	0	15,0°	30,0°	45,0°	60,0°
P(N)	40,0	46,4	60,1	94,3	260

63. (a) 19,3° (b) 4,21 N

65. (a) 2,13 s 5b) 1,67 m

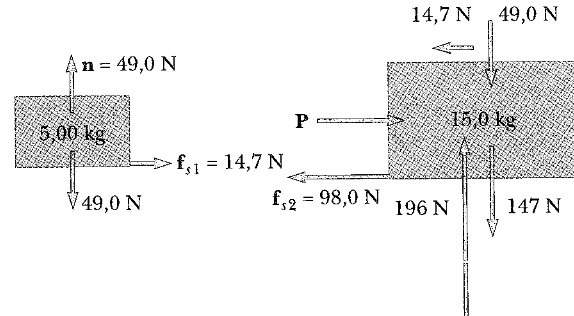
67. (a) Yan tarafa bakınız. İki blok arasındaki statik sürtünme yukarıdaki bloku hızlandırır.
(b) 34,7 N (c) 0,306

69. $(M + m_1 + m_2)\ (m_2 g/m_1)$



Bölüm 5, Problem 67(a)

71. (a)



(b) 113 N (c) 0,980 m/s² ve 196 m/s²

73. (a) 0,087 1 5b) 27,4 N

75. (a) 30,7° (b) 0,843 N

77. (a) 3,34 (b) Her taşıt geriye sıçrayacak veya tekerlekler olduğu yerde dönerken kayacak ve zaman da geçmiş olacaktır.

Bölüm 6

1. (a) 8,00 m/s (b) 3,02 N

3. Birkaçı 8,08 m/s'ye hızlanabilir.

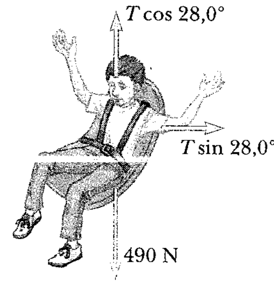
5. $6,22 \times 10^{-12}$ N
7. (a) 1,52 m/s^2 (b) 1,66 km/s (c) 6,820 s
9. (a) statik sürtünme (b) 0,085 0
11. $v \leq 14,3$ m/s
13. (a) Dairenin merkezine doğru 68,6 N ve yukarı doğru 784 N.
(b) 0,857 m/s^2
15. Hayır. Lord Jungle 1,38 kN'luk germe zoruna sahip bir bağ çubuğuna gereksinim duymaktadır.
17. (a) 4,81 m/s (b) Yukarı doğru 700 N
19. 3,13 m/s
21. (a) $2,49 \times 10^4$ N yukarı (b) 12,1 m/s
23. (a) 0,822 m/s^2 (b) 37,0 N (c) 0,0839
25. (a) 17,0° (b) 5,12 N
27. (a) 491 N (b) 50,1 kg (c) 2,00 m/s^2
29. 0,0927°
31. (a) 32,7 s^{-1} (b) 9,80 m/s^2 (c) 4,90 m/s^2
33. 3,01 N
35. (a) 1,47 N·s/m (b) $2,04 \times 10^{-3}$ s (c) $2,94 \times 10^{-2}$ N
37. (a) 0,0347 s^{-1} (b) 2,50 m/s (c) $a = -cv$
39. ~10^1 N
41. (a) Aşağıya doğru 13,7 m/s
(b)

t(s)	x(m)	v(m/s)
0	0	0
0,2	0	–1,96
0,4	–0,392	–3,88
...	...	...
1,0	–3,77	–8,71
... 2,0	–14,4	–12,56
... 4,0	–41,0	–13,67

43. (a) 49,5 m/s ve 4,95 m/s
(b)

t(s)	y(m)	v(m/s)
0	1 000	0
... 1	995	–9,7
... 2	980	–18,6
... 10	674	–47,7
... 10,1	671	–16,7
... 12	659	–4,95
... 145	0	–4,95

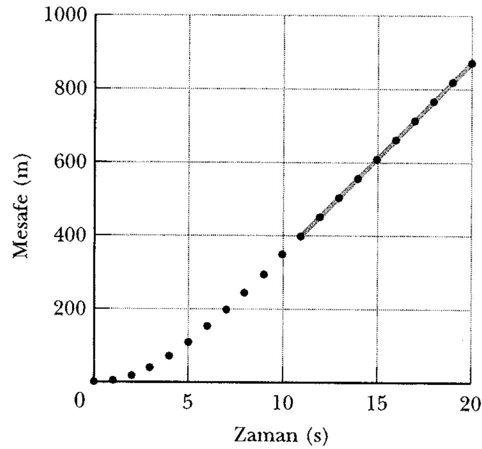
45. (a) $2,33 \times 10^{-4}$ kg/m (b) 53 m/s (c) 42 m/s. İkinci yörünge daha kısa ve daha yüksektir. İkisinde de yatay menzilin yaklaşık olarak %57'sini katettiğinde, top maksimum yüksekliğe ulaşır. Top biraz gecikmeyle minimum hıza sahip olur. Her iki çarpışma hızı yaklaşık 30 m/s'dir.
47. (a) $mg - mv_2/R$ (b) $\sqrt{gR}$
49. (a) 2,63 m/s^2 (b) 201 m (c) 17,7 m/s
51. (a) 9,80 N (b) 9,80 N (c) 6,26 m/s
53. (b) Ekvatorda aşağıya doğru 732 N, kutuplarda ise aşağıya doğru 735 N'dur.
59. (a) 1,58 m/s^2 (b) 455 N (c) 329 N (d) yukarı doğru 397 N ve içeri doğru 9,15°'dir.
61. (a) 5,19 m/s (b) Çocuk + koltuk :



$T = 555$ N
63. (b) 2,54 s; 23,6 dev/dakika
65. Yatay olarak içeri doğru 215 N
67. (a) Ya 70.4° veya 0° (b) 0°
69. 12,8 N
71. (a)

t (s)	d (m)
0	0
1	4,9
2	18,9
... 5	112,6
... 10	347,0
11	399,1
... 15	611,3
... 20	876,5

(b)



(c) Grafik 11s < t < 20s için doğru olup, eğimi 53,0 m/s'dir.

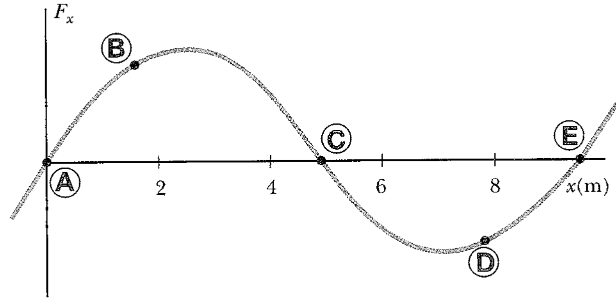
Bölüm 7

1. 15,9 MJ
3. (a) 32,8 mJ (b) –32,8 mJ
5. (a) 31,9 J (b) 0 (c) 0 (d) 31,9 J
7. 4,70 kJ
9. 14,0
11. (a) 16,0 J (b) 36,9°
13. (a) 11,3° (b) 156° (c) 82,3°

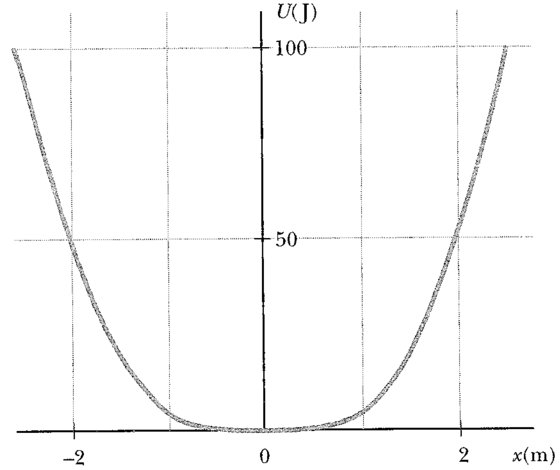
15. (a) 24,0 J (b) –3,00 J (c) 21,0 J
17. (a) 7,50 J (b) 15,0 J (c) 7,50 j (d) 30,0 J
19. (a) 0,938 cm (b) 1,25 J
21. 0,299 m/s
23. 12,0 J
25. (b) mgR
27. (a) 1,20 J (b) 5,00 m/s (c) 6,30 J
29. (a) 60,0 J (b) 60,0 J
31. (a) $\sqrt{2W/m}$ (b) W/d
33. (a) 650 J (b) –588 J (c) 0 (d) 0 (e) 62,0 J (f) 1,76 m/s
35. (a) –168 J (b) –184 J (c) 500 J (d) 148 J (e) 5,64 m/s
37. 2,04 m
39. (a) 22 500 N (b) $1{,}33 \times 10^{-4}$ s
41. (a) 0,791 m/s (b) 0,531 m/s
43. 875 W
45. 830 N
47. (a) 5 910 W (b) 11 100 W'tın %53'dür.
49. (a) 0,013 5 gal (b) 73,8 (c) 8,08 kW
51. 5,90 km/L
53. (a) $5{,}37 \times 10^{-11}$ J (b) $1{,}33 \times 10^{-9}$ J
55. 90,0 J
59. (a) $(2 + 24t^2 + 72t^4)$ J (b) $12t$ m/s^2; $48t$ N (c) $(48t + 288t^3)$ W (d) 1 250 J
61. –0,047 5 J
63. 878 kN
65. (b) 240 W
67. (a) $\mathbf{F}_1 = 520{,}5\mathbf{i} + 14{,}3\mathbf{j})$ N; $\mathbf{F}_2 = (-36{,}4\mathbf{i} + 21{,}0\mathbf{j})$ N (b) $(-15{,}9\mathbf{i} + 35{,}3\mathbf{j})$ N (c) $(-3{,}18\mathbf{i} + 7{,}07\mathbf{j})$ m/s^2 (d) $(-5{,}54\mathbf{i} + 23{,}7\mathbf{j})$ m/s (e) $(-2{,}30\mathbf{i} + 39{,}3\mathbf{j})$ m (f) 1 480 J (g) 1 480 J
69. (a) 4,12 m 5b) 3,35 m
71. 1,68 m/s
73. (a) 14,5 m/s (b) 1,75 kg (c) 0,350 kg
75. 0,799 J

Bölüm 8

1. (a) 259 kJ, 0, –259 kJ (b) 0, –259 kJ, –259 kJ
3. (a) –196 J (b) –196 J (c) –196 J. Kuvvet korunumludur.
5. (a) 125 J (b) 50,0 J (c) 66,7 J (d) Korunumlu değildir. Sonuçlar farklıdır.
7. (a) 40,0 J (b) –40,0 J (c) 62,5 J
9. (a) $Ax^2/2 - Bx^3/3$ (b) $\Delta U = 5A/2 - 19B/3$; $\Delta K = -5A/2 + 19B/3$
11. 0,344 m
13. (a) $v_B = 5{,}94$ m/s; $v_C = 7{,}67$ m/s (b) 147 J
15. $v = (3gR)^{1/2}$, aşağıya doğru 0,098 N'dur.
17. 10,2 m
19. (a) 19,8 m/s (b) 78,4 J (c) 1,00
21. (a) 4,43 m/s (b) 5,00 m
23. (a) 18,5 km, 51,0 km (b) 10,0 MJ
25. (b) 60,0°
27. 5,49 m/s
29. 2,00 m/s, 2,79 m/s, 2,19 m/s
31. 3,74 m/s
33. (a) –160 J (b) 73,5 J (c) 28,8 N (d) 0,679
35. 489 kJ
37. (a) 1,40 m/s (b) Serbest kaldıktan sonra 4,60 cm (c) 1,79 m/s
39. 1,96 m
41. Diğer parçacıktan uzağa doğru (A/r^2)
43. (a) $r = 1{,}5$ mm, kararlı; 2,3 mm, kararsız; 3,2 mm, kararlı; $r \to \infty$ nötral (b) $-5{,}6\text{ J} < E < 1\text{ J}$ (c) $0{,}6\text{ mm} < r < 3{,}6\text{ mm}$ (d) 2,6 J (e) 1,5 mm (f) 4 J
45. (a) Ⓑ'de +, Ⓓ'de –, Ⓐ Ⓒ ve Ⓔ'de 0 (b) Ⓒ kararlı; Ⓐ ve Ⓔ kararsız
(c)



47. (b)



$x = 0$'da denge var, (c) $v = \sqrt{0{,}800\text{J}/m}$
49. (a) $1{,}50 \times 10^{-10}$ J (b) $1{,}07 \times 10^{-9}$ J (c) $9{,}15 \times 10^{-10}$ J
51. 48,2° Cevabın kabağın kütlesi ve kubbenin yarıçapından bağımsız oluğuna dikkat ediniz.
53. (a) 0,225 J (b) $\Delta E_s = -0{,}363$ J (c) Hayır. Normal kuvvet karmaşık olarak değişir.
55. ~10^2 W'lık besleme gücü
57. 0,327
59. (a) 23,6 cm (b) Yukarı doğru 5,90 m/s^2; hayır. (c) Yer çekimi potansiyel enerjisi kinetik enerji artı elastik potansiyel enerjiye, daha sonra da tamamen elastik potansiyel enerjiye dönüşür.
61. 1,25 m/s

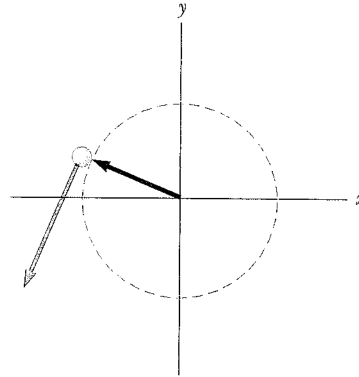
63. (a) 0,400 m (b) 4,10 m/s (c) blok kamyon üzerinde kalır.
65. (b) 2,06 m/s
67. (b) 1,44 m (c) 0,400 m (d) hayır. Çok kuvvetli bir rüzgar ipi yatay olarak çeker (yere paralel olarak). Mümkün olan en büyük denge yükeskliği L'ye eşittir.
71. (a) 6,15 m/s (b) 9,87 m/s
73. 0,923 m/s

Bölüm 9

1. (a) 9,00**i** – 12,0**j**) kg·m/s (b) 307°'de 15,0 kg·m/s
3. Batıya doğru 6,25 cm/s
5. $\sim 10^{-23}$ m/s
7. (b) $p = \sqrt{2\,mK}$
9. (a) 13,5 N·s (b) 9,00 kN (c) 18.0 kN
11. Duvara dik ve 15,0 N.
13. Mevcut su buharının ilk hızı yönünde 5,0 N.
15. 65,2 m/s
17. 301 m/s
19. (a) v_{gx} = 1,15 m/s (b) v_{px} = –0,346 m/s
21. (a) 20,9 m/s doğu (b) 8,68 kJ iç enerji şekline dönüşür.
23. (a) 2,50 m/s (b) 37,5 kJ (c) her işlem diğerinin belli bir süre sonra tersine dönmesidir. Aynı momentumun korunumu denklemi her ikisini de belirler.
25. (a) 0,284 (b) 115 fJ ve 45,4 fJ
27. 91,2 m/s
29. (a) 32,3° kuzey doğu 2,88 m/s (b) 783 J iç enerjiye dönüşür.
31. Hayır. Hızı 41,5 mi/saat'tir.
33. –60,0°'de 2,50 m/s.
35. (3,00**i** – 1,20**j**) m/s
37. Turuncu: $v_i \cos\theta$; sarı: $v_i \sin\theta$
39. (a) (–9,33**i** – 8,33**j**) Mm/s (b) 439 fJ
41. $\mathbf{r}_{CM}$ = (11,7**i** + 13,3**j**) cm
43. Oksijen çekirdeğinden 0,00673 nm ve açıortay boyunca.
45. (a) 15,9 g 5b) 0,153 m
47. 0,700 m
49. (a) (1,40**i** + 2,40**j**) m/s (b) (7,00**i** + 12,0**j**) kg·m/s
51. (a) 39,0 MN yukarı (b) 3,20 m/s^2 yukarı
53. (a) 442 ton (b) 19,2 ton
55. (a) 1,33**i**) m/s 5b) (–235**i**) N (c) 0,680 s (d) (–160**i**) N·s ve (+160**i**) N·s (e) 1,81 m (f) 0,454 m (g) –427 J (h) +107 J
(i) Eşit sürtünme kuvvetleri şahıslar üzerinde farklı mesafeler boyunca etkimekte olup, bunlar üzerinde farklı miktarlarda iş yaptırmaktadır. Birlikte her ikisi üzerindeki toplam iş –320 J olup, bu tam esnek olmayan çarpışmadaki +320 J'luk iç enerjidir.
57. 1,39 km/s
59. 240 s
61. 0,980 m
63. (a) 6,81 m/s (b) 1,00 m
65. $(3Mgx/L)$**j**
67. (a) 3,75 kg·m/s^2 (b) 3,75 N (c) 3,75 N (d) 2,81 J (e) 1,41 J (f) Kum ile kemer arasındaki sürtünme giriş enerjisinin yarısını iç enerjiye dönüştürür.
69. (a) Çocuk sağa yürürken, tekne sola hareket eder ve kütle merkezi sabit kalır. (b) İskeleden 5,55 m (c) 6,55 m'nin 7,00 m'den küçük olmasından dolayı hayır.
71. (a) 100 m/s (b) 374 J
73. (a) m için $\sqrt{2}\,v_i$ ve 3 m için $\sqrt{2/3}\;v_i$ (b) 35,3°
75. (a) 3,73 km/s (b) 153 km

Bölüm 10

1. (a) 4,00 rad/s^2 (b) 18,0 rad
3. (a) 1 200 rad/s (b) 25,0 s
5. (a) 5,24 s (b) 27,4 rad
7. (a) 5,00 rad, 10,0 rad/s, 4,00 rad/s^2 (b) 53,0 rad, 22,0 rad/s, 4,00 rad/s^2
9. 13,7 rad/s^2
11. $\sim 10^7$ dev/yıl
13. (a) 0,180 rad/s (b) Pistin merkezine doğru 8,10 m/s^2.
15. (a) 8,00 rad/s (b) 8,00 m/s, a_r = –64,0 m/s^2, a_t = 4,00 m/s^2 (c) 9,00 rad
17. (a) 54,3 rev (b) 12,1 rev/s
19. (a) 126 rad/s (b) 3,78 m/s (c) 1,27 km/s^2 (d) 20,2 m
21. (a) –2,73**i** m + 1,24**j** m (b) 156° ikinci çeyrek daire (c) –1,85**i** m/s – 4,10**j** m/s
(d) 246°'de ikinci çeyrek daire bölgesine girer.



(e) 6,15**i** m/s^2 – 2,78**j** m/s^2
(f) 24,6**i** N – 11,1**j** N
23. (a) 92,0 kg·m^2, 184 J (b) 6,00 m/s, 4,00 m/s, 8,00 m/s, 184 J
25. (a) 14 kg·m^2 (b) 2,57 kJ
29. 1,28 kg·m^2
31. $\sim 10^0$ = 1 kg·m^2
33. –3,55 N·m
35. 882 N·m
37. (a) 24,0 N·m (b) 0,035 6 rad/s^2 (c) 1,07 m/s^2
39. (a) 0,309 m/s^2 (b) 7,67 N ve 9,22 N
41. (a) 872 N 5b) 1,40 kN

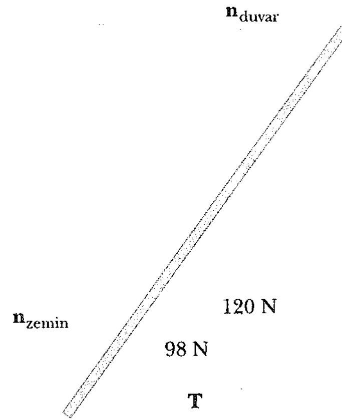
43. 2,36 m/s
45. (a) 11,4 N, 7,57 m/s^2, 9,53 m/s aşağı (b) 9,53 m/s
49. (a) 2 $(Rg/3)^{1/2}$ (b) $4(Rg/3)^{1/2}$ (c) $(Rg)^{1/2}$
51. $\frac{1}{3}\ell$
53. (a) 1,03 s (b) $4(Rg/3)^{1/2}$
55. (a) 4,00J (b) 1,60 s (c) evet
57. 12,5 rad/s (b) 128 rad
59. (a) $(3g/L)^{1/2}$ (b) $3g/2L$ (c) $-\frac{3}{2}g\mathbf{i}-\frac{3}{4}g\mathbf{j}$
61. $\alpha = g(h_2 - h_1)/2\pi R^2$
63. (b) $2gM(\sin\theta - \mu\cos\theta)\ (m + 2M)^{-1}$
65. 139 m/s
67. 5,80 kg · m^2; yükseklik fark oluşturmaz.
69. (a) 2 160 N · m (b) 1,19 kg · m^2
71. (a) 118 ve 156 N (b) 1,19 kg · m^2
73. (a) $\alpha = -0,176$ rad /s^2 (b) 1,29 rev (c) 9,26 rev

Bölüm 11

1. (a) 500 J (b) 250 J (c) 750 J
3. $\frac{7}{10}Mv^2$
5. (a) Disk için $\frac{2}{3}\,g\sin\theta$ kasnak için olan $\frac{1}{2}\,g\sin\theta$'dan daha büyüktür.
7. $1,21\times10^{-4}$ kg · m^2. Yükseklik gerekmektedir.
9. $-7,00\mathbf{i} + 16,0\mathbf{j} - 10,0\mathbf{k}$
11. (a) $-17,0\mathbf{k}$ (b) 70,5°
13. (a) 2,00 N · m (b) $\mathbf{k}$
15. (a) negatif z yönü (b) pozitif z yönü
17. 45,0°
19. $(17,5\mathbf{k})$ kg · m^2/s
21. $(60,0\mathbf{k})$ kg · m^2/s
23. $mvR[\cos(vt/R) + 1]\mathbf{k}$
25. (a) sıfır (b) $(-mv_i^3\sin^2\theta\cos\theta/2g)\mathbf{k}$ (c) $(-2mv_i^3\sin^2\theta\cos\theta/g)\mathbf{k}$ (d) Aşağı doğru olan çekim kuvveti $-z$ yönünde bir tork uygular.
27. $m\ell\ gt\cos\theta\mathbf{k}$
29. 4,50 kg · m^2/s yukarı
31. (a) 0,433 kg · m^2/s (b) 1,73 kg · m^2
33. $\omega_f = \omega_i I_1/(I_1 + I_2)$ (b) $I1/(I_1 + I_2)$
35. (a) 1,91 rad/s (b) 2,53 J, 6,44 J
37. (a) Saatin dönme yönüne zıt yönde 0,360 rad/s (b) 99,9 J
39. (a) Aşağı doğru $mv\ell$ (b) $M/(M+m)$
41. (a) $\omega = 2mv_i d/(M + 2m)R^2$ (b) Hayır. Mekanik enerjinin birazı iç enerjiye dönüşür.
43. (a) $2,19\times10^6$ m/s (b) $2,18\times10^{-18}$ J (c) $4,13\times10^{16}$ rad/s
45. $[10Rg\,(1-\cos\theta)/7r^2]^{1/2}$
51. (a) 2,70R (b) $F_x = -\frac{20}{7}mg$, $F_y = -mg$
53. 0,632
55. (a) $v_i r_i/r$ (b) $T = (mv_i^2 r_i^2)r^{-3}$ (c) $\frac{1}{2}mv_i^2(r_i^2/r^2 - 1)$ (d) 4,50 m/s, 10,1 N, 0,450 J
57. 54,0°
59. (a) 3 750 kg · m^2/s (b) 1,88 kJ (c) 3 750 kg · m^2/s (d) 10,0 m/s (e) 7,50 kJ (f) 5,62 kg · m^2/s
61. $(M/m)\ [3ga\sqrt{2} - 1)]^{1/2}$
63. (c) $(8Fd/3M)^{1/2}$
67. (a) 0,800 m/s^2, 0,400 m/s^2 (b) Çubukta geriye doğru ve makaranın tepesinde ileri doğru 0,600 N, her makarada ileri doğru ve her makaranın en altında döşemede geriye doğru 0,200 N dur.

Bölüm 12

1. Yukarı doğru 10,0 N; saatin dönme yönüne zıt yönde 6,00 N·m.
3. $[(m_1 + m_b)d + m_1\ell/2]/m_2$
5. –0,429 m
7. (3,85 cm, 6,85 cm)
9. (– 1,50 m, – 1,50m)
11. (a) 859 N (b) 1 040 N
13. (a) f_s = 268 N, n = 1 300 N (b) 0,324
15. (a) 60,0°'de 1,04 kN (b) $(370\mathbf{i} + 900\mathbf{j})$ N
17. Arka tekerleklerin her birinde 2,94 kN ve ön tekerleklerin herbirinde 4,41 kN
19. (a) 29,9 N (b) 22,2 N
21. (a) 35,5 kN (b) 11,5 kN (c) – 4,19 kN
23. 88,2 N ve 58,8 N
25. 4,90 mm
27. 0,023 8 mm
29. 0,912 mm
31. $\dfrac{8m_1m_2gL_i}{\pi d^2Y(m_1+m_2)}$
33. (a) $3,14\times10^4$ N (b) $6,28\times10^4$ N
35. $1,80\times10^8$ N/m^2
37. $n_A = 5,98\times10^5$ N, $n_B = 4,80\times10^5$ N
39. (a) 0,400 mm (b) 40,0 kN (c) 2,00 mm (d) 2,40 mm (e) 48, 0 kN
41. (a)



(b) 69,8 N (c) 0,877 L
43. (a) 160 N sağa (b) 13,2 N sağa (c) 292 N yukarıya (d) 192 N
45. (a) $T = F_g(L+d)/\sin\theta\,(2L+d)$ (b) $R_x = F_g(L+d)\cot\theta/(2L+d)$; $R_y = F_gL/(2L+d)$
47. 0,789 L
49. 5,08 kN, R_x = 4,77 kN, R_y = 8,26 kN
51. T = 2,71 kN, R_x = 2,65 kN
53. (a) μ_k = 0,571; dik kuvvet kaymakta olan kulübenin ön taraftaki kenarının 20,1 cm uzağına etkimektedir.

55. (b) 60,0°

57. (a) $M = (m/2)\,(\mu_s \sin\theta - \cos\theta)(\cos\theta - \mu_s \sin\theta)^{-1}$ (b) $R = (m + M)g(1 + \mu_s^2)^{1/2}$, $F = g[M^2 + \mu_s^2(m + M)^2]^{1/2}$

59. (a) 133 N (b) m_A = 429 N ve m_B = 257 N (c) R_x = 133 N ve R_y = – 257 N

61. 66,7

65. 1,09 m

67. (a) 4 500 N (b) 4,50 × 10^6 N/m^2 (c) Evet.

69. (a) $P_y = (F_g/L)(d - ah/g)$ (b) 0,306 m

71. $n_A = n_E$ = 6,66 kN; F_{AB} = 10,4 kN = $F_{BC} = F_{DC} = F_{DE}$; F_{AC} = 7,94 kN = F_{CE}; F_{BD} = 15,9 kN

Bölüm 13

1. (a) 1,50 Hz, 0,667 s (b) 4,00 m (c) π rad (d) 2,83 m

3. (a) 20,0 cm (b) Parçacık dengeden geçerken 94,2 cm/s (c) Dengeden maksimum uzaklıkta 17,8 m/s^2.

5. (b) 18,8 cm/s, 0,3335 (c) 178 m/s^2; 0,5 s; (d) 12 cm

7. 0,627 s

9. (a) 40,0 cm/s, 160 cm/s^2 (b) 32, 0 cm/s, – 96,0 cm/s^2 (c) 0,232 m/s

11. 40,9 N/m

13. (a) 0,750 m (b) x = – (0,750 m) sin (2, 00 t/s)

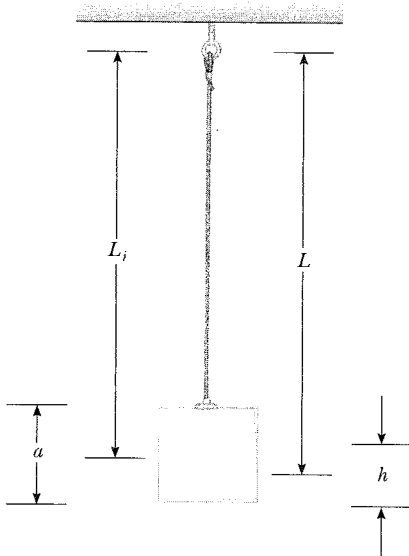
15. 0,628 m/s

17. 2,23 m/s

19. (a) 28,0 mJ (b) 1,02 m/s (c) 12,2 mJ (d) 15,8 mJ

21. (a) 2,61 m/s (b) 2,38 m/s

23. 2,60 cm ve – 2,60 cm



Bölüm 13, Problem 57(a)

25. (a) 35,7 m (b) 29,1 s

27. ~10^0 s

29. (a) 0,817 m/s (b) 2,54 rad/s^2 (c) 0,634 N

33. 0,944 kg · m^2

37. (a) 5,00 × 10^{-7} kg · m^2 (b) 3,16 × 10^{-4} N · m/rad

39. Krank milinin x koordinatı $A \cos \omega t$'dır.

41. 1,00 × 10^{-3} s^{-1}

43. (a) 2,95 Hz, (b) 2,85 cm

47. Herbiri 1,31 Hz veya 0,641 Hz

49. 6,58 cm

51. (a) $2Mg$; $Mg(1 + y/L)$ (b) $T = (4\pi/3)(2L/g)^{1/2}$; 2,68s

53. 6,62 cm

55. 9,19 × 10^{13} Hz

57. (a) Önceki sütunun altına bakınız.

(b) $$\frac{dT}{dt} = \frac{\pi(dM/dt)}{2\rho a^2 g^{1/2}[L_i + (dM/dt)t/2\rho a^2]^{1/2}}$$

(c) $T = 2\pi g^{-1/2}\,[L_i + (dM/dt)\,t/2\rho a^2]^{1/2}$

59. $f = (2\pi g^{-1})\,(gL + kh^2/M)^{1/2}$

61. (a) 3,56 Hz (b) 2,79 Hz (c) 2,10 Hz

63. (a) 3,00 s (b) 14,3 J (c) 25,5°

65. 0,224 rad/s

Bölüm 14

1. Size doğru ~10^{-7} N

3. $\mathbf{g} = (Gm/\ell^2)(\frac{1}{2} + \sqrt{2})$ ve karşı köşeye doğru.

5. (–100**i** + 59,3**j**)pN

7. (a) 4,39 × 10^{20} N (b) 1,99 × 10^{20} N (c) 3,55 × 10^{22} N

9. Yere doğru 0,613 m/s^2

11.

T

$\mathbf{F}_g$

$m\mathbf{g}$

1,000 m – 61,3 nm

15. 12,6 × 10^{31} kg

17. 12,7

19. 1,90 × 10^{27} kg

21. 8,92 × 10^7 m

25. Kütle merkezine doğru $g = 2MGr\,(r^2 + a^2)^{-3/2}$ dir.

27. (a) –4,77 × 10^9 J (b) 569 N (c) 569 N

29. (a) 1,84 × 10^9 kg/m^3 (b) 3,27 × 10^6 m/s^2 (c) –2,08 × 10^{13} J

31. (a) –1,67 × 10^{-14} J (b) Merkezde

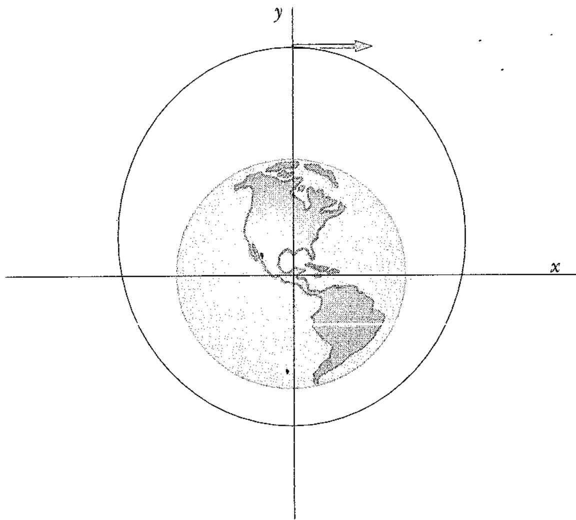
33. 1,58 × 10^{10} J

35. (a) 1,48 saat (b) 7,79 km/s (c) 6,43 × 10^9 J

37. $1,66 \times 10^4$ m/s
41. 15.6 km/s
43. $GM_E m/12R_E$
45. $2GmM/\pi R^2$ resimde yukarı yönelen
47. (a) $7,41 \times 10^{10}$ N (b) $1,04 \times 10^{-8}$ N
49. $2,26 \times 10^{-7}$
51. (b) $1,10 \times 10^{14}$ kg
53. (b) $GMm/2R$
55. $7,79 \times 10^{14}$ kg
57. $7,41 \times 10^{10}$ N
59. $v_{kurtarma} = (8\pi Gr/3)^{1/2} R$
61. (a) $v_1 = m_2(2G/d)^{1/2}(m_1 + m_2)^{-1/2}$
$v_2\ m_1(2G/d)^{1/2}(m_1 + m_2)^{-1/2}$
$v_{bağıl} = (2G/d)1/2(m_1 + m_2)^{1/2}$
(b) $K_1 = 1,07 \times 10^{32}$ J, $K^2 = 2,67 \times 10^{31}$ J
63. (a) $A = M/\pi R^4$ (b) Merkeze doğru $F = GmM/r^2$ (c) Merkeze doğru $F = GmMr^2/R^4$
65. 119 km
67. (a) – 36,7 MJ (b) $9,24 \times 10^{10}$ kg $\cdot$m^2/s (c) 5,58 km/s, 10,4 Mm (d) 8,69 Mm (e) 134 dak
71.

t(s)	x(m)	y(m)	vx (m/s)	vy (m/s)
0	0	12 740 000	5 000	0
10	50 000	12 470 000	4 999,9	–24,6
20	99 999	12 739 754	4 999,7	–49,1
30	149 996	12 739 263	4 999,4	–73,7 . . .

Cisim dünyaya çarpmaz. Minimum yarıçapı 1,33 R_E olup, periyodu $1,09 \times 10^4$ s dir. Dairesel bir yörünge 5,60 km/s'lik bir hız gerektirir.

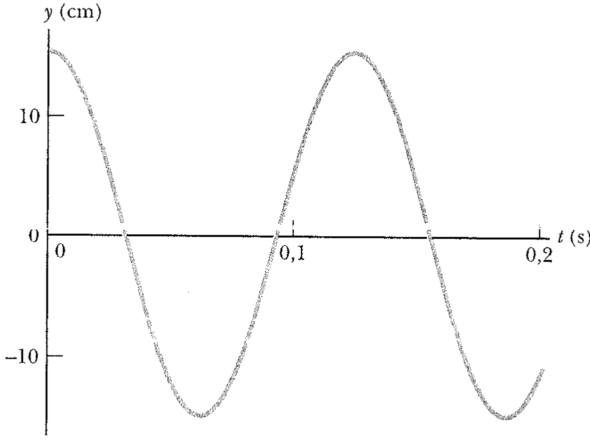


Bölüm 15

1. 0,111 kg
3. 6,24 MPa
5. $5,27 \times 10^{18}$ kg
7. 1,62 m
9. $7,74 \times 10^{-3}$ m^2
11. Geriye doğru yatay olarak 271 kN
13. $P_0 + (\rho d/2)(g^2 + a^2)^{1/2}$
15. 0,722 mm
17. 10,5 m; biraz alkol ve su buharlaşır.
19. 12,6 cm
21. 1,07 m^2
23. (a) 9,80 N (b) 6,17 N
25. (a) 7,00 cm (b) 2,80 kg
27. $r_{yağ}$ = 1 250 kg/m^3; $\rho_{küre}$ = 500 kg/m^3
29. 1 430 m^3
31. $2,67 \times 10^3$ kg
33. (a) 1,06 m/s (b) 4,24 m/s
35. (a) 17,7 m/s (b) 1,73 mm
37. 31,6 m/s
39. 68,0 kPa
41. 103 m/s
43. (a) 4,43 m/s (b) Sifon 10,3 m'den daha yüksek olamaz
45. $2\sqrt{h(h_0 - h)}$
47. 0,258 N
49. 1,91 m
53. 709 kg/m^3
55. Üstteki gösterge 17.3 N; alttaki gösterge 31.7 N
59. % 90,04
61. 4,43 m/s
63. (a) 10,3 mm (b) 0
65. (a) 18,3 mm (b) 14,3 mm (c) 8,56 mm
67. (a) 2,65 m/s (b) $2,31 \times 10^4$ Pa
69. (a) 1,25 cm (b) 13,8 m/s

Bölüm 16

1. $y = 6[(x - 4,5t)2 + 3]^{-1}$
3. (a) sol (b) 5.00 m/s
5. (a) boyuna (b) 665 s
7. (a) 156° (b) 0,058 4 cm
9. (a) + x yönünde y^1, – x yönünde y^2 (b) 0,750 s (c) 1,00 m
11. 30,0 N
13. 1,64 m/s^2
15. 13,5 N
17. 586 m/s
19. 32,9 ms
21. 0,329 s
23. (a) Bir sonraki sayfanın üstüne bakınız. (b) 0,125 s
25. 0,319 m
27. 2,40 m/s
29. (a) 0,250 m (b) 40,0 rad/s (c) 0,300 rad/m (d) 20,9 m (e) 133 m/s (f) + x
31. (a) y = (8,00 cm) sin $(7,85x + 6\pi t)$
(b) y = (8,00 cm) sin $(7,85x + 6\pi t - 0,785)$
33. (a) 0,500 Hz, 3.14 rad/s (b) 3.14 rad/m
(c) (0,100 m) sin (3,14x/m – 3,14t/s)



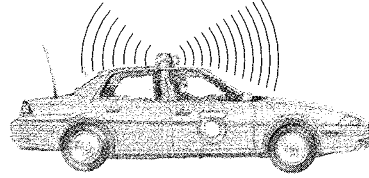
Bölüm 16, Problem 23(a)

(d) (0,100 m) sin (−3,14t/s)
(e) (0,100 m) sin (4,71 rad − 3,14 t/s) (f) 0,314 m/s

35. 2,00 cm; 2,98 m; 0,576 Hz; 1,72 m/s
37. (b) 3,18 Hz
41. 55,1 Hz
43. (a) 62,5 m/s (b) 7,85 m (c) 7,96 Hz (d) 21,1 W
45. (a) A = 40,0 (b) 7,00, B = 0, C = 3,00. **i**, **j** ve **k** nın herbiri ile verilen denklemin skaler çarpımı alınabilir. (c) Kontrol amacıyla , A = 0, B = 7,00 mm, C = 3,00/m, D = 4,00/s, E = 2, 00'dir. A yı bulmak için verilen denklemin heriki tarafının ortalamasını gözönüne alınız. Daha sonra da B'yi bulmak için heriki tarafın maksimum değerini gözönüne alınız. x ve t nin seçilen değerlerinin yerine koyulmasıyla elde edilen C ve D yi veren denklemleri elde etmek için verilen denklemin heriki tarafının x ve ayrıca t'ye göre kısmi türevini alabilirsiniz. Sonra E yi bulmak için x = 0 ve t = 0 koyunuz.
47. Eğer $v = (T/\mu)^{1/2}$ ise, öyledir.
49. ~ 1 dakika
51. (a) 3,33**i** m/s (b) −5,48 cm (c) 0,667 m, 5,00 Hz (d) 11,0 m/s
53. $(Lm/Mg \sin\theta)^{1/2}$ (b) $L/4$
55. (a) 39,2 N (b) 0,892 m (c) 83,6 m/s
57. 14,7 kg
61. (a) $(0{,}707)2(L/g)^{1/2}$ (b) $L/4$
63. 3,86 × 10^{-4}
65. (a) $v = (2T_0/\mu_0)^{1/2} = v_0 2^{1/2}$
$v' = (2T_0/\mu_0)^{1/2} = v^0(2/3)^{1/2}$
(b) 0,966 t_0
67. 130 m/s, 1,73 km

Bölüm 17

1. 5.56 km
3. 7.82 m
5. (a) 27.2 s (b) 25,7s; (a) daki aralık daha uzundur.
7. (a) 153 m/s (b) 614 m
9. (a) Genlik 2,00 μm, dalgaboyu 40,0 cm, hızı 54,6 m/s (b) −0,433 μ (c) 1,72 mm/s
11. ΔP = (0,2 Pa) sin (62,8x/m − 2,16 × 10^4 t/s)
13. (a) 6,52 mm (b) 20,5 m/s
15. 5,81 m
17. 66,0 dB
19. (a) 3,75 W/m^2 (b) 0,600 W/m^2
21. (a) 1,32 × 10^{-4} W/m^2 (b) 81,2 dB
23. 65,6 dB
25. (a) 65,0 dB (b) 67,8 dB (c) 69,6 dB
27. 1,13 μW
29. (a) 30,0 m (b) 67,8 dB (c) 1,38 cm
31. (a)332 J (b) 46,4 dB
33. (a) 75,7 Hz düşer (b) 0,948 m
35. 26,4 m/s
37. 19,3 m
39. (a) 338 Hz (b) 483 Hz
41. 56,4°
43. (a) 56,3 s (b) 56,6 km daha öteye
45. 400 m; 27,5 %
47. (a) 23,2 cm (b) 8,41 × 10^{-8} m (c) 1,38 cm
49. (a) 0,515/dak (b) 0,614/dak
51. 7,94 km
53. (a) 55,8 m/s (b) 2 500 Hz
55. Yarasa, böcek ile arasındaki mesafeyi 1,69 m/s hızla kapatmaktadır.
57. (a)



(b) 0,343 m (c) 0,303 m (d) 0,383 m
59. (a) 0,691 m (b) 691 km
61. 1204,2 Hz
63. (a) 0,948° (b) 4,40°
65. 1,34 × 10^4 N
67. 95,5 s
69. (b) 531 Hz
71. (a) 6,45 (b) 0
73. ~ 10^{11} Hz

Bölüm 18

1. (a) 9,24 m (b) 600 Hz
3. 5,66 cm
5. 91,3°
7. (a) 2 (b) 9,28 m ve 1,99 m
9. 15,7 m, 31,8 Hz, 500 m/s
11. 0,089 1 m, 0,303 m, 0,518 m, 0,732 m, 0,947 m'de ve bir hoparlörden 1,16 m
13. (a) 4,24 cm (b) 6,00 cm (c) 6,00 cm (d) 0,500 cm, 1,50 cm ve 2,50 cm
17. 0,786 Hz, 1,57 Hz, 2,36 Hz ve 3,14 Hz
19. (a) 163 N (b) 660 Hz
21. 19,976 kHz

23. Köprüden 31,2 cm, % 3,84
25. (a) 350 Hz (b) 400 kg
27. 0,352 Hz
29. (a) 3,66 m/s (b) 0,200 Hz
31. (a) 0,357 m (b) 0,715 m
33. (a) 531 Hz (b) 42,5 mm
35. Yaklaşık 3kHz
37. n = 1'den 9'a kadar n(206 Hz) ve n = 2'den 23'e kadar n(84,5 Hz)
39. 239 s
41. 0,502 m ve 0,837 m
43. (a) 350 m/s ve 0,837 m
45. (a) 19,5 cm (b) 841 Hz
47. (a) 1,59 kHz (b) tek numaralı harmonikler
49. 5,64 vuru/s
51. (a) 1,99 vuru/s (b) 3,38 m/s
53. E'nin ikinci harmoniği A'nın üçüncü harmoniğine, C'nin dördüncü harmoniği ise A'nın beşinci harmoniğine yakındır.
55. (a) 3,33 rad (b) 283 Hz
57. İstasyondan uzağa doğru 3,85 m/s veya istasyona doğru 3,77 m/s
59. 85,7 Hz
61. 31,1 N
63. (a) 59,9 Hz (b) 20,0 cm
65. (a) 1/2 (b) $[n/(n+1)]^2\,T$ (c) 9/16
67. 50,0 Hz, 1,70 m
69. (a) $2A \sin(2\pi x/\lambda) \cos(2\pi vt/\lambda)$
(b) $2A \sin(\pi x/L) \cos(\pi vt/L)$
(c) $2A \sin(2\pi x/L) \cos(2\pi vt/L)$
(d) $2A \sin(n\pi x/L) \cos(n\pi vt/L)$

Bölüm 19

1. (a) 37,0°C = 310 K (b) –20,6 °C = 253 K
3. (a) –274°C (b) 1,27 atm (c) 1,74 atm
5. (a) –320°F (b) 77,3 K
7. (a) 810 °F (b) 450 K
9. 3,27 cm
11. (a) 3,005 8 m (b) 2, 998 6 m
13. 55,0°C
15. (a) 0,109 cm^2 (b) artmaktalar
17. (a) 0,176 mm (b) 8,78 μm (c) 0,093 0 cm^3
19. (a) 2,52 MN)m^2 (b) kopmayacaktır.
21. 1,14 °C
23. (a) 99,4 cm^3 (b) 0,943 cm^3
25. (a) 3,00 mol (b) 1,80 × 10^{24} molekül
27. 1,50 × 10^{29} molekül
29. 472 K
31. (a) 41,6 mol (b) 1,20 kg tablodaki yoğunluk ile uyuşur.
33. (a) 400 kPa (b) 449 kPa
35. 2,27 kg
37. 3,.67 cm^3
39. 4,39 kg
43. (a) 94, 97 cm (b) 95, 03 cm
45. 208°C
47. 3,55 cm
49. (a) Genleme yoğunluğu azaltır. (b) 5 × 10^{-5} (°C)$^{-1}$
51. (a) $h = nRT/(mg + P_0A)$ (b)0,661 m
53. $\alpha\Delta T$ 1'den çok daha küçüktür.
55. (a) 9,49 × 10^{-5} s (b) 57,4 s geçmiştir.
57. (a) $\rho g P_0 V_i (P_0 + \rho g d)^{-1}$ (b) azalır (c) 10,3 m
61. (a) 5,00 MPa
63. 2,74 m
65. L_c = 9,17 cm, Ls = 14,2 cm
67. (a) $L^s = L_i e^{\alpha\Delta T}$ (b) %2,00 × 10^{-4}; %59,4
69. (a) 6,17 × 10^{-3} kg/m (b) 632 N (c) 580 N; 192 Hz

Bölüm 20

1. (10,1 + 0,117)°C
3. 0,234 kJ/kg · °C
5. 29,6 °C
7. (a) 0,435 cal (b) berilyum
9. (a) 25,8°C (b) Hayır
11. 50,7 ks
13. 0,294 g
15. 0,414 kg
17. (a) 0°C (b) 114g
19. 59,4°C
21. 1,18 MJ
23. (a) $4P_iV_i$ (b) $T = (P_i/nRV_i)\,V^2$
25. 466 J
27. 810J, 506 J, 203 J
29. Q = – 720 J
31.

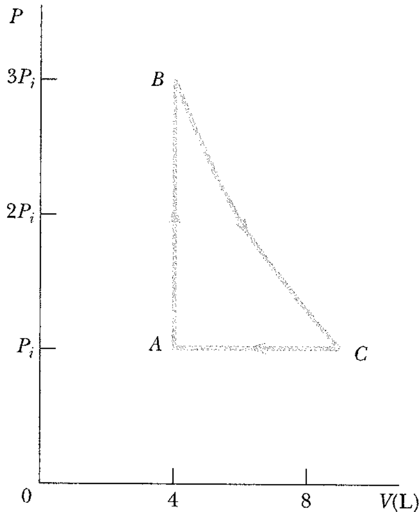
	Q	W	$\Delta E_{iç}$
BC	–	0	–
CA	–	–	–
AB	+	+	+

33. (a) 7,50 kJ (b) 900 K
35. 3,10 kJ; 37,6 kJ
37. (a) 0,041 0 m^3 (b) –5,48 kJ (c) – 5,48 kJ
41. 2,40 × 10^6 kal/s
43. 10,0 kW
45. 51,2°C
47. (a) 0,89 ft^2 · °F h/Btu (b) 1,85 ft^2 ·°F · h/Btu (c) 2,08
49. (a) ~ 10^3 W (b) ~ 10^{-1} K/s hızla azalır.
51. 364 K
53. 47,7 g
55. (a) 16,8 L (b) 0,351L/s
57. 2,00 kJ/kg·°C
59. 1,87 kJ
61. (a) 4 P_iV_i (c) 9,08 kJ
63. 5,31 saat
65. 872 g
67. (a) 15,0 mg, Blok: Q = 0, W = + 5,00 J, $\Delta E_{iç}$ = 0, ΔK = – 5,00 J; Buz: Q = 0, W = –5,00 J, $\Delta E_{iç}$ = 5,00 J ΔK = 0
(b) 15,0 mg. Blok: Q = 0, W = 0, $\Delta E_{iç}$ = 5,00 J,

$\Delta K = -5{,}00$ J; Metal: $Q = 0$, $W = 0$, $\Delta E_{iç} = 0$, $\Delta K = 0$.
(c) 0,004 04°C. Hareketli dilim: $Q = 0$, $W = +2{,}50$ J, $\Delta E_{iç} = 2{,}50$ J, $\Delta K = -5{,}00$ J; Duran dilim: $Q = 0$, $W = -2{,}50$ J, $\Delta E_{iç} = 2{,}50$ J, $\Delta K = 0$

69. 10,2 saat
71. 9,32 kW

1. $6{,}64 \times 10^{-27}$ kg
3. 0,943 N; 1,57 Pa
5. 17,6 kPa
7. 3,32 mol
9. (a) $3{,}35 \times 10^{23}$ atom (b) $6{,}07 \times 10^{21}$ J (c) 1,35 km/s
11. (a) Herikisi için $8{,}76 \times 10^{-21}$ J (b) Helyum için 1,62 km/s, argon için ise 514 m/s
13. 75,0 J
15. (a) 3,46 kJ (b) 2,45 kJ (c) 1,01 kJ
17. (a) 118 kJ (b) $6{,}03 \times 10^{3}$ kg
19. 10^{-2}°C ile 10^{-3}°C arasında
21. (a) 316 K (b) 200 J
23. $9 P_i V_i$
25. (a) 1,39 atm (b) 366 K, 253 K (c) 0; 4,66 kJ, –4,66 kJ
27. 227 K
29. (a)



(b) 8,79 L (c) 900 K (d) 300 K (e) 336 J
31. 25,0 kW
33. (a) 9,95 kal/K, 13,9 kal/K (b) 13,9 kal/K, 17,9 kal/K
35. $2{,}33 \times 10^{-21}$ J
37. Oksijenin azot moleküllerine oranı deniz seviyesindeki değerinin %85'ine kadar azalır.
39. (a) 6,80 m/s (b) 7,41 m/s (c) 7,00 m/s
43. 819°C
45. (a) $3{,}21 \times 10^{12}$ molekül (b) 778 km (c) $6{,}42 \times 10^{-4}$ s^{-1}
49. (a) $9{,}36 \times 10^{-8}$ m (b) $9{,}36 \times 10^{-8}$ atm (c) 302 atm
51. (a) 100 kPa, 66,5 L, 400 K, 5,82 kJ, 7,48 kJ, 1,66 kJ
(b) 133 kPa, 49,9 L, 400 K, 5,82 kJ, 5,82 kJ, 0
(c) 120 kPa, 41,6 L, 300 K, 0, –910 J, –910 J
(d) 120 kPa, 43,3 L, 312 K, 722 J, 0, –722 J
55. 0,625
57. (a) Hacım azalırken basınç artar.
(d) 0,500 atm^{-1}, 0,300 atm^{-1}
59. $1{,}09 \times 10^{-3}$; $2{,}69 \times 10^{-2}$; 0,529; 1,00; 0,199; $1{,}01 \times 10^{-11}$; $1{,}25 \times 10^{1082}$
61. (a) Daha büyük kütleli atomlar dışarıda bulunurlar.
63. (a) 0,203 mol (b) $T_B = T_C = 900$ K; $V_C = 15{,}0$ L

(c, d)	P (atm)	C(L)	T(K)	$E_{iç}$ (kJ)
A	1	5	300	0,760
B	3	5	900	2,28
C	1	15	900	2,28

(e) A → B için, pistonu kapatıp, silindiri 900 K'deki fırına koyunuz. B → C için, gazı fırın içinde tutunuz ve gazın piston üzerindeki yükü olabildiğince kaldırmasına derece derece izin veriniz. C → A için silindiri fırından 300 K'deki odaya tekrar hareket ettiriniz ve gazın soğuyarak çıkmasına müsaade ediniz.

(f, g)	Q(kJ)	W(kJ)	$\Delta E_{iç}$ (kJ)
A → B	1,52	0	1,52
B → C	1,67	1,67	0
C → A	–2,53	–1,01	–1,52
ABCA	0,656	0,656	0

65. (a) $3{,}34 \times 10^{26}$ molekül (b) 27. gün içinde (c) $2{,}53 \times 10^{6}$
67. (a) 0,510 m/s (b) ms

Bölüm 22

1. (a) %6,94 (b) 335 J
3. (a) 10,7 kJ (b) 0,533 s
5. (a) 1,00 kJ (b) 0
7. (a) %67,2 (b) 58,8 kW
9. (a) 869 MJ (b) 330 MJ
11. (a) 741 J (b) 459 J
13. 0,330 veya %33,0
15. (a) %5,12 (b) 5,27 TJ/saat (c) Geleneksel enerji kaynaklarının çok daha pahalı olması ya da bunların gerçek fiyatlarının bilinmesi nedeniyle alternatif kaynakların uygulanabilirliği daha ekonomik olmaktadır.
17. (a) 214 J, 64,3 J
(b) –35,7 J, –35,7 J. Net etki, dışarıdan iş yapmaksızın soğuk ısı deposundan sıcağa enerji taşınmasıdır..
(c) 333 J, 233 J
(d) 83,3 J, 83,3 J, 0. Net etki bir devirlik bir işlemde ısı veya tamamen iş yoluyla sistemden enerjinin çıkarılmasıdır.
(e) –0,111 J/K. Evrenin entropisi azalmıştır.

19. (a) 244 kPa (b) 192 J
21. 146 kW, 70,8 kW
23. 9,00
27. 72,2 J
29. (a) 24,0 J (b) 144 J
31. –610 J/K
33. 195 J/K
35. 3,27 J/K
37. 1,02 kJ/K
39. 5,76 J/K. Gaz ideal ise sıcaklık sabittir.
41. 0,507 J/K
43. 18,4 J/K
45. (a) 1 (b) 6
47. (a)

Makro durum	Olası mikro durumlar	Mikro durumların Toplam sayısı
Tüm K'lar	KKK	1
2K, 1Y	KKY, KYK, YKK	3
1K, 2Y	YKK, YKY, KYY	3
Tüm Y'ler	YYY	1

(b)

Makro durum	Olası mikro durumlar	Mikro durumların Toplam sayısı
Tüm K'lar	KKKKK	1
4K, 1Y	KKKKY, KKKYK, KKYKK, KYKKK, YKKKK	5
3K, 2Y	KKKYY, KKYKY, KYKKY, YKKKY, KKYYK, KYKYK, YKKYK, KYYKK, YKYKK, YYKKK	10
2K, 3Y	YYYKK, YYKYK, YKYYK, KYYYK, YYKKY, YKYKY, KYYKY, YKKYY, KYKYY, KKYYY	10
1K, 4Y	YYYYK, YYYKY, YYKYY, YKYYY, KYYYY	5
Tüm Y'ler	YYYYY	1

49. 1,86
51. (a) 5,00 kW (b) 763 W
53. (a) $2nRT_i \ln 2$ (b) 0,273
55. 23,1 mW
57. $5{,}97 \times 10^4$ kg/s
59. (a) 3,19 kal/K (b) 98,19°F, 2,59 kal/K
61. 1,18 J/K
63. (a) $10{,}5nRT_i$ (b) $8{,}50nRT_i$ (c) 0,190 (d) 0,833
65. $nC_P \ln 3$
69. (a) 96,9 W = 8,3 × 104 kal/saat
(b) 1,19°C/saat = 2,14°F/saat

Dizin

İtalik ile gösterilen sayfa numaraları resimli örnekleri, arkasından "n" harfi gelen sayfa numaraları dipnotlarını, t gelenler ise tabloları belirtmektedir.